

不等流を遡上する波状性段波の 水理実験とその数値計算

Experimental and Numerical Study of Undular Bore Propagation in Non-uniform Flow

安田 浩保*

Hiroyasu YASUDA

*正会員 博(工学) 独立行政法人土木研究所 寒地土木研究所 (〒062-8602 札幌市豊平区平岸1条3丁目)

Hydraulics experiments showed that under undular bore, the maximum wave height rise was 1.4 times that under still water without flow and the wave height was up to twice the initial wave height at the downstream end. One-dimensional calculations using conventional shallow-water-theory equation underestimated the calculated wave height and over estimated the wave velocity, relative to experimental measurements. Calculations using a Boussinesq-type equation produced good agreement with experimental data.

Key Words : undular bore, hydraulic experiments, numerical analysis, nonlinear dispersive wave theory

1. はじめに

波状性段波に関する研究は、静水場においてゲートの急開などにより段波を生じさせた場合について、Favre¹⁾, Keulegan & Patterson²⁾, Johnson³⁾⁴⁾, Peregrine⁵⁾, 室田・岩田⁶⁾や松富⁷⁾などが実施している。これらの研究によると、波頭部では局所的な水位上昇を生じる波状性段波が形成され、このような波頭部では入射前の水位に比して2倍程度にまで水位が急激に上昇することが指摘されている。ただし、このような波状性段波が流れ場を遡上する場合の議論にまでは至っていない。一方で、流れ場を遡上する波動に関する理論解析を佐藤⁸⁾などが実施している。しかし、過去に行われたいずれの理論解析ともに静水圧近似のもとで行われており、非静水圧の効果が無視できない波状性段波の形成に伴う水位上昇までは言及されていない。最近になり、安田ら⁹⁾は、ゲートが急閉された場合に生じる波状性段波が疑似等流場を遡上する問題に関する水理実験を実施している。彼らは、波頭部における波状性の形成に伴う水位上昇の規模は少なくとも1.8倍程度にまで達することを示している。しかし、さらに長距離伝播した場合の波高減衰など検討の余地が残されている。

流れ場を遡上する波状性段波の工学的な応用事例のひとつとして、津波の河川遡上が挙げられよう。2003年9月に発生した十勝沖地震津波の複数の河川への浸入と波状性段波が形成されたことを契機に津波の河川遡上の危険性が認識されるようになった¹⁰⁾。特にこの問題を取り扱う場合、不等流場を遡上する波状性段波に関する知見が要求される。しかし、前述までの通り、流下方向に Fr 数が漸変する不等流場における検討は不十分と言わざるを得ない状況にあるほか、安田¹¹⁾が数値的

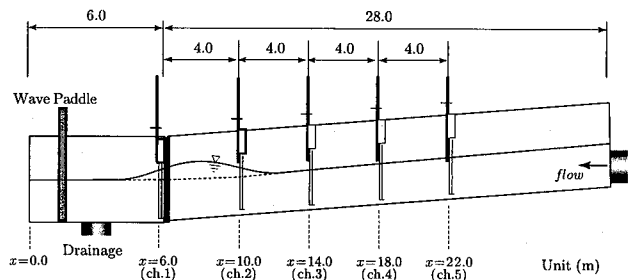


図-1 実験装置の概要

な検討を行っているものの急勾配河川などの高 Fr 数の条件下における長波の変形に関する知見は乏しい。このほか、安田¹²⁾は十勝川に浸入、遡上した津波の1次元数値解析を行い、波状性段波の形成に伴う水位上昇規模を推定するなどしている。ただし、このような数値解析では波頭部の十分な解像のために数メートル程度の細分計算格子が要求され、1次元解析でさえ洪水流などのいわゆる不定流計算に比べて計算負荷が格段に大きくなる。

本研究では、このような実情を踏まえ、その第一段階として、不等流場を遡上する波状性段波に関する水理実験を実施してその形成に伴う水位上昇の規模を把握することを試みた。さらに、実用に資する同現象に適した1次元数値計算法について検討した。

2. 水理実験

2.1 実験装置の概要

本研究で使用した実験装置は、図-1に示した全長34m、全幅0.5mの矩形断面水路である。下流端から

表-1 実験条件の一覧

Run	i	D_M (m)	q (m ³ /s)	Fr_M	H_T (m)	T_T (s)
1	250	0.30	0.074	0.29	0.05	5.0
2		0.35	0.074	0.23		
3		0.40	0.074	0.19		
4		0.40	0.060	0.15		
5		0.40	0.040	0.10		
6		0.40	0.020	0.05		
7		0.30	0.000	0.00		
8		0.35	0.000	0.00		
9		0.40	0.000	0.00		
10	750	0.30	0.043	0.17		
11		0.35	0.043	0.13		
12		0.40	0.043	0.11		
13		0.30	0.000	0.00		
14		0.35	0.000	0.00		
15		0.40	0.000	0.00		

6m の区間は固定勾配区間, そこから 28m の区間は水平から 1/50 まで無段階に水路勾配を変化させることができる。水路の上流端に最大給水能力が 80l/s の給水機構と下流の固定勾配区間に排水機構を備え, 不等流場が形成できるようになっている。ただし, 上流端から約 2m の区間には, ポンプからの給水を整流するための緩衝材を配置した。固定勾配区間には最長周期 10 秒, 造波可能最大水深 0.8m のコンピュータ制御のパドル型造波機を備えている。

