

拡張有限要素法 (X-FEM) による疲労き裂進展シミュレーション

A Simulation Analysis of Fatigue Crack Growth by X-FEM

金久隆弘*, 柴沼一樹*, 宇都宮智昭**

Takahiro KANEHISA, Kazuki SHIBANUMA, Tomoaki UTSUNOMIYA

*学生員, 京都大学大学院, 工学研究科社会基盤工学専攻 (〒615-8540 京都市西京区京都大学桂)

**正会員, 工博, 京都大学准教授, 工学研究科社会基盤工学専攻 (〒615-8540 京都市西京区京都大学桂)

This paper presents a simulation analysis of fatigue crack growth by X-FEM (eXtended Finite Element Method). It is necessary to estimate fatigue crack growth accurately for prevention of fatigue fractures. In this simulation, the effective stress intensity factor range is applied to the propagation law of JSSC. To investigate applicability of the simulation, fatigue crack propagation analysis for linear crack was compared with experimental results of the past fatigue tests under constant amplitude loading at various stress ratios and biaxial forces.

Key Words: fatigue crack; extended finite element method; fracture mechanics; X-FEM

1. はじめに

破壊力学はき裂状の欠陥を含む構造物あるいは機械を安全に使用するための有用な理論体系であり, 構造物や機械の設計・使用に際して強度安全性を評価する方法として重要な役割を担っている. 特に, 破壊力学におけるき裂進展の評価は工学的観点から重要であり, 構造物の余寿命を正確に評価することにより日常において起こり得る事故を未然に防ぐことが可能となる.

また一方で, 計算機技術の進歩により, 以前は実験による評価のみであった物理現象の解明に計算機を用いた数値シミュレーションを利用することが可能となった. この分野は計算力学と呼ばれ, これまで実験や理論によって解けなかった複雑な問題についても解を得ることが可能で, かつコストの面でも一般に実験よりも優れていることが多い.

このような背景により, 現在破壊力学分野において一般的に用いられている数値解析手法として, 任意形状領域の解析を比較的容易に行うことができる有限要素法 (FEM) がある. しかし, 本来 FEM は連続体を対象とする離散化手法であるため, 破壊力学におけるき裂表面のような不連続領域を扱うためには複雑な処理を伴う. さらにき裂の進展過程を考慮する場合は, き裂の進展による特異場の変化により必要となる要素のリメッシュ処理と FEM 解析とを交互に行う必要があり, 非常に効率の悪い計算処理となってしまう. この従来の FEM によるき裂進展解析の問題点を解決するため, 近年 Belytschko ら¹⁾や Moes ら²⁾によって提案されたのが拡張有限要素法 (eXtended Finite Element Method: X-FEM) である.

X-FEM の特徴は, 従来の FEM と異なり, き裂を要素と

独立に定義することが可能であり, 二次元問題の場合き裂を「線」でモデル化できる. これにより, き裂先端近傍における従来の FEM のような要素分割の細分化や複雑化及び, き裂の進展過程におけるリメッシュ処理を回避できることから, 各種のき裂解析の効率化が期待されている.

著者らは, これまでに曲線き裂を含む X-FEM の一般的な二次元き裂の解析を行うために, (1)要素内き裂形状と積分領域の簡易モデル化, (2)き裂先端の特異領域のモデル化, (3)直線き裂を仮定した X-FEM の写像変換による曲線き裂のモデル化について提案を行い, 解析結果の検証によりこれらのモデル化の有効性を示した. さらに, これらの解析モデルを用いて, 準静的な荷重条件下でき裂進展解析を実施した³⁾.

これらの準静的なき裂の問題に加えて, 近年では鋼床板や鋼製橋脚において, 長期間に渡る過積載車等の通行の蓄積に伴い, 疲労き裂の発生, 成長が問題となっている. 疲労は, 比較的低い応力下でもそれが繰返し負荷されることで微細なき裂が発生し, その後徐々に進行し, 最後にはき裂の進展に伴って有効断面積が減少していき, その負荷に耐えられなくなって破壊に至る現象である. 疲労は巨視的には変形がみえにくいいため, 扱いが難しい. したがって, 疲労き裂の進展を適切に解析することは, 疲労き裂への対処方法の改善につながると期待される.

そこで, 本研究では, き裂が要素と独立に定義できるため, き裂の疲労の進展過程におけるリメッシュ処理が回避できる X-FEM を用いて, まずき裂を含む二次元弾性問題の変位場の解析結果より線形破壊力学パラメータ K を評価し, 次にこの K 値を用いた疲労き裂進展シミュレーションを行い, 最後に既往の疲労試験との比較により, 進展解析の精度検証を行うことを目的とする.

