

浮体運動に対する多相流場の数値解法の適用性

Applicability of multiphase-flow solver (3D MICS) to movements of floating objects

福谷 彰*・牛島 省**・牧野 統師***・瀬津 家久****

Akira Fukutani, Satoru Ushijima, Osashi Makino and Iehisa Nezu

*大阪府 (〒 540-8570 大阪市中央区大手前 2 丁目)

**正会員 工博 京都大学大学院准教授 社会基盤工学専攻 (〒 615-8540 京都市西京区京都大学桂 C クラスタ)

***京都大学大学院 社会基盤工学専攻 修士課程

****フェロー会員 工博 京都大学大学院教授 社会基盤工学専攻

This paper deals with a computational method which enables us to predict the movements of arbitrarily-shaped objects floating on free-surface flows. The objects are modeled as rigid bodies represented by tetrahedron elements. The present method is applicable to non-potential flows, since it is based on the MICS, which is a computational method for incompressible multiphase fluids. It was shown that natural frequencies and stability of the initial attitudes of floating objects are successfully predicted by this method and that it is also effective to predict the movements of floating objects in wave flows.

Key Words : CFD, MICS, free-surface flow, floating object, multiphase flow

1. はじめに

出水時に発生する流木などの漂流物の運動を把握したり、波動流れに晒される浮体構造物の挙動を評価することは重要である。ある種の大型浮体構造物では、流体をポテンシャル流と仮定しても、浮体の挙動はほぼ妥当に評価されると言われている¹⁾。一方、波や流れの条件、あるいは物体形状が複雑となる場合のように、より一般的な条件では、粘性効果や、浮体周辺に生ずる渦に起因する流体力等の影響が無視できない場合が少なくないと考えられる。このため、非粘性・非回転を仮定しない波動流れ場における浮体の挙動を適切に把握できる数値解法を構築し、その適用性を確認することは重要な課題である。

上記を背景として、近年では Navier-Stokes 式を用いる 2 次元浮体計算も進められている²⁾。本報では、3 次元多相流場の解法である MICS³⁾ を利用して、浮体を剛体と仮定し、これを四面体要素の集合で表す固体モデルを導入する。MICS では、球の後流渦により発生する流体力などが適切に評価できるので³⁾、非回転流れにおける浮体運動の予測に有効であると考えられる。

本報では、多相流場と浮体運動の解法を示し、浮体の固有周期および初期姿勢の安定性について、理論解との比較を行い、解法の基本性能を検証する。さらに、造波水槽において計測された浮体運動を対象とする計算を行い、解法の適用性を検討する。

2. 数値解析手法の概要

本報の解法では、非定常計算の各ステップにおいて、Navier-Stokes 式から導かれる混相流場の基礎式を用いて、固気液が共存する場の計算を行い、その結果を用いて浮体に作用する流体力を求める。

2.1 基礎方程式と計算法の概要

混相流場に対する基礎式は、以下の質量保存則と非圧縮条件、そして運動方程式から構成される³⁾。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(u_i u_j) &= f_i \\ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{\partial}{\partial x_j}(\mu u_i) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\mu u_j) \right] & \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 ρ は体積平均密度、 u_i は質量平均流速成分である。また、 f_i は外力の加速度成分、 p と μ はそれぞれ体積平均された圧力と粘性率である。各セル内の平均量の算出には四面体サブセル法⁴⁾を用いる。

基礎方程式の計算手順は、コロケート格子を用いる非圧縮性流体の計算法⁵⁾と同様である。計算時間を短縮化するために、予測段階の解法に陰的解法である C-ISMAL 法⁶⁾を用いる。また、圧力計算には C-HSMAL 法⁷⁾を利用する。

2.2 剛体運動の計算方法

本報では、浮体は剛体と仮定し、四面体要素の集合として表現する。剛体の慣性テンソルは、各四面体要素の値から定められる⁸⁾。既往研究では、物体を球体の集合として表現するモデルが多く見られるが、本手法のように四面体要素を用いれば、慣性テンソルをより精度良く評価することができる。

剛体運動の計算では、最初に重心点を原点として物体の回転運動による姿勢を求め、次にこれを並進移動させる。並進運動の計算には通常の質点の運動方程式を用いるので、ここでは回転運動の計算法のみを示す。回転運動は、次の Euler の運動方程式に従う。

$$\dot{L} = N \quad (4)$$

ここで、上付きのドットは時間微分を表す。 N は物体に作用するトルクであり、 L は角運動量ベクトルである。式 (4) を次のように変形する⁸⁾。

$$R(\omega_0 \times I_0 \omega_0 + I_0 \dot{\omega}_0) = N \quad (5)$$

ここに、 R は基本姿勢から時刻 t の姿勢への変換を表す回転行列であり、 ω_0 と I_0 は、それぞれ基本姿勢に対する角速度ベクトルと慣性テンソルである。式 (5) より、角加速度ベクトル $\dot{\omega}_0$ が求められ、これを数値積分して基本姿勢に対する角速度ベクトル ω_0 が得られる。これを時刻 t の姿勢に対する角速度ベクトル ω_k とするには、次の回転操作を行えばよい。

$$\omega_k = R\omega_0 \quad (6)$$

式 (5) および式 (6) に含まれるベクトルの回転操作を行う際には、計算上は回転行列を用いるのではなく、四元数を利用する。四元数を用いる演算は、計算精度や効率の面で有利であることが示されている⁸⁾。

