

有限要素法と境界積分方程式法を組み合わせた手法による 断層破壊の数値解析

Numerical simulation of fault rupture process based on a combination method of
boundary integral equation method and finite element method

後藤浩之*・Jacobó Bielak**

Hiroyuki GOTO and Jacobó BIELAK

*正会員 工博 京都大学助教 防災研究所 (〒 611-0011 京都府宇治市五ヶ庄)

**非会員 Ph.D Prof. Carnegie Mellon University (Pittsburgh, PA, 15213, USA.)

Dynamic rupture propagations on seismic faults are numerically simulated based on finite element method, finite-difference method and boundary integral equation method. Boundary integral equation method provides the accurate stress field near the fault surface, while the method is just applied for a simple homogeneous medium. Domain based method, such as finite element method, is applicable to complex media, while low accuracies for the stress field near the fault surface are expected. We apply a combination method of integral equation method and finite element method. Fault rupture process and excited wave propagations are numerically calculated in the simple half space 2-D P-SV medium.

Key Words : fault rupture propagation, source process, boundary integral equation method, finite element method

1. はじめに

地震時に断層で生じる破壊過程を動力学に基づいてモデル化する動力学震源モデルは、過去の実地震における破壊現象に物理的な背景を持たせて説明されてきた^{1),2),3)}。また同時に、動力学震源モデルの数値解析手法も発展を続けている。有限要素法や差分法、境界積分方程式法などが数値解析手法として提案されているが、破壊過程の数値解析の特徴である、1) 断層極近傍の応力場を高精度に求めること、2) 不均質な地盤の解析が可能であること、の両者を十分に満足させる手法は以上に挙げた解析手法単一では難しい。

そこで本研究では、有限要素法と境界積分方程式法とを組み合わせた解析手法を採用して、2次元 P-SV 波動場を対象とした面内クラックの断層モデルに対する断層破壊の数値解析を実施する。

2. 解析手法

2.1 既往の研究

動力学に基づいた断層の破壊現象を解析する上で2つの関係式が必要である。1つは断層間に働く摩擦力の発生を滑り変位、滑り速度と表面力との関係として記述した断層の摩擦則であり、もう1つは断層を取り巻く地盤を弾性体としてモデル化することにより得られる滑り-表面力関係式である。

前者の断層の摩擦則では、岩石と岩石の摩擦関係を

室内試験により測定してモデル化された様々な関係式が提案されている。従来より、摩擦則は地震サイクルなどの長期変化と地震時の破壊現象とを繋ぐ関係式として深く研究が進められており、摩擦面の状態変化などをパラメタとしたモデルについて特に深く研究されている^{4),5)}。ただし、対象とする問題が強震動を生成するような短時間の摩擦力の変化のみであれば、単純な滑り依存の摩擦則で断層の物理現象をある程度説明することが可能と考えられるため、強震動を対象とした既往の研究において次式で示す単純な滑り弱型摩擦則⁶⁾が断層破壊シミュレーションに用いられている。

$$\begin{cases} \Delta u = 0 & \text{for } T < T_p \\ T = -(T_p - T_r) \cdot \Delta u / D_C + T_p & \text{for } \Delta u < D_C \\ T = T_r & \text{for } D_C \leq \Delta u \end{cases} \quad (1)$$

ここに、 T は断層面における表面力であり、断層間に働く摩擦力を表す。 Δu は断層面に発生する滑り変位、 T_p 、 T_r 、 D_C は降伏表面力、残留表面力、及び滑り弱型距離である。表面力項は面に加わる法線力により無次元化して摩擦係数の変化と捉えても同義である。本研究では式 (1) の滑り弱型摩擦則を採用する。

後者の滑り-表面力関係式は断層を取り巻く地盤の物性や地盤構造などを反映して構成される。全無限均質媒質として地盤をモデル化した場合には Green 関数が解析的に与えられるため、断層をその媒質の表面とすることで滑り-表面力関係が境界積分方程式として

表現される。境界積分方程式を離散化した境界積分方程式法 (BIEM) は精度が高く、従来より断層破壊の数値解析に利用されてきた^{7),8),9),10),11)}。しかし、従来の境界積分方程式法では時間領域の解析解が必要であるために、複雑な地盤を対象とした問題に対して利用されることはなかった。

一方、有限要素法 (FEM)、差分法 (FDM) などの領域型の数値解析手法では、その適応限界はそれぞれの手法にあるもののその範囲において不均質な地盤構造や自由表面の取り扱いが可能である。しかし、断層面の表現において精度を欠くために、特にダブルカップル震源を1つの面に与えることが難しい。断層面を表現するために断層面に有限要素法のノードを重ねる手法¹²⁾、あるいは差分法の格子点を断層上に2重に設ける手法¹³⁾が解決策として考案されているが、その精度は全無限媒質においては境界積分方程式法と比較して低いことが知られている¹⁴⁾。断層の破壊過程を解析する際には、与えられた断層の食い違いを正しく表現した上でその滑り変位に対応する隣接した断層面上の表面力を計算する必要があるために、その他の波動場解析問題と比較しても震源導入精度の問題は重要となる。

そこで本研究では、境界積分方程式法の利点である断層近傍の応力場が高精度に表現されることと、有限要素法の利点である複雑な地盤に対する応力場が計算可能であることを組み合わせる滑り-表面力関係式を導き、断層破壊の数値解析を実施する。

2.2 手法の定式化

2次元弾性体媒質 V 内に平面断層 S が面内クラックとしてモデル化された問題をここでは取り扱う (図-1)。

$$\begin{cases} \rho \ddot{u}_x = \sigma_{xx,x} + \sigma_{xy,y} \\ \rho \ddot{u}_y = \sigma_{xy,x} + \sigma_{yy,y} \end{cases} \quad \text{in } V, \quad (2)$$

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = (\lambda + 2\mu)u_{x,x} + 2\mu u_{y,y} \\ \sigma_{yy} = 2\mu u_{x,x} + (\lambda + 2\mu)u_{y,y} \\ \sigma_{xy} = \mu u_{x,y} + \mu u_{y,x} \end{cases} \quad \text{in } V. \quad (3)$$

ただし、説明のために本節のみ x 軸を S 上に設定し、滑り変位 Δu を境界条件として与える。

$$\Delta u(x, t) = u_x(x, +0, t) - u_x(x, -0, t) \quad \text{on } S. \quad (4)$$

また、 V では静的な応力場 σ_0 が初期条件として与えられているものとし、

$$\begin{cases} \sigma_{xx}(x, y, 0) = \sigma_{xx0} \\ \sigma_{yy}(x, y, 0) = \sigma_{yy0} \\ \sigma_{xy}(x, y, 0) = \sigma_{xy0} \end{cases} \quad \text{in } V, \quad (5)$$

断層面に働くせん断表面力は、静的な応力場による初期表面力 T_I と滑り変位により生成される表面力の変化 ΔT との和で与えられるものとする。

V が全無限均質媒質である場合、断層で発生する滑り変位 Δu により生成される断層上のせん断表面力の

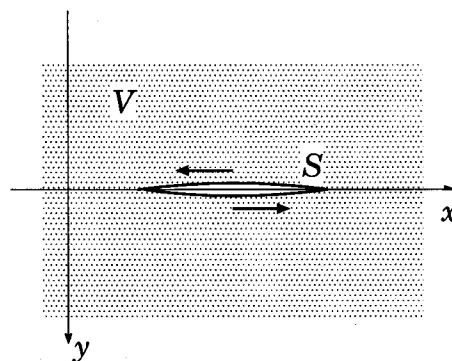


図-1 媒質 V 内で面内クラックとしてモデル化された断層 S

変化を ΔT^H とすると、 ΔT^H は境界積分方程式を用いて次式のように表現できる⁸⁾。

$$\begin{aligned} \Delta T^H(x, t) = & -\frac{\mu}{2\pi\beta^2} \int_S d\xi \int_0^t \Delta \ddot{u}(\xi, \tau) \times \\ & \frac{1}{\sqrt{(t-\tau)^2 - r^2/\beta^2}} H(t-\tau-r/\beta) d\tau \\ & -\frac{2\mu\beta^2}{\pi} \int_S \frac{\gamma_1^3}{r^3} d\xi \int_0^t \frac{\partial \Delta \ddot{u}(\xi, \tau)}{\partial \xi} \times \\ & [(t-\tau)\sqrt{(t-\tau)^2 - r^2/\alpha^2} H(t-\tau-r/\alpha) \\ & - (t-\tau)\sqrt{(t-\tau)^2 - r^2/\beta^2} H(t-\tau-r/\beta)] d\tau. \quad (6) \end{aligned}$$