水位変化の計測は, 図-1 のとおり配置された 5 本の容量式波高計 (ケネック製) を用いた。計測時間間隔は 0.02 秒に設定した。

2.2 実験条件

実験条件は, 表-1 に示す 15 通りを設定した。不等流場は, 河床勾配 i に 1/250, 1/750 の二つを設定し, この河床勾配に対して下流端水深 D_M に 0.30, 0.35, 0.40m の 3 つと表-1 に示した流量 q を組み合わせて形成している。ここで, Fr_M は D_M と q から求められる水平床の $x = 0.0$ から 6.0 の下流端区間における Froude 数である。なお, 設定した河床勾配は, 使用した実験水路において有意な不等流状態を形成する条件を試行錯誤の結果, 定めたものである。また, 同表に示した通り, 入射波が流れから受ける影響を相対的に把握することを目的に静水時の実験も併せて実施した。

下流端から入射する波の造波には図-1 内のパドル型造波機を用いた。入射波の波形は $\sin^2$ の上に凸の半周期の孤立波型とし, すべての実験条件で同じ造波信号

により目標最大波高 H_T を 0.05m, 目標周期 T_T を 5 秒を入射した。これらの目標波形の形状は造波パドルの 5cm 上流におけるものである。本文における周期の定義は, 定常流水位が一度隆起し再び定常水位に戻るまでの時間である。

この水路底面の材質は敷設された人工芝である。今回の実験条件における Manning の粗度係数は 0.020 ~ 0.022 である。この値は, 各流量毎に縦断方向に 4m 間隔で 4 点の定常水位をポイントゲージで計測し, これらの縦断水位分布がそれぞれ再現できるように Manning の粗度係数を変化させる不等流計算を行い推定したものである。

2.3 実験結果

実験結果のうち, 時間波形としてとりまとめたものの一例が図-2~4 で, 図中の ϵ_E は $\epsilon_E = H(x, t)/D(x, 0)$ と定義される。ここで, $H(x, t)$ は $\eta(x, t) - \eta(x, 0)$ として求められる各観測地点における水位の変化量, $D(x, 0)$ は各計測地点における定常状態の水深である。各計測地点における水位上昇率について初期水深および Fr 数に着目して整理したものがそれぞれ図-5, 6 である。なお, 碎波の発生については入射波の遡上を目視で追跡して確認した。その結果, 全実験条件ともにいずれの計測地点においても明瞭な碎波のみならず, その兆候は全く見られなかった。

(1) 時間波形の特性

実施したいずれの実験条件ともに不等流場を遡る過程において, 入射波は同様の変形過程を呈した。入射

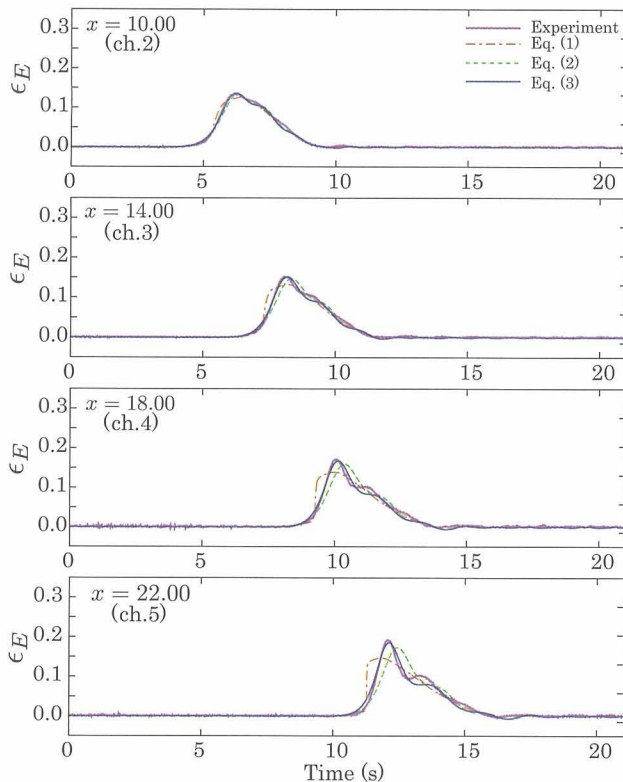


図-2 水理実験と数値解析による再現計算の時間波形図
(Run-9 : $i = 1/250$, $q = 0.0(\text{m}^3/\text{s})$, $D_M = 0.40(\text{m})$)

波形は、まず、伝播しながら急速に前傾化を強め、このために水面の曲率が大きくなった波頭部では波高が増幅して第1波峰が形成され、つぎにその後方で第2波峰が形成される典型的な波数分散現象が生じた。その結果、この現象が主な原因となり入射波の波頭部の波高は急激に上昇した。

図-2～4は順に流量 q が大きくなっている。これらの時間波形図と図-5から分かるように、入射時に一峰だった $\sin^2$ 波は少なくとも二つ波峰を生成するとともに、目標波高 H_T に比して1.4から2倍程度までの大幅な水位上昇が発生していた。流れが強いほどに急峻な波面を有する波列を形成し、その波峰間距離は長くなることが見て取れる。