2.3 物体に作用する流体力

物体に作用する流体力は、混相流体の計算により得られた圧力勾配項と粘性拡散項から計算される。ある流体計算セル C において、物体に作用する流体力 F_C の x_i 方向成分 F_{Ci} は、セル体積 ΔC 、四面体サブセル法⁴⁾により求められたセル中に占める物体の体積割合 α 、物体密度 σ を用いて、次式から求められる³⁾。

$$F_{Ci} = \alpha \sigma \Delta C \left[-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \frac{\partial}{\partial x_j} (\mu u_i) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\mu u_j) \right\} \right] \quad (7)$$

上式は、通常物体の表面積分として評価される圧力と粘性力を、体積分として表した関係に相当する。

式 (7) から得られる流体力ベクトル F_C のセル C に関する総和が物体に作用する流体力 F となる。また、物体に作用する流体力モーメントは、 F_C と物体重心点からセル中心点に向かうベクトル r_{GC} の外積の総和として求められる。

3. 計算手法の検証

3.1 浮体の固有周期の比較

計算手法の基本的な検証を行うため、単純な条件を仮定した静水に浮かぶ物体の計算を行い、得られた固有周期を理論値と比較する。ここでは、中心軸を鉛直軸と平行に置いた円柱や、ある面が水平となる直方体のように、鉛直方向に同一の断面形状を有する物体を考える。図-1 (a) に示すように、この水平断面の面積を S 、鉛直方向の物体長さを L とする。座標系は、 z 軸の正の向きを鉛直上方にとる。

物体が運動しても流れが発生せず、水面は常に水平で、同一高さにあると仮定する。また、流体と物体間には粘性が作用しないとする。このような単純な条件では、重力と浮力の釣り合い状態から物体が鉛直上方に dz_c 移動すると、浮力が $\rho g S dz_c$ 減少するので、物体重心点高さ z_c は次式の単振動を行う。

$$\sigma S L \frac{d^2 z_c}{dt^2} = -\rho g S dz_c \quad (8)$$

ここに、 ρ と σ はそれぞれ流体と物体の密度であり、 g は重力加速度、 t は時間である。式 (8) より、物体の固有周期 T_p は、次式のように表される。

$$T_p = 2\pi \sqrt{\frac{\sigma L}{\rho g}} \quad (9)$$

上記のように仮定された場合は、本報の数値解法では、1) 各時間ステップで流速を 0 とおき、2) 流体の粘性を 0 とし、3) さらに、式 (1) の密度計算を行わない、という条件を加えることにより表現される。

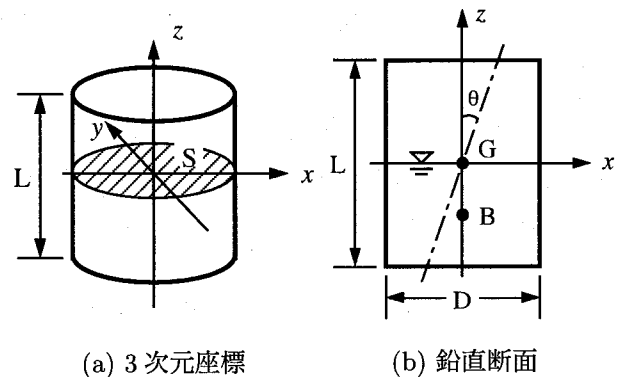


図-1 浮体と座標系

本報の数値解法では、物体は四面体要素の集合として扱われ、これに作用する浮力は、流体の圧力計算結果から、体積力として算出される。このような四面体分割された物体の取り扱いと浮力の評価が適切であれば、計算により得られる物体運動の固有周期は、式(9)と同様になるはずである。

これを確認するため、浮体として比重 0.5 の円柱と直方体を用いた計算を行い、固有周期を求める。計算領域は、1 辺の長さが 0.2 m の立方体領域であり、内部の水深を 0.1 m として、浮体を釣り合い状態よりわずかに上方に置いた状態を初期条件として非定常計算を開始した。円柱の直径は 0.1 m、また直方体の底面は一辺が 0.1 m の正方形とした。浮体の比重を 0.5 に固定して、鉛直方向長さ L を 2.5×10^{-2} , 5.0×10^{-2} , 0.1 m と変化させたときの固有周期 T_p を求めた。後述するように、上記の軸長の長い条件では、浮体は鉛直軸からのわずかな姿勢のずれで不安定となるが、本計算条件では、浮力は完全に鉛直方向に作用するため、浮体が不安定となって姿勢を変えることはない。