ここに、 α , β , μ はそれぞれ P 波速度, S 波速度, せん断剛性を表す。また、 $r = |x - \xi|$, $\gamma_1 = (x - \xi)/r$, $H(\cdot)$ は Heaviside のステップ関数を表す。

V が全無限均質媒質でない場合は積分核が時間領域の解析解として一般的には導けないために、式 (6) ような時間領域の解析的な境界積分方程式が与えられない。そこで、全無限均質媒質でない場合の表面力変化 ΔT を全無限均質媒質に関する項 ΔT^H と余剰項 ΔT^S の和で表現することにする。

$$\Delta T(x, t) = \Delta T^H(x, t) + \Delta T^S(x, t). \quad (7)$$

この場合、解析的に表現することができない項は余剰項 ΔT^S に集約される。余剰項の物理的解釈は、断層周辺の不均質性により生成される散乱項である。対象とする媒質が全無限均質媒質である場合、断層で生成された波動場及び応力場は直達成分のみである。一方、何らかの不均質性を媒質が含む場合、その不均質性により乱された場が直達成分に加えて断層に影響を及ぼすことが考えられる。このため、以後では ΔT^S を散乱項と称することにする。

散乱項 ΔT^S は一般に時間領域で解析解を有さないことから、数値計算により散乱項を求める必要がある。そこで、有限要素法により応力場を計算することを考える。地盤を 2次元 P-SV 波動場として有限要素法を定式化すると、場が因果律を満たすことは自明であるから時刻 t までの断層の滑り変位 $\Delta u(x, t)$ の関数として時刻 t の応力場が計算される。この応力場から断層面に対する表面力を抽出することで不均質な地盤に対

する滑り－表面力関係式が次のように得られる。

$$\Delta \bar{T}^{\text{hete}}(x, t) = \mathcal{F}^{\text{hete}}[\Delta u(x, t)]. \quad (8)$$

ここに、 $\Delta \bar{T}^{\text{hete}}$ は不均質な地盤に対して有限要素法により計算された断層面の表面力変化を表す。有限要素法などの領域型的手法では、断層の近傍での応力場の空間変化が急であるためにその精度に問題がある。この精度の問題は滑り変位の発生している位置からの距離に依存するために、直達成分の表現精度が主な原因である。そこで、表面力の変化を式(7)と同様に直達成分である全無限均質媒質に関する項 $\Delta \bar{T}^H(x, t)$ と散乱項 $\Delta \bar{T}^S(x, t)$ とに分離する。

$$\Delta \bar{T}^{\text{hete}}(x, t) = \Delta \bar{T}^H(x, t) + \Delta \bar{T}^S(x, t). \quad (9)$$

境界積分方程式法では散乱項 $\Delta \bar{T}^S(x, t)$ に、有限要素法では $\Delta \bar{T}^H(x, t)$ に問題を抱えるため、この2つの手法の得意とする項のみを抽出することを考える。そこで、全無限均質媒質を模擬した有限要素法による滑り－表面力関係式を考える。

$$\Delta \bar{T}^{\text{homo}}(x, t) = \mathcal{F}^{\text{homo}}[\Delta u(x, t)] = \Delta \bar{T}^H(x, t) \quad (10)$$

ここに、 $\Delta \bar{T}^{\text{homo}}$ は全無限均質媒質を模擬した地盤に対して有限要素法により計算された断層面の表面力変化を表す。断層周辺のメッシュを不均質な地盤と均質な地盤とで一致させると、計算される全無限均質媒質に関する項 $\Delta \bar{T}^H(x, t)$ がその表現精度の問題も含めて同様に計算される。このため式(9)、(10)より、有限要素法による散乱項を次式のように抽出することが出来る。

$$\Delta \bar{T}^S(x, t) = \Delta \bar{T}^{\text{hete}}(x, t) - \Delta \bar{T}^{\text{homo}}(x, t). \quad (11)$$

対象とする問題の断層位置と地盤の不均質性との関係にも依存するが、断層の極近傍に地盤の不均質性が位置しない場合には、有限要素法により計算される散乱項に対して有限要素法の問題点である応力場の精度問題が無視できると考えられる。すなわち、 $\Delta \bar{T}^S(x, t) \sim \Delta \bar{T}^S(x, t)$ が仮定できる場合、式(7)、(11)より不均質な地盤に対する表面力変化が次式で計算される。

$$\Delta T(x, t) = \Delta T^H(x, t) + \Delta \bar{T}^{\text{hete}}(x, t) - \Delta \bar{T}^{\text{homo}}(x, t). \quad (12)$$

式(12)は不均質な地盤に対する表面力変化を表す左辺に対して、右辺が3つの項で構成される。第一項目は全無限均質媒質に対する境界積分方程式により計算される項であり、式(6)で示される解析的な積分方程式表現である。第二項目は不均質な地盤を対象として有限要素法により計算される表面力を、第三項目は全無限均質媒質を対象として有限要素法により計算される表面力を表す。ただし、これら2つの有限要素法では断層周辺のメッシュを同一に設定する必要がある。また、有限要素法により全無限均質媒質を完全に表現することはできないため、人工的に設定した吸収境界を対象領域を取り囲むように設定する必要がある。

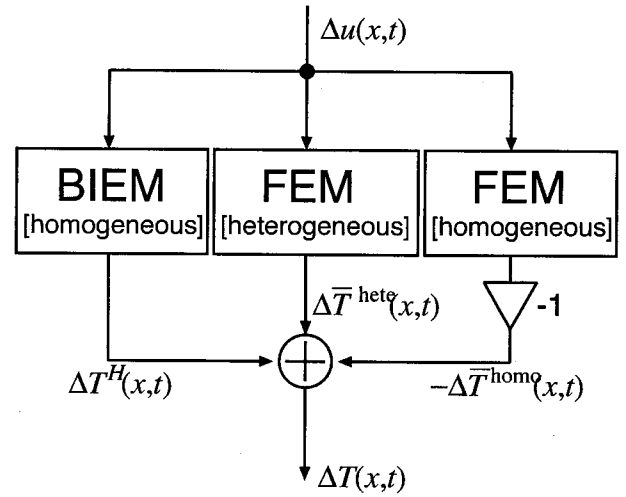


図-2 有限要素法を組み込んだ境界積分方程式法の計算手順

数値解析を実施する上では各項を離散化して評価する必要があるため、境界積分方程式の離散化を行う。境界積分方程式法では滑り速度関数を時空間上で次式のように基底関数の和として表現し、その係数に対応する応答を予め解析的に導出しておくことで計算する。

$$\Delta \dot{u}(x, t) = \sum_{k, l} \Delta \dot{u}_{kl} \cdot \phi_l(x) \cdot \psi_k(t) \quad (13)$$

$$\Delta T^H(x, t) = \sum_{k, l} B_{kl}(x, t) \cdot \Delta \dot{u}_{kl} \quad (14)$$

