

バラスト軌道の不連続体解析に対する粒子特性の力学的影響評価

Effect evaluation of particle modeling on mechanical behavior of railroad ballast in discontinuous analysis

石川達也*・関根悦夫**・三和雅史***・大西有三****

Tatsuya Ishikawa, Etsuo Sekine, Masashi Miwa and Yuzo Ohnishi

*工博 北海道大学大学院准教授, 工学研究科環境循環システム専攻 (〒060-8628 北海道札幌市北区北 13 条西 8 丁目)

**工博 (財) 鉄道総合技術研究所室長, 軌道技術研究部軌道・路盤研究室 (〒185-8540 東京都国分寺市光町 2-8-38)

***工学 前(財) 鉄道総合技術研究所, 軌道技術研究部軌道管理研究室 (〒185-8540 東京都国分寺市光町 2-8-38)

****工博 京都大学大学院教授, 工学研究科都市環境工学専攻 (〒615-8540 京都府京都市西京区京都大学桂)

This paper examines the effects of particle properties such as particle shape and grain size distribution of particle assemblage on the bearing capacity of railroad ballast in numerical simulations with discontinuous analysis. Here, two evaluation indexes of particle shape, namely “angularity” and “sphericity,” were employed. To evaluate the effect quantitatively, a series of numerical simulations that regard a ballast particle as a regular or an irregular polygon were performed. As the result, it can be observed that the particle shape of numerical models, especially the angularity has a greater effect on the bearing capacity of railroad ballast than the grain size distribution, and that the imitation of the shape of real ballast particles makes numerical results similar to experimental results.

Key Words: coarse granular materials, particle shape, bearing capacity, DDA

キーワード: 粗粒材, 粒子形状, 支持力試験, 不連続変形法

1. はじめに

日本の在来線線路の約 90% を占めるバラスト軌道 (図-1) では, 効率的な設計施工・維持管理を行うために, 道床バラストと呼ばれる粒状地盤材料で構成される部位 (以下「バラスト道床」と称す) の列車荷重繰返し載荷時における変形・沈下特性を解明する必要がある¹⁾. 一般に, 道床バラストのような粒状材料の変形挙動を解析するには, 粒子個々の移動傾向を把握する必要がある, そのためには, 道床バラストの粒子特性 (粒度, 粒子形状, 物理的性質) の適切な評価が重要な研究課題になる. このような道床バラストの粒状体としての特性を考慮した数値解析モデルとして, 近年, 不連続体解析手法が着目され, 国内外でバラスト道床の変形挙動解析への適用が検討されている^{2) 3) 4)}.

例えば, 相川は²⁾, バラスト軌道の横断面を模擬した 2 次元平面ひずみ状態の不連続体解析モデルを用いて, バラスト道床の地震時挙動を検討している. また, フランス国鉄では³⁾, まくらぎ 1 本分のバラスト軌道を模擬した 3 次元の不連続体解析モデルを用いて, まくらぎ横引き試験 (水平載荷試験) のシミュレーションを実施している. これらの研究事例に共通することは, バラスト道床の数値モデル化に当たり, 実粒子の形状をトレースして, 多角形あるいは多面体の要素で解析モデルの道床バラスト粒子を作成し, その集合体の挙動を解析している点である. この背景には, 粒子形状が不連続体解析手法の解析結果に強い影響を及ぼすため, 要素形状を実粒子形状にできる限り近づけることで, 現象のモデル化に起因する計算誤差の抑制を図るねらいがあると

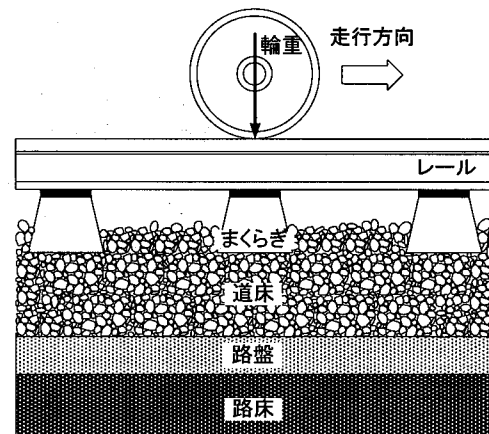


図-1 バラスト軌道の縦断面図

考えられる. 一方, 鬼頭らも⁴⁾, バラスト軌道の縦断面を模擬した 2 次元平面ひずみ状態の不連続体解析モデルを用いて, 列車荷重繰返し載荷時のバラスト道床の沈下挙動を検討している. この研究事例の特徴は, 道床バラストの品質評価試験に粒度や粒子の扁平度・細長度に関する規定があることを考慮して, 前述のような実粒子の形状をトレースする要素の作成方法を, 扁平性・細長性といった大まかな粒子形状を考慮する方法に簡略化して道床バラスト粒子のモデル化を行っている点である. 不連続体解析では, 一般に要素数が多い程, また円形・楕円形要素よりは多角形要素の方が, 要素間の接触数の増加や接触判定の煩雑化に伴って, 計算時間は増大する. このため, 稜角性に富む道床バラストの実

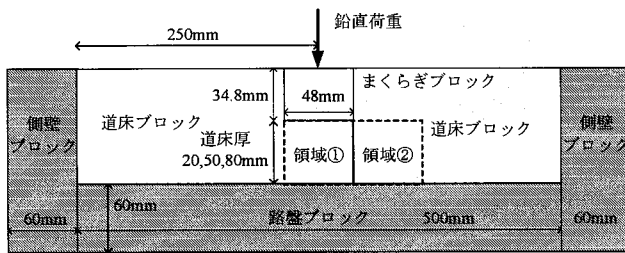
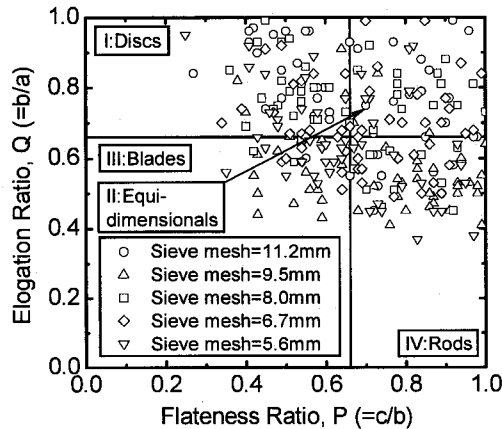