つぎに、入射波の伝播速度であるが、これは流れの影響を受けて低下する。そのうえ、この伝播速度の低下は流れの影響だけでなく、後述の数値解析において詳述する分散波列の形成からも少なからず影響を受けることがわかる。

(2) 波状性段波への遷移に伴う水位上昇率

一般に浅水波に分類される波動現象では伝播過程において浅水変形により波高、波形がともに変化する。また、流れ場中の波動は流れの有無やその縦断的な分布の違いにより波形の時間的、空間的な変形量が大きく異なる。そこで、各地点の水位上昇率と $H_T/D(0, x)$ 、および Fr 数との関係を図-5 a), b) と図-6に示すとおり調べた。図-5 a), b) はそれぞれ水路床勾配を $1/250$, $1/750$ としたもので、同図中の塗りつぶしと白抜き

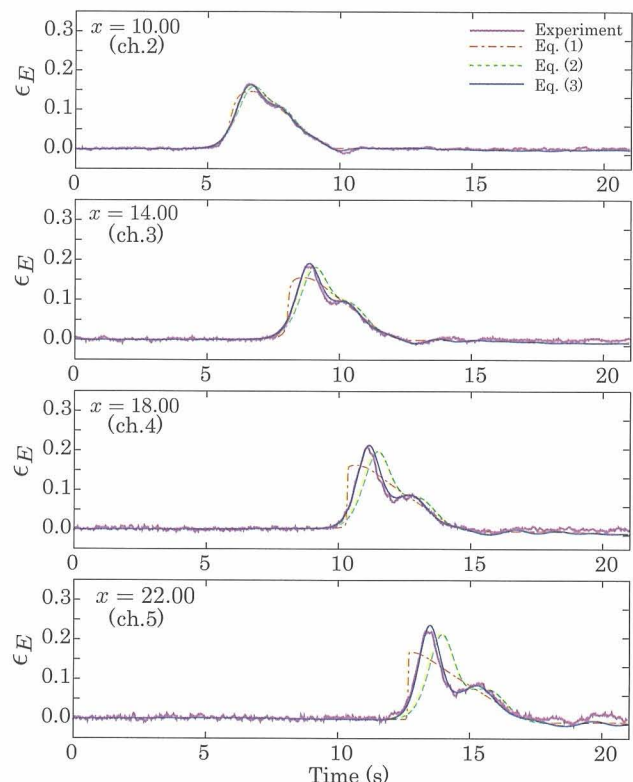


図-3 水理実験と数値解析による再現計算の時間波形図
(Run-4 : $i = 1/250$, $q = 0.060(\text{m}^3/\text{s})$, $D_M = 0.40(\text{m})$)

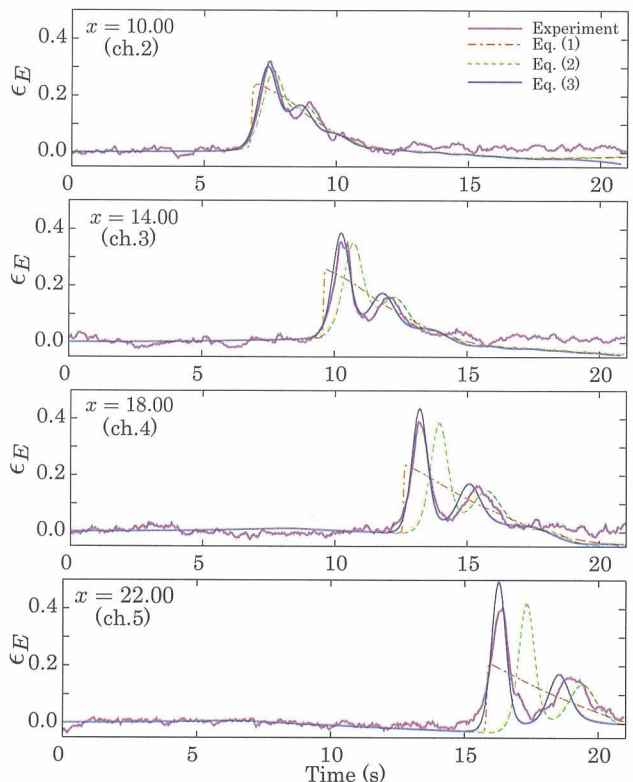
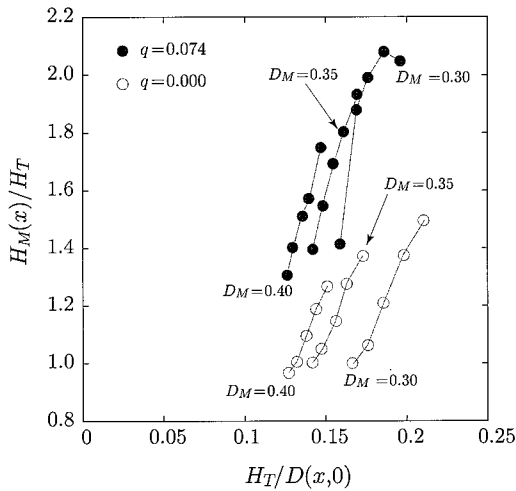
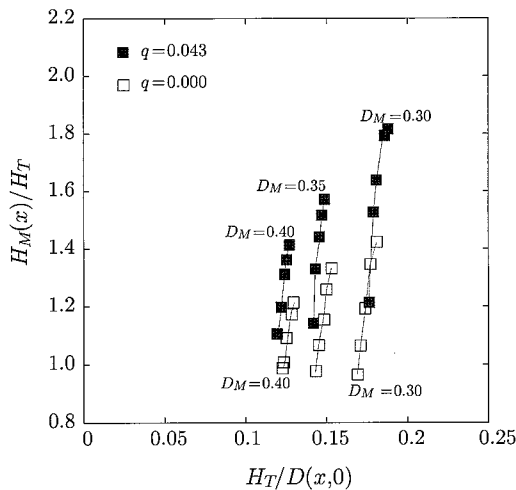