計算では、円柱と直方体は、それぞれ 898 個および 815 個の四面体要素により表現されるとした。計算セル数は、水平方向に各 20、鉛直方向に 200 とした。流体計算の時間増分 Δt は 5.0×10^{-3} 秒とし、物体運動の計算における時間増分 Δt_b は Δt と同じ値とした。

図-2 に、計算により得られた浮体重心点高さ z_c の時系列を示す。円柱および直方体のいずれの場合も、ほぼ規則的な変動を示すことが確認された。

次に、計算で得られた浮体の固有周期 T_p を理論値と比較した結果を図-3 に示す。図中の理論曲線は、式(9)で $\sigma/\rho = 0.5$, g を 9.8 m/s^2 とした関係を表す。式(9)に示されるように、 σ/ρ が一定であれば、浮体の断面形状にかかわらず、固有周期は浮体鉛直方向長さ L により定められるが、図-3 の結果に示されるように、円柱および直方体のいずれの計算結果も理論値とほぼ一致することが確認された。

3.2 浮体の安定性

解法の基本的な検証を行うため、水面に浮かぶ円柱の初期姿勢に対する安定性を調べる計算を行った。比重が 0.5、軸方向長さが L 、断面直径が D である円柱に対して、図-1 (b) に示すように、円柱の中心軸を z 軸と一致させ、浮力と重力が釣り合った状態を考える。この浮体を xz 断面内でわずかに傾けたときの安定性は、次式の s の符号により判定される⁹⁾。

$$s = \frac{I_y}{V_s} - \overline{GB} \quad (10)$$

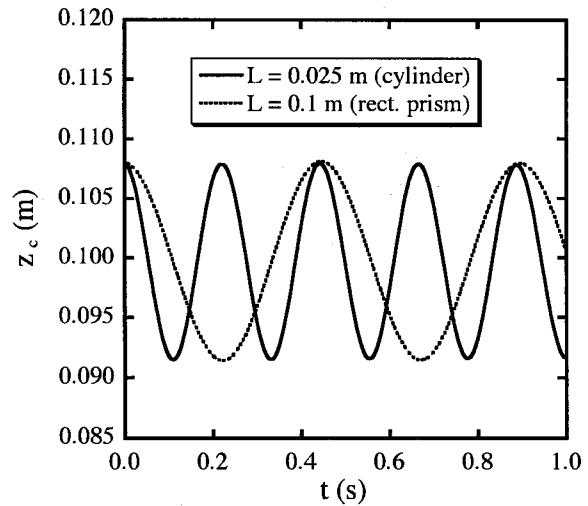


図-2 物体重心点高さ z_c の時系列 (計算結果)

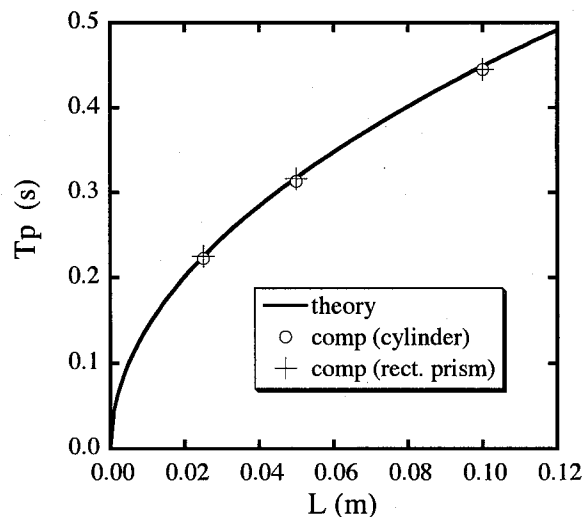
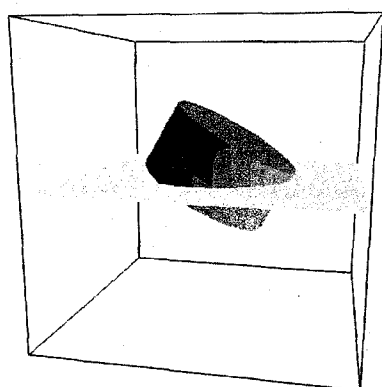


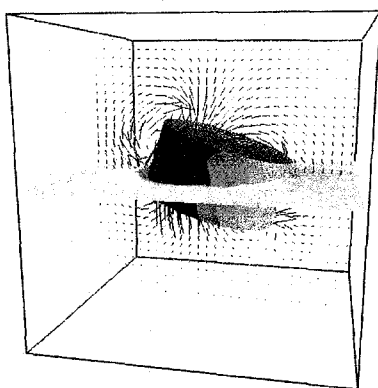
図-3 物体軸方向長さ L と固有周期 T_p の関係 ($\sigma/\rho = 0.5$ の場合)