図-2 DDA 解析モデルの概要



(a) 実道床砕石粒子の分類結果

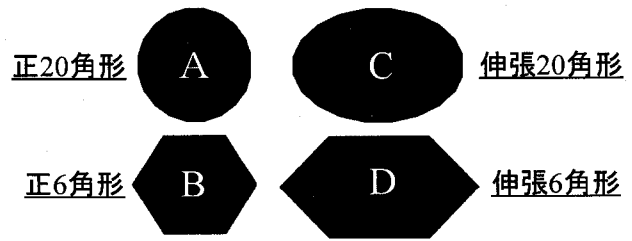
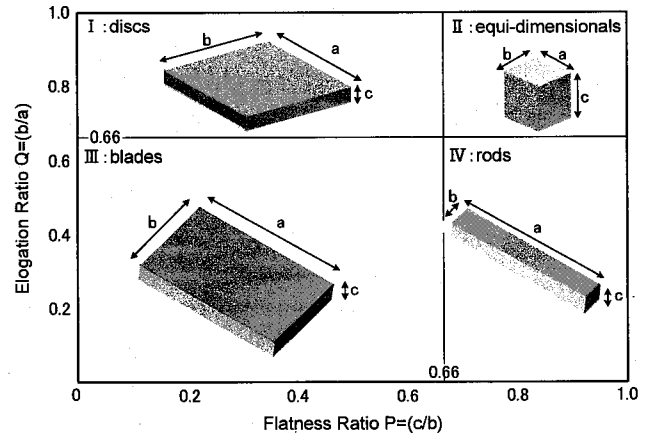


図-3 道床ブロックの要素形状



(b) Zingg の分類方法

図-4 Zingg の方法による道床砕石の形状分類

粒子形状¹⁾を忠実に模擬しなくても、鬼頭らの研究のように、実粒子形状を抽象化した要素形状の不連続体解析モデルで、設計計算上必要とされる解析精度を維持して現象を再現できれば、効率的に数値計算を実施できる。

本研究では、このような状況を踏まえ、バラスト道床を粒状集合体と考えたバラスト軌道の不連続体解析を、充分な解析精度をもって効率的に実施するために、バラスト道床の数理モデル化が不連続体解析結果に与える影響について検討し、道床バラスト粒子の粒子特性の中で数値解析上重要視すべき評価指標を提案する。具体的には、実粒子の稜角性や細長性といった抽象的な粒子特性を評価して作成した、バラスト軌道の不連続体解析モデルを用いてバラスト道床の支持力試験を解析し、道床バラストの粒子形状のモデル化がバラスト道床の力学挙動に及ぼす影響について、力学的および統計的観点から検討する。

2. 解析方法

2.1 解析モデル

本研究では、不連続体解析手法の一種である不連続変形法 (Discontinuous Deformation Analysis, DDA)⁵⁾を用いて解析を行う。DDA は、任意形状の多角形で構成された弾性ブロック群の動的および準静的な挙動を解析する数値解析手法である。1/5 縮尺模型バラスト軌道の支持力試験⁶⁾⁷⁾を模擬した線路縦断面方向の2次元平面ひずみ状態の DDA 解析モデルの概略を図-2に示す。解析モデルは、道床バラスト粒子を表現する「道床ブロック」、まくらぎを表現する「まくらぎブロック」、路盤を表現する「路盤ブロック」(「側壁ブロック」も同じ物性)から構成されており、個々のブロックはブロック境界で不連続となっている。解析モデルのバラスト道床は、模型試験におけるバラスト道床の縮固

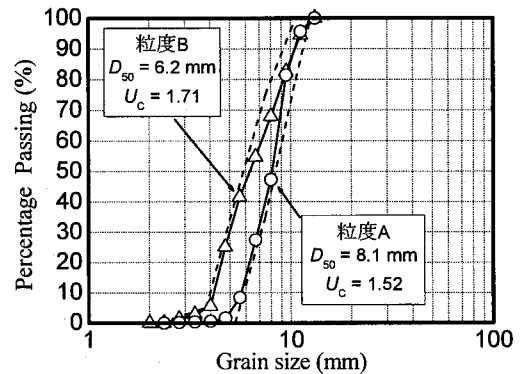


図-5 道床バラストの粒径加積曲線

め状態、特に粒子間空隙や粒子配列のランダム性を表現するため、まくらぎブロックおよび各道床ブロックを重力場 ($g=9.8 \text{ m/s}^2$) で模型試験の所定断面形状に積み上げる解析 (初期安定解析)を行うことにより作成した。この際、道床厚は 20, 50, 80 mm の3種類とした。また、道床ブロックの要素形状が解析結果に与える影響について考察するため、道床ブロックの要素形状を正20角形 (regular icosagon, A と表記)、正6角形 (regular hexagon, B と表記)、伸張20角形 (expanded icosagon, C と表記)、伸張6角形 (expanded hexagon, D と表記) の4種類とした (図-3)。このうち、正20角形は円形を想定し、正6角形は実際の道床バラスト粒子の角数は6程度とされていることから⁸⁾、角数を実粒子に近づける目的で採用した。また、細長性を実粒子に近づけるために、以下のように伸張20角形と伸張6角形を作成した。図-4(a)は⁹⁾、ふるい分析 (5.6 mm~11.2 mm) のふるい目毎に、Zingg の方法¹⁰⁾ (図-4(b))を用いて実際の道床バラスト粒子50個を分類した結果である。図(a)を見るとふるい目毎に粒子形状の分布が異なっていることから、伸張多角形は、その粒径が属す