図-4 水理実験と数値解析による再現計算の時間波形図
(Run-1 : $i = 1/250$, $q = 0.074(\text{m}^3/\text{s})$, $D_M = 0.30(\text{m})$)

ロットマークで流量の有無を分類し、白抜きが流量なしの $q = 0.0$ 、塗りつぶしが流量ありの $q = 0.043$, 0.074 の場合の結果である。また、プロットマークは $x = 6.0 \sim 22.0$ の計測値を順に繋ぎ、その変化過程を把握でき

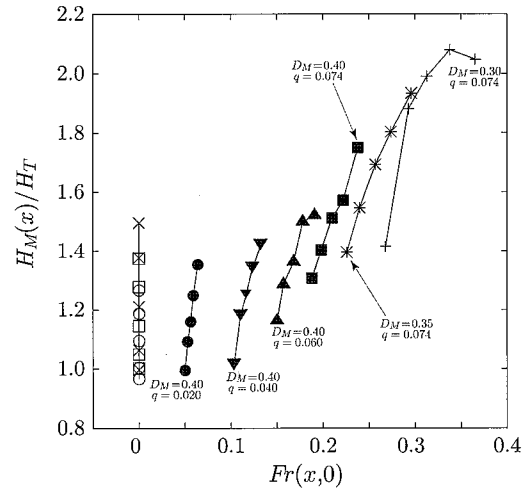


a) $i = 1/250$

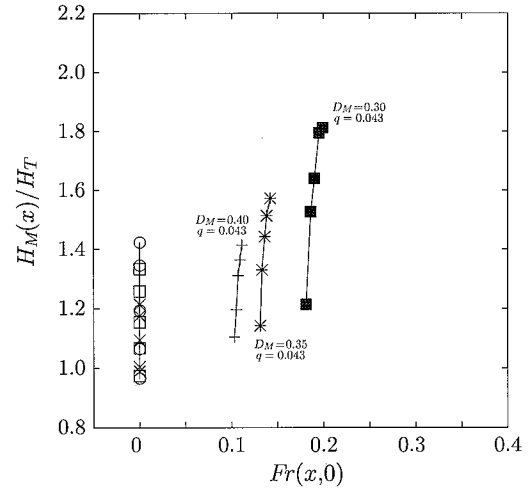


b) $i = 1/750$

図-5 無次元初期水深に着目した水位上昇率



a) $i = 1/250$



b) $i = 1/750$

図-6 Fr 数に着目した水位上昇率

るようにしている。一方で、図-6 は各計測地点の初期水深に対する $Fr(x,0)$ と水位上昇率との関係を示している。これらの図における水位上昇率は $H_M(x)/H_T$ として求めた。ここで、 $H_M(x)$ は $\eta_M(x,t) - \eta(x,0)$ として算出された計測時間内における各計測地点の水位の最大変化量である。なお、同じ下流端水位 D_M にもかかわらず、流量の有無により一点目の $x = 6.0$ の値が異なるのは造波地点からここまでの間に波形が変形したためである。

これらの図のとおり、流量が無い場合における水位上昇率は少なくとも 1.2 程度、流量がある場合では少なくとも 1.4 程度、最大では 2.0 程度にまで達していたことが分かった。これらの結果は、浅水変形と波数分散現象の両者の重複によりもたらさせているものと考えられる。また、流れがある場合では、より短い遡上距離の間に水位上昇率が大きく変化し、 Fr 数が 0.35 程度、初期波高水深 0.15 程度の水理条件ですら入射波高が 2 倍程度にまで達する可能性があることが示された。

なお、発達から減衰に至る過程を捉えられたのは 15 の実験条件のうち、図-4 に示した Run-1 だけであった。それ以外の条件は発達過程を捉えたのみである。本研究で対象とする波動現象の波高は、底面摩擦だけでなく、流れの影響を受けて減衰が生じることが推測される。著者らは本実験条件を参考にして発達から減衰の一連の過程を捉えることに着目した水理実験を本稿のとりまとめ後に実施している。波高減衰の規模などの詳細は別報¹³⁾に譲るが、同一の水理条件で流量の規模だけを大きくすると、より波高減衰が大きくなることが示された。今後この物理機構について言及する必要がある。