I_y は図-1 の斜線部に示されるような、水平断面の y 軸回りの断面 2 次モーメント、 V_s は浮体の水中部分の体積、 $\overline{GB}$ は重心点と浮心点の距離である。ここで対象とする円柱では、他の条件を固定した場合に、軸方向長さが $L > D/\sqrt{2}$ という条件で不安定となる。

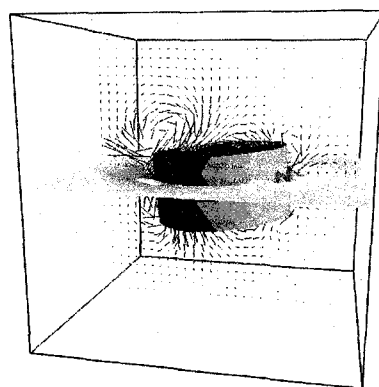
上記の安定性を確認するための数値計算を行った。計算では、円柱の直径 D を 0.1 m とし、比重を 0.5 とする。軸方向長さ L は 0.05 m (円柱 A) および 0.1 m (円柱 B) の 2 種類とした。中心軸を鉛直軸と平行にする初期姿勢に対して、前者は安定、後者は不安定と分類される。計算領域は、1 辺の長さが 0.2 m の立方体容器内の下半分に水、上半分に空気が満たされた空間である。円柱の初期姿勢として、図-1 (b) に示されるように、鉛直軸の傾き θ を与え、釣り合い状態よりわずかに重心点高さを上方に設置した状態を初期条件として、物体と流体の運動を計算した。



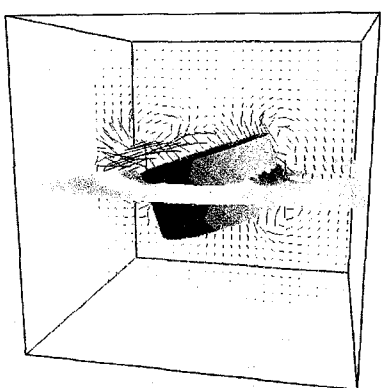
(a) $t = 0.0$ (s)



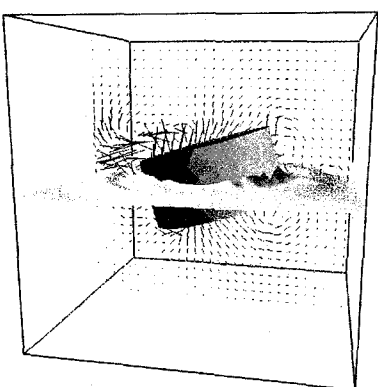
(b) $t = 0.08$ (s)



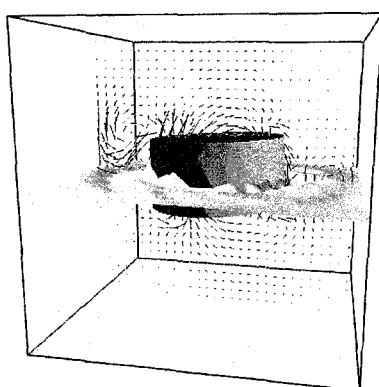
(c) $t = 0.16$ (s)



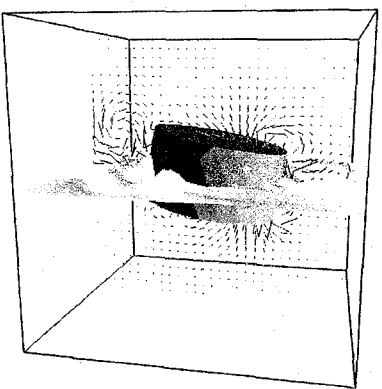
(d) $t = 0.24$ (s)



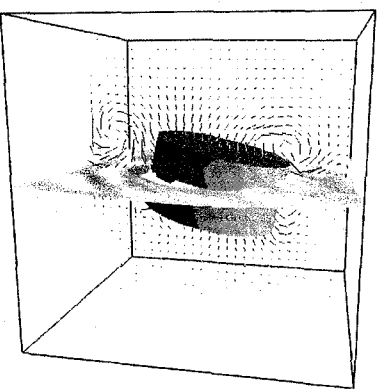
(e) $t = 0.32$ (s)



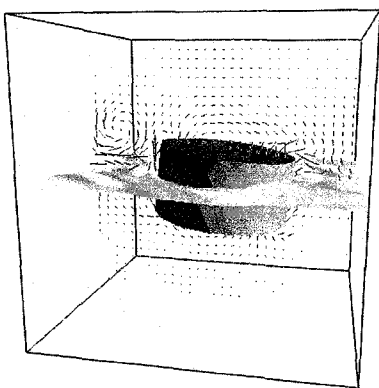
(f) $t = 0.36$ (s)