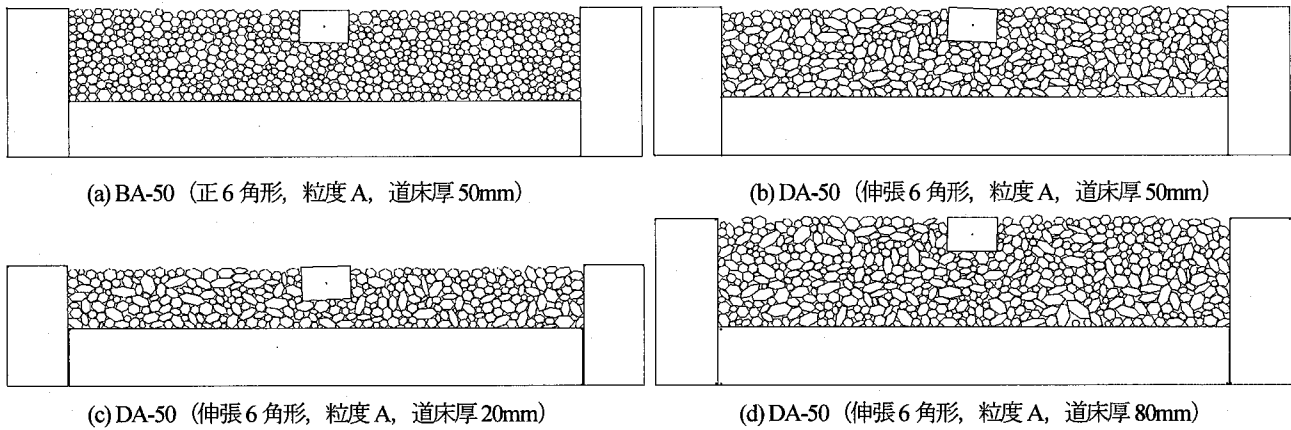


図-6 DDA 解析モデルブロック図

表-1(a) 各解析モデルの道床ブロック群の粒度特性

モデル名		1/5 解析 A			1/5 解析 B		
道床厚	ブロック形状	要素数	間隙率 (%)	密度 (g/cm ³)	要素数	間隙率 (%)	密度 (g/cm ³)
20mm	正 20 角形	465	20.0	2.16	610	18.4	2.20
	正 6 角形	445	18.7	2.20	552	18.3	2.21
	伸張 20 角形	284	19.4	2.06	439	16.7	2.16
	伸張 6 角形	318	21.9	2.11	389	17.5	2.23
50mm	正 20 角形	610	19.0	2.19	913	17.7	2.22
	正 6 角形	598	20.1	2.16	853	18.3	2.21
	伸張 20 角形	445	15.3	2.20	585	15.3	2.21
	伸張 6 角形	451	21.4	2.12	552	16.9	2.24
80mm	正 20 角形	803	18.5	2.20	1153	17.5	2.23
	正 6 角形	751	18.5	2.20	1061	16.7	2.25
	伸張 20 角形	559	15.3	2.21	1153	17.4	2.23
	伸張 6 角形	548	21.0	2.13	718	16.3	2.26

表-1(b) 模型試験のバラスト道床の条件

粒度		1/5 粒度 A	
試験条件		間隙率 (%)	密度 (g/cm ³)
道床厚	20mm	48.2	1.40
	50mm	46.2	1.45
	80mm	46.2	1.45

表-2 DDA 解析に用いたパラメーター

要素物性	枕木	道床	路盤
密度 (g/cm ³)	2.7	2.7	7.8
ヤング率 (GPa)	70.0	20.0	210.0
ポアソン比	0.3	0.1	0.3
摩擦角 (deg.)	37.0	55.0	37.0
粘着力	0	0	0

るふるい目の中からランダムに選出された実粒子の扁平率 (Flatness Ratio) に基づき、正多角形を任意方向に伸張して作成した。なお、道床ブロックの粒度は、各要素形状とも 1/5 縮尺模型試験における道床バラストの粒度 (図-5) を考慮して、実軌道で規定される粒度範囲の中で、最も粗粒な粒度 A と最も細粒な粒度 B を 1/5 相似粒度に調整した 2 種類の粒度に設定した。この際、各道床ブロックの粒径は、正多角形の場合には外接円の直径が、伸張多角形の場合には外接楕円の短径が、上記の粒度に従うように決めている¹¹⁾。

以下では、解析モデルを要素形状、粒度、道床厚の組合せにより呼称する。例えば正 20 角形、粒度 B、道床厚 20 mm の解析モデルは「AB-20」と称する。また、図-5に示す 2 種類の粒度のうち、粗粒な粒度 A (均等係数 $U_c=1.50$) の解析モデルを総称して「1/5 解析 A」と称し、細粒な粒度 B ($U_c=1.73$) の解析モデルを同じく「1/5 解析 B」と称する。作成した各解析モデルの一例を図-6 (BA-50, DA-20, DA-50, DA-80) に、各解析モデルの道床ブロック部の要素数、間隙率、密度を試験結果と比較して表-1(a)に示す。表から、道床厚・粒度が同じ場合、要素数は、伸張 6 角形、伸張 20 角形、正 6 角形、正 20 角形の順に増加する傾向にあること、および同一要素形状・同一道床厚で 1/5 解析 A と 1/5 解析 B を比較すると、1/5 解析 A の間隙率が 1/5 解析 B より若干大きいことがわかる。なお、参考として模型試験のバラスト道床の間隙率と密度を表-1(b)に示すが、三次元的な値のため、二次元解析モデルのものに比べて間隙率は大きく、密度は小さい。

2.2 解析条件

DDA の静的解析で用いる解析パラメーターを表-2に示す。なお、別途実施した模型試験の条件に一致させるため、道床バラストは安山岩、まくらぎはアルミ製、路盤は鉄製をそれぞれ想定している。本研究で用いるブロックは 2 次元平面ひずみ要素で、その要素特性は線形弾性である。DDA 解析では、ブロック境界の力学特性としてブロック間の摩擦角 ϕ_b と粘着力 C_b を用いるが、ここでは C_b はすべてゼロに設定し、 ϕ_b だけを道床ブロックと接触するブロックの種類 (まくらぎ、道床、路盤) 毎に表-2のように設定した。ただし、粘着力 C_b ・摩擦角 ϕ_b は粒子間の解析パラメーターであることからそれぞれ μ の添字を付した。なお、既往の研究を参照して^{12) 13)}、道床ブロック同士が接触する場合の ϕ_b については $\phi_b=55^\circ$ を、道床ブロックと道床ブロック以外のブロックが接触する場合の ϕ_b については $\phi_b=37^\circ$ をそれぞれ採用した。一方、ブロックの入力定数 (密度 ρ 、ヤング率 E 、ポアソン比 ν) については、模型試験で用いた道床バラストの原石に対する三軸圧縮試験結果¹⁴⁾を参考にして設定した。

載荷は、初期安定解析終了後の DDA 解析モデルを用いて、模型試験の鉛直荷重 $P=5.0$ kN に相当する荷重強度まで鉛直線荷重を荷重制御で増加させる単調載荷を行った。この際の鉛直線荷重の載荷点は、解析領域中央のまくらぎブロック中央とした (図-2)。なお、後述のように模型試験では試験中、鉛直荷重 P が 1, 2, 3, 4 kN に達した時に、段階式載荷方式の平板載荷試験に準じて除荷、再載荷を行っているが、DDA 解析では解析時間の関係