2. X-FEM による解析手法³⁾

2.1 内挿関数と節点自由度

X-FEM は、き裂などによる変位の不連続面や特異場を、要素節点に新たな自由度とそれに対応した内挿関数を付加することにより表現する手法である。具体的な近似式を述べる前に二次元平面問題におけるき裂先端近傍の変位場を確認しておく。二次元平面ひずみ問題ではモード III の変形様式は考慮しないため、き裂先端近傍における変位場の近似解は次式で与えられる。

$$u(x, y) = \frac{K_I}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - 2\nu + \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) + \frac{K_{II}}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \left(2 - 2\nu + \cos^2 \frac{\theta}{2} \right) \quad (1)$$

$$v(x, y) = \frac{K_I}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \left(2 - 2\nu - \cos^2 \frac{\theta}{2} \right) + \frac{K_{II}}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos \frac{\theta}{2} \left(-1 + 2\nu - \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \quad (2)$$

ここで、 x, y 座標はき裂先端を原点とし、 x 軸をき裂先端方向とし、 u, v はそれぞれ x, y 方向の変位である。 r および θ は同様にき裂先端を原点にもち、き裂先端方向 (x 軸方向) を $\theta=0$ とした局所的に設けられた極座標系の原点からの距離と角度である。また K_I および K_{II} はそれぞれ破壊モード I および II に対応する応力拡大係数、 ν はポアソン比、 $G = E/2(1+\nu)$ はせん断弾性係数、 E はヤング率である。また、 r がゼロの極限ではこれらは厳密解となっている。

これより、き裂の先端あるいは不連続面をふくむ要素内の変位を次のような近似式で表す。

$$\mathbf{u}^e(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^m \phi_i(\mathbf{x}) \mathbf{u}_i + \sum_{i \in C} \phi_i(\mathbf{x}) \sum_{k=1}^4 \gamma_k(\mathbf{x}) \mathbf{c}_i^k + \sum_{i \in J} \phi_i(\mathbf{x}) H(\mathbf{x}) \mathbf{b}_i \quad (3)$$

ここで $\phi_i(\mathbf{x})$ は通常の要素の定式化で用いられる内挿関数、 m は要素を構成する節点数である。さらに C はき裂先端近傍の変位の特異性を考慮する節点の集合、 J は C 以外でき裂の不連続面を考慮する節点の集合、 $\mathbf{u}_i$, $\mathbf{c}_i^k$, $\mathbf{b}_i$ はそれぞれ節点に割り付けられる節点自由度である³⁾。

$\gamma_k(\mathbf{x})$ ($k=1, \dots, 4$) はき裂先端近傍における特異場を表す基底関数 (Crack Function) で、近似式がき裂先端近傍の要素内で式(1)および式(2)を最もよく表現するために、次の形で与えられる。

$$\gamma_1 = \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2}, \gamma_2 = \sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2} \\ \gamma_3 = \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2} \sin \theta, \gamma_4 = \sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2} \sin \theta \quad (4)$$

ここで、 $\gamma_k(\mathbf{x})$ および $\gamma_l(\mathbf{x})$ における関数 $\sin(\theta/2)$ は $\theta=\pm\pi$ において不連続となっており、き裂の不連続面を考慮した関数

であるといえる。

$H(\mathbf{x})$ はき裂近傍の変位の不連続性を表す基底関数 (Jump Function) として、次の形で与えられる。

$$H(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & (\mathbf{x} \in \Omega_+) \\ -1 & (\mathbf{x} \in \Omega_-) \end{cases} \quad (5)$$

ここで Ω_+ , Ω_- はそれぞれ不連続面上側, 下側領域を表す。

また、X-FEM では上記したことにより節点ごとに自由度数が異なることとなる。

2.2 応力拡大係数の評価

本研究では Yau らによって提案された M 積分法⁴⁾ を用いて混合モードにおける応力拡大係数 K_I , K_{II} を算出する。き裂先端近くにおける J 積分は次式で示される。また線形弾性体において J 積分はエネルギー解放率 $\tilde{G}$ に等しい。

$$J = \tilde{G} = \int_{\Gamma} \left[W n_x - t_x \frac{\partial u_x}{\partial x} - t_y \frac{\partial u_y}{\partial x} \right] d\Gamma \quad (6)$$

ここで Γ はき裂先端を内部に含んだ積分経路、 W はひずみエネルギー密度、 n_x 及び n_y はそれぞれ Γ 上の単位法線ベクトルの x, y 成分、 t_x はけん引力ベクトル、 u_i は変位ベクトルのそれぞれ x, y 成分である。

M 積分法は実問題と、き裂先端周辺の積分経路内部において応力拡大係数の理論解と変位場及び応力場が既知である参照問題とを重ね合わせることで、混合モードにおける変位、応力を各モードに分離するというものである。以下、参照問題の各パラメータ及び変数には添え字 aux を付加したもので表す。

重ね合わせた問題全体での J 積分を J^{total} と定義し、以下の式で与える。

$$J^{total} = \frac{1-\nu^2}{E} \left\{ (K_I + K_I^{aux})^2 + (K_{II} + K_{II}^{aux})^2 \right\} \\ = J + J^{aux} + \frac{2(1-\nu^2)}{E} (K_I K_I^{aux} + K_{II} K_{II}^{aux}) \quad (7)$$

ここで M 積分を次のように定義する。

$$M \equiv \frac{2(1-\nu^2)}{E} (K_I K_I^{aux} + K_{II} K_{II}^{aux}) \\ = J^{total} - J - J^{aux} \quad (8)$$

よって M 積分は以下のように表すことができる。

$$M = \int_{\Gamma} \left\{ \sigma_{ij} \varepsilon_{ij}^{max} n_x - \left(t_x \frac{\partial u_x^{max}}{\partial x} + t_y \frac{\partial u_y^{max}}{\partial x} + t_x^{max} \frac{\partial u_x}{\partial x} + t_y^{max} \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) \right\} d\Gamma \quad (9)$$