(g) $t = 0.40$ (s)

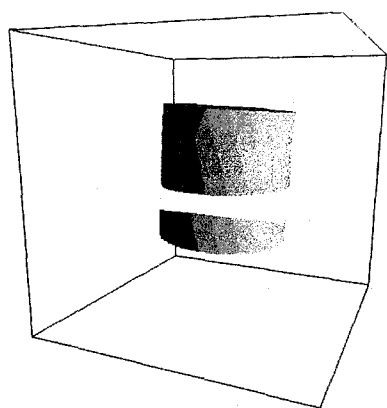


(h) $t = 0.44$ (s)

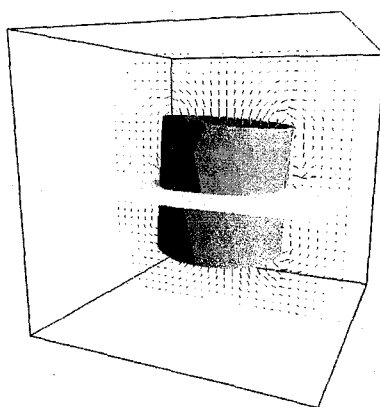


(i) $t = 0.48$ (s)

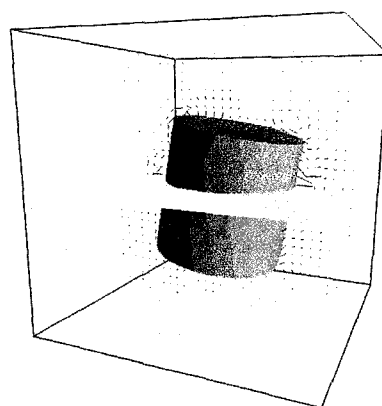
図-4 円柱 A の計算結果 ($L/D = 0.5$)



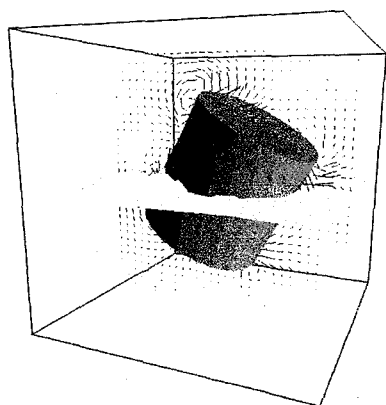
(a) $t = 0.0$ (s)



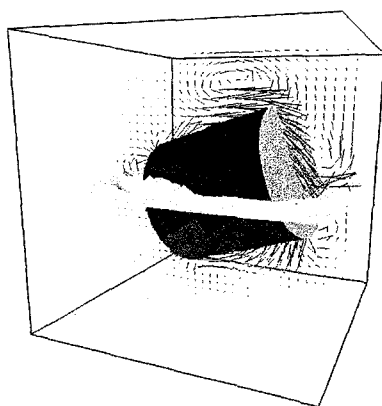
(b) $t = 0.16$ (s)



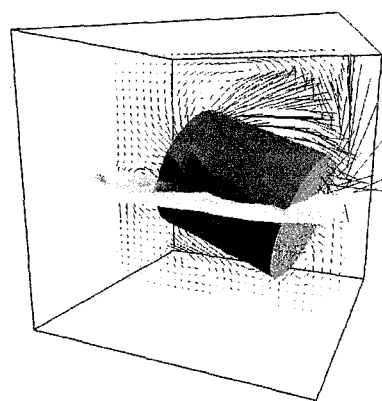
(c) $t = 0.32$ (s)



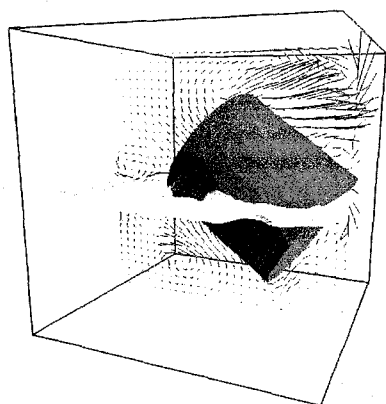
(d) $t = 0.48$ (s)



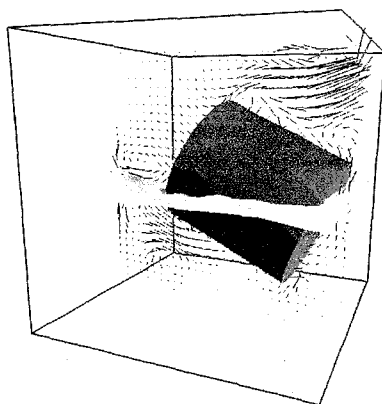
(e) $t = 0.64$ (s)