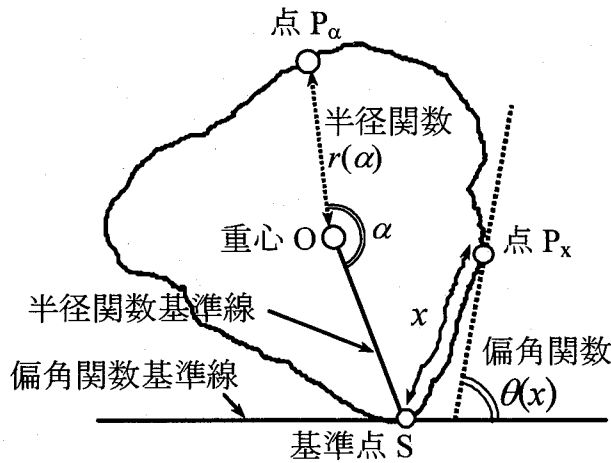


図-7 偏角関数・半径関数の定義

からこれを割愛した。ただし、蔣らの研究によると¹⁵⁾、過去に受けた応力履歴より大きな応力が載荷された場合、履歴を受けた礫の応力～ひずみ関係は、履歴のない礫の応力～ひずみ関係と一致する傾向にあることから、本研究では、DDA 解析結果と模型試験結果を比較検討することにより、バラスト道床の支持力解析に対する DDA 解析の適用性を検討することとした。

2.3 道床ブロックの形状評価

道床バラスト粒子の形状はバラスト軌道の安定性と強く関係していることが既往の研究により示されている¹⁶⁾¹⁷⁾。そのため、「尖っている」「偏平」といった感覚的な表現ではなく、形状特性を定量的に表現することが必要になる。粒子形状を2次元的に評価する指標として稜角性と球形度（細長性）が考えられるが、本研究では、道床バラストの三軸圧縮試験結果や実物大模型バラスト軌道の繰返し載荷試験で道床バラストの力学挙動との相関性が確かめられている河野ら⁸⁾が提案した偏角関数と半径関数を用いて、道床ブロックの形状評価を行った。このうち、偏角関数は、図-7のように基準点 S から距離 x 進んだ点 P_x における接線と基準線の角度 $\theta(x)$ であり、閉曲線の全長を L とすると、 $\theta(x+L) = \theta(x) + 2\pi$ であることから、式(1)のように正規化される。

$$\theta_N(x) = \theta(x) - 2\pi \frac{x}{L} \quad (1)$$

正規化偏角関数 $\theta_N(x)$ は周期 L の周期関数であることから、式(2)に示すフーリエ級数に展開でき、第 k 次の振幅スペクトルは式(3)のように表せる。

$$\theta_N(x) = \frac{b_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ a_k \sin\left(2\pi \frac{kx}{L}\right) + b_k \cos\left(2\pi \frac{kx}{L}\right) \right\} \quad (2)$$

$$C_k = \sqrt{(a_k^2 + b_k^2)} \quad (3)$$

$$a_k = \frac{2}{L} \int_{x_0}^{x_0+L} \theta_N(x) \sin\left(2\pi \frac{kx}{L}\right) dx \quad k=1,2,3,\dots$$

$$b_k = \frac{2}{L} \int_{x_0}^{x_0+L} \theta_N(x) \cos\left(2\pi \frac{kx}{L}\right) dx \quad k=0,1,2,\dots$$

ここに、

であり、 x_0 は基準点の位置を表す。式(5)に示す3次～20次までの振幅スペクトルの和は、粒子の角張りの程度を表すとされている⁸⁾ ことから、本研究では式(5)で計算される偏角関数値により道床

表-3 各解析モデルの偏角関数値・半径関数値

モデル名		偏角関数値		半径関数値	
道床厚	ブロック形状	粒度 A	粒度 B	粒度 A	粒度 B
20mm	正 20 角形	7.1	7.1	0.0	0.0
	正 6 角形	37.1	37.1	0.0	0.0
	伸張 20 角形	10.7	10.7	0.09	0.09
	伸張 6 角形	62.2	63.6	0.27	0.32
50mm	正 20 角形	7.1	7.1	0.0	0.0
	正 6 角形	37.1	37.1	0.0	0.0
	伸張 20 角形	10.3	10.5	0.08	0.09
	伸張 6 角形	63.3	64.0	0.30	0.31
80mm	正 20 角形	7.1	7.1	0.0	0.0
	正 6 角形	37.1	37.1	0.0	0.0
	伸張 20 角形	10.5	10.6	0.09	0.09
	伸張 6 角形	62.8	63.9	0.29	0.31
1/5 道床バラスト		77.4		0.13	

ブロックの稜角性を評価した。

$$\text{偏角関数値} = \sum_{k=3}^{20} C_k \quad (5)$$

一方、半径関数は、図-7に示すように重心 O と輪郭上のある一点 P_α を結ぶ直線の長さ $r(\alpha)$ であり、式(6)で表され、第 k 次の振幅スペクトルは式(7)で表せる。

$$r(\alpha) = \frac{b_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \{ a_k \sin(k\alpha) + b_k \cos(k\alpha) \} \quad (6)$$

$$C_k = \sqrt{(a_k^2 + b_k^2)} \quad (7)$$

$$a_k = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha_0}^{\alpha_0+2\pi} r(\alpha) \sin(k\alpha) d\alpha \quad k=1,2,3,\dots$$

$$b_k = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha_0}^{\alpha_0+2\pi} r(\alpha) \cos(k\alpha) d\alpha \quad k=0,1,2,\dots$$

ここに、

であり、 α_0 は重心と P_α を結ぶ線と基準線との角度を表す。式(9)に示す2次と0次の振幅スペクトルの比は、粒子の縦横比の程度を表すとされていることから⁸⁾、本研究では式(9)で計算される半径関数値により道床ブロックの細長性を評価した。

$$\text{半径関数値} = \frac{C_2}{C_0} \quad (9)$$

表-3に、各解析モデルの偏角関数値・半径関数値を、模型試験の道床バラストの値と比較して示す。なお、解析モデルの値は全要素の平均値であるが、道床バラストの値は模型試験で用いられる 1/5 道床バラスト粒子約 150 個の平均値である。表から、偏角関数値は、粒度や道床厚によらずほぼ一定値となり、正 20 角形、伸張 20 角形、正 6 角形、伸張 6 角形の順に実際のバラスト粒子のもつ稜角性に近づくことがわかる。また、要素の稜角性は、正多角形要素の場合、角数が多くなると低下し、同一角数の場合、要素が細長くなると高くなる。ただし、正 20 角形と伸張 20 角形の偏角関数値に大きな差が見られないことから、角数が多くなると要素の細長比を変化させても稜角性に与える影響は小さくなることからわかる。一方、半径関数値は、正多角形の場合ゼロとなるため、伸張型多角形の方が実際のバラスト粒子のもつ細長性に近づくが、伸張 6 角形は道床バラストの値より大きく、伸張 20 角形は小さくなる。また、伸張 20 角形では粒度によらず偏角関数値、半径関数値ともほぼ等しいが、角数が少なく細長比の影響を受け易い伸張 6 角形では、粒径が異なると道床ブロックの細長