3. 数理モデル

3.1 支配方程式

段波の波頭部で見られる波状性は、水面の曲率が大きくなり生じた重力加速度に影響を及ぼす規模の鉛直

方向加速度がもたらすものである。このため、河川流の解析に頻用される静水圧を仮定して導かれる、

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{M^2}{D} \right] + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} = -\frac{\tau_0}{\rho} \quad (1)$$

と書かれる浅水理論は、同現象を理論的に正確に記述をすることができない。ここに、 M は流量フラックス、 t は時間座標、 x は流下方向座標、 D は水深、 g は重力加速度、 η は水位である。この理論式に対して staggered 格子を用いた数値計算では波頭部に高波数成分が顕れる。これは打ち切り誤差によるもので、波状性を伴う段波の波高や波速ともに物理的に正しく評価することができない。

これに対して、浅水理論に鉛直方向加速度の影響を近似的に考慮した Boussinesq 系方程式がある。これまでにいわゆる修正 Boussinesq 方程式と呼ばれる方程式が数多く提案¹⁴⁾¹⁵⁾¹⁶⁾¹⁷⁾などされている。波状性段波の解析では支配方程式にこのような系統の方程式を適用する必要がある。安田らはゲート急閉に伴い生じる波状性段波の解析にあたり、積分型の Peregrine の式¹⁴⁾

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{M^2}{D} \right] + gh \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{h^2}{3} \frac{\partial^3 M}{\partial t \partial x^2} - \frac{\tau_0}{\rho} \quad (2)$$

を用いることで、このような流れを遡る波状性段波の波形や伝播速度を十分な精度で解析可能なことを示している。ここで、 h は定常水深である。なお、Peregrine の式には河床勾配に関する微分項が本来含まれているが、 $1/20$ よりも水底勾配が緩やかに場合ではその寄与度が小さいとされている。このため、一様勾配の流れ場を対象とする本研究でも無視している。

式(2)は Ur 数が小さい場合として導出されているため、有限振幅性が著しい場合では波高、波速ともに精度が低下する。これに対して、後藤¹⁵⁾は Ur 数が大きい場合、すなわち有限振幅性が無視できない場合の方程式を提案している。この方程式では、式(2)と比べて、分散項に高次の非線形項が含まれているが、これらの非線形項を無視すると、

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{M^2}{D} \right] + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{D^2}{3} \frac{\partial^3 M}{\partial t \partial x^2} - \frac{\tau_0}{\rho} \quad (3)$$

簡便化された後藤の式を得る。

連続の式は、いずれの運動の式に対しても

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} = 0 \quad (4)$$

である。次章において、これらの式に基づく水理実験の再現計算を実施し、その適用性について議論する。

3.2 数値解析法

前述の方程式のうち、式(2)、式(3)の Boussinesq 系方程式の数値解析法には、計算精度と計算効率の両立

および多次元解析への拡張が容易な差分スキームである 2 段階混合差分¹⁸⁾を適用した。移流項の計算は、後藤¹⁸⁾の手法にならい 2 次精度中央差分のほかに、3 次精度風上差分のそれぞれで行った。これは、2 次精度中央差分を適用した場合、Froude 数が大きい条件のもとでは下流区間に物理現象とは無関係の高周波成分が蓄積される場合があり、その解決策のひとつとして 3 次精度風上差分を適用した経緯によるものである。

一方で、式(1)の数値計算は Staggered Leap-frog と 1 次精度風上差分で行った。ただし、この計算法では段波の波頭部において高周波成分が発生し、式(2)、式(3)との波高比較などが困難となる。このため、この高周波成分の除去を目的とした 4 階の人工粘性項を導入している。この人工粘性項の粘性係数は、高周波成分の除去にのみ作用するように試行錯誤で選定した。なお、1 次精度風上差分を適用したことに伴う数値粘性が懸念される。しかし、前述したように波頭部で高周波成分が発生していることから分かる通り、本研究で設定した空間格子間隔程度ではほとんど発生しない。

4. 水理実験の再現計算

4.1 初期条件

初期条件は、水位分布を与えるものとし、上流端からの流量の供給がある場合には不等流計算を実施して縦断的な水位分布を定めた。

分散項を有する支配方程式による非定常計算でも、不等流のような流れでは、水面曲率の大きさにより寄与度が決定される分散項は作用しないため、定常計算と非定常計算の値は一致することが理論的に推測される。しかし、本研究における定常計算と非定常計算では差分スキームが異なり、非定常計算には数値粘性の打ち切り誤差が含まれているため、離散条件の設定によっては両者にズレが生じる可能性がある。このため、定常計算で求められた不等流水面が Boussinesq 系の方程式による非定常計算において維持されることを事前に検証している。空間格子間隔 Δx 、時間格子間隔 Δt は、この検証に基づきそれぞれ 0.10m、0.001 秒とした。