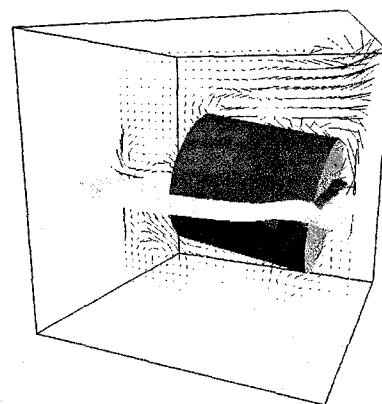
(f) $t = 0.80$ (s)



(g) $t = 0.96$ (s)



(h) $t = 1.12$ (s)



(i) $t = 1.28$ (s)

図-5 円柱 B の計算結果 ($L/D = 1.0$)

計算領域に対する流体計算セル数は $30 \times 30 \times 30$ とした。円柱は、固有周期の計算を行った場合と同様に、898 個の四面体要素により表現される。流体計算の時間増分 Δt は 2.0×10^{-3} 秒とし、物体運動の計算における時間増分は $\Delta t_b = 0.1 \Delta t$ とした。水の動粘性係数は $1.0 \times 10^{-6} \text{ m}^2 / \text{s}$ とし、空気動粘性係数はその 10 倍の値と設定している。PC (Intel Pentium 4, 2.66 GHz) を利用して、逐次計算により 2,000 ステップまで非定常計算を行った場合の全計算時間は約 40 分であり、そのうち物体運動の計算に要した計算時間は約 5 秒であった。

図-4 に、円柱 A を用いた計算結果を示す。初期姿勢の傾き θ は 30 度とした。計算結果に示されるように、初期姿勢の傾きが大きくても、釣り合い状態の姿勢へ向かう復元力が生じ、円柱中心軸はしだいに鉛直方向と平行となる。図中には、 xz 断面内の流況が合わせて示されている。本報の解法では、水面上部の空気の流れも同時に計算されている。

次に、円柱 B の計算結果を図-5 に示す。初期姿勢の傾き θ は、円柱 A の場合より小さく、3 度とした。円柱 B は、中心軸を鉛直軸と平行にする初期姿勢に対して不安定な形状であるため、図-5 に示されるように、初期のわずかな傾き角により円柱は転倒し始め、円柱中心軸が水平となる安定状態へ向かう。

3.3 波動場における浮体運動

波動場における浮体運動に計算手法を適用し、実験結果との比較を行う。

実験では、図-6 に示すように、造波水槽内における比重約 0.5 の直方体の運動を計測した。水槽の形状は、流下方向長さ 1.7 m、水路幅 (W_f) 0.19 m、高さ 0.4 m である。造波装置には、オリエンタルモーター社製の電動スライダを使用し、スライダに取り付けられた造波板を x 方向に平行移動させることにより造波を行う。造波板から浮体重心点までの水平方向距離 L_G は 0.75 m、水路終端までの長さ L_f は 1.5 m である。水路横断方向には、水路中心線と浮体重心点が一致するように、浮体の初期位置を定めている。また、初期水深 h_0 は 0.1 m とした。

浮体は、木片を 2 枚張り合わせて作成し、表面塗装により水の浸透を防止した。直方体の各寸法は、 $b_l \times b_w \times b_h$ が、それぞれ $0.4 \times 0.06 \times 0.036 \text{ m}$ である。

実験では造波装置により波高約 25 mm の波を発生させ、波と流れの影響を受けた浮体の xz 平面内の 2 次元運動を側面からビデオ撮影し、画像解析により重心点位置の変位などを把握した。

一方、数値計算では、造波板移動後の水槽長さ (1.3

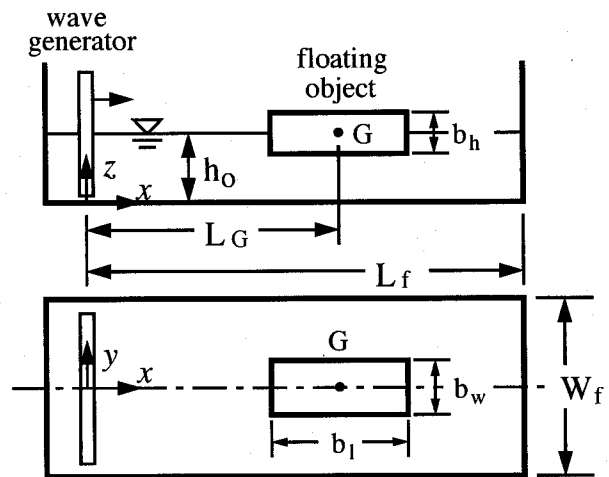


図-6 造波水槽の概要 (上=側面図, 下=平面図)

m) と、空気部分を含む高さ 0.2 m までの領域を対象として、 x, y, z の各方向に $130 \times 20 \times 30$ の流体計算セルを設定した。自由水面の計算は、式 (1) の質量保存則を有限体積法により解くことで定められる³⁾。