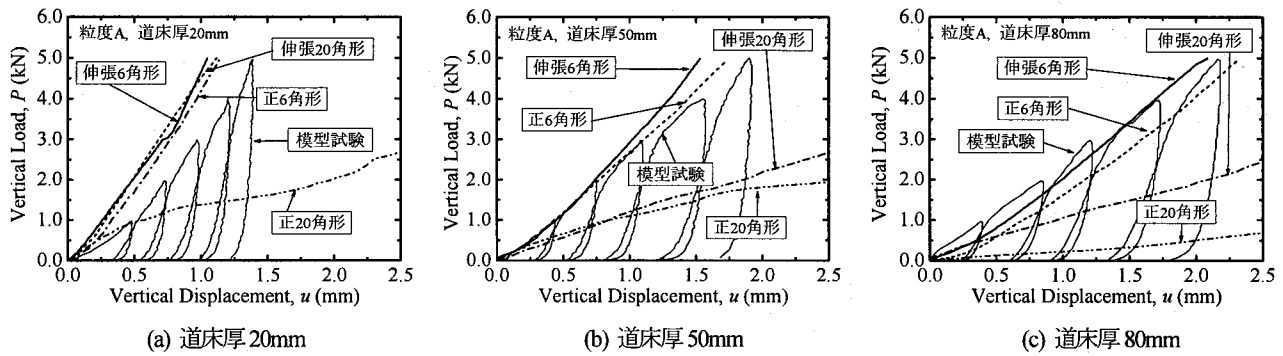


図-8 鉛直荷重 P ～鉛直変位 u の関係 (1/5A 解析モデル)

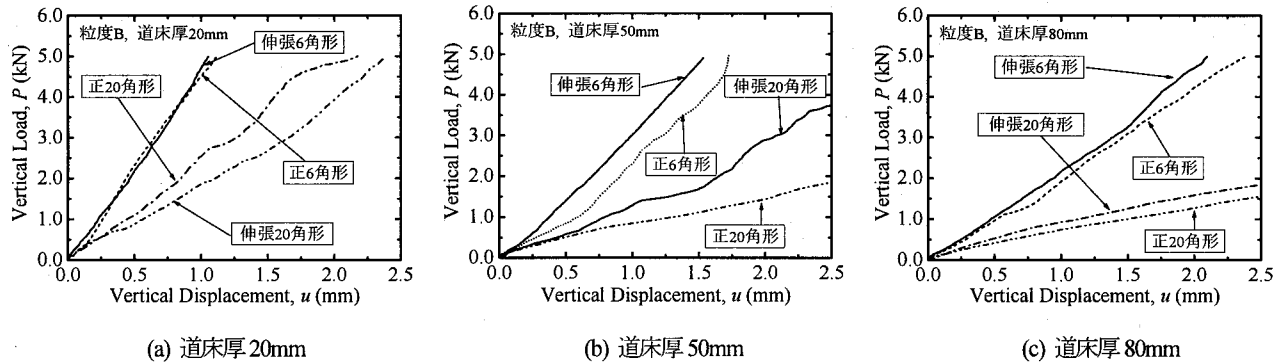


図-9 鉛直荷重 P ～鉛直変位 u の関係 (1/5B 解析モデル)

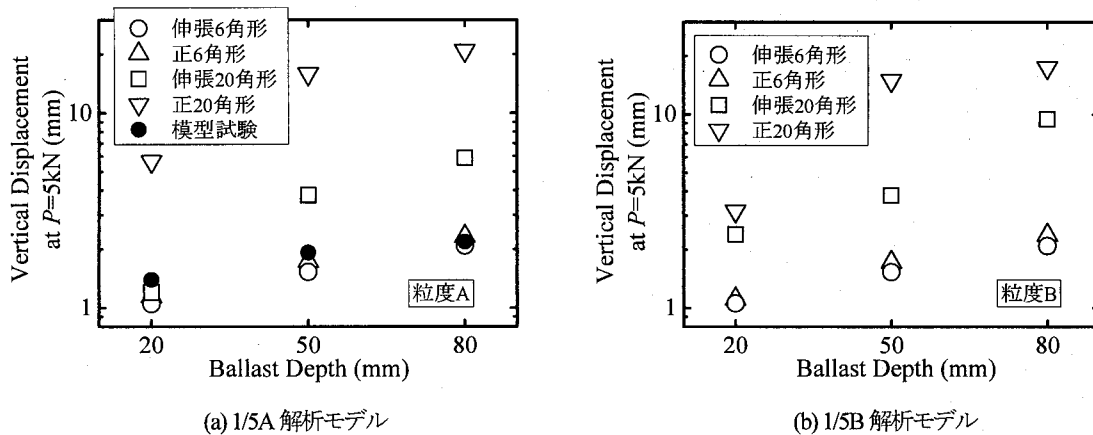


図-10 バラスト道床支持力の比較

比も異なるため、偏角関数値・半径関数値に粒度の影響が現れる。これらのことから、同じ方法で正多角形要素を伸張させたとしても、その影響は要素の角数に依存して変化することがわかる。

3. 解析結果・考察

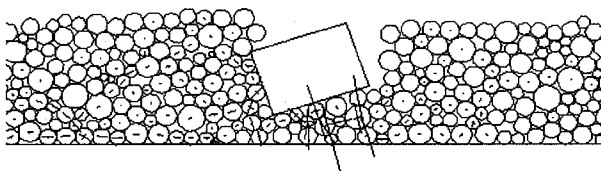
3.1 力学挙動の検討

(1) 荷重～変位関係

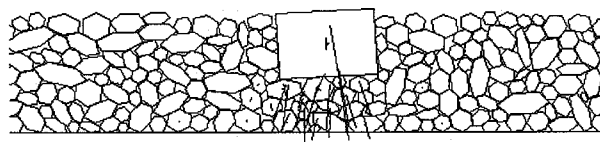
図-8、図-9は、各解析モデルによる支持力解析から得られた鉛直荷重 P ～鉛直変位 u の関係を粒度・道床厚ごとに整理し、模型試験結果と比較したものである。ここで、鉛直変位 u はまくらぎ重心の沈下量である。なお、本研究では、別途実施した模型試験の最大鉛直荷重が $P=5$ kN であることを考慮して、バラスト道床の支持力を鉛直荷重 $P=5$ kN 載荷時のまくらぎ沈下量（以下