ここに、 $\phi_l(x)$ 、 $\psi_k(t)$ は空間、時間に関する基底関数であり、本研究では両者に Box-car 関数⁷⁾を採用する。 B_{kl} は $\Delta \dot{u}_{kl} \phi_l(x) \psi_k(t)$ に対する表面力変化であり、積分を解析的に実行できるため解析表現が与えられる。

図-2 に式(12)に対応した表面力変化 ΔT の計算手順を示す。図から明らかなように、各時刻における表面力変化の計算において境界積分方程式法、2つの有限要素法はそれぞれ互いに干渉しない。これは各時刻において並列計算が可能であることを示している。本解析手法においては有限要素法が境界積分方程式法と比較して計算に時間がかかるため、以降の数値解析例においても2つの有限要素法をそれぞれ1つのCPU(コア)に割り当てて解析を実施した。

3. 解析手法の検証

断層破壊の数値解析を実施する上で、境界積分方程式法、有限要素法それぞれの利点と問題点について概説し、その問題点を解決する目的で有限要素法を組み込んだ境界積分方程式法を定式化した。ここでは、その問題点と定式化された手法について簡単な数値解析モデルを用いて検証を行う。

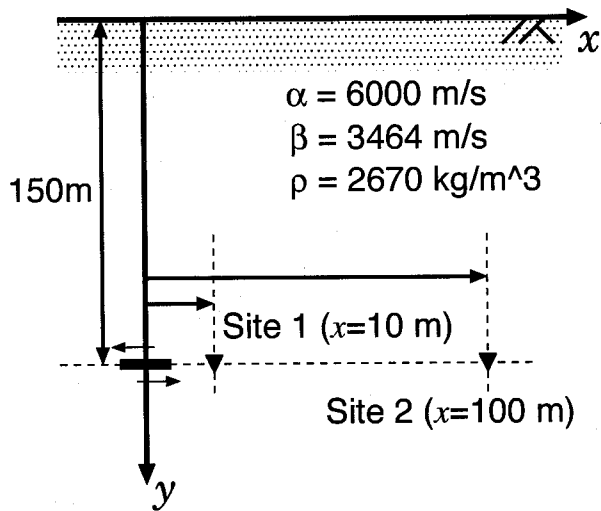


図-3 手法の検証に用いる数値解析モデル

3.1 解析条件

対象とする数値解析モデルはP波速度 6000 m/s, S波速度 3464 m/s, 密度 2670 kg/m³ の均質地盤で, 全無限媒質を対象とする場合と図-3に示すような半無限媒質を対象とする場合とを考慮する。いずれのモデルも地盤を2次元P-SV波動場として数値解析を行う。半無限地盤では深さ 150 m に幅 10 m, 傾斜角 0° の断層を設定する。簡単のため, 中心周波数 10 Hz, ピーク時刻 0.15 秒, 最大振幅 0.5 m/s の Ricker 波を滑り速度関数とし, 断層で一様に与える。断層に沿って Site 1, Site 2 を図-3に示すように断層の中心から 10 m, 100 m の地点に設定し, 発生した滑りによりサイトに発生する表面力の変化を検証する。なお, 表面力は断層面を延長した面上の断層面方向の成分とする。

用いる数値解析手法は境界積分方程式法, 及び有限要素法である。境界積分方程式法では, 空間方向に一様な滑り変位を仮定することから式(14)を用いて時間方向の畳み込みのみを行う。時間方向の畳み込みは, 時間間隔 $\Delta t = 0.0015$ 秒毎に離散化して数値積分により計算する。有限要素法では長方形のアイソパラメトリック要素を用いて離散化を行う。メッシュサイズは一辺 10 m の正方形メッシュのみを用いる粗いメッシュのケース (Mesh 1) と, 図-4の点線で示すように断層の周囲に一辺 2 m のメッシュを設定した密なメッシュのケース (Mesh 2) との2通りで計算を実施する。

3.2 解析結果と手法の検証

境界積分方程式法と Mesh 1 を有する有限要素法とにより計算された全無限地盤に対する表面力の変化を図-5 (a) に示す。Site 2 は震源断層から距離があるために両手法による違いは明瞭ではないが, 震源断層に近い Site 1 では有限要素法と境界積分方程式法とで計算される表面力に違いが見られる。同様に Mesh 1 よりも密なメッシュである Mesh 2 を有する有限要素法

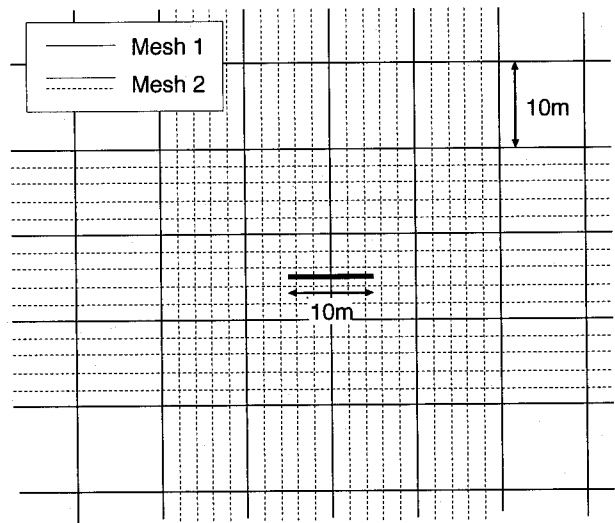


図-4 有限要素法に用いる2通りのメッシュ (実線: Mesh 1, 実線+点線: Mesh 2)。

により計算された表面力変化との比較を図-5 (b) に示す。こちらの場合には Site 2 における結果に違いは見られないものの, Site 1 においては Mesh 1 の場合と比較して境界積分方程式法による解との差が小さいことが確認される。境界積分方程式法では全無限媒質に対して任意の位置で精度の高い解が期待できることから, 境界積分方程式法による解との差は主に有限要素法による解に含まれる誤差と考えられる。また, その誤差がメッシュに依存していることから, 粗いメッシュを有する有限要素法では震源近傍の急な応力変化を捉える際に誤差を含むことを示している。

続いて Mesh 1 を有する有限要素法を用いて半無限地盤に対する表面力の変化を計算し, 全無限地盤に対して Mesh 1 を用いて有限要素法により計算された表面力の変化と併せて図-5 (c) に示す。Site 1 においては, 両表面力に違いが確認できないが, Site 2 においては自由表面において生成された新しいフェーズが付加されている。Site 1 における表面力の変化は震源断層近傍であるために直達成分の影響を大きく受けて Site 2 と比較しておよそ 100 倍の振幅を示しているため, 観測点におけるこのフェーズの存在の有無は相対的な振幅の差によるものと考えられる。一方で, Site 2 に見られる半無限地盤に付加されたフェーズが自由表面に因るものであれば, その影響は震源-自由表面-観測点の距離に関係すると考えられるためにその振幅は Site 1, Site 2 でほぼ同等であると考えられる。そこで, 式(11)を用いて Mesh 1 の有限要素法により計算される散乱項を計算し, 図-5 (d) に示す。Site 1, Site 2 において計算された散乱項のレベルから明らかなように, その振幅は両観測点でほぼ等しい。この場合図-5 (a) における議論から, 全無限地盤に対する Site 2 の表面力の変化と同等な振幅を有する散乱項が震源近傍の急な応力変化を含むと考えにくいため, 散乱項は Mesh 1 に