浮体形状は実験と同様とし、その比重は 0.5 とした。水と空気動粘性係数は、それぞれ $1.0 \times 10^{-6} \text{ m}^2 / \text{s}$ およびその 10 倍の値とした。流体と物体運動の時間増分は、それぞれ 5.0×10^{-3} および 5.0×10^{-4} とし、初期の静水面上で浮体が静止した状態から非定常計算を行った。

計算では、実験における造波板の移動速度と同じ流速を境界面に与えるという造波条件を用いた。このため、実験と異なり、流体領域の大きさ、すなわち図-6 の L_f は計算では一定である。また、実験では、造波板と水槽底面および側面の間に隙間があり、浮体が存在する側の流体体積は時間的に変化する。

図-7 と図-8 に、各時刻の xz 断面内における水面形と浮体の姿勢を示す。波動流れにより、浮体は波の進行方向と鉛直方向に運動する。計算結果に見られる自由水面の変動と、これに対応する浮体の姿勢と移動状況は、実験とよく一致している。

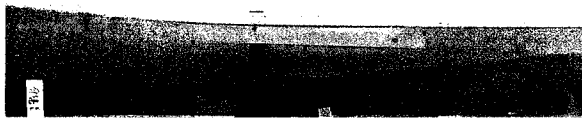
表-1 に、最初の 1 波動によって生ずる浮体重心位置の x, z 方向の最大移動量 x_{max} と z_{max} の実験結果と計算結果を示す。

表-1 重心位置の変位

	x_{max} (m)	z_{max} (m)
実験結果	0.10	1.60×10^{-2}
計算結果	0.15	1.64×10^{-2}



(a) $t = 0$ (s)



(b) $t = 0.25$ (s)



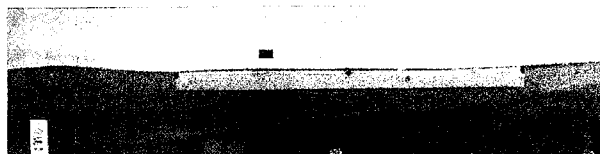
(c) $t = 0.50$ (s)



(d) $t = 0.75$ (s)



(e) $t = 1.00$ (s)

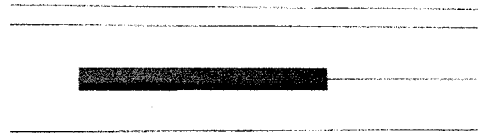


(f) $t = 1.27$ (s)

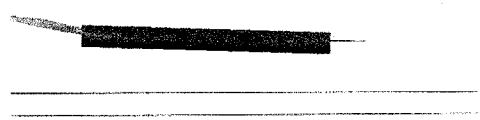


(g) $t = 1.50$ (s)

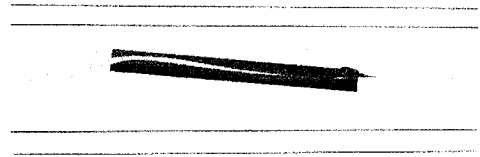
図-7 実験結果



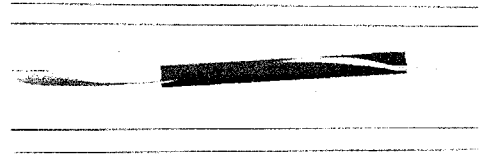
(a) $t = 0$ (s)



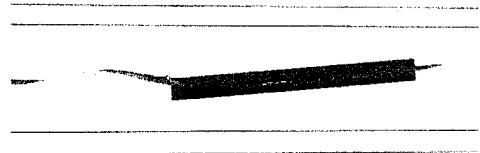
(b) $t = 0.25$ (s)



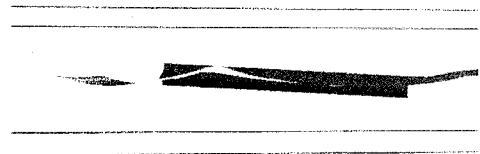
(c) $t = 0.50$ (s)



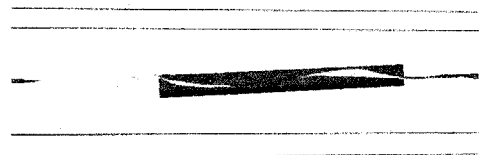
(d) $t = 0.75$ (s)



(e) $t = 1.00$ (s)



(f) $t = 1.27$ (s)



(g) $t = 1.50$ (s)

