応用力学論文集 Vol.11, pp.27-37　(2008 年 8 月)　土木学会

高振動数領域のフーリエ振幅を用いた局所損傷同定

Localized Damage Identification Using Fourier Amplitudes at High Frequency

古川愛子*・大塚久哲**
Aiko FURUKAWA and Hisanori OTSUKA

*正会員　博 (工)　九州大学大学院助教　工学研究院建設デザイン部門　(〒 819-0395 福岡市西区元岡 744)
**正会員　工博　九州大学大学院教授　工学研究院建設デザイン部門　(〒 819-0395 福岡市西区元岡 744)

This paper presents a localized damage identification technique for structures using Fourier amplitudes at high frequency. Structural damage is accompanied by changes in element stiffness. These changes alter dynamic characteristics of the structure, which provides useful information about the location and magnitude of damage. In most damage identification techniques using vibration measurements, stiffness changes of whole structural elements are unknowns to identify. Therefore, as the structures' size increases, the number of unknowns also increases and a large number of measurement data are necessary. The proposed technique reduces the number of unknowns to the stiffness reductions of a localized area by extracting localized vibration using high frequency excitation. The number of necessary measured data can also be reduced. The validity of the proposed technique is examined through the numerical study on a continuous girder bridge.

Key Words : *localized damage identification, Fourier amplitude, high frequency, stiffness reduction*

1. はじめに

構造物に被害を生じさせるレベルの地震が発生した際，構造物の損傷をいち早く発見・把握し，必要に応じて補修・補強を行うことには，2 次被害を防止する上で非常に重要である．最も簡単な損傷検出手法は目視であるが，損傷が外装に覆われて直接目で見ることが出来ない場合は適用できない．振動特性に基づく損傷同定手法は，目視検査の適用できない損傷を検出できる可能性があるため，これまでにも数多くの研究が行われている[1)2)]．

筆者らも，携帯可能なマイクロ起振器による調和外力で構造物を起振し，起振振動数でのフーリエ振幅の変化から損傷箇所とその程度を同定する手法の開発を行ってきた[3)4)]．損傷を剛性の低下と考え，部材の剛性が低下すると構造物全体系の振動特性が変化することを利用して，振動特性の変化量から逆解析的に各部材の剛性低下率を同定するものである．

振動特性に基づく損傷同定手法は，微動計測を利用することが多い[1)2)]．交通荷重や風荷重などによって励起される微小振動は，低次の構造物全体が振動するモードであるため，ある部材の局所的な損傷は，全体系の振動特性の変化に影響を及ぼす．ある地点の振動データが損傷によって変化した場合に，その変化を生じさせる損傷の可能性のある部材は構造物全体に及ぶため，損傷を同定するときは，構造物の全要素の剛性低下率が未知数となる．一意な解を得るには，未知数の数よりも多い観測点数が必要なので，高密度観測が必要となり，振動計測に膨大な労力と時間が必要になる．

以上のように，従来の振動特性を利用した構造物全体系の損傷同定手法は，構造物の規模が大きくなり複雑になるほど，実現が困難なものとなってしまう．構造物全体の同定を行うのでなく，着目したい部材だけの振動を計測して，着目したい部材だけの剛性低下率を同定することができれば，振動計測の労力が削減できる．本研究では，このような同定を局所損傷同定と呼ぶこととする．

過去の研究で，振動特性を利用して局所損傷同定を行ったものに，ニューラルネットワークを用いたものがある[5)]．微動による構造物全体系の振動を扱っているので，着目エリア外の要素の損傷の影響が無視できないが，学習理論を用いることでこの問題を直接扱うことを回避している．

振動特性を利用しない局所同定には，超音波探傷子のようなメガヘルツレベルの非常に高い振動数を扱うものがある[6)]．微小な損傷検出には適用できるものの，一度に扱えるエリアが非常に局所的となり，地震後の即座な健全度チェックには利用できない．

そこで本研究では，マイクロ起振器によって，微動よりは高く，超音波よりは低い振動数で構造物を起振し，着目したいエリアの局所振動を励起させ，局所同定を行うことを考えた．提案手法は，十分に高い振動数で起振すれば，局所エリアで計測された応答に，エリア外の損傷が及ぼす影響が無視できる程度に小さくなることに基づいている．4 径間連続桁橋モデルを対象とした数値シミュレーションによって，局所損傷同定が可能となる起振振動数について検討を行い，提案手法の有用性を検証した．

2. 損傷同定手法

2.1 損傷のモデル化

構造物の損傷は，剛性および減衰の変化を伴うと考えられる．本研究では，剛性が低下した要素を損傷箇所とみなし，その減少割合を損傷の指標として用いる．また，構造物の質量は損傷前後で不変と仮定する．

構造物全体系の剛性・減衰マトリクス（K, C）は，各要素の剛性・減衰マトリクスの集合体として次式のようにモデル化できる．

$$K = \sum_{e=1}^{n} K^e \qquad C = \sum_{e=1}^{n} C^e \tag{1}$$

ここで，n は要素の総数であり，K^e, C^e は e 番目の要素の剛性・減衰マトリクスである．損傷により e 番目の要素の剛性マトリクスが δk_e (無次元) の割合で減少し，減衰マトリクスが δc_e (無次元) の割合で増加したとすると，全体剛性・減衰マトリクスの変化量は，

$$\delta K = \sum_{e=1}^{n} \delta k_e K^e \qquad \delta C = \sum_{e=1}^{n} \delta c_e C^e \tag{2}$$

となる．剛性低下率 δk_e および減衰増加率 δc_e が同定の対象となるパラメータである．

2.2 損傷前の構造物の応答

損傷前の周波数領域における運動方程式は，

$$[-\omega^2 M + i\omega C + K]X(\omega) = F(\omega) \tag{3}$$

である．ここで，$X(\omega)$ と $F(\omega)$ は，変位と外力のフーリエ振幅である．変位応答 $X(\omega)$ は次式の通りとなる．

$$X(\omega) = H(\omega)F(\omega) \quad H(\omega) = [-\omega^2 M + i\omega C + K]^{-1} \tag{4}$$

ここで，$H(\omega)$ は伝達関数である．

2.3 損傷後の構造物の応答

損傷により剛性マトリクスが δK 低下，減衰マトリクスが δC 増加し，変位が $\delta X(\omega)$ 増加すると仮定すると，損傷後の運動方程式は次式のようになる．

$$[-\omega^2 M + i\omega(C+\delta C) + (K-\delta K)]\,(X(\omega)+\delta X(\omega)) = F(\omega) \tag{5}$$

式 (3) を式 (5) に代入し，2 次以上の微小項を無視し，式 (2), (4) を用いて整理すると，変位の増分 $\delta X(\omega)$ に関する方程式となる．

$$[-\omega^2 M + i\omega C + K]\delta X(\omega) = \sum_{e=1}^{n} (\delta k_e K^e - i\omega \delta c_e C^e) H(\omega) F(\omega) \tag{6}$$

式 (6) を応答の増分 $\delta X(\omega)$ について解くと，

$$\delta X(\omega) = \sum_{e=1}^{n} (\delta k_e H(\omega) K^e - i\omega \delta c_e H(\omega) C^e) H(\omega) F(\omega) \tag{7}$$

となる．式 (4) に示す損傷前の変位 $X(\omega)$ に，上式 (7) で求まった損傷による変位増分 $\delta X(\omega)$ を加えることにより，損傷後の応答 $X'(\omega)$ が求まる．

$$X'(\omega) = H(\omega)F(\omega) + \sum_{e=1}^{n} (\delta k_e S^e(\omega) + \delta c_e T^e(\omega)) F(\omega) \tag{8}$$

ここに，$S^e(\omega)$ と $T^e(\omega)$ はそれぞれ次の通りである．

$$S^e(\omega) = H(\omega) K^e H(\omega) \quad T^e(\omega) = -i\omega H(\omega) C^e H(\omega) \tag{9}$$