「5 kN 沈下量」と称す）で定義する。このため、鉛直荷重 $P=5$ kN 載荷時の鉛直変位 u が小さいほど、解析モデルの道床の支持力は大きいと考える。また、図-10に、5 kN 沈下量～道床厚の関係を粒度ごとに示す。

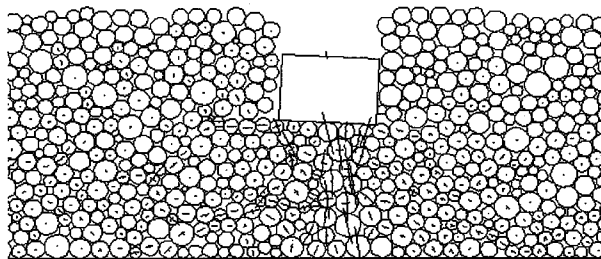
まず、解析条件の違いがバラスト道床の支持力に及ぼす影響について検討する。道床ブロックの要素形状の影響については、同一道床厚で異なる要素形状の支持力を比較した場合、バラスト道床の支持力は、粒度に依らず偏角関数値が高くなる順に（正20角形、伸張20角形、正6角形、伸張6角形の順に）大きくなるのがわかる。この際、要素形状による支持力の差に着目すると、20角形と6角形の差は道床厚によらず顕著であるが、それに比して正6角形と伸張6角形の差はあまり見られない。これは、20角形に比べ稜角性のある（偏角関数値が高い）6角形では、道床ブロックの剛体回転が抑制され、道床ブロック部の塑性流動が生じ



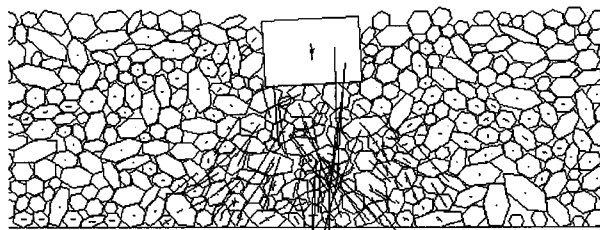
(a) AA-20 (正 20 角形, 粒度 A, 道床厚 20mm)



(b) CA-20 (伸張 6 角形, 粒度 A, 道床厚 20mm)



(c) AA-20 (正 20 角形, 粒度 A, 道床厚 80mm)



(d) CA-20 (伸張 6 角形, 粒度 A, 道床厚 80mm)

図-11 道床ブロック部の主応力ベクトル図

難くなったことによると考えられる。また、正 6 角形と伸張 6 角形の差が正 20 角形と伸張 20 角形の差ほど顕著でないのは、粒状集合体の力学挙動に及ぼす要素の稜角性の影響度が、偏角関数値が 10 程度以下の 20 角形と 30 以上の 6 角形では若干異なることが影響していると予想される。要素の稜角性 (偏角関数値) の影響度については後述する 3.2 項 (2) で確認する。一方、道床ブロックの粒度の影響については、各要素形状とも同一道床厚で粒度による明確な支持力の差異は認められなかった。以上のことから、本研究で行った DDA 解析では、道床ブロックの要素形状はバラスト道床の支持力に強く影響するが、要素形状と比較して道床ブロックの粒度が支持力に及ぼす影響は小さいと推定される。

次に、DDA による道床バラストの不連続体モデル化の妥当性について検討する。図-8、9 をみると、各解析モデルとも鉛直荷重の増加に伴ってまくらぎは沈下し、要素形状と粒度が同一であれば、道床厚が厚い程沈下量は増加する傾向にある。これは模型試験結果と一致する傾向であり、道床の支持力解析に対する DDA の適用可能性を示唆するものであると考えられる。一方、定量的に試験結果と解析結果を比較した場合、20 角形では、道床厚に依らず試験結果と比較してかなり 5 kN 沈下量が大いものの、6 角形では、道床厚が厚い程、解析結果の 5kN 沈下量は試験結果に近づく傾向にある (図-10)。これは、3 次元状態にある実際の模型道床を DDA で 2 次元平面ひずみ近似した場合、実現象と比較して道床バラスト粒子の数が少なくなることによると考えられる。道床ブロック数の低下に伴う不連続境界面の減少は粒子の移動性を制約する結果となるため、道床厚が薄くなる程、解析結果の剛性は高くなる。この結果、前述のように、要素数が多い、厚い道床厚の解析モデルほど 3 次元問題に対する 2 次元近似誤差が軽減され、解析精度は高くなったと考えられる。以上の結果から、道床ブロックの角数を実粒子に近づけるなど要素形状を評価すれば、3 次元問題に対する 2 次元近似の問題は残るものの、バラスト道床の挙動解析手法として本研究で用いた不連続体

解析は有用であると考えられる。

(2) まくらぎの支持状態

道床ブロックの要素形状がバラスト道床の力学挙動に及ぼす影響について検討する。図-11 は各解析モデルの支持力解析から得られた鉛直荷重 $P=5$ kN 載荷時におけるまくらぎ近傍の道床ブロック部の主応力ベクトル図 (AA-20, DA-20, AA-80, DA-80) である。なお、図の主応力ベクトルは、大きさだけを図面に合わせて適度に拡大したものであり、各図とも同一比率である。図から、道床ブロックの要素形状により主応力の分布傾向が異なり、伸張 6 角形では主応力が鉛直方向に主に作用するのに対し、正 20 角形では水平方向にも分散しており、まくらぎブロック下にある道床ブロックの主応力の大きさが、伸張 6 角形に比べて正 20 角形では小さくなるのがわかる。このことから、DDA 解析では道床ブロックの要素形状により応力の分布傾向が異なり、応力分布傾向の違いが DDA 解析におけるバラスト道床の支持力の差になると考えられる。

一般に粒状体では、負荷された鉛直荷重を効率よく支持できるように粒子の骨格構造が応力状態に応じて再配列される。したがって、前述のような主応力の分布傾向は、荷重載荷に伴う粒子の骨格構造の変化と関係があると考えられる。そこで、粒子配列の構造変化を定量的に捉えるため、各領域 (領域①, ②) については図-2 参照) に存在するすべての道床ブロックについて、支持力解析中鉛直荷重 1 kN 毎に、主応力ベクトルの VM (vector magnitude), 主方向 $\theta_{\text{principal}}$, 平均配位数 N を求めた。図-12~図-14 は、正 20 角形・正 6 角形・伸張 6 角形の各解析モデルの支持力解析から得られた、領域別の VM , $\theta_{\text{principal}}$, N と鉛直荷重 P の関係を、道床厚ごとに示したものである。ただし、 VM は、式 (10)¹⁸⁾ で定義される配向度の指標であり、主応力ベクトルの方向 θ の頻度分布が一様であればゼロに、特定方向に集中すれば 1 になる。一方、式 (11)¹⁸⁾ で定義される $\theta_{\text{principal}}$ は主応力ベクトルの卓越方向である。なお、主応力ベクトルの方向 θ は水平面から時計回