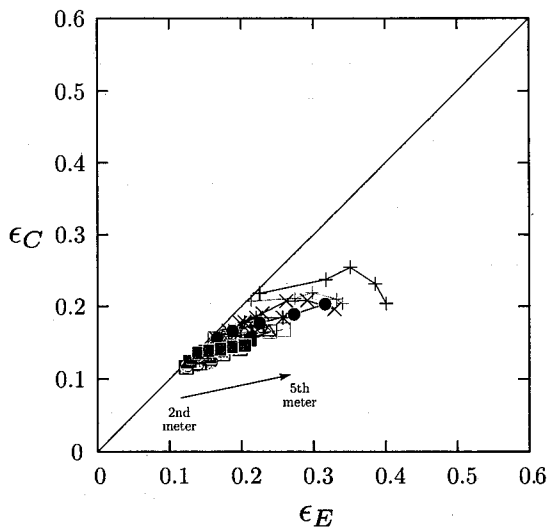
4.2 境界条件

境界条件は、上流端境界条件として流量の供給がある場合には定常流量を与え、下流端境界条件は $x = 6.00$ の計測波形を強制入射として与えている。

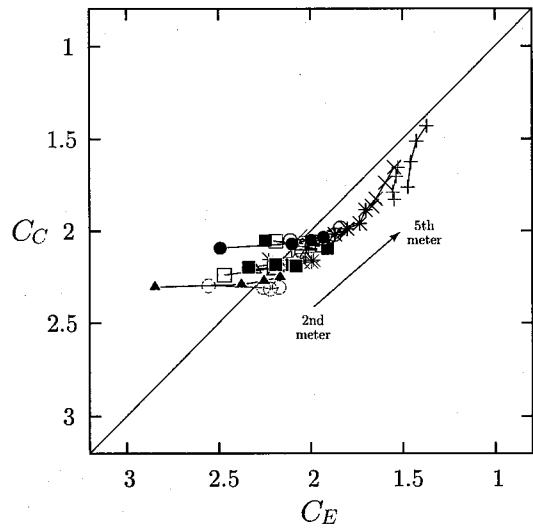
河床のせん断力の評価には Manning 式を適用し、下流端から強制入射を与える前の縦断的な定常水位を再現しうる粗度係数を与えた。

4.3 計算結果

数値計算は 1 つの実験条件に対し、式(1)と式(1)に前述の人工粘性を考慮した場合、式(2)、式(3)をそれ

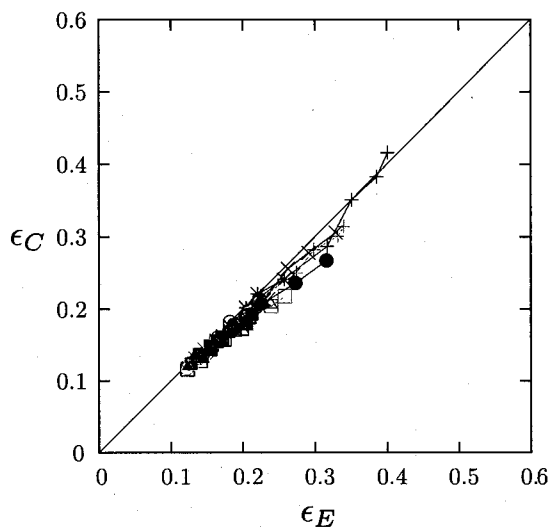


a) 最大波高

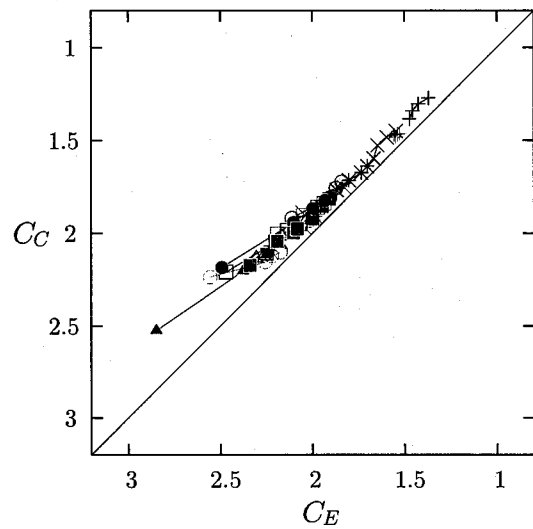


b) 波峰移動速度

図-7 実験値と計算値の比較 (浅水路理論式 (式 (1)))



a) 最大波高



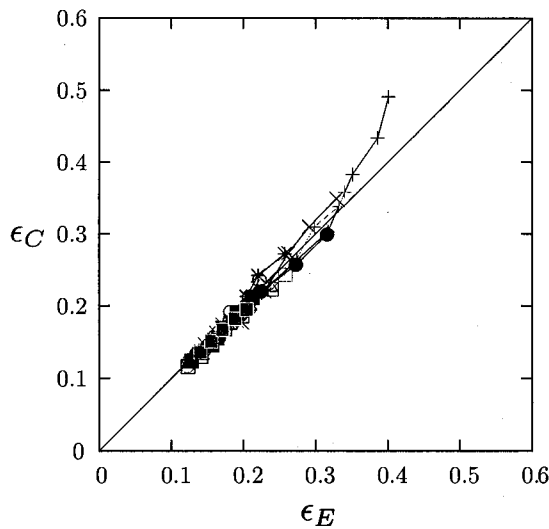
b) 波峰移動速度

図-8 実験値と計算値の比較 (Peregrine の式 (式 (2)))