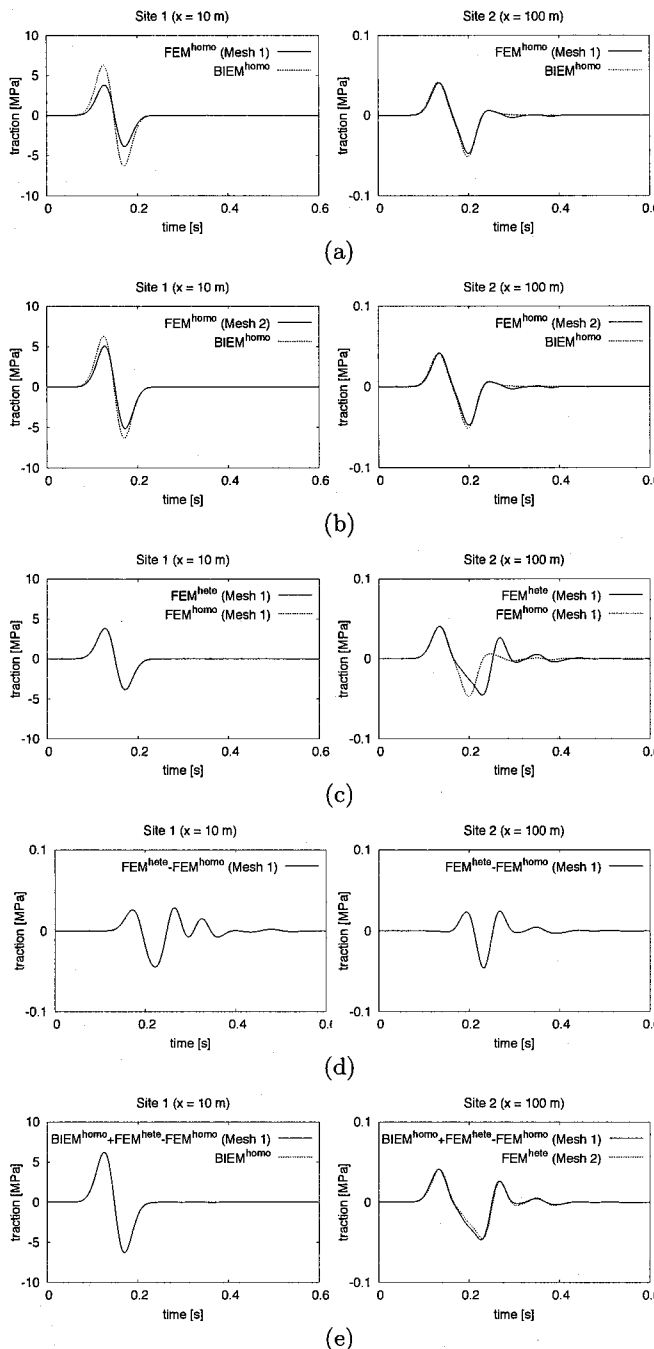


図-5 Site 1, Site 2 における表面力の変化. (a) 全無限地盤に対する FEM (Mesh 1) と BIEM とによる結果の比較, (b) 全無限地盤に対する FEM (Mesh 2) と BIEM とによる結果の比較, (c) 半無限地盤に対する FEM (Mesh 1) と全無限地盤に対する FEM (Mesh 1) とによる結果の比較, (d) FEM (Mesh 1) により計算された散乱項, (e) 半無限地盤に対する本研究の手法 (BIEM+FEM) と全無限地盤に対する BIEM, 及び半無限地盤に対する FEM (Mesh 2) とによる結果の比較

おける有限要素法においても十分な精度が期待できると考える。

そこで、式 (12) により半無限地盤に対する表面力の変化を計算し、比較を行う。半無限地盤に対する表面力の変化の解析解に代用して、ここでは直達成分であ

る全無限地盤の解が支配的であると考えられる Site 1 では全無限地盤に対する境界積分方程式法による解を、散乱項が無視できないが直達成分に含まれる誤差が小さいと考えられる Site 2 では密なメッシュ Mesh 2 を有する半無限地盤に対する有限要素法による解を比較対象とする。図-5 (e) にそれぞれの観測点における表面力の変化の比較を示すが、粗いメッシュ Mesh 1 を有する有限要素法と全無限媒質に対する境界積分方程式法とを組み合わせることで、震源断層近傍から不均質の影響が無視できないような離れた観測点までを自然に繋いで同時に表現することが出来ていることが確認できる。

4. 断層破壊の数値解析

4.1 解析条件

定式化の節で述べたように、断層の破壊過程を数値解析するためには断層の摩擦則と滑り-表面力関係式の 2 式が必要である。断層の摩擦則として式 (1) に示した Ida の関係式を用いる場合、断層の各箇所において設定する必要があるパラメタ (動的パラメタ) は、降伏表面力 T_p 、残留表面力 T_r 、滑り弱化解距離 D_C 、初期表面力 T_I の 4 パラメタである。本研究では、パラメタの組として 2 つのモデル、Model A、Model B を図-6 に示すように設定して解析を実施する。断層幅は両モデルで等しく 10 km とする。Model A では破壊は両端に向かって対称に破壊が進展するようにパラメタを分布させ、Model B では右側から左側へと破壊が進展し、4 km より左側の領域で破壊の進展が減退するように設定している。ただし、いずれも全無限媒質の場合に期待される震源過程であり、地盤に不均質な構造が含まれる場合は必ずしもそのようにならない。

地盤モデルと断層、及び地表面に設定する観測点の配置を図-7 に示す。地盤モデルは半無限とし、P 波速度 6000 m/s、S 波速度 3464 m/s、密度 2670 kg/m³ の均質地盤とする。図-6 のモデルで設定した幅 10 km の断層を深さ 1000 m に配置し、4 通りの傾斜角 (0°, 30°, 60°, 90°) について考察する。なお、図-6 に示した断層幅方向の座標の原点は上端側とする。観測点は地表面に 3 点配置し、断層を挟んで下盤側に 1 点 (Site 1)、上盤側に 2 点 (Site 2, Site 3) とする。

以降の数値解析においては、断層のパラメタ分布と傾斜角のそれぞれについて考察をするため、表-1 のような名称を各ケース名として採用する。さらに、それぞれのケースに対して全無限地盤を仮定して断層の破壊過程を計算し、計算された滑り変位を断層に導入して観測点の波形を計算した場合を比較に用いる。この場合、全無限地盤を用いたことを示すためにケース名の後ろに Case A-0(H) などのように (H) を付記する。ただし、全無限地盤における断層の破壊過程は傾斜角

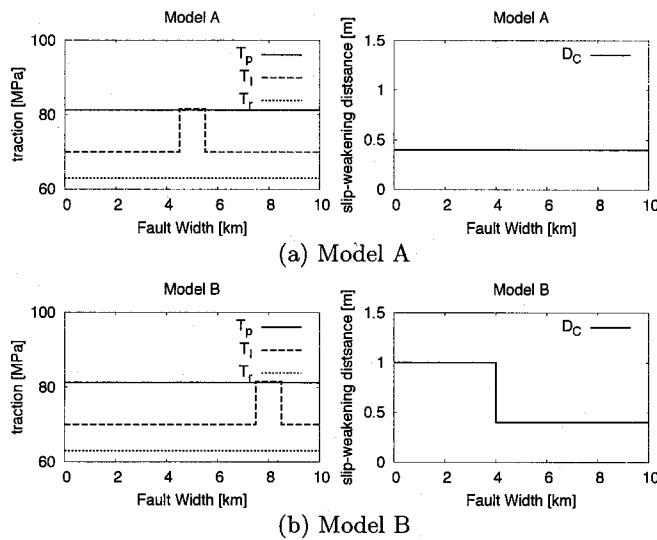


図-6 断層破壊の数値解析に用いる2つのモデル Model A と Model B のパラメータ分布 (降伏表面力 T_p , 残留表面力 T_r , 滑り弱化距離 D_c , 初期表面力 T_l)