ここで、実問題における応力拡大係数 K_I 及び K_{II} は、2 個の参照問題、すなわち応力拡大係数を $K_I^{max} = 1$, $K_{II}^{max} = 0$ とした場合及び、 $K_I^{max} = 0$, $K_{II}^{max} = 1$ とした場合のそれぞれについて M 積分を計算することにより評価することができる³⁾。

3. 疲労き裂進展解析

3.1 進展方向

疲労き裂進展シミュレーションではその進展方向の判断基準、つまり曲折破壊基準を想定する必要がある。曲折破壊基準としては多くの説が提案されているが、本研究では比較的よく用いられる^{5),7)}最大周方向応力説⁸⁾に従うものとする。

最大周方向応力説は、Erdogan と Sih によって、モード I, II の混合モード下での脆性破壊に対して提案されたものである。この基準では、混合モード下のき裂は周方向応力が最大の方向に進展し、進展時の最大周方向応力は一定であり、面内の主応力に一致する。

モード I, II の混合モード下でのき裂先端近傍の周方向応力 σ_θ 及びせん断応力 $\tau_{r\theta}$ は次式で表される。

$$\begin{aligned} \sigma_\theta &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos^3 \frac{\theta}{2} - 3 \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos^2 \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \\ \tau_{r\theta} &= \frac{1}{2} \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \theta + \frac{1}{2} \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} (3 \cos \theta - 1) \end{aligned} \quad (10)$$

ここで周方向応力が最大となる条件は

$$\frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} = 0 \quad \text{または} \quad \tau_{r\theta} = 0 \quad (11)$$

であるから、次式が導かれる。

$$K_I \sin \theta_c + K_{II} (3 \cos \theta_c - 1) = 0 \quad (12)$$

さらにこの式をき裂の進展方向 θ_c について解くことで次式を得る。

$$\theta_c = 2 \arctan \frac{1}{4} \left(\frac{K_I}{K_{II}} \pm \sqrt{\frac{K_I}{K_{II}} + 8} \right) \quad (13)$$

そして、疲労き裂進展に適用するために、脆性破壊の理論におけるパラメータ K_{II}/K_I を応力拡大係数範囲 $\Delta K_{II}/\Delta K_I$ に置き換える。

$$\theta_c = 2 \arctan \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta K_I}{\Delta K_{II}} \pm \sqrt{\frac{\Delta K_I}{\Delta K_{II}} + 8} \right) \quad (14)$$

ここで $\Delta K_{II}/\Delta K_I$ よりも有効応力拡大係数範囲 $\Delta K_{II,eff}/\Delta K_{I,eff}$ を用いて計算した方がより実測値に近くなることが報告されている⁹⁾ので、本研究では最大周方向応力説に $\Delta K_{II,eff}/\Delta K_{I,eff}$ を用いた次式により進展方向を想定する。

$$\theta_c = 2 \arctan \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta K_{I,eff}}{\Delta K_{II,eff}} \pm \sqrt{\frac{\Delta K_{I,eff}}{\Delta K_{II,eff}} + 8} \right) \quad (15)$$

3.2 伝播速度

き裂先端の特異場から得られる破壊力学パラメータから、疲労き裂進展シミュレーションにおける伝播速度を決定するため、日本鋼構造協会の疲労設計指針（鋼構造物の疲労設計指針・同解説）¹⁰⁾に基づき、溶接構造用鋼の大気中疲労き裂伝播における伝播則として次式（平均設計曲線）を採用する。

$$da/dN = 1.5 \times 10^{-11} (\Delta K^{2.75} - \Delta K_{th}^{2.75}), \quad \Delta K_{th} = 2.9 \quad (16)$$

$$(da/dN : m/cycle, \Delta K, \Delta K_{th} : MPa\sqrt{m})$$

次に、疲労設計指針に基づき、き裂伝播設計線を任意の応力比 R に換算し^{11),12)}、有効応力拡大係数 ΔK_{eff} を用いて伝播速度を決定する。設計曲線から任意の R に対する伝播速度 $da/dN(R)$ 、き裂開口比 $U (= \Delta K_{eff}/\Delta K)$ 、及び下限界 $\Delta K_{th}(R)$ の推定式は次のようになる。

$$da/dN(R) = C \cdot \{ (U \cdot \Delta K)^n - \Delta K_{th}^n \} \quad (17)$$

$$U = \min \{ 1.0 / (R_0 - R) - K_0 / \Delta K, 1.0 \} \quad (18)$$

$$\Delta K_{th}(R) = \max \{ (\Delta K_{th} + K_0) \cdot (R_0 - R), \Delta K_{th} \} \quad (19)$$

ただし、 $R < -1.0$ についての研究は十分に行われていないため式(17)~(19)の適用性は不明である。したがって、 $R < -1.0$ なる応力比に対しては安全側となる $R = -1.0$ として扱う。