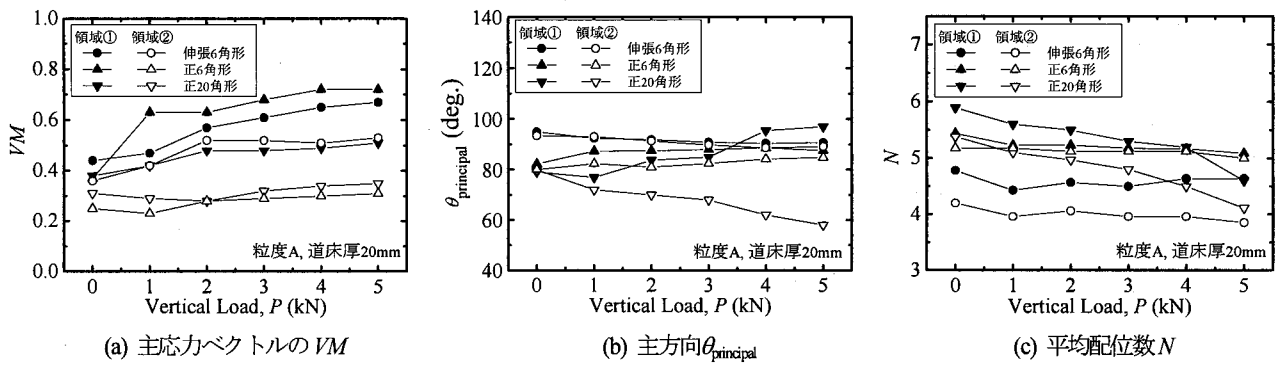


図-12 要素間接触の発生状況 (粒度 A, 道床厚 20mm)

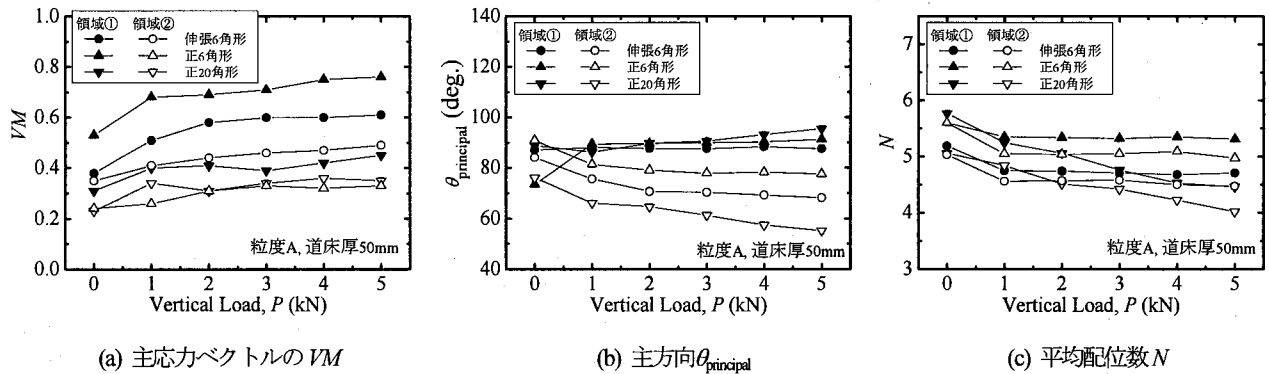


図-13 要素間接触の発生状況 (粒度 A, 道床厚 50mm)

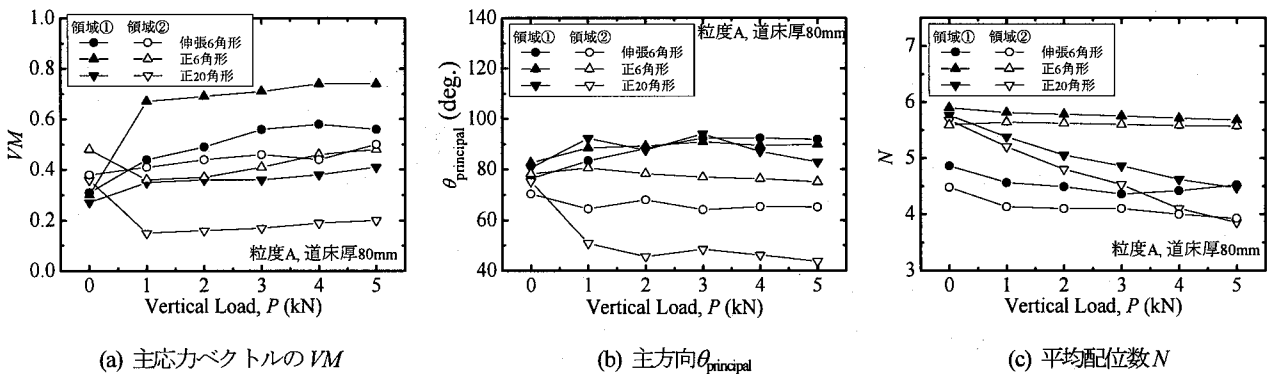


図-14 要素間接触の発生状況 (粒度 A, 道床厚 80mm)

りに測っている。また、 N は2次元状態の1ブロック当たりの平均的な接点数であり、(総接点数 $\times 2$ /ブロック数)で算出した。

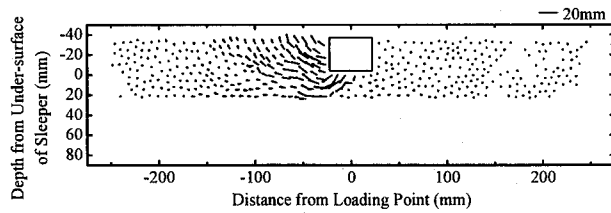
$$VM = \frac{1}{M} \left\{ \left(\sum_{k=1}^M \cos 2\theta_k \right)^2 + \left(\sum_{k=1}^M \sin 2\theta_k \right)^2 \right\}^{1/2} \quad (10)$$

$$\theta_{\text{principal}} = \frac{1}{2} \arctan \frac{\sum_{k=1}^M \sin 2\theta_k}{\sum_{k=1}^M \cos 2\theta_k} \quad (0 \leq \theta < 180^\circ) \quad (11)$$