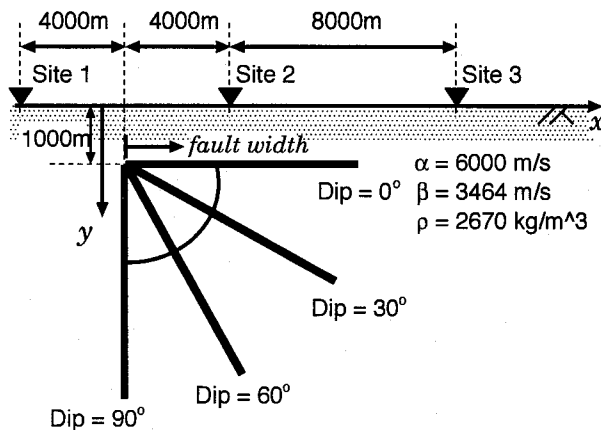


図-7 半無限地盤に設定する断層と観測点の配置

表-1 ケース名と動的パラメータモデル, 傾斜角の対応

ケース名	動的パラメータモデル	傾斜角
Case A-0	Model A	0°
Case A-30	Model A	30°
Case A-60	Model A	60°
Case A-90	Model A	90°
Case B-0	Model B	0°
Case B-30	Model B	30°
Case B-60	Model B	60°
Case B-90	Model B	90°

に依存しないため, Case-A(H) のように傾斜角を省略した名称を用いる。

既往の研究にも指摘されている通り, 断層の破壊を数値解析すると生成された滑り速度関数に振動成分が付加する¹⁵⁾。この振動は粘性項により吸収すること方

法などがある⁸⁾が, 本研究では次式で定義する最小化問題として定式化することで, 計算される時刻 $n\Delta t$ の滑り速度をフィルタリングすることで逐次的に振動を抑えることにした。

$$\|d_n - Rv_n\|^2 + (\varepsilon Sv_n)^2 \rightarrow \min \quad (15)$$

ここで, $d_n = \{\Delta u_{n-1} - \Delta u_{n-2}, \Delta u_n - \Delta u_{n-2}\}^T$, $v_n = \{\Delta \dot{u}_{n-1}, \Delta \dot{u}_n\}^T$,

$$R = \begin{pmatrix} \Delta t & 0 \\ \Delta t & \Delta t \end{pmatrix}, \quad S = \begin{pmatrix} 1 & -1 \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Δt は時間刻みで, 本解析では $\Delta t = 0.00833$ 秒と設定している。また, ε は正則化パラメータであり, ここでは簡単のために $\varepsilon = \Delta t$ を採用している。式 (15) より, 各時刻 $n\Delta t$ において計算された滑り変位から次式のように滑り速度を計算して振動を抑える。

$$v_n = (R^T R + \varepsilon^2 S^T S)^{-1} R^T d_n. \quad (17)$$

有限要素法では, 両辺 100 m のアイソパラメトリック要素で離散化を行う。時間方向に関しては, 境界積分方程式法と等しい時間刻み $\Delta t = 0.00833$ 秒を採用する。また, 境界積分方程式法では断層を 100 m 毎に分割して離散化を行う。

4.2 解析結果 (Model A)

図-6 に示す Model A の動的パラメータが断層に与えられている問題を対象にして, 断層の破壊過程を動力学に基づいて数値解析し, 生成される断層面上の滑り変位分布と波動場について考察する。

破壊過程の計算に際しては, 図-7 に示した4通りの傾斜角に対する場合と全無限媒質を仮定した場合との計5通りについて実施する。図-8 に計算された滑り速度の時空間分布を, 横軸に断層面上の位置, 縦軸に時間軸を設定して示す。前述したように Model A は破壊が左右対称となるように設定されたモデルであり, 図-8 上図の全無限媒質に対する結果において左右対称な破壊過程が生成されている。一方, 半無限媒質を対象として計算された破壊過程を図-8 の残りに示すが, 傾斜角が 30°, 60°, 90° の場合において断層上端側 (0 km) から破壊が励起されて下端側へ伝播している様子が確認され, 破壊の非対称性が認められる。ただし, 傾斜角 0° (Case A-0) の場合は破壊過程が対称に生成されていることから, この破壊過程の非対称性は断層に対する自由表面の相対的な位置が関係しているものと考えられる。

断層の 2 km, 3 km, 4 km の位置において生成された滑り速度, 及び滑り変位の時刻歴の比較を図-9 に示す。全無限媒質の場合と比較して傾斜角 0° の場合に各地点で破壊の始まる時刻が早い, すなわち破壊伝播速度が速いことが認められる。この理由を検討するため, 断層面上の 4.9-5.0km に位置する要素のみに次式で示

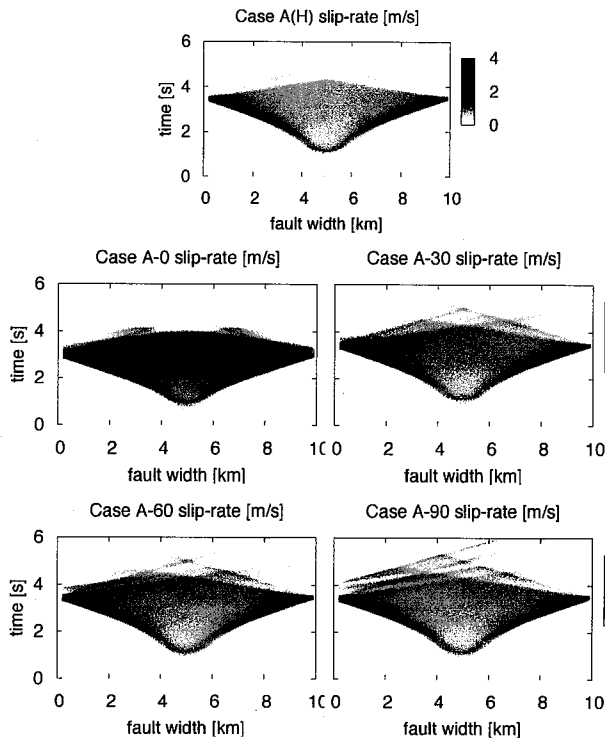


図-8 断層面に発生する傾斜角毎の滑り速度の時空間分布 (Model A)。

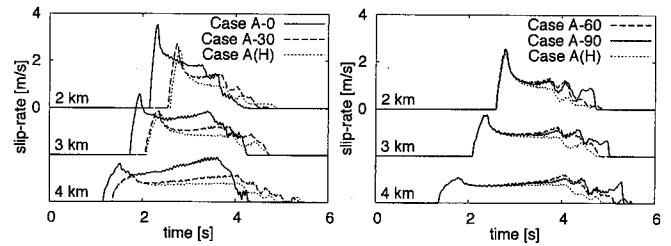
す滑り速度関数を与えて、全無限媒質の場合と傾斜角 0° の半無限媒質の場合とで表面力の変化を比較する。

$$\Delta \dot{u}(t) = \begin{cases} 0 & (t < 0) \\ \frac{16t^2}{t_d^3} & (0 \leq t < \frac{t_d}{4}) \\ \frac{2}{t_d} - \frac{16(t-0.5)^2}{t_d^3} & (\frac{t_d}{4} \leq t < \frac{3t_d}{4}) \\ \frac{16(t-t_d)^2}{t_d^3} & (\frac{3t_d}{4} \leq t < t_d) \\ 0 & (t \leq t) \end{cases} \quad (18)$$

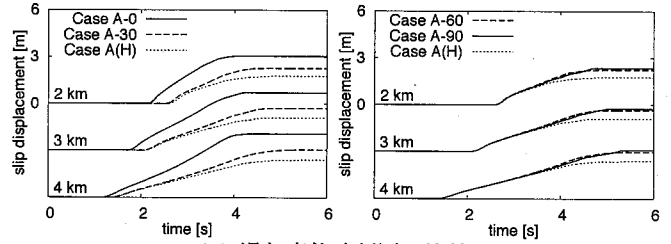
t_d は滑り速度関数の立ち上がり時間を表すパラメタで、ここでは図-9 の立ち上がり時間に対応させて $t_d = 2$ 秒とする。