2.4 フーリエ振幅を用いた損傷同定方程式の構築

起振器をノード i に設置し，加速度計をノード j に設置すると仮定する．起振器がノード i において構造物に与える外力のフーリエ振幅を $F_i(\omega)$ とし，ノード j において計測される加速度応答のフーリエ振幅を $a(i,j,\omega)$ とする．式 (8) より，$a(i,j,\omega)$ は次式の通りとなる．

$$a(i,j,\omega) = -\omega^2 X'_j(\omega) = -\omega^2 H_{ji}(\omega) F_i(\omega) \tag{10}$$
$$-\omega^2 \left(\sum_{e=1}^{n} \delta k_e S^e_{ji}(\omega) + \sum_{e=1}^{n} \delta c_e T^e_{ji}(\omega) \right) F_i(\omega)$$

式 (10) において，$H_{ji}(\omega)$，$S^e_{ji}(\omega)$，$T^e_{ji}(\omega)$ は損傷前の構造物のパラメータ M, C, K および振動数 ω から求まる既知の値である．また，$a(i,j,\omega)$ は損傷後のフーリエ振幅であり，計測により得られる値である．式 (10) を整理し，左辺に未知の項，右辺に既知の項を移項すると，次式のようになる．

$$-\omega^2 \sum_{e=1}^{n} S^e_{ji}(\omega) F_i(\omega) \delta k_e - \omega^2 \sum_{e=1}^{n} T^e_{ji}(\omega) F_i(\omega) \delta c_e$$
$$= a(i,j,\omega) + \omega^2 H_{ji}(\omega) F_i(\omega) \tag{11}$$

i，j，ω の組み合わせを様々に変え，m 種類の計測を行うと，式 (11) の方程式が m 個得られることになる．ここで，式 (11) の係数行列と右辺の値は複素数であるので，実数部と虚数部に分けると，$2n$ 個の未知数 δk_e, δc_e に対する $2m$ 個の連立方程式（損傷同定方程式）が得られることになる．

2.5 フーリエ振幅比を用いた損傷同定方程式の構築

次に，起振器は構造物を揺らすことができるが，制御することはできず，起振力は未知であると仮定する．起振点をノード i とし，加速度応答をノード j と k で同時に計測するとする．ノード i において加振したときにノード j, k で同時に計測した場合，外力のフーリエ振幅 $F_i(\omega)$ は共通であるので，ノード j, k における加速度応答のフーリエ振幅 $a(i,j,\omega)$ と $a(i,k,\omega)$ の比を $b(i,j,k,\omega)$ とおくと，

$$b(i,j,k,\omega) = \frac{a(i,j,\omega)}{a(i,k,\omega)} = \tag{12}$$
$$\frac{H_{ji}(\omega) + \sum_{e=1}^{n} \delta k_e S^e_{ji}(\delta \mathbf{k}, \delta \mathbf{c}, \omega) + \sum_{e=1}^{n} \delta c_e T^e_{ji}(\delta \mathbf{k}, \delta \mathbf{c}, \omega)}{H_{ki}(\omega) + \sum_{e=1}^{n} \delta k_e S^e_{ki}(\delta \mathbf{k}, \delta \mathbf{c}, \omega) + \sum_{e=1}^{n} \delta c_e T^e_{ki}(\delta \mathbf{k}, \delta \mathbf{c}, \omega)}$$

となり，フーリエ振幅比 $b(i,j,k,\omega)$ は入力のフーリエ振幅 $F_i(\omega)$ に無関係となり，起振点 i，計測点 j, k，および振動数 ω の関数であることがわかる．

式 (12) を整理し，左辺に未知の項，右辺に既知の項を移項すると，次式のようになる．

$$\sum_{e=1}^{n}(b(i,j,k,\omega)S_{kj}^{e}(\delta\mathbf{k},\delta\mathbf{c},\omega)-S_{ij}^{e}(\delta\mathbf{k},\delta\mathbf{c},\omega))\delta k_e$$
$$+\sum_{e=1}^{n}(b(i,j,k,\omega)T_{kj}^{e}(\delta\mathbf{k},\delta\mathbf{c},\omega)-T_{ij}^{e}(\delta\mathbf{k},\delta\mathbf{c},\omega))\delta c_e \quad (13)$$
$$=H_{ij}(\omega)-b(i,j,k,\omega)H_{kj}(\omega)$$

式 (13) は，加振点 i，計測点 2 点 j と k，振動数 ω の組み合わせ毎に成り立つ方程式である．よって，i，j，k，ω の組み合わせを様々に変え，m 種類の計測を行うと，式 (13) の方程式が m 個得られることになる．ここで，式 (13) の係数行列と右辺の値は複素数であるので，実数部と虚数部に分けると，$2n$ 個の未知数 δk_e，δc_e に対する $2m$ 個の連立方程式（損傷同定方程式）が得られることになる．

2.6 損傷同定方程式

フーリエ振幅およびフーリエ振幅比を用いる損傷同定方程式を次式のように表す．

$$Ax=b \quad (14)$$

係数行列 A は，連立方程式において n 個の要素の剛性低下率 δk_e と減衰増加率 δc_e の係数に相当する $2m\times 2n$ の行列である．

x は，n 個の要素の剛性低下率 δk_e と減衰増加率 δc_e から構成される $2n$ 次のベクトルである．

$$x_e=\delta k_e \quad x_{n+e}=\delta c_e \quad (15)$$

b は，m 個の計測データの実数部と虚数部から構成される $2m$ 次のベクトルである．

非減衰系の場合は，係数行列および計測データは実数であり，n 個の未知数 δk_e に対する m 個の連立方程式（損傷同定方程式）が得られることになる．

2.7 局所損傷同定

要素全体の集合を Φ_G，着目する局所エリアに存在する要素の集合を Φ_{L1}，それ以外の要素の属する集合を Φ_{L2} とする．局所エリア Φ_{L1} に存在する要素とそれ以外の要素を区別することで，損傷同定方程式を次のように書き換える．

$$\sum_{e\in\Phi_{L1}}(A_{l,e}\delta k_e+A_{l,n+e}\delta c_e)+ \quad (16)$$
$$\sum_{e\in\Phi_{L2}}(A_{l,e}\delta k_e+A_{l,n+e}\delta c_e)=b_l$$

高振動数で構造物を起振した場合，局所的な振動モードが励起されるため，局所エリア外の要素に対する係数行列 $(A_{l,e},A_{l,n+e})$ が局所エリア内の要素に対する係数行列に比べて無視できるレベルに小さくなると考えられる．このような場合，損傷を同定するには，

$$\sum_{e\in\Phi_{L1}}(A_{l,e}\delta k_e+A_{l,n+e}\delta c_e)=b_l \quad (17)$$

を解けばよいことになる．このようにして，損傷を同定すべき要素数 (未知数) が減り，また必要な計測データ数も減らすことが可能となる．このような，局所エリア内の節点を起振・計測し，損傷を同定することを，本研究では局所損傷同定と呼ぶこととする．

どの程度の高い振動数であれば局所損傷同定が可能となるのか，どの程度の局所エリアまで領域を絞ることができるのかは，構造物によって異なる．次節では，4 径間連続桁橋を対象とした数値解析によって，局所損傷同定の実現可能性について検討を行う．

3. 数値解析による検証

3.1 解析モデル

(1) 構造モデル

検討の対象とした橋梁は，既設橋梁を単純化した 4 径間連続 RC 桁橋である．解析モデルの概念図，節点番号，要素番号を図-1(a)(b) に示す．橋長 120m，支間割はすべて 30m，橋脚高さはすべて 20m である．橋脚に支承は設けず，桁と橋脚の結合は剛結とし，橋台の支承部はローラーとした．橋脚・桁は梁要素でモデル化した．本研究が対象とする高振動数領域の応答を適切に表現できる十分細かい要素分割が必要であるため，要素長さは桁・橋脚ともに 1m とした．

ヤング率は，桁が 3.3×10^{10} N/m^2，橋脚が 2.5×10^{10} N/m^2 とした．断面積は，桁が 5.7m^2，橋脚が 18.0m^2 とした．断面 2 次モーメントは，桁が 3.44m^4，橋脚が 13.5m^4 とした．単位体積あたりの換算質量は，桁が 4.265×10^3kg/m^3，橋脚が 2.5×10^3kg/m^3 とした．マイクロ起振器による微小加振を想定しているため，応答特性は線形とした．