3.3 疲労き裂進展シミュレーションの概要

各ステップにおいて、一定振幅荷重を境界条件として付与し、X-FEMによりき裂先端での応力場の解析を行い、応力拡大係数 K_I , K_{II} を評価し¹⁴⁾、各モードに対応した応力拡大係数範囲 ΔK_I , ΔK_{II} を算定する。

$$\begin{cases} \Delta K_I = K_{I,max} - K_{I,min} \\ \Delta K_{II} = K_{II,max} - K_{II,min} \end{cases} \quad (20)$$

ここで $K_{I,max}$, $K_{I,min}$, $K_{II,max}$, $K_{II,min}$ は各モードにおける応力拡大係数の最大値、最小値である。

次に、モード I における応力拡大係数の最大値 $K_{I,max}$ 、最小値 $K_{I,min}$ から応力比 R を求める。

$$R = R_K = K_{I,min} / K_{I,max} \quad (21)$$

続いて、応力比 R 及び応力拡大係数範囲 ΔK から式(18)を用いてき裂開口比 U を求める。このとき、式中の定数に関しては、疲労設計指針における推奨値 $R_0 = 0.9$ 及び、 $K_0 = 4.0 \text{ MPa}\sqrt{m}$ を採用する。

$$U = \min \{ 1.0 / (0.9 - R) - 4.0 / \Delta K, 1.0 \} \quad (22)$$

そして、き裂開口比 U から各モードに対応した有効応力拡大係数範囲 ΔK_{eff} を決定する。

$$\Delta K_{eff} = U \cdot \Delta K \quad (23)$$

求められた有効応力拡大係数範囲 $\Delta K_{I,eff}$, $\Delta K_{II,eff}$ から疲労き裂の進展方向 θ_c を定める。

$$\theta_c = 2 \arctan \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta K_{I,eff}}{\Delta K_{II,eff}} \pm \sqrt{\frac{\Delta K_{I,eff}}{\Delta K_{II,eff}} + 8} \right) \quad (24)$$

次に、各モードにおける $\Delta K_{I,eff}$, $\Delta K_{II,eff}$ から次式⁹⁾を用いて、混合モード時の有効応力拡大係数範囲 ΔK_{eff} を決定する。

$$\Delta K_{eff} = \left[\Delta K_{I,eff}^4 + 8 \Delta K_{II,eff}^4 \right]^{0.25} \quad (25)$$

ここで、モード I のみの場合は、 $\Delta K_{eff} = \Delta K_{I,eff}$ となる。

そして、有効応力拡大係数範囲 ΔK_{eff} を用いて伝播速度 da/dN を決定する。

$$da/dN = 1.5 \times 10^{-11} \left(\Delta K_{eff}^{2.75} - 2.9^{2.75} \right) \quad (26)$$

そして、定まった進展方向 θ_c と伝播速度 da/dN によりき裂を一定サイクル進展させ、次のステップに移る。また、本研究の疲労き裂進展シミュレーションでは、予め疲労き裂が存在していることを前提とし、そこからの疲労き裂の成長を解析対象としている。

4. 進展解析の精度検証

本章では板厚貫通切欠材を用いて実際に行われた2種類の疲労試験におけるき裂の伝播挙動を疲労き裂進展シミュレーションによる解析結果と比較し、解析手法を検証することを目的とする。また、解析対象は平面応力状態を仮定する。

4.1 疲労き裂伝播試験 A

本試験は、図-1 に示す板厚 4mm の中央貫通切欠付試験片を用いて、応力比 0.05, 0.3 及び 0.5 の条件下における一定振幅荷重下でなされている¹³⁾。初期き裂は、き裂長 2.5mm の鋸切欠として与えられている。また、試験片の残留応力を除去するために、熱処理が行われている。

(1) 解析モデル

この疲労き裂伝播試験と条件を合わせることを目的とし、圧延方向の中心線に対して線対称であるので、半分の領域で計算が行えるように境界条件を置き換え、図-2 のようにモデル化を行う。本試験は純粋モード I 破壊の場合についての検証であり、き裂進展方向が既知であるため、要素分割はき裂進展経路周辺領域において四辺形要素における辺長 0.5mm を基本とし、要素数 3950、節点数 4080 としている。また、解析では、各ステップにおいて 2000 サイクル進展させ、進展回数は約 100 ステップ、計算時間約 10 分の条件の下で解析を行う。また、材料定数をヤング率: $E = 200 [\text{GPa}]$ 、ポアソン比: $\nu = 0.3$ とし、表-1 のような荷重条件の下で解析を行う。ここで、 P_{max} 及び P_{min} は一定振幅荷重における最大荷重及び最小荷重である。

(2) 解析結果

応力比 0.05, 0.3 及び 0.5 の条件下で行われた疲労試験で計測された値と疲労き裂進展シミュレーションによる解析値を比較した結果を図-3, 図-4 及び図-5 に示す。ここで、計測値及び解析値は、一定振幅荷重の繰返し数と鋸切欠先端からの疲労き裂長の関係を表している。また、本研究での疲労き裂進展シミュレーションでは、予め疲労き裂が存在していることを前提とし、そこからの進展を解析対象としているため、疲労試験で鋸切欠先端から疲労き裂が若干形成された時点（本研究では 2mm とする）からの疲労き裂成長を進展シミュレーションと比較