図-10 に断層の 4 km の位置における表面力の変化を比較して示す。なお、全無限媒質の場合、傾斜角 0° の半無限媒質の場合の両者ともに断層方向に均質であり、境界面とも交わらないため、断層の 4 km の位置における断層の 3 km における表面力の変化、断層の 3 km の位置における断層の 2 km における表面力の変化を同様に計算しても同じ結果となる。傾斜角 0° の半無限地盤の場合の方が大きな表面力変化が計算されるが、図-10 で特に着目すべき点は、ある値に達するまでに要する時間が傾斜角 0° の場合に早いことである。断層破壊の進展問題では、滑り変位により生成された表面力が降伏表面力を上回る場合に破壊がその地点で始まるため、破壊伝播速度が速い傾斜角 0° の場合は図-10 のように表面力の値の増加が早いのではないかと予想される。

図-11 に断層の 2 km, 3 km, 4 km の位置において生成された表面力の時刻歴の比較を示すが、予想され



(a) 滑り速度時刻歴の比較



(b) 滑り変位時刻歴の比較

図-9 断層面に発生する傾斜角毎の滑り速度、及び滑り変位の時刻歴の比較 (Model A)。

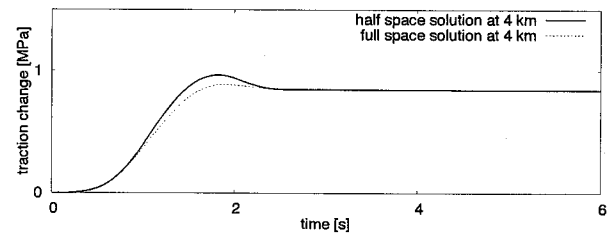


図-10 式 (18) の滑り速度関数を断層面 4.9-5.0km のみに与えて計算された、全無限媒質と傾斜角 0° の半無限媒質における表面力の変化の比較。

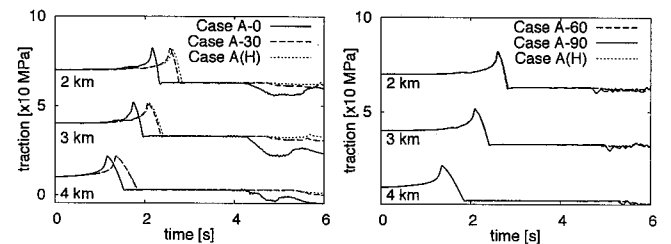


図-11 断層面に発生する傾斜角毎の表面力の時刻歴の比較 (Model A)。

た通りに傾斜角 0° の場合において表面力の値の増加が早いことが確認できる。従って、本数値解析例の傾斜角 0° の場合においては表面力の増加が早いことにより、破壊伝播速度が速く計算されたものと考えられる。

また、傾斜角 30° , 60° , 90° の場合では、滑り速度関数の立上り部分で全無限媒質の場合と大きな差が見られないが、後続のフェーズにおいて断層上端側から伝播するフェーズが確認される。またこれにより、生成される滑り速度関数の立ち上がり時間が長くなるため、滑り変位の比較において見られるように全無限媒質と比較して最終滑り変位量が大きくなる傾向が発現されている。

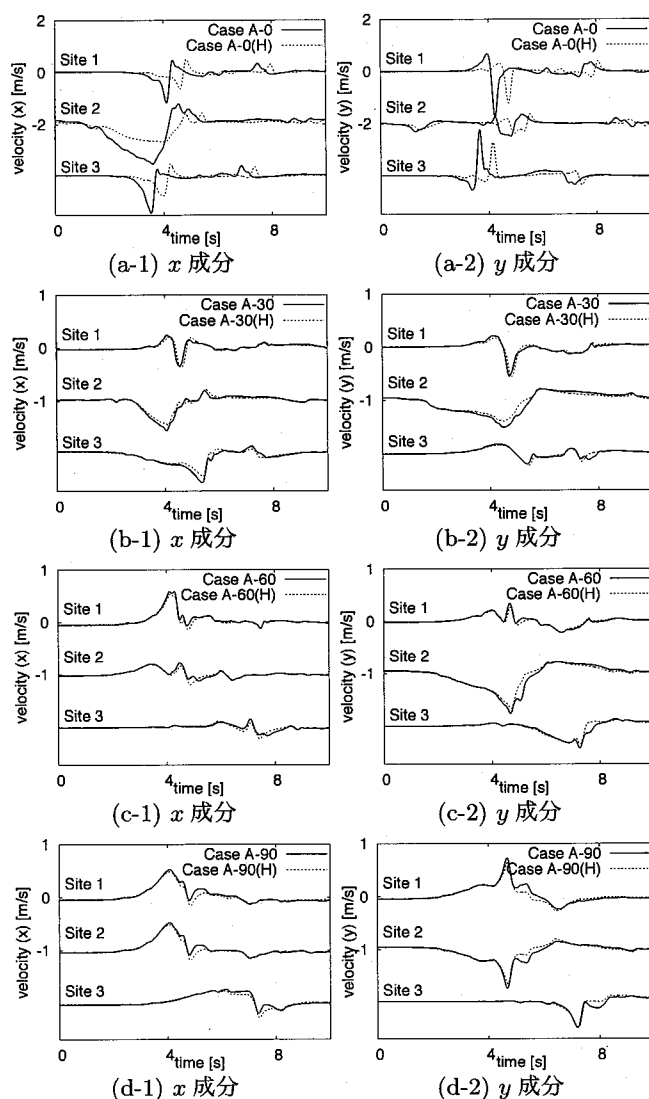


図-12 地表面で観測される速度波形の比較 (Model A), (a) 傾斜角 0° , (b) 傾斜角 30° , (c) 傾斜角 60° , (d) 傾斜角 90° .

半無限地盤を対象として計算された自由表面上の速度波形と、全無限媒質に対する破壊過程を半無限地盤内に設定した断層に導入して計算された速度波形とを、それぞれの傾斜角に対して図-12に示す。傾斜角 0° の場合、半無限地盤を考慮して生成した破壊過程による波形は全無限媒質を仮定して生成させた破壊過程による波形と比較して、フェーズの到達が早いことが確認される。他の傾斜角においてフェーズの到達時刻の差が見られないことから、これは図-9で考察した傾斜角 0° における破壊伝播速度の違いが影響しているものと考えられる。その他、特に傾斜角が 30° , 60° , 90° の場合においては波形の違いが明瞭に確認できない。このことは、破壊伝播速度などの滑り速度のピーク付近の形状が全無限媒質の場合と比較して同様であれば、波形への寄与が小さくことを示している。

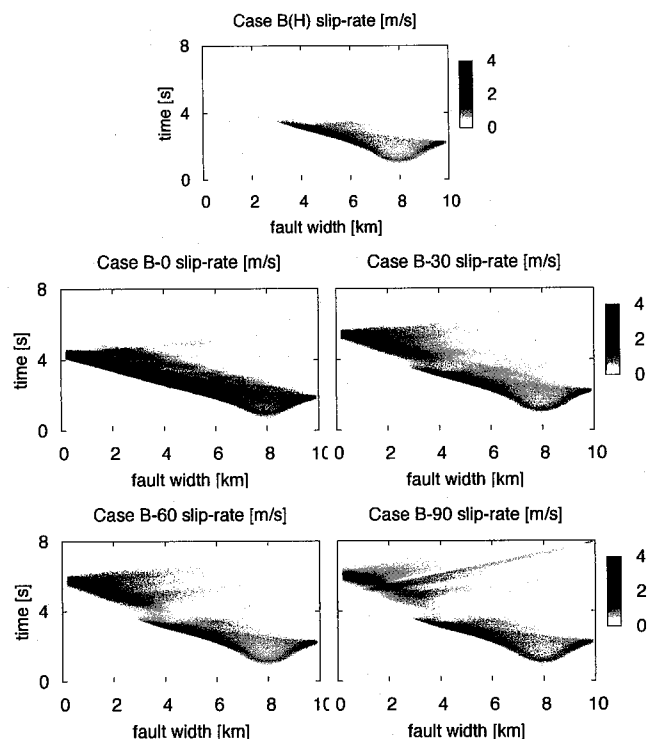


図-13 断層面に発生する傾斜角毎の滑り速度の時空間分布 (Model B)。

4.3 解析結果 (Model B)