図-8 計算結果

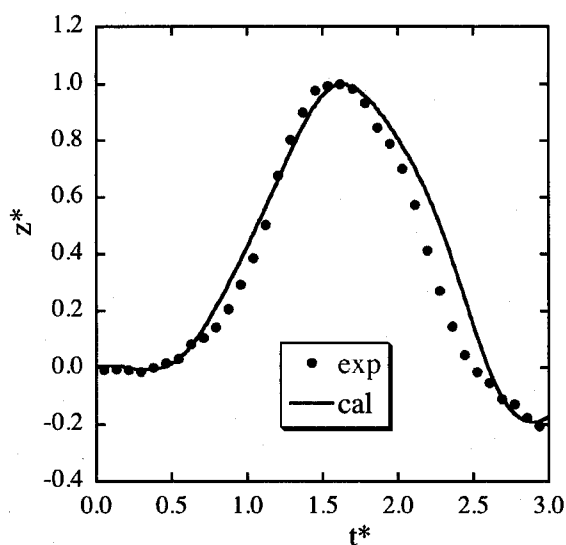


図-9 z^* と t^* の関係

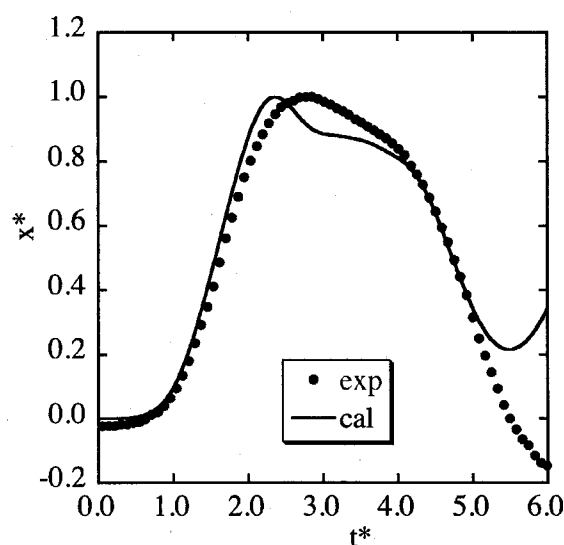


図-10 x^* と t^* の関係

次に、重心点位置の時系列を図-9と図-10に示す。図中の x^* と z^* は、表-1の値をそれぞれ用いて、 $x^* = (x - x_0)/(x_{max} - x_0)$ および $z^* = (z - z_0)/(z_{max} - z_0)$ と定義され、 t^* は、 $b_l/\sqrt{gh_0}$ で正規化された時刻である。なお、 x_0 と z_0 は重心点初期位置である。

無次元量で比較を行うと、重心点位置の時系列は実験と計算で概ね一致する。表-1の x_{max} に関する実験値と計算結果の相違や、図-10に見られる相違の原因として、前述のように、造波条件が実験と計算で完全には一致しないという問題が考えられる。この点に関しては、より精度の高い計測結果が得られる実験装置を用いて、解法に関する詳細な検討を進める必要がある。

4. 結言

本報では、剛体として扱える任意形状の浮体の運動を予測する数値解法について検討を加えた。3次元多相流場の解法であるMICSに、四面体要素で表現される剛体モデルを導入して、浮体の固有周期や、初期姿勢の安定性について、理論解との比較を行い、基本性能を検証した。さらに、造波水槽において計測された浮体運動を対象とする計算を行い、概ね良好な計算結果が得られることを確認した。

参考文献

- 1) 南森憲二, 宇都宮智昭, 渡邊英一. 強制動揺実験によるセミサブ型浮体に作用する粘性減衰力の同定. 応用力学論文集, Vol. 8, pp. 1049-1054, 2005.
- 2) S. A. Kinnas, Y. Yu, and V. Vinayan. Prediction of flows around FPSO hull sections in roll using an unsteady Navier-Stokes solver. *Proc. 16th Int. Offshore and Polar Eng. Conf.*, 2006.
- 3) 牛島省, 山田修三, 藤岡奨, 瀬津家久. 3次元自由水面流れによる物体輸送の数値解法 (3D MICS) の提案と適用性の検討. 土木学会論文集, Vol. 810/II-74, pp. 79-89, 2006.
- 4) 牛島省, 牧野統師, 瀬津家久. 四面体サブセル法を用いる市街地に流入する氾濫流の3次元数値計算. 水工学論文集, Vol. 51, pp. 787-792, 2007.
- 5) 牛島省, 竹村雅樹, 瀬津家久. コロケート格子配置を用いたMAC系解法の計算スキームに関する考察. 土木学会論文集, No. 719/II-61, pp. 11-19, 2002.
- 6) 牛島省, 瀬津家久. 陰解法を用いたコロケート格子による高次精度の流体解析手法の提案. 土木学会論文集, No. 719/II-61, pp. 21-30, 2002.
- 7) 牛島省, 奥山洋平, 藤田学, 瀬津家久. C-HSMAC法を用いる3次元非構造コロケート格子上的並列流体計算法. 応用力学論文集, Vol. 7, pp. 347-354, 2004.
- 8) 牛島省, 福谷彰, 藤岡奨, 瀬津家久. 3次元流体中を移動する任意形状物体の数値解析手法. 水工学論文集, Vol. 51, pp. 847-852, 2007.
- 9) 岩佐義朗, 金丸 昭治編. 水理学I. 朝倉書店, 2004.

(2007年4月12日 受付)