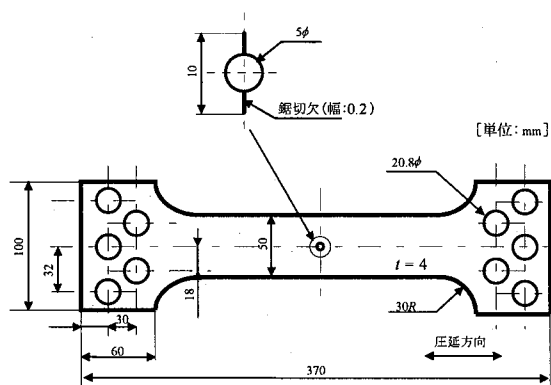


図-1 疲労き裂伝播試験 A で用いられた試験片

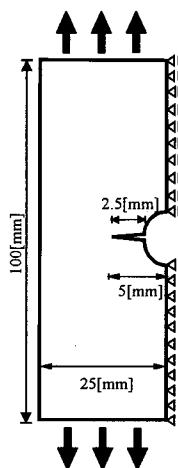


図-2 疲労試験 A における解析モデル

表-1 試験 A における荷重条件

R	P_{max} (kN)	P_{min} (kN)
0.05	23	1.15
0.3	31	9.3
0.5	36	18

する。また、計測値と解析値を比較するにあたり、鋸切欠先端から 2mm 疲労き裂が形成された時点の繰返し数を $N=0$ とする。応力比が 0.05 の場合については、計測値と解析値の間に差があるものの、応力比が 0.3 及び 0.5 の場合に関しては比較的良い精度が得られている。応力比が 0.3 及び 0.5 の場合に比べ 0.05 で差が大きくなった点に関しては、応力比の小さい場合におけるき裂開閉挙動をき裂開口比及び有効応力拡大係数範囲に厳密に反映できなかったと考えられる。すなわち、応力比からき裂開口比を求める段階で、式(18)における係数として疲労設計指針の推奨する安全側の値を採用したため、伝播速度を安全側に過大評価してしまっている可能性が考えられる。

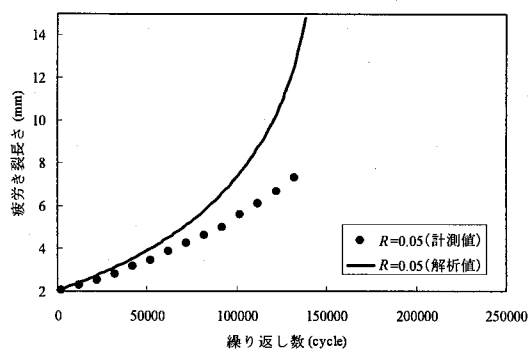


図-3 疲労き裂進展曲線の解析値と計測値
 $R = 0.05$

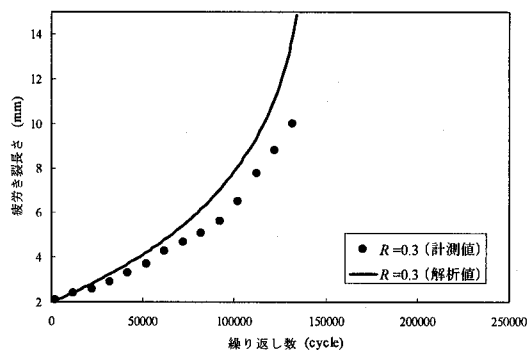


図-4 疲労き裂進展曲線の解析値と計測値
 $R = 0.3$

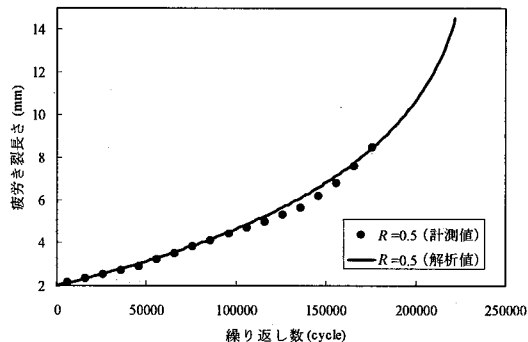


図-5 疲労き裂進展曲線の解析値と計測値
 $R = 0.5$

4.2 疲労き裂伝播試験 B

本試験は、図-6 に示す板厚 4.5mm の十字形試験片を用いて、x 軸方向及び y 軸方向にそれぞれ条件の異なる荷重を負荷させて二軸荷重条件下で疲労試験が行われている¹⁴⁾。本研究では、各種条件下で行われた試験の中で、y 軸方向のみに応力比が 0.1 及び 0.3、x 軸方向及び y 軸方向にそれぞれ同位相で応力比が 0.1 及び 0.3 の条件下で一定振幅荷重が負荷された単軸及び二軸荷重条件のものを比較対象とする。初期き裂は、試験片中央にあけた直径 2mm のドリル穴より鋼板の圧延方向と直角に、糸鋸で幅 0.4mm