Model A と同様にして、図-6に示す Model B に対して生成される断層面上の滑り変位分布と波動場について考察する。

断層面上に計算された滑り速度の時空間分布を図-13に示す。Model B は、破壊が一方へ進展して 4 km から大きく設定した滑り弱化距離により破壊を抑制するモデルであり、図-13 上図に示す全無限媒質を対象として計算された結果においてこの傾向が見られる。一方、半無限媒質を対象として計算された破壊過程を図-13の残りに示すが、全ての傾斜角の場合において 4 km を越えて破壊が抑制されずに進展している。0-4 km における破壊過程は傾斜角毎に様相が異なり、特に傾斜が高角になるにつれて破壊の伝播が遅くなる傾向が見られる。破壊時刻は降伏表面力と関係するが、破壊の巨視的な進展及び停止は滑り弱化距離に比例する破壊エネルギーと生成された滑り変位による仕事とのバランス関係で決まる。半無限地盤の場合は生成された地震動が自由表面によって反射し、再び断層に達して断層面に仕事として働くような応力場を形成することでエネルギーバランスを崩して破壊を停止させないと推測される。このため、断層傾斜が高角になるほど反射した地震動が断層に達する走時が長くなるために、破壊の進展が 0-4 km において遅れるものと考えられる。

また、断層の 2 km, 3 km, 4 km の位置において生成された滑り速度、及び滑り変位の時刻歴の比較を図-14

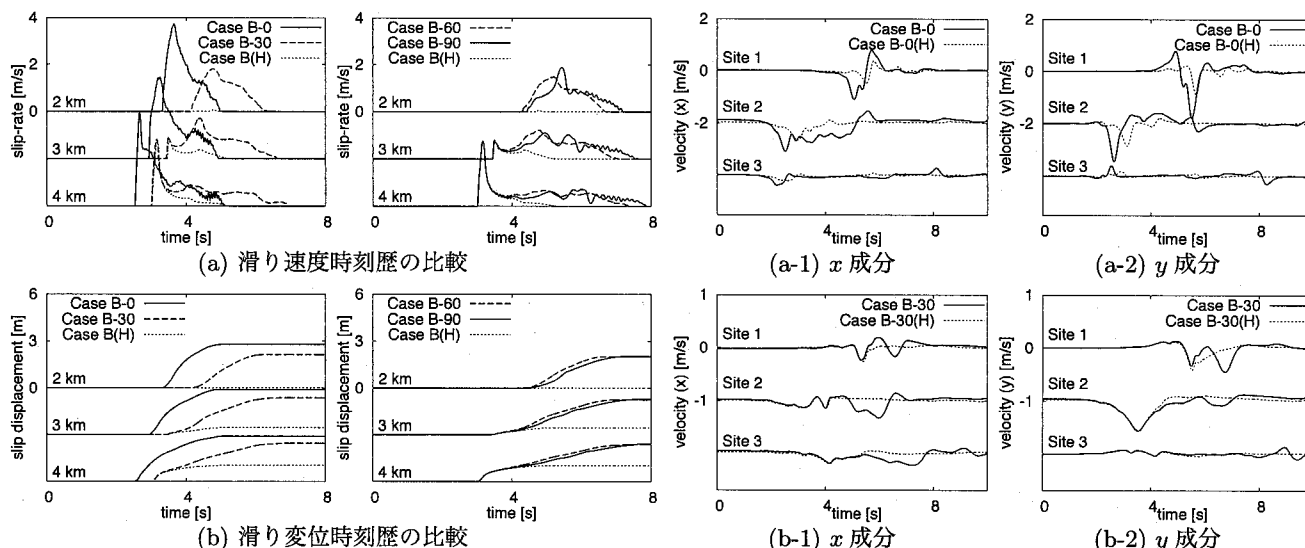


図-14 断層面に発生する傾斜角毎の滑り速度，及び滑り変位の時刻歴の比較 (Model B)。

に示す。全無限媒質の場合には2 kmにおいて滑りがほぼ発生しないが、半無限地盤の場合には滑りが発生しており、その伝播速度は断層傾斜が高角になるほど遅くなることが再び確認される。生成される滑り速度関数の形状は、4 kmの地点では破壊初期に鋭いピークを有するKostrov型¹⁶⁾を示すが、一方で2 kmでは破壊から比較的時間をかけてピークに達するような形状を示す。ただし、この形状の違いは滑り弱体化距離の違いとも関連する可能性があり、ここではその原因を半無限地盤による効果と分離して考察できない。生成される最終滑り変位量は傾斜角に依存して、Model Aの場合と同様に増加することが認められる。

半無限地盤を対象として計算された自由表面上の速度波形と、全無限媒質に対する破壊過程を半無限地盤内に設定した断層に導入して計算された速度波形とを、Model Aの場合と同様にそれぞれの傾斜角に対して図-15に示す。Model Aの場合と異なり、Model Bでは傾斜角0°以外の傾斜角においても全無限媒質を仮定して生成させた破壊過程による波形との違いが明瞭に確認できる。傾斜角が30°、60°、90°の場合における速度波形の大きな違いは、波形に第2のフェーズが表れる点であり、導入する断層の破壊過程の違いにより生成されるフェーズであることから、このフェーズは断層上0-4 kmにおいて生成された滑り変位によるものであると考えられる。Model Aの結果による議論において滑り速度のピーク付近の形状の違いが波形に反映されることを指摘したが、ここでも第1のフェーズに差が認められないこと、第2のフェーズが付加されていることから同様な傾向が確認される。