健全モデルの 1-10 次の固有振動数を表-1 に示す．

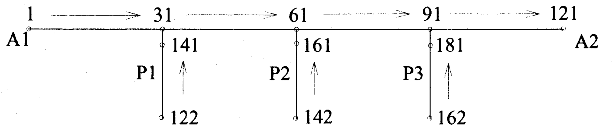
本研究では，主に非減衰系モデルを用いて検討を行ったが，減衰系モデルを用いた検討では，1 次モードの減衰定数を 2 % とする質量比例型減衰を仮定した．

(2) 損傷モデル

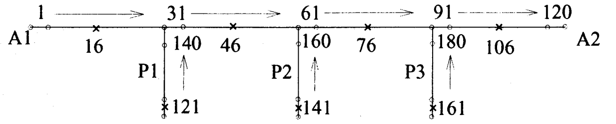
損傷は要素の剛性低下率によって表すこととした．図-1(c) に損傷モデルを示す．横軸が要素番号，縦軸が剛性低下率である．要素番号は，図-1(b) に示すとおりであり，A1-P1 間は要素 1-30，P1-P2 間は要素 31-60，P2-P3 間は要素 61-90，P3-A2 間は要素 91-120，P1 橋脚は要素 121-140，P2 橋脚は要素 141-160，P3 橋脚は要素 161-180 である．各支間の中央である 4 要素 (16，46，76，106) と各橋脚の基部である 3 要素 (121，141，161) の剛性低下率をいずれも 0.1 と仮定した．図-1(b) に×で損傷要素を示す．

3.2 フーリエ振幅を用いた局所損傷同定

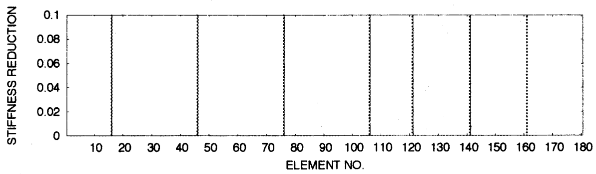
まず，フーリエ振幅を用いた局所損傷同定の適用性について検討を行う．



(a) 節点番号



(b) 要素番号

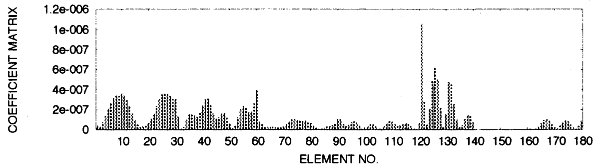


(c) 損傷モデル

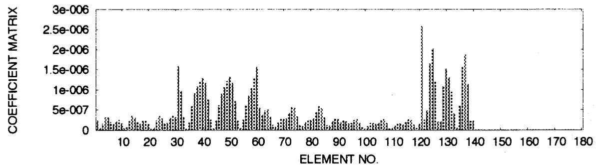
図–1 解析モデル

表–1 健全モデルの固有振動数 (Hz)

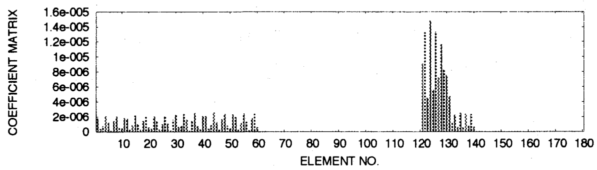
1st mode	2nd mode	3rd mode	4th mode	5th mode
2.335	6.622E	7.271	8.062	8.344
6th mode	7th mode	8th mode	9th mode	10th mode
10.65	16.60	17.98	18.07	21.23



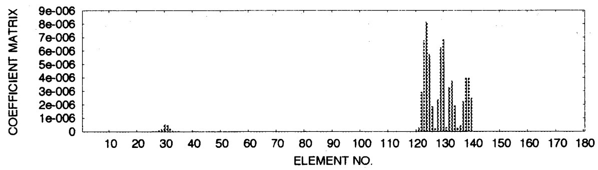
(a) タイプ A(80Hz)



(b) タイプ B(140Hz)



(c) タイプ C(1.2kHz)



(d) タイプ D(20kHz)

図–2 各要素の剛性低下率に対する係数行列 (P1 橋脚の中央節点 132 のフーリエ振幅を用いた場合)

(1) 起振振動数と係数行列の関係

フーリエ振幅を用いて P1 橋脚の損傷 (剛性低下率) を同定する．ここでは非減衰系を仮定する．様々な振動数の調和外力 (振幅を 1N と仮定) で P1 橋脚の中央節点 132 を起振し，P1 橋脚上の全ての節点で加速度を計測し，損傷同定方程式を構築した．そして，起振振動数毎に異なる損傷同定方程式の係数行列を比較したところ，係数行列は 4 つのタイプ (A-D) に分類できることがわかった．一例として，節点 132 の加速度応答に対する係数行列を図-2 に示す．横軸が要素番号で，縦軸が要素に対する係数の値である．係数行列の値が 0 であるとは，その要素の剛性が低下しても，フーリエ振幅が変化しないことを意味する．逆に，係数行列の値が大きいことは，その要素の剛性が変化した場合に，フーリエ振幅の変化が大きいことを意味する．P1 橋脚上の全ての節点において同様の傾向が得られた．

タイプ A-D の特徴を表-2 にまとめる．

a) タイプ A

タイプ A は，橋梁全体の損傷 (剛性低下率) が P1 橋脚の応答に影響を及ぼす振動数のことであり，約 100Hz 以下で起振した場合の損傷同定方程式がこのタイプに属することがわかった．

b) タイプ B

タイプ B は，P1 橋脚と桁全体の損傷が P1 橋脚の応答に影響を及ぼす振動数のことであり，約 600Hz 以下が属することがわかった．

c) タイプ C

タイプ C は，P1 橋脚と左側半分の桁 (A1-P2 間) の損傷が P1 橋脚の応答に影響を及ぼす振動数のことであり，約 16kHz 以下が属することがわかった．

d) タイプ D

タイプ D は，P1 橋脚の損傷と，P1 橋脚のごく周辺の桁の損傷のみが P1 橋脚の応答に影響を及ぼす振動数のことであり，約 16kHz 以上が属することがわかった．P1 橋脚近傍の桁に対する係数行列は，P1 橋脚上の要素に対する係数行列に比べて非常に小さいものである．

(2) 検討ケース

以上より，タイプ D の 16kHz 以上の振動数を用いれば，P1 橋脚のみの起振・計測による局所損傷同定が可能であると予想される．

また，橋梁全体の損傷が P1 橋脚の応答に及ぼすタイプ A であっても，P1 橋脚上の 20 要素に加えて桁の各支間および P2・P3 橋脚の平均的な剛性低下率を未知数に設定することによって，未知数をそれほど増やすことなく P1 橋脚の損傷同定ができないかと考えた．

そこで，4 タイプの中からそれぞれ，80Hz，140Hz，1.2kHz，20kHz を起振振動数の代表値として用いることとし，表-3 に示す条件のもとで各要素の剛性低下率を算定した．選択した 80Hz，140Hz，1.2kHz，20kHz はいずれも，P1 橋脚の局部振動が励起されるモードの固有振動数に近く，損傷によってフーリエ振幅が変化しやすく損傷に対する感度の高いデータを得るために選択した．20kHz は選択した中で最も高い振動数であ

表-2 起振振動数とP1橋脚の応答に影響を及ぼす部材の範囲

タイプ	起振振動数	影響を及ぼす部材 (要素番号)
A	-約 100Hz	橋梁全体 (1-180)
B	約 100Hz- 約 600Hz	P1 橋脚 (121-140) 桁全体 (1-120)
C	約 600Hz- 約 16kHz	P1 橋脚 (121-140) 桁 A1-P2 間 (1-60)
D	約 16kHz-	P1 橋脚 (121-140)