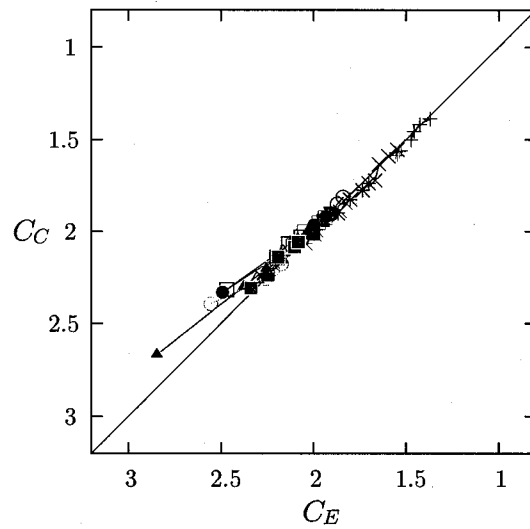
ぞれ2次精度中央差分, 3次精度風上差分で計算した場合の合計6パターンを実施している。計算結果の比較をしたところ, 式(1)の計算に関しては波頭部での高周波成分のみが適切に除去できていること, 式(2), 式(3)の計算のいずれにおいても2次精度中央差分と3次精度風上差分では最大水位や段波の到達時間において差異がほとんど無いことを確認した。このため, 図-2~4では人工粘性を考慮した式(1), 3次精度風上差分を適用した式(2), 式(3)の計算結果のみを掲載した。また, 図-7~図-9についても同様である。

Run-1, 4, 9の実験条件における実験値と計算値を時間波形として比較したものが図-2~4である。これ

らの図から, 式(3)を適用した場合, 第一波峰の形状はかなりの精度で, 第二波峰に関しても波高, 移動速度ともにおおむね良好に再現されていることが分かる。 $x = 22.0$ の地点における最大波高の再現精度は式(3)を適用した場合では, Run-1の条件を除き, 実験値を5%内外の精度で評価することが可能である。その一方で, 式(1)を適用した場合では最も良好な計算値でさえ20%程度, 最大では50%もの過小評価となることが示された。なお, Run-1は実施した再現計算のうち, 唯一極端に再現精度が低い実験条件であり, 式(3)の計算値でさえ $x = 22.0$ の地点における最大波高を28%もの過大評価する結果となった。



a) 最大波高



b) 波峰移動速度

図-9 実験値と計算値の比較 (簡便後藤の式 (式 (3)))

実施した15の条件の水理実験とその数値解析により得られた各観測地点における最大波高と波峰移動速度の比較を各方程式ごとに図-7～図-9に示すとおりまとめた。これらの図面では、いずれとも実験条件毎に $x = 6.0 \sim 22.0$ 地点の値が左から右の順に連ねられている。黒色が $1/250$ 、明灰色が $1/750$ の値を示している。

最大波高に関しては、図-7から図-9のそれぞれa)に示した通りである。図-7 a)に示した浅水理論の計算値はすべての計算条件で過小評価となることが分かる。この図から浅水変形の効果が計算されていることを見て取ることができるが、本研究において実施した水理実験はいずれも浅水変形だけでは説明できない水位上昇であったことを同時に理解できる。鉛直方向加速度を導入した式による計算値は、図-8、図-9 a)に示したとおり、いずれともかなり良好な精度で実験を再現することができる。図-8 b)の式(2)の計算値は、若干ながら全体的に過小評価となる傾向がある。これに対し、図-9 a)の式(3)の計算値はこの過小評価の傾向を全体にわたり改善できることが示された。ただし、図-4に示したRun-1の条件に関しては伝播するに従い実験値と計算値の差異が拡大する結果となった。これは、前章で述べた支配方程式だけでは、Run-1の条件で見られたような高Froude数の流れを伝播する場合に見られる波高減衰の機構の記述は困難であることを示唆するものであると言える。

波峰の移動速度については図-7から図-9のそれぞれb)に示した通りである。これらの図から分かるようにやはり鉛直方向加速度を導入した式では実験値を良好に再現できる。同図中の波峰の移動速度は $C_E, C_C = \Delta x_M^n / (t_p^n - t_p^1)$ として求めた。ここで、 C_E, C_C は実験値と計算値の波峰の移動速度、 Δx_M^n はCh-1の波高計

から n 番目の波高計までの距離、 t_p^n は n -th の波高計の設置地点を波峰が通過した時刻である。図-7 b)に示されたとおり、浅水理論による計算値はいずれの実験条件においても全体的な傾向として早くなる結果が示された。このことは、実験値では波数分散現象の発生に伴う波速の低下が生じている一方、浅水理論の計算値ではこの物理機構が考慮されていないためであることから理解できる。図-8 b)に示したPeregrineの式による計算値は概ね良好であるものの、有限振幅性が考慮されていないことが原因となり、遅れ気味となった。図-9 b)に示した簡便後藤の式による計算値は一致しない実験条件を残しつつも全体的に精度が向上していることが分かる。