半無限地盤に対して生成された波動場を考察するため、傾斜角30°の場合 (Case B-30) を対象にして対象領域で計算された各地点における速度の絶対値を時刻

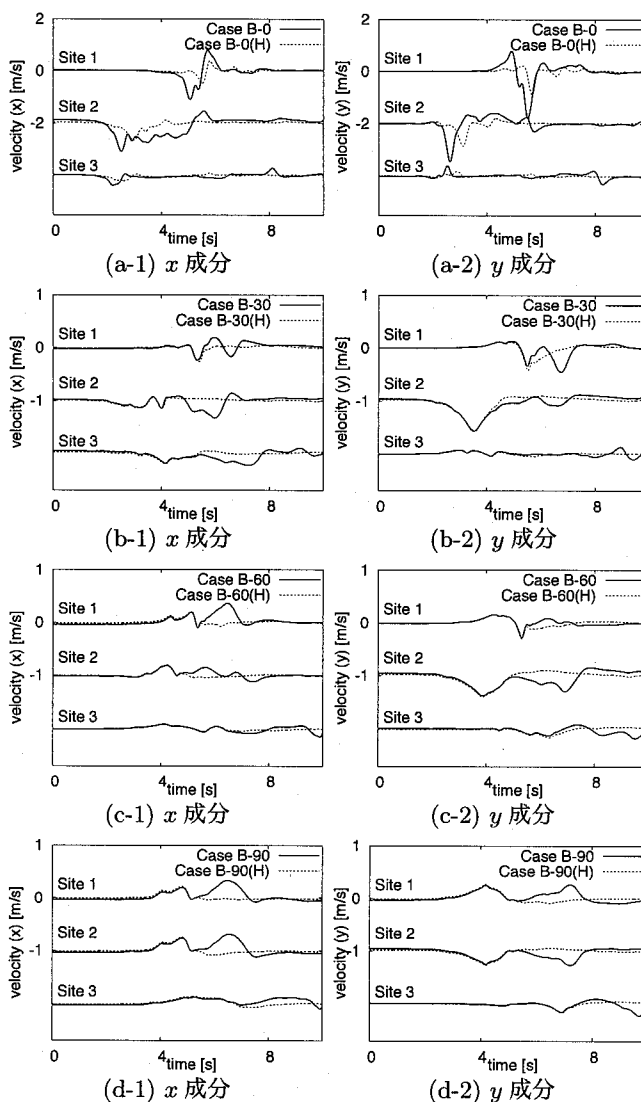


図-15 地表面で観測される速度波形の比較 (Model B)，
(a) 傾斜角0°，(b) 傾斜角30°，(c) 傾斜角60°，
(d) 傾斜角90°。

毎に図-16に示す。時刻3秒までは、生成された波動場の空間分布に半無限地盤の影響が明瞭に確認できないが、これは図-13に示した破壊過程において時刻3秒付近までは全無限媒質を対象とした破壊過程と同様である事実と調和的である。また、時刻4秒以降は滑り速度のピークが断層端に達する時刻6秒前まで、地表面と断層との間に速度の大きな領域が形成され、その後左右に伝播する様子が見られる。速度波形に見られる第2のフェーズの到達時刻と比較すると、この速度の大きな領域が第2のフェーズに対応する。また、断層を挟んで上側の領域の方が速度の値が大きく、断層の下側の領域へと波動が多く透過しない様子も確認される。

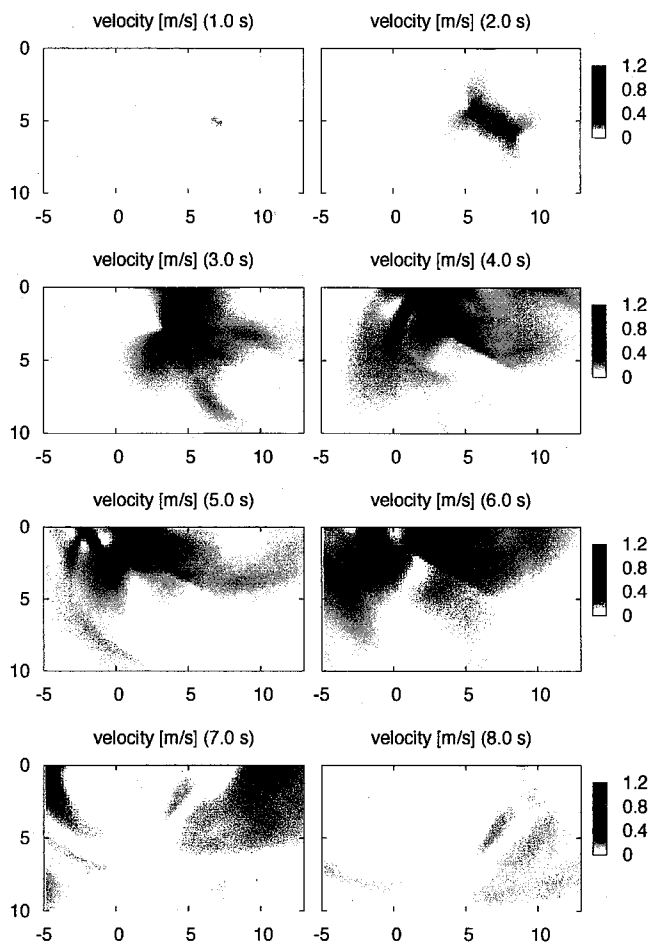


図-16 傾斜角 30° (Case B-30) の場合に対する波動場。各時刻における速度の絶対値を示す。縦軸、横軸の単位は km

5. まとめ

本研究では、断層の破壊過程を動力学に基づいて生成するために境界積分方程式法と有限要素法とを組み合わせた手法を採用した。この手法は全無限で均質な媒質と仮定できない地盤に対して2つの有限要素法を解くことで散乱項を抽出し、断層の極近傍を高精度に評価した境界積分方程式法の解と組み合わせることで、精度良く断層破壊の数値解析が可能である。

提案する手法は不均質地盤を対象とするが、本手法の簡単な適用例として半無限地盤を選択して2モデルの断層破壊の数値解析例を実施した。本解析例では、半無限地盤に設定した断層で生成される破壊過程が自由表面の影響を受けることを示した。滑り速度関数のピーク付近が影響を受ける場合に観測波形が影響を受けること、半無限地盤では生成される最終滑り変位量が全無限媒質を仮定したものよりも大きくなることが確認された。

本研究で示す数値解析例は簡単なモデルを対象としているため、解析結果を地表面と断層の相互作用の結果として実現象と対応させる段階ではない。今後は、地

表付近の速度の遅い層による影響などの層構造による影響についての検討も行う予定である。

参考文献

- 1) Bouchon, M.: The state of stress on some faults of the San Andreas system as inferred from near-field strong motion data, *J. Geophys. Res.*, Vol.102, pp.11731–11744, 1997.
- 2) Aochi, H. and Fukuyama, E.: Three-dimensional nonplanar simulation of the 1992 Landers earthquake, *J. Geophys. Res.*, Vol.107, doi:10.1029/2000JB000061, 2002.
- 3) Dalguer, L.A., Irikura, K., and Reira, J.: Generation of new cracks accompanied by the dynamic shear rupture propagation of the 2000 Tottori (Japan) earthquake, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol.93, pp.2236–2252, 2003.
- 4) Dieterich, J.H.: Modeling of rock friction, 1, Experimental results and constitutive equations, *J. Geophys. Res.*, Vol.84, pp.2161–2168, 1979.
- 5) Ruina, A.: Slip instability and state variable friction laws, *J. Geophys. Res.*, Vol.88, pp.10359–10370, 1983.
- 6) Ida, Y.: Cohesive force across the tip of a longitudinal-shear crack and Griffith's specific surface energy, *J. Geophys. Res.*, Vol.77, pp.3796–3805, 1972.
- 7) Cochard, A. and Madariaga, R.: Dynamic faulting under rate-dependent friction, *Pure Appl. Geophys.*, Vol.142, pp.419–445, 1994.
- 8) Tada, T. and Yamashita, T.: Non-hypersingular boundary integral equations for two-dimensional non-planar crack analysis, *Geophys. J. Int.*, Vol.130, pp.269–282, 1997.
- 9) Fukuyama, E. and Madariaga, R.: Rupture dynamics of a planar fault in a 3D elastic medium: rate- and slip-weakening friction, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol.85, pp.1–17, 1998.
- 10) Tada, T., Fukuyama, E. and Madariaga, R.: Non-hypersingular boundary integral equations for 3-D non-planar crack dynamics, *Comput. Mech.*, Vol.25, pp.613–626, 2000.
- 11) Zhang, H. and Chen, X.: Dynamic rupture on a planar fault in three-dimensional half space - I. Theory, *Geophys. J. Int.*, Vol.164, pp.633–652, 2006.
- 12) Aagaard, B.T., Hall, J.F. and Heaton T.H.: Characterization of near-source ground motion with earthquake simulations *Earthquake Spectra*, Vol.17, pp.177–207, 2001.
- 13) Dalguer, L.A. and Day, S.M.: Staggered-grid split-node method for spontaneous rupture simulation, *J. Geophys. Res.*, Vol.112, doi:10.1029/2006JB004467, 2007.
- 14) Day, S.M., Dalguer, L.A., Lapusta, N. and Liu, Y.: Comparison of finite difference and boundary integral solutions to three-dimensional spontaneous rupture, *J. Geophys. Res.*, Vol.110, doi:10.1029/2005JB003813, 2005.
- 15) Shi, Z. and Ben-Zion, Y.: Dynamic rupture on a bimaterial interface governed by slip-weakening friction, *Geophys. J. Int.*, Vol.165, pp.469–484, 2006.
- 16) Kostrov, B.V.: Self similar problems of propagation of shear cracks, *J. Appl. Math. Mech.*, Vol.30, pp.1241–1248, 1964.

(2007年4月12日 受付)