表-3 フーリエ振幅を用いた損傷同定の検討ケース

(a) 計測条件

ケース	起振節点	計測節点	計測数
1	132	P1 橋脚全体 (123-141,31) 桁各支間中央 (16,46,76,106) P2・P3 橋脚中央 (152,172)	26
2	132	P1 橋脚全体 (123-141,31) 桁各支間中央 (16,46,76,106)	24
3	132	P1 橋脚全体 (123-141,31) A1-P2 間の桁中央 (16,46)	22
4	132	P1 橋脚全体 (123-141,31)	20

(b) 同定条件

ケース	剛性低下率を同定する部材	未知数
1	P1 橋脚上の全要素 (121-140) 桁各支点間の平均的損傷 P2・P3 橋脚の平均的損傷	26
2	P1 橋脚上の全要素 (121-140) 桁各支点間の平均的損傷	24
3	P1 橋脚上の全要素 (121-140) 桁 A1-P1・P1-P2 間の平均的損傷	22
4	P1 橋脚上の全要素 (121-140)	20

り，よりP1橋脚内部の局部振動が卓越し，P1橋脚以外の振動が励起されにくい振動数である．いずれのケースも，P1橋脚中央の節点132で構造物を起振することを想定している．本研究で想定するマイクロ起振器は，モーターで錘を回転させてその遠心力を利用するものである．遠心力は錘の質量・回転半径・起振振動数の自乗の積であるため，高次の起振振動数を想定した場合，錘の質量は構造物の質量に比べて無視し得るほど小さくできると考えられる．したがって，マイクロ起振器に作用する慣性力は，起振力に比べて無視し得るほど小さく加振領域の大きさに影響を与えないと考えられる．

a) ケース1

ケース1は，タイプAに対応して設定したケースである．P1橋脚上の全20節点，P2橋脚・P3橋脚の中点，A1-P1間・P1-P2間・P2-P3間・P3-A2間それぞれの中点の合計26点において計測を行う．損傷同定の際，A1-P1間・P1-P2間・P2-P3間・P3-A2間はそれぞれ，30要素から構成されているが，30要素の剛性が一様に低下すると仮定することで，桁の未知数を4つにした．P2橋脚・P3橋脚についても同様に，それぞれは20要素で構成されているが，20要素の剛性が一様に低下すると仮定して，未知数をそれぞれ1つずつとした．P1橋脚については，全20要素を未知数とした．以上により，未知数は全部で26個となり，計測数と同数となった．

b) ケース2

ケース2は，タイプBに対応して設定したケースである．P1橋脚上の全20節点，A1-P1間・P1-P2間・P2-P3間・P3-A2間それぞれの中点の合計24点において計測を行う．損傷同定の際，A1-P1間・P1-P2間・P2-P3間・P3-A2間を，それぞれの剛性が一様に低下すると仮定し，桁の未知数を4つとした．P1橋脚については，全20要素を未知数とした．P2橋脚・P3橋脚は同定の対象から外した．以上により，未知数は全部で24個となり，計測数と同数となった．

c) ケース3

ケース3は，タイプCに対応して設定したケースである．P1橋脚上の全20節点，A1-P1間・P1-P2間それぞれの中点の合計22点において計測を行う．損傷同定の際，A1-P1間・P1-P2間を，それぞれの剛性が一様に低下すると仮定し，桁の未知数を2つと設定した．P1橋脚については，全20要素を未知数とした．桁のP2-P3間・P3-A2間およびP2橋脚・P3橋脚は同定の対象から外した．以上により，未知数は全部で22個となり，計測数と同数となった．

d) ケース4

ケース4は，タイプDに対応して設定したケースである．P1橋脚上の全20節点の合計20点において計測を行う．損傷同定の際，桁およびP2橋脚・P3橋脚は同定の対象から外した．P1橋脚については，全20要素を未知数とした．以上により，未知数は全部で20個となり，計測数と同数となった．

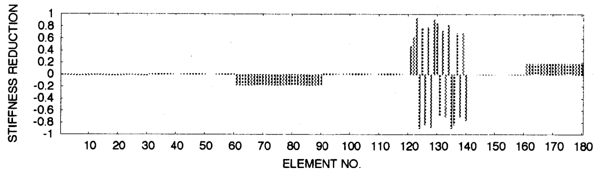
(3) 損傷同定結果

ケース1-4それぞれに対し，タイプA-Dに属する起振振動数を用いて損傷同定を実施した．計測ノイズとして，3%の一様乱数をフーリエ振幅に加えた．

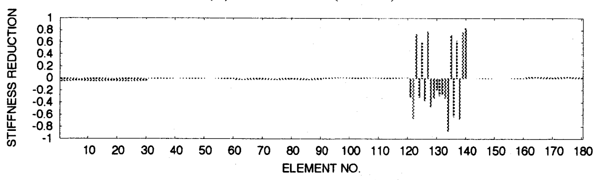
各ケースの同定結果を図-3から図-6に示す．結論から先に述べると，ケース4で，タイプDの20kHzで起振した場合においてのみ，P1橋脚基部の剛性低下率0.1を同定することができた (図-6(d))．それ以外のケースと起振振動数の組み合わせを用いた場合は，損傷を同定することができなかった．以下に，損傷同定が失敗した原因について考察する．

a) 計測ノイズによる誤差

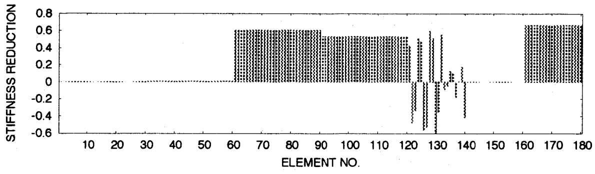
計測ノイズが同定失敗の主な原因でないことは，計測ノイズのないデータを用いた損傷同定によって，別途確認している．図-7に，P1橋脚上の各節点における損傷によるフーリエ振幅の変化率 (損傷による応答差を損傷前の応答値で除したもの) を示す．横軸は計測番号であり，1番はP1橋脚基部に最も近い自由節点，20番は橋脚天端である．概ね0.1以上であり，3%の計測ノイズを上回る値であるため，計測ノイズが同定失敗の



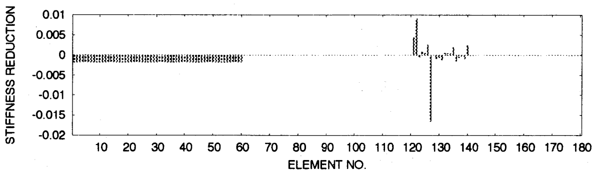
(a) タイプ A(80Hz)



(b) タイプ B(140Hz)

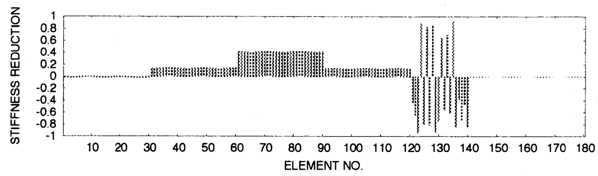


(c) タイプ C(1.2kHz)

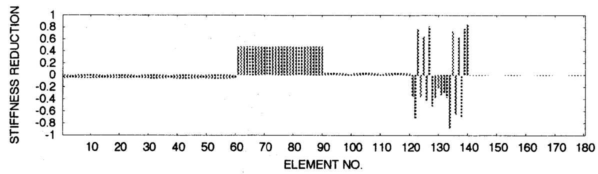


(d) タイプ D(20kHz)

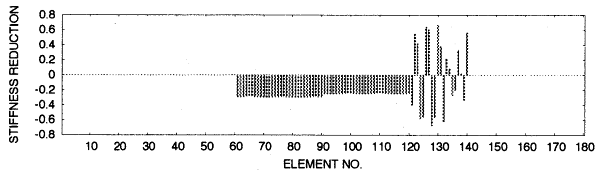
図–3 ケース 1 の同定結果 (起振振動数の比較)