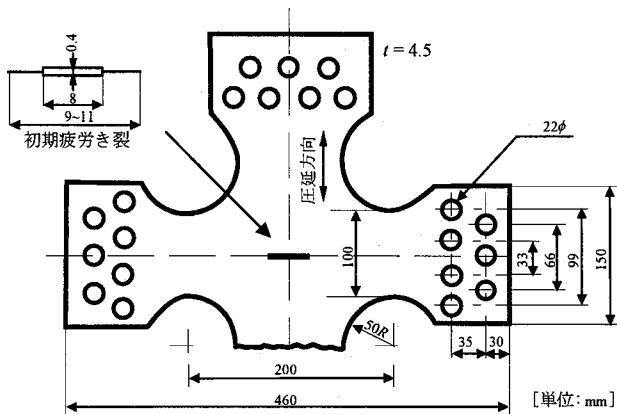


図-6 疲労き裂伝播試験Bで用いられた試験片

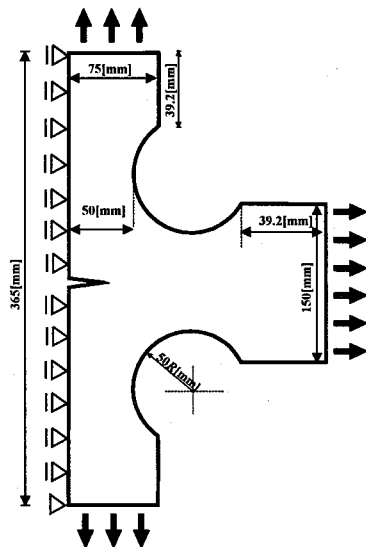


図-7 疲労試験Bにおける解析モデル

表-2 試験Bにおける荷重条件

R	y軸方向		x軸方向	
	$P_{max}(kN)$	$P_{min}(kN)$	$P_{max}(kN)$	$P_{min}(kN)$
0.1	53.4	5.34	-	-
0.3	78.4	7.84	-	-
0.1	53.4	5.34	53.4	5.34
0.3	78.4	7.84	78.4	7.84

のスリットを加工し、その先端をやすり加工により曲率半径 0.1mm に仕上げたのち、さらにスリットに直角方向の単軸引張繰返し荷重により初期疲労き裂を、スリットとの合計長が約 10mm になるように入れられている。

(1) 解析モデル

この疲労き裂伝播試験と条件を合わせることを目的とし、y軸方向の中心線に対して線対称であるので、半分の領域で計算が行えるように境界条件を置き換え、試験片チャック部に一様に負荷される荷重が、解析モデルで境界とした部分にも同様に負荷されるとして図-7 のようにモデ

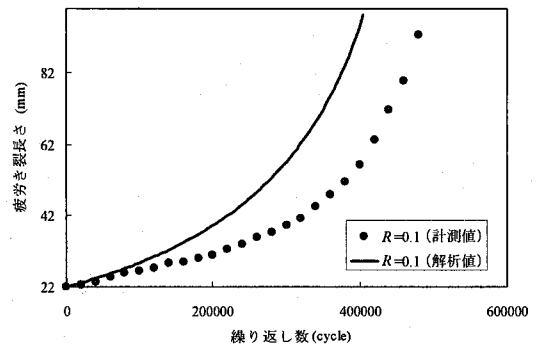


図-8 疲労き裂進展曲線の解析値と計測値
R=0.1 (単軸荷重条件 (σ_1 のみ))

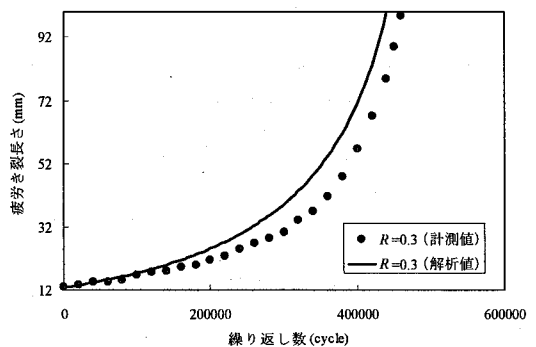


図-9 疲労き裂進展曲線の解析値と計測値
R=0.3 (単軸荷重条件 (σ_1 のみ))

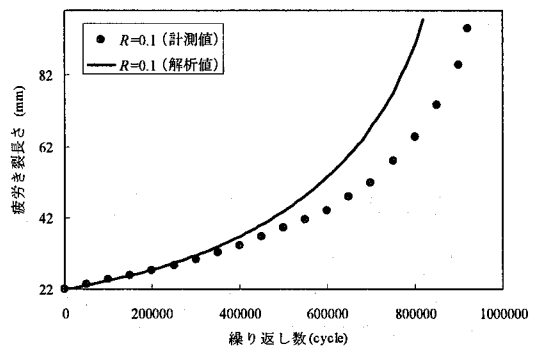


図-10 疲労き裂進展曲線の解析値と計測値
R=0.1 (二軸荷重条件 ($\sigma_2/\sigma_1=1$))

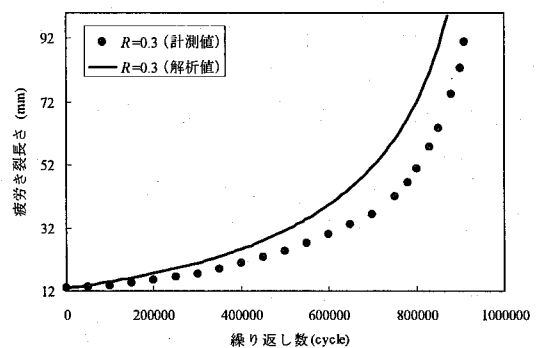


図-11 疲労き裂進展曲線の解析値と計測値
R=0.3 (二軸荷重条件 ($\sigma_2/\sigma_1=1$))