4.4 考察

今回実施した水理実験において計測された波状性段波の形成に伴う水位上昇は、浅水変形に基づくものと波数分散現象に伴う鉛直方向加速度の増大の両者が原因となっていると考えられる。このため、高Froude数の条件下で伝播に伴い波高が減衰する場合などに対する検討の余地が残されているものの、波状性を伴う波動の解析においては少なくとも対象とする現象の波高水深比に応じた Boussinesq 系方程式が不可欠である。ただし、実験値との比較のうえでは良好な再現計算の結果を得たとは言え、後藤¹⁵⁾などの既往の研究などと異なり、Peregrineの式よりも簡便後藤の式による計算値の方が波速は速く、最大波高は大きい結果となった。この原因への言及が今後の課題として挙げられる。

5. おわりに

本研究により得られた結論は以下の通りである。

波状性段波に関する水理実験を実施した結果、20m 程度の計測区間の範囲ですら、その最大水位変化量は、流れのない静水中においておよそ 1.4 倍、流れがある場合にはおよそ 2 倍程度まで増加することが明らかになった。

これらの実験の再現計算を 1 次元解析により行ったところ、通常の河川流の解析に適用される浅水流の式では入射波に伴う水位上昇は 20~50% 程度も過小に、伝播速度は過大に評価されることが示された。これに対して、鉛直方向加速度を導入した浅水理論式では波高、波速ともに良好に再現できる。高 Froude 数の条件下で伝播に伴い波高が減衰する場合などに対する検討の余地が残されているものの、波状性を伴う波動の解析においては少なくとも対象とする現象の波高水深比に応じた Boussinesq 系方程式が不可欠であると言える。これは、実際の津波の河川遡上の問題において言うなら、解析対象となる河川の平均的な水深と想定される津波の最大入射波高から採用すべき支配方程式を選択することを意味している。

謝辞：本研究は、国土交通省北海道開発局、北海道河川防災研究センターからの支援を受けて実施されている。また、水理実験にあたっては岩手大学若松明史君、児玉烈君、橋本尚棋君の助力を得た。ここに記して謝意を表します。

参考文献

- 1) Favre, H.: Etude theorique et experimental des ondes de translation dans les canaux decouverts. Dunod, p.150., 1935.
- 2) Keulegan, G.H. and Patterson, G.W.: Mathematical theory of irrotational translation waves, *J. Res. Nat. Bur. Standards.*, Vol.24, pp.47-101, 1940.
- 3) Johnson, R.S.: A non-linear equation incorporating damping and dispersion, *J. Fluid Mech.*, Vol.42, pp.49-60, 1970.
- 4) Johnson, R.S.: Shallow Water Waves on a Viscous Fluid - The Undular Bore, *Phys. Fluids*, Vol.15, No.10, pp.1693-1699, 1972.
- 5) Peregrine, D.H.: Calculations of the development of an undular bore, *J. Fluid Mech.*, Vol.25, pp.321-330, 1966.
- 6) 室田 明, 岩田好一朗: 段波の変形に関する研究, 土木学会論文集, 第 160 号, pp.49-58, 1971.
- 7) 松富 英夫: 移動跳水 (波状段波非) 発生条件の検討, 第 33 回水理講演会論文集, pp.271-276, 1989.
- 8) 佐藤 道郎: 不等流を遡る波の波高変化に関する基礎的研究, 土木学会論文報告集, 第 242 号, pp.15-29, 1975.
- 9) 安田 浩保, 山田 正, 後藤 智明: スルースゲートの閉鎖に伴い発生する段波の水理実験とその数値計算, 土木学会論文集, No.733/II-63, pp.89-105, 2003.
- 10) 安田 浩保, 渡邊 康玄, 藤間 功司: 2003 年 9 月の十勝沖

地震に伴い発生した津波の河川遡上, 土木学会論文集, No.768/II-68, pp.209-218, 2004.

- 11) 安田 浩保: 急勾配河川を遡上する津波の特性に関する一考察, 土木学会第 61 回年次学術講演会講演概要集, 2006.
- 12) 安田 浩保, 河川を遡上する津波の 1 次元解析手法の提案と実現象への適用, 土木学会 水工学論文集, 第 50 巻, pp.1417-1422, 2006.
- 13) 中村 祐介, 安田 浩保, 清水 康行: 流れの遡上に伴う波高減衰に着目した波状性段波の実験的研究, 土木学会 地震工学論文集, 第 28 巻, 2007 (印刷中).
- 14) Peregrine, D.H.: Long waves on a beach, *J. Fluid Mech.*, Vol.27, pp.815-827, 1967.
- 15) 後藤 智明: アーセル数が大きい場合の非線形分散波の方程式, 土木学会論文集, 第 351 号, pp.193-201, 1984.
- 16) Madsen, P.A. and Sørensen, O.R.: A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics, Part 2, A slowly-varying Bathymetry, *Coastal Eng.*, Vol.18, pp.183-204, 1992.
- 17) Beji, S. and Nadaoka, K.: A formal derivation and numerical modelling of the improved Boussinesq equations for varying depth, *Ocean Eng.*, Vol.23, pp.691-704, 1996.
- 18) たとえば, 後藤 智明: 2 段階混合差分法を用いた線形分散波方程式の数値計算における打ち切り誤差, 津波工学研究報告, 第 20 号, pp.13-22, 2003.