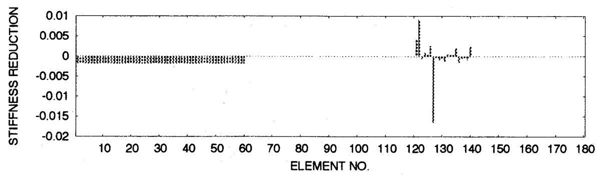
(a) タイプ A(80Hz)



(b) タイプ B(140Hz)



(c) タイプ C(1.2kHz)



(d) タイプ D(20kHz)

図–4 ケース 2 の同定結果 (起振振動数の比較)

主要因でないことがわかる．

b) 損傷要素を同定の対象から外すことによる誤差

タイプ A のケース 2-4，タイプ B のケース 3-4，タイプ C のケース 4 はそれぞれ，P1 橋脚の応答に影響を及ぼす部材を未知数から削除している．桁であれば支間中央の剛性が 0.1 低下しており，P2・P3 橋脚は基部の剛性が 0.1 低下しているが，これを 0.0 と仮定することによる誤差が，同定精度を悪化させた一因となったと考えられる．

c) 部材全体の一様損傷を仮定することによる誤差

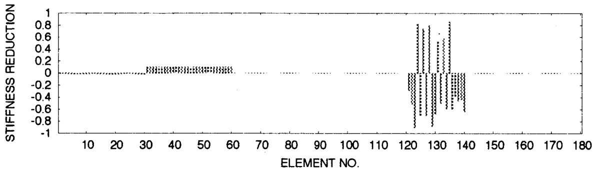
タイプ A のケース 1，タイプ B のケース 1-2，タイプ C のケース 1-3，タイプ D のケース 1-3 はそれぞれ，P1 橋脚の応答に影響を及ぼす全ての部材を，荒い要素分割ながらも損傷同定の対象に設定したケースである．実際は部材の一部が損傷しているのを，部材全体が一様に損傷したと仮定したことによる誤差が，同定精度を悪化させる一因になったのではないかと考えられたので，以下の手法により検証した．

桁および P2・P3 橋脚の剛性が一様に 0.1 低下したと仮定して，フーリエ振幅を計算した．そして，桁および P2・P3 橋脚の一様な剛性低下率を同定した．その結果，損傷のサイズと同定に用いる要素分割サイズが一致しているにも関わらず，P1 橋脚の損傷を同定することが出来なかった．以上により，部材全体の一様損傷を仮定することが，同定失敗の主要因でないことが確認できた．

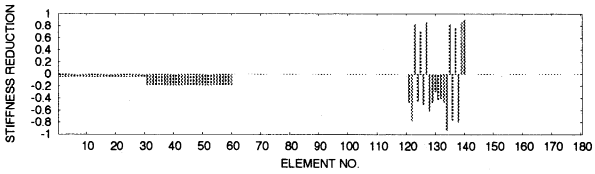
d) 損傷同定方程式の非適切性による誤差

図-8 に，損傷同定方程式の係数行列の各モードの特異値を 1 次の特異値で除した比を示す．横軸はモード番号，縦軸が特異値の比である．ケース 1(図-8(a)) を例にとって考察すると，80Hz，140Hz，1.2kHz で起振した場合は，約 10 次でほぼ 0 に収束している．20kHz で起振した場合は，20 次で 0 になっている．すなわち，ケース 1 では，26 個の計測データを用いているにも関わらず，実質有効なデータ数はタイプ A-C にとっては約 9 個，タイプ D にとっては 19 個となる．タイプ A-C の場合，約 9 個の方程式から 26 個の未知数を求めることになるので，方程式の解は無数に存在し，解が一意に定まらないことになる．図-3 において，タイプ D の同定精度がタイプ A-C に比べてよいのは，タイプ D はより多い 19 個の方程式を用いて 26 個の未知数を推定するためであり，方程式の数が多い分だけ精度が優れているのだと考えられる．桁や P2・P3 橋脚の平均的な剛性低下率を未知数として増やし，それを補うために計測データを追加したわけだが，有効なデータを追加できていなかったことがわかる．よって，未知数の少ないケース 4 で，かつ P1 橋脚だけの局所振動を励起できるタイプ D の起振振動数を用いた 1 ケースだけの同定が成功したものと考えられる．

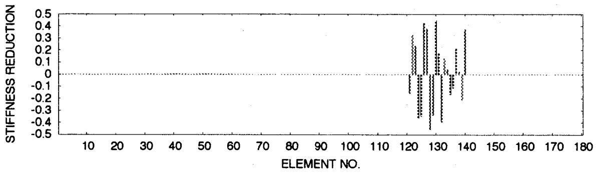
ケース 4 とタイプ D を組み合わせた同定の精度が完全でない理由は，計測ノイズを考慮していることと，図-8(d) からわかるように実質 18 個のデータを用いて



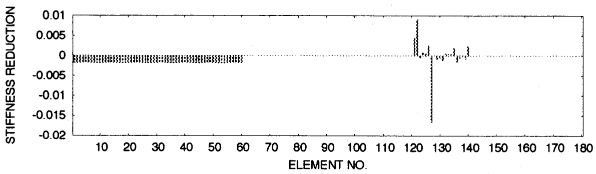
(a) タイプ A(80Hz)



(b) タイプ B(140Hz)

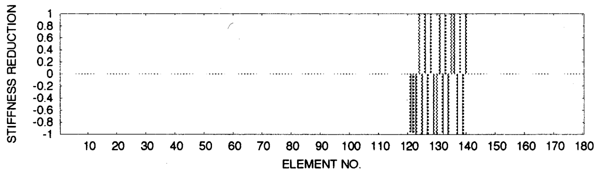


(c) タイプ C(1.2kHz)

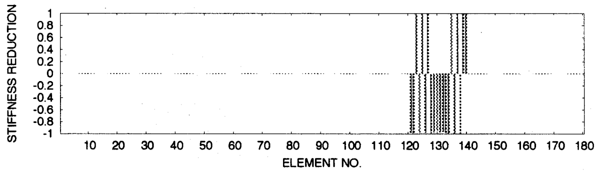


(d) タイプ D(20kHz)

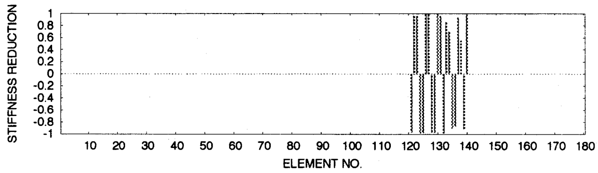
図–5 ケース 3 の同定結果 (起振振動数の比較)



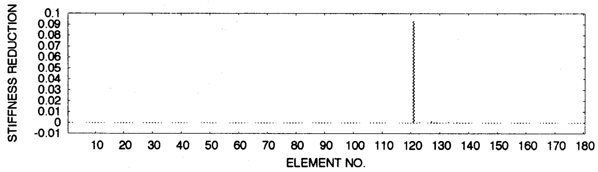
(a) タイプ A(80Hz)



(b) タイプ B(140Hz)



(c) タイプ C(1.2kHz)



(d) タイプ D(20kHz)

図–6 ケース 4 の同定結果 (起振振動数の比較)

表–4 少ない数のフーリエ振幅を用いた損傷同定の検討ケース

ケース	起振節点	起振振動数	計測節点
5	132	20kHz	P1 橋脚上の 4 節点 (127,132,137,31)

20 要素のデータを同定していることが原因であると考えられる．

以上の a)-d) の 4 つの要因に関する考察より，同定失敗の主な原因は d) である．今回の例題に関して a) と c) は大きな要因でないことがわかった．

3.3 少ない数のフーリエ振幅を用いた局所損傷同定

(1) 検討ケース

次に，少ない数のフーリエ振幅と荒い要素分割による同定を組み合わせることによって P1 橋脚の局所同定を行うことを考えた．計測ノイズは 3%とした．

検討ケースを表-4 に示す．ケース 4 の計測節点を 4 つに減らしたものである．前項による検討から，起振振動数を 20kHz とした．損傷の恐れがないと考えられる要素を損傷同定の未知数から除外することで，損傷要素を絞り込んでいく手法を採用した．