ル化を行う。要素分割はき裂進展経路周辺領域において辺長 1.2mm を基本とし、要素数 9915、節点数 10160 としている。また、解析では、各ステップにおいて 5000 サイクル進展させ、進展回数約 200 ステップ、全体の計算時間約 30 分の条件の下で解析を行う。また、材料定数をヤング率： $E=200[\text{GPa}]$ 、ポアソン比： $\nu=0.28$ とし、表-2 のような荷重条件の下で解析を行う。ここで、 P_{max} 、 P_{min} は一定振幅荷重における最大荷重及び最小荷重である。

(2) 解析結果

単軸荷重及び二軸荷重における応力比 0.1 及び 0.3 の条件下で行われた疲労試験で計測された値と疲労き裂進展シミュレーションによる解析値を比較した結果を図-8、図-9 (単軸荷重条件 (σ_1 のみ))、図-10、図-11 (二軸荷重条件 ($\sigma_2/\sigma_1=1$)) に示す。ここで、計測値及び解析値は、一定振幅荷重の繰返し数と初期き裂を含めたき裂全長の関係を表している。また、疲労試験の計測値において繰返し数が $N=0$ とされているき裂長を、進展シミュレーションの初期き裂長として解析を行っている。

計測値と解析値を比較すると、単軸荷重条件下では、応力比が 0.3 の場合において比較的良い精度が得られているのに対し、応力比が 0.1 の場合には両者の間に差がある。原因としては、疲労き裂伝播試験 A の $R=0.05$ の場合と同様に、疲労き裂開閉口挙動を厳密に有効応力拡大係数範囲に反映できていないために、伝播速度を安全側に評価してしまっていると考えられる。また、二軸荷重条件下では、き裂に平行な方向の荷重によるき裂成長速度の減少がある程度再現できているものの、計測値と解析値の間には差異が生じてしまっている。しかしながら、いずれも解析値が安全側にずれていることを考慮すると、原因は単軸荷重条件の場合と同様、疲労き裂開閉口挙動によるものではないかと考えられる。

4.3 き裂開口比評価式の検証

応力比が小さい場合における疲労き裂開閉口挙動を進展シミュレーションに反映させるためには、有効応力拡大係数を求めるにあたり、き裂開口比 U を正確に評価する必要がある。本研究では疲労設計指針における推奨値 $R_0=0.9$ 及び、 $K_0=4.0\text{MPa}\sqrt{m}$ を用いて、式(18)によりき裂開口比 U を求めたが、各疲労試験での応力比の小さい場合 (試験 A： $R=0.05$ 、試験 B： $R=0.1$) において、計測値と解析値の間に差が生じてしまっているため、求めたき裂開口比が正確ではないと考えられる。そこで、各疲労試験における計測値をもとに、種々の R_0 、 K_0 を用いてシミュレーションを行い、各試験条件に応じた定数 R_0 、 K_0 を選び、き裂開口比 U をより正確に評価し、進展シミュレーションを行う。図-12、図-13 及び図-14 には、様々な値を考慮した上で、各試験結果において適当だと思われる R_0 、 K_0 を用いて進展シミュレーションを行い、 $R_0=0.9$ 、 $K_0=4.0$ の場合と比較したものを示す。適当な定数を選ぶことにより、疲労試験の計測値を精度良く再現することができた。

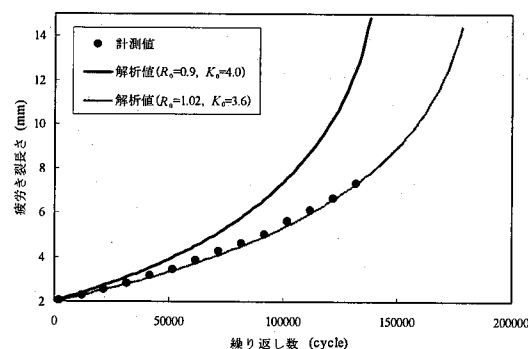


図-12 計測値と解析値 ($R_0=1.02$, $K_0=3.6$)
疲労試験 A： $R=0.05$

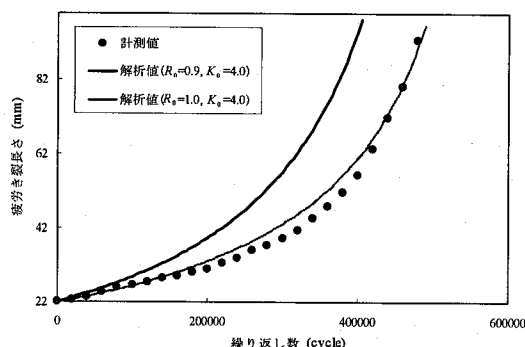


図-13 計測値と解析値 ($R_0=1.0$, $K_0=4.0$)
疲労試験 B： $R=0.1$ (単軸荷重条件)