(2) 損傷同定結果

a)1 回目

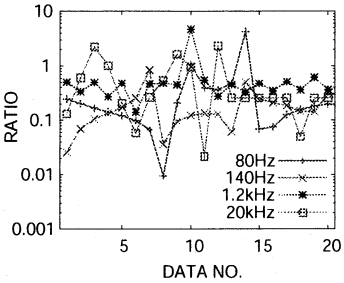
まず，計測データが 4 つであるので，P1 橋脚の 20 要素を 5 要素ずつ 4 等分し，4 つのグループに分け，グループ毎の平均的な剛性低下率を推定した．すなわち，グループ 1 が要素 121-125，グループ 2 が要素 126-130，グループ 3 が要素 131-135，グループ 4 が要素 136-140 である．同定結果を図-9(a) に示す．グループ 3 の剛性低下率は 3.28×10^{-3}，グループ 4 の剛性低下率は 6.66×10^{-4} と非常に小さいので，損傷の可能性がないと判定した．グループ 1 と 2 に属する要素 121-130 が損傷の候補に残った．

b)2 回目

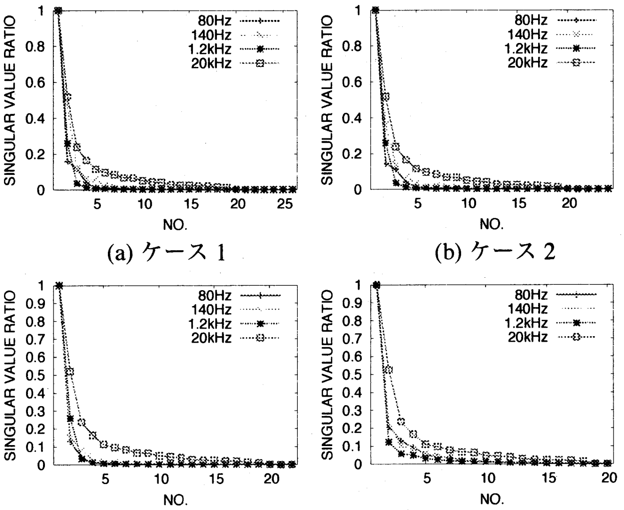
次に，グループ 1 と 2 の剛性低下率を比較すると，グループ 1 の剛性低下率の方が大きいので，グループ 1 を 3 分割し，新グループ 1 を要素 121，新グループ 2 を要素 122 と 123，新グループ 3 を要素 124 と 125，新グループ 4 を要素 126-130 とした．再度，グループ毎の平均的な剛性低下率を推定した．同定結果を図-9(b) に示す．その結果，新グループ 3 と 4 の剛性低下率は絶対値の小さな負の値となったので，損傷の可能性がないと判定した．新グループ 1 と 2 に属する要素 121-123 が損傷の候補に残った．無損傷要素の剛性低下率が負の値として同定された原因は，計測ノイズが原因であると考えられる．

c)3 回目

損傷の可能性のある要素が 3 つに絞りこめられたので，それぞれの要素の剛性低下率を算定した．同定結果を図-9(c) に示す．その結果，要素 122 と 123 の剛性低下率は負の値となったので，損傷の可能性がないと



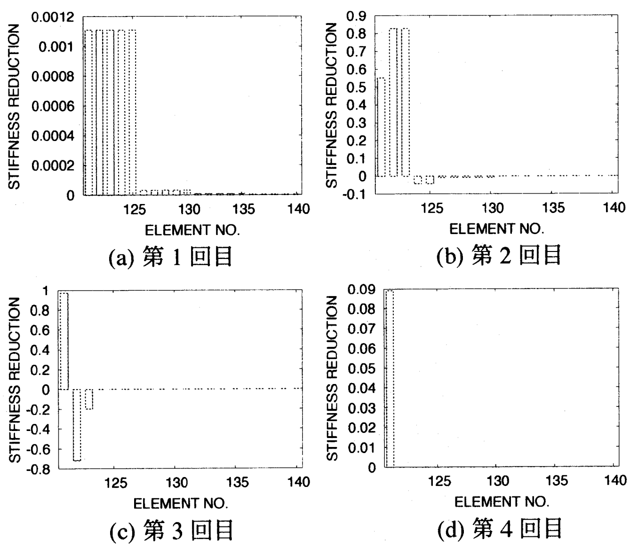
図–7 P1 橋脚の 20 節点でのフーリエ振幅の損傷による変化率



(a) ケース 1 (b) ケース 2

(c) ケース 3 (d) ケース 4

図–8 各ケースの特異値の比 (起振振動数の比較)



(a) 第 1 回目 (b) 第 2 回目

(c) 第 3 回目 (d) 第 4 回目

図–9 数少ないフーリエ振幅を用いた損傷同定結果 (ケース 5)

判定した．実際に損傷している要素 121 のみが損傷の候補に残った．要素 122 に絶対値の大きな負の剛性低下率が検出された理由は，隣接した 3 要素 121～123 の剛性低下率を未知数とする連立方程式の非適切性が高く，僅かな計測ノイズが推定結果の誤差を大きくしたためであると考えられる．

d)4 回目

要素 121 の剛性低下率のみを未知数として，4 つのデータを用いて再度損傷を同定した．同定結果を図-9(d)に示す．同定された要素 121 の剛性低下率は 0.09 であり，計測ノイズ等の影響により，正解の 0.1 と完全には一致しないが，よい精度で同定できた．

ここで，局所的な損傷を同じグループに属する要素内の分布した損傷として置き換えることについて考察する．要素 121 の剛性低下率 0.1 によって生じる損傷前後のフーリエ振幅の変化から，1 要素 121 の剛性低下率としては 0.09（図-9(d)），5 要素 121～125 の平均的な剛性低下率としては約 0.0015（図-9(a)）が同定される．すなわち，1 要素の損傷を 5 要素に分布した損傷と置き換えると，剛性低下率の同定結果は 1/5 でなく約 1/60 になる．したがって，グルーピングによる本手法によって，計測ノイズの影響が相対的に大きくなる非常に小さな局所的損傷を検出することは難しいと考えられる．

表–5 フーリエ振幅比を用いた損傷同定の検討ケース

ケース	起振 振動数	起振節点= 計測節点 1	計測節点 2
6	20kHz	132	P1 橋脚上の 19 節点 (123-131,133-141,31)

3.4 フーリエ振幅比を用いた局所損傷同定

(1) 検討ケース

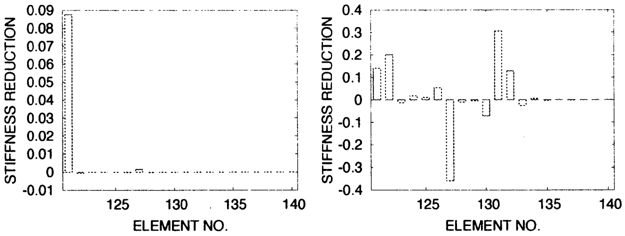
次に，フーリエ振幅比を用いた P1 橋脚の局所損傷同定を行った．検討ケースを表-5 に示す．起振振動数は 20kHz を用いた．計測節点の数はケース 4 と同じ 20 であるが，フーリエ振幅の比をとるため，同定に用いるデータ数は 1 つ少ない 19 個である．起振節点 132 におけるフーリエ振幅と，それ以外の 19 節点におけるフーリエ振幅の比を同定に用いることとした．計測ノイズがない場合と，3%の計測ノイズがある場合の 2 通りについて検討を行った．

(2) 損傷同定結果

同定結果を図-10 に示す．計測ノイズがない場合は，図-10(a) に示すとおり，非常によい精度で同定ができている．しかし，計測ノイズが 3%の場合は，図-10(b) のように精度が悪化している．損傷要素である要素 121 の剛性低下率は正の値をとってはいるが，隣の無損傷要素 122 の剛性低下率の方が値が大きく，同じく無損傷要素 127，131，132 に比較的大きな剛性変化が検出されている．フーリエ振幅を用いた局所同定では，ノイズが 3%であっても精度よい同定が可能であったが，フーリエ振幅比を用いた場合は，ノイズによって精度が悪化することがわかった．

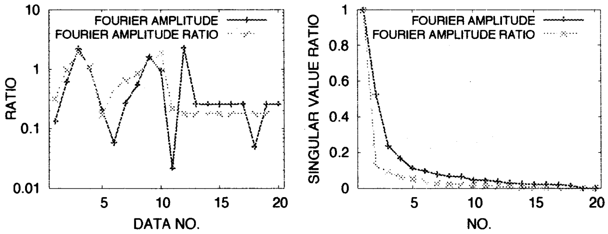
この理由について検討するため，図-11(a) に損傷前後におけるフーリエ振幅およびフーリエ振幅比の変化率を示す．図-11(b) には，フーリエ振幅およびフーリエ振幅比を用いた場合の係数行列の特異値を比較する．

図-11(a) より，損傷による応答の変化率は，フーリエ



(a) ノイズなし　　(b) ノイズ 3%

図–10 フーリエ振幅比を用いた場合の同定結果 (ケース 6)



(a) 応答の変化率　　(b) 特異値の比

図–11 フーリエ振幅とフーリエ振幅比を用いた同定の比較

表–6 少ない数のフーリエ振幅比を用いた同定の検討ケース

ケース	起振振動数	起振節点=計測節点 1	計測節点 2
7	20kHz	132	P1 橋脚上の 3 節点 (127,137,31)

振幅とフーリエ振幅比とで大きな差はなく，剛性低下に対する感度は同程度である．一方，図-11(b) より，特異値の比は，フーリエ振幅を用いる場合とフーリエ振幅比を用いる場合とで有意な差がある．フーリエ振幅比を用いた場合は，フーリエ振幅を用いた場合に比べ，少ない次数で特異値の比が 0 に近づいており，同定に用いることのできる実質的なデータ数が少ない．さらに，同じ次数に対する特異値の比が小さく，計測ノイズが同定結果に悪影響を及ぼし易いことも見て取れる．以上のことが，精度の劣る原因であると考えられる．

以上より，ノイズの影響が大きいほど，起振器による正確な入力とフーリエ振幅を用いた同定が必要であると考えられる．

3.5 少ない数のフーリエ振幅比を用いた局所損傷同定

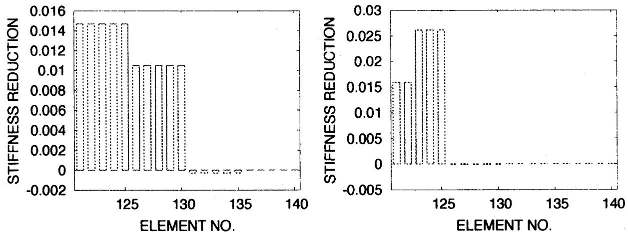
(1) 検討ケース

次に，少ない数のフーリエ振幅比と荒い要素分割による同定を組み合わせることによって P1 橋脚の局所同定を行うことを考えた．計測ノイズは 3%とした．検討ケースを表-6 に示す．起振振動数を 20kHz とした．計測節点の数はケース 5 と同じ 4 つであるが，フーリエ振幅の比をとるため，同定に用いるデータ数は 1 つ少ない 3 個である．

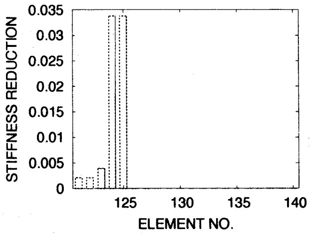
(2) 損傷同定結果

a)1 回目

フーリエ振幅比の数は 3 つであるが，ケース 5 と同様に P1 橋脚の 20 要素を 5 要素ずつ 4 等分し，4 つのグループに分け，グループ毎の平均的な剛性低下率を推定した．同定結果を図-12(a) に示す．グループ 3，4 の剛性低下率が負の値となったため，損傷の可能性がないと判定した．以上より，グループ 1 と 2 に属する要素 121-130 が損傷の候補に残った．



(a)1 回目　　(b)2 回目



(c)3 回目

図–12 数少ないフーリエ振幅比を用いた同定結果 (ケース 7)

b)2 回目

次に，グループ 1 と 2 の剛性低下率を比較すると，グループ 1 の剛性低下率が大きいため，グループ 1 を 2 つにわけ，新グループ 1 を要素 121 と 122，新グループ 2 を要素 123-125，新グループ 3 を要素 126-130 とし，3 グループの損傷同定を行った．同定結果を図-12(b) に示す．新グループ 3 の剛性低下率が負の値となったため，損傷の可能性はないと判断した．

c)3 回目

損傷の候補に残った要素 121-125 を，要素 121 と 122，123，124 と 125 の 3 グループに分けて，再度同定を行った結果を図-12(c) に示す．全ての要素の剛性低下率が正の値となったので，候補から外す要素がないと判断した．損傷要素 121 よりも，無損傷の要素 124 と 125 により大きな損傷が検出されたが，損傷要素 121 を損傷候補に残すことには成功した．

以上より，3 つのフーリエ振幅比を用いた場合は，3% の計測ノイズを含んでいても，P1 橋脚の 4 分の 1 のエリアまで損傷を絞り込めることがわかった．

3.6 減衰系の場合

次に，解析モデルを 1 次モードの減衰定数を 2 %とする質量比例型減衰系と仮定し，剛性低下率と減衰増加率に対する係数行列を算定した．

振幅が 1N で振動数が 20KHz の調和外力で P1 橋脚の中央節点 132 を起振し，P1 橋脚上の全ての節点で加速度を計測し，減衰系の損傷同定方程式を構築した．

計測節点 132 におけるフーリエ振幅の実数部および虚数部を例にとって，要素毎の剛性低下率と減衰増加率に対する損傷同定方程式の係数行列を図-13 と図-14 に示す．P1 橋脚上の節点 132 以外の節点においても，同様の傾向が得られた．

図-13(a)(b) の比較より，P1 橋脚のフーリエ振幅の実数部に影響を与えるのは，P1 橋脚の剛性低下率であり，減衰増加率の影響は小さいことがわかる．また，図-13 と図-14 の比較より，係数行列の小さい虚数部は計測ノイズの心配が予想されることから，フーリエ振幅の実数部を用いて，未知数は P1 橋脚の剛性低下率のみとすればよいと考えられる．また，減衰増加率の同定は難しいこともわかる．

図-13(a) と図-2(d) が非常に近い値であることから分かるように，損傷同定結果もケース 4 と同様の結果 (図-6(d)) が得られたので，ここでは図示を省略する．

しかし以上のことは，質量比例型減衰系を仮定した上での議論である．剛性比例型減衰やレーリー減衰には振動数に比例した減衰の項があるため，設定によっては，高振動数領域で減衰定数が 100%を上回る現象が生じてしまう．高振動数領域の減衰特性を適切に考慮するためのモデル化について，検討する必要があると考えられる．

3.7 複数の起振振動数を組み合わせることについて

(1) 検討ケース

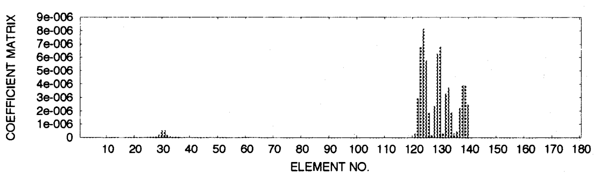
3.3 において，少ない数のフーリエ振幅しか利用できない場合でも，複数の要素を同じグループとみなし，グループ毎の平均的な剛性低下率を同定することで，損傷同定が可能であることを示した．ここでは，起振振動数によって，平均的な剛性低下率の同定結果がどのように異なるのかについて検討を行う．そして，複数の起振振動数を組み合わせて同定を行うことについて検討する．

ここでは簡単のために，起振節点を 132，計測節点を 132 の 1 点とし，P1 橋脚の見かけの平均的な剛性低下率を同定することとする．即ち未知数は 1 つである．起振振動数として，タイプ D に属する 18kHz と 20kHz を採用した．