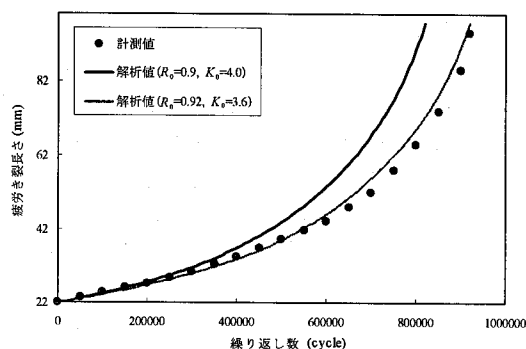


図-14 計測値と解析値 ($R_0=0.92$, $K_0=3.6$)
疲労試験 B： $R=0.1$ (二軸荷重条件)

5. 結論及び今後の課題

5.1 結論

本研究では、き裂を含む二次元弾性問題において、X-FEM を用いて評価した応力拡大係数をもとに、板厚貫通き裂を有するモデルを対象として、日本鋼構造協会の疲労設計指針に基づく伝播則を用いて、一定振幅荷重下における疲労き裂進展シミュレーションを行い、以下の結論を得た。

- (1) 応力比 R の大きな場合に関しては、比較的精度良く、進展シミュレーションにより、既往の疲労試験における疲労き裂進展を再現することができた。
- (2) 応力比 R が小さい場合に関しては、計測値と解析値の間に差異が生じてしまった。原因としては、き裂開口挙動を厳密に反映できていない可能性がある。
- (3) 応力比 R が小さい場合においても、き裂開口比評価式(18)において、適当な定数を選ぶことで、疲労試験の結果を進展シミュレーションにより再現することは可能である。すなわち、き裂開口比を正確に評価することができれば、疲労設計指針における伝播則(平均設計曲線)によりモードI破壊下での疲労き裂進展を精度良くシミュレーションできることが確認できた。
- (4) 二軸荷重条件の場合において、単軸荷重条件に比べ、き裂に平行な方向の荷重によるき裂成長速度の減少を再現することができた。

5.2 今後の課題

今回の解析では、一定振幅荷重という最も基本的な荷重条件の下で行った。しかし大抵の場合、繰返し負荷される荷重は一定振幅とは限らず、疲労き裂は過大荷重や変動振幅といった変動荷重条件下にある。また二軸荷重条件においても、二軸荷重間で位相差がある場合も考えられる。実際の構造物中における疲労き裂の成長をより正確に再現するためには、これらの複雑な条件を考慮できるようにならないといけない。

参考文献

- 1) Belytschko, T. and Black, T.: Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.45, pp.602-620, 1999.
- 2) Moes, N., Dolbow, J. and Belytschko, T.: A finite element method for crack growth without remeshing, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.46, pp.131-150, 1999.
- 3) 柴沼一樹, 宇都宮智昭: X-FEM を用いた曲線き裂のモデル化とき裂進展シミュレーションへの適用, 土木学会論文集 A, Vol.63, No.1, pp.108-121, 2007.
- 4) Yau, J., Wang, S. and Corten, H.: A mixed-mode crack analysis of isotropic solids using conservation laws of elasticity, Journal of Applied Mechanics, Transactions ASME 47(2), pp.335-341, 1980.
- 5) Tanaka, K.: Fatigue crack propagation from a crack inclined to the cyclic tensile axis, Engineering Fracture Mechanics, Vol.6, pp.493-507, 1974.
- 6) 北川英夫, 結城良治, 東郷敬一郎: K_I と K_{II} の混合モードき裂からの疲労き裂成長挙動, 日本機械学会論文集 A, Vol.47-424, pp.1283-1292, 1981.
- 7) 横堀寿光, 横堀武夫, 石井顕治, 佐藤清, 庄司一夫: モードI・モードII 組合せ応力負荷の下での疲労き裂進展挙動とき裂の発生・破断寿命, 材料, Vol.35-395, pp.930-935, 1986.
- 8) Erdogan, F. and Sih, G.: On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear, Journal of Basic Engineering, Vol. 85, pp.519-527, 1963.
- 9) 鳥居太始之, 本田和男: 斜め予き裂からの疲労き裂の屈折・成長に関する研究, 材料, Vol.42-476, pp.568-573, 1993.
- 10) 社団法人 日本鋼構造協会: 鋼構造物の疲労設計指針・同解説, 技報堂出版, pp.245-249, 1993.
- 11) 田中洋一, 征矢勇夫: 疲労亀裂開口に及ぼす応力比と応力拡大係数範囲の影響について, 溶接学会論文集, Vol.5-1, pp.119-126, 1989.
- 12) 田中洋一, 征矢勇夫: 各種溶接構造用鋼の疲労亀裂伝播特性の検討, 溶接学会論文集, Vol.7-2, pp.90-97, 1989.
- 13) Toyosada, M., Gotoh, K., Niwa, T.: Fatigue crack propagation for a through thickness crack: a crack propagation law considering cyclic plasticity near the crack tip, International Journal of Fatigue, Vol.26, pp.983-992, 2004.
- 14) 北川英夫, 結城良治, 東郷敬一郎, 角田義秋: 面内二軸荷重を受ける高張力鋼平板中の疲労き裂成長の破壊力学的研究, 日本機械学会論文集 A, Vol.45-395, pp.707-716, 1979.

(2007 年 4 月 12 日 受付)