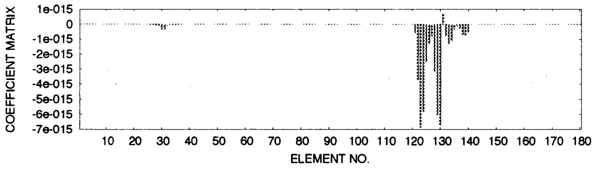
損傷モデルとしては，P1 橋脚の剛性が一様に低下する場合と，P1 橋脚基部の要素 121 の剛性のみが低下する場合の 2 通りを想定した．それぞれの損傷モデルに対し，0.1，0.3，0.5，0.7，0.9 の 5 通りの剛性低下率の検討を行った．ここでは，計測ノイズを 0%とした．

(2) 損傷同定結果

P1 橋脚の剛性が一様に低下すると仮定した場合の，P1 橋脚の平均的な剛性低下率の同定結果を図-15(a) に示す．仮定した剛性低下率 (横軸) と同定の結果得られた平均的な剛性低下率 (縦軸) は完全に一致しており，また起振振動数 1.8kHz と 20kHz による違いはない．

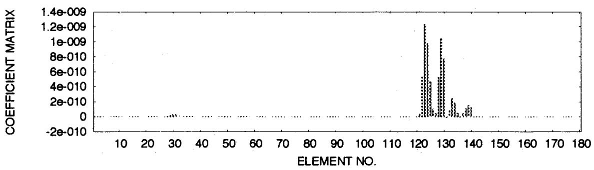


(a) 剛性低下率

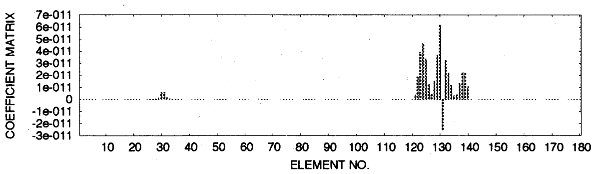


(b) 減衰増加率

図-13 各要素の剛性低下率/減衰増加率に対する係数行列 (P1 橋脚の節点 132 のフーリエ振幅の実数部を用いた場合)

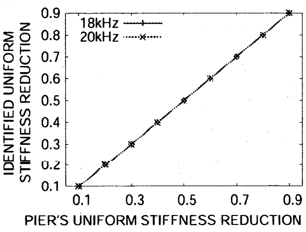


(a) 剛性低下率

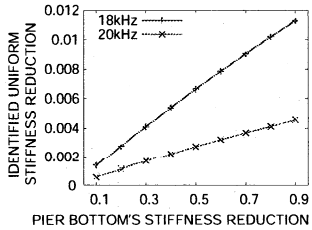


(b) 減衰増加率

図-14 各要素の剛性低下率/減衰増加率に対する係数行列 (P1 橋脚の節点 132 のフーリエ振幅の虚数部を用いた場合)



(a)P1 橋脚が一様に損傷



(b)P1 橋脚基部のみが損傷

図-15 異なる起振振動数を用いた場合の同定結果

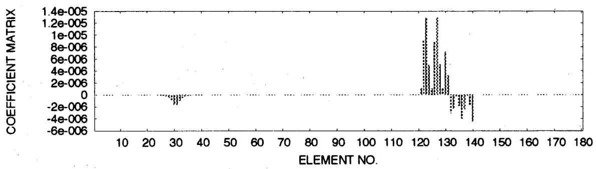


図-16 18kHz で起振した場合の各要素の剛性低下率に対する係数行列

P1 橋脚基部の剛性だけが低下すると仮定した場合の，P1 橋脚の平均的な剛性低下率の同定結果を図-15(b) に示す．同定の結果得られた平均的な剛性低下率は，起振振動数によって異なり，1.8kHz の方が大きな値となっている．この理由について検討するため，18kHz で起振した場合の各要素の剛性低下率に対する係数行列を

図-16 に示す．18kHz で起振した場合は，起振節点より下の要素 (121-130) の係数行列の符号は正だが，起振節点より上の要素 (131-140) の係数行列の符号は負である．一方，20kHz で起振した場合は，図-2(d) に示すとおり，いずれの要素に対する係数行列も同じ正の符号である．要素 121-140 の係数行列の平均値をとると，18kHz で起振した場合の方が小さくなる．以上の理由により，18kHz で起振した場合の方が，同定結果が大きくなったものと考えられる．

実際の損傷のサイズと同定に用いる要素分割のサイズが等しい場合は，複数の起振振動数による損傷同定方程式を連立してもよい．しかし，損傷のサイズより荒い要素分割で同定を行う場合は，起振振動数によって推定結果が異なるため，異なる起振振動数に対する損傷同定方程式を組み合わせても，精度向上には繋がらない．むしろ，起振振動数によって平均的な剛性低下率が異なることを積極的に利用して，連立方程式を組み合わせるのでなく，同定結果を組み合わせて解釈することにより，損傷エリアを推定することが良いと考えられる．

4. まとめ

本研究では，高振動数領域のフーリエ振幅およびフーリエ振幅比を用いた局所損傷同定手法を提案した．提案手法は，マイクロ起振器によって，微動よりは高く超音波よりは低い振動数で構造物を起振し，着目したいエリアの局所振動を励起させ，着目エリアの応答の変化から着目エリアに属する要素だけの局所同定を行うというものである．

4 径間連続桁橋モデルを対象とした数値シミュレーションによって，提案手法の有用性を検証した．16kHz 以上の高振動数で起振すれば，着目した橋脚の応答に，桁や他の橋脚の損傷が及ぼす影響が無視できる程度に小さくなることを確認した．

フーリエ振幅を利用した場合は，計測ノイズが 3% であっても同定が可能であること，4 つという少ないデータ数で 20 要素からなる橋脚の損傷を検出できることがわかった．一方，フーリエ振幅比を利用した場合は，計測ノイズがないときは高精度での同定が可能となったが，計測ノイズが 3% ときは損傷要素を検出できたものの，損傷していない要素の剛性変化が誤検出された．この理由は，損傷同定方程式が非適切であるためであることが，特異値分析によって推察された．以上により，計測ノイズがある場合に精度よい同定結果を得るには，制御可能なマイクロ起振器による正確な入力と，フーリエ振幅を用いた同定が望ましいことがわかった．

また，損傷のサイズと損傷を同定する要素分割のサイズが異なる場合は，起振振動数によって同定結果が異なることがわかった．よって，複数の起振振動数による連立方程式を組み合わせて損傷同定方程式を構築するのでなく，単一の起振振動数を用いた同定結果を組み合わせて損傷を判断する必要があることがわかった．

局所的な損傷を同じグループに属する要素内の平均的な損傷として置き換え，絞込みを行いながら同定を行う手法について検討を行ったが，現状では主観的なグルーピングと絞込みを行っている．これを一般化するための最適なグルーピング，絞込みを行う際の閾値の設定などについて，今後検討を行う必要があると考える．

参考文献

1) Hassiotis S, Jeong GD.: Identification of stiffness reduction using natural frequencies. Journal of Engineering Mechanics, ASCE 121: 1106-1113. 1995.
2) Hearn G, Testa GR.: Modal analysis for damage detection in structures. Journal of Structural Engineering, ASCE 117: 3042-3063. 1991.
3) Furukawa A., Kiyono J.: Structural damage identification based on harmonic excitation force. Structural Heath Monitoring and Intelligent Infrastructure, Vol. 1, pp.535-542, A.A. BALKEMA PUBLISHERS, November, 2003.
4) 古川愛子，大塚久哲，清野純史: ブートストラップ仮説検定を用いた統計的損傷同定手法について. 応用力学論文集, Vol.7, pp.1187-1194, 2004 年
5) Fuzheng Qu, Dali Zou and Xin Wang：Substructural Damage Detection Using Neural Networks and ICA. Advances in Neural Networks, Volume 3173, pp.750-754, 2004 年
6) Ohtsu M., Shigeishi M., Sakata Y.: Nondestructive evaluation of defects in concrete by quantitative acoustic emission and ultrasonics. Ultrasonics, 36:187-195. 1998.

(2008 年 4 月 14 日 受付)