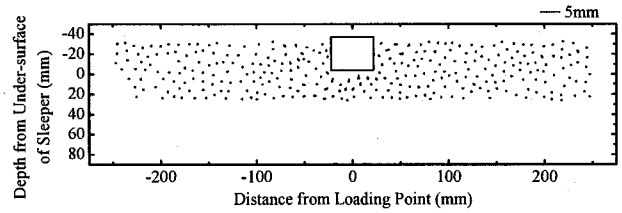
ここで、 M は道床ブロック数である。

各要素形状の変形挙動の特徴について考察する。各要素形状とも鉛直荷重の負荷に伴い、両領域の VM は増加し、領域①の $\theta_{\text{principal}}$ は鉛直方向 (90°) に、領域②では $50 \sim 80^\circ$ 方向に指す傾向にある。これは、各要素形状とも領域①では圧縮変形が、領域②ではせん断変形がそれぞれ主体になることを示している。しかし、

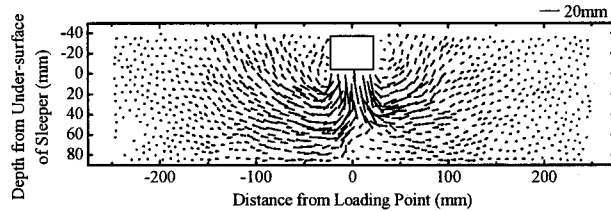
正20角形の解析結果では、領域①の VM および領域②の $\theta_{\text{principal}}$ が正六角形・伸張六角形よりも小さいこと、および両領域の N が、正六角形・伸張六角形では鉛直荷重に依らずほとんど変化しないのに対し、正20角形では鉛直荷重の増加に伴い減少する傾向にあることがわかる。これらは、正20角形では、まくらぎブロック下にある道床ブロックだけでは鉛直荷重を充分支持できずに、載荷によって粒子が流動し(図-15)、粒子配列が次第に変化していく様子を表していると考えられる。一方、正六角形と伸張六角形の要素間接触力の発生状況を比較すると、領域①では両形状とも $\theta_{\text{principal}}$ は鉛直方向を指す傾向にあり、正六角形の方が VM は大きい、領域②では道床厚の薄い20mmの場合を除くと伸張六角形の方が $\theta_{\text{principal}}$ は小さく、 VM は大きい。これらは、正六角形の方がまくらぎブロック直下に強く主応力が伝達され、伸張六角形の方がまくらぎブロック下面から離れるに伴い主応力が徐々に周囲に拡がりながら伝達されていくことを示している。



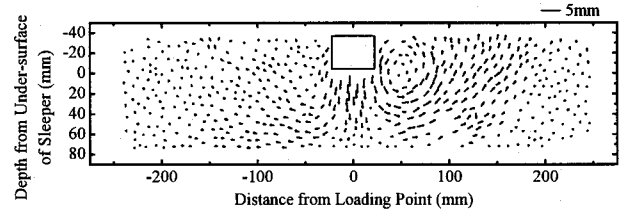
(a) AA-20 (正20角形, 粒度A, 道床厚20mm)



(b) DA-20 (伸張6角形, 粒度A, 道床厚20mm)



(c) AA-80 (正20角形, 粒度A, 道床厚80mm)



(d) DA-80 (伸張6角形, 粒度A, 道床厚80mm)

図-15 道床ブロック部の変位ベクトル図

表-4 解析結果・解析条件の相関分析結果

Z得点名		粒度	角数	細長比	道床厚	要素数	間隙率	密度	偏角関数値	半径関数値	支持力
粒度	相関係数	-	-	-	-	-0.451			-0.006	-0.031	0.015
	有意確率(両側)	-	-	-	-	0.027			0.976	0.887	0.945
角数	相関係数	-	-	-	-	0.084	-0.346	-0.051		-0.431	
	有意確率(両側)	-	-	-	-	0.696	0.098	0.811		0.036	
細長比	相関係数	-	-	-	-		-0.221	-0.247	0.327		-0.377
	有意確率(両側)	-	-	-	-		0.300	0.245	0.119		0.069
道床厚	相関係数	-	-	-	-		-0.306	0.407	0.001	0.004	0.402
	有意確率(両側)	-	-	-	-		0.147	0.051	0.995	0.985	0.052
要素数	相関係数	-0.451	0.084			1	-0.307		-0.237	-0.425	
	有意確率(両側)	0.027	0.696				0.144		0.266	0.038	
間隙率	相関係数		-0.346	-0.221	-0.306	-0.307	1		0.338	0.116	-0.111
	有意確率(両側)		0.098	0.300	0.147	0.144			0.107	0.589	0.606
密度	相関係数		-0.051	-0.247	0.407			1	-0.027	-0.139	0.237
	有意確率(両側)		0.811	0.245	0.051				0.905	0.516	0.270
偏角関数値	相関係数	-0.006		0.327	0.001	-0.237	0.338	-0.027	1		
	有意確率(両側)	0.976		0.119	0.995	0.266	0.107	0.905			
半径関数値	相関係数	-0.031	-0.431		0.004	-0.425	0.116	-0.139		1	-0.403
	有意確率(両側)	0.887	0.036		0.985	0.038	0.589	0.516			0.051
支持力	相関係数	0.015		-0.377	0.402		-0.111	0.237		-0.403	1
	有意確率(両側)	0.945		0.069	0.052		0.606	0.270		0.051	
相関係数が1%水準で有意(両側)の場合											
相関係数が5%水準で有意(両側)の場合											

以上のことから、要素形状の違いが、粒状集合体の荷重支持機構に影響を与え、道床ブロックの移動傾向を異なるものにしたため、結果として各解析モデルのバラスト道床の力学挙動に差が生じたと考えられる。

3.2 支持力の要因分析

(1) 多変量分析結果

DDA解析で1/5縮尺模型バラスト軌道の支持力試験をシミュレーションする場合、バラスト道床の数理モデル化、特に道床バラストの粒子形状のモデル化がその力学挙動に多大な影響を及ぼすことが前節の検討により明らかになった。本項では、各解析モデルのDDA解析結果に対して多変量分析を行い、道床バラストの粒子特性の中で数値解析上、重要視すべき評価指標を統計的観点から推定する。このために、DDA解析において独立に制御可能な解析条件である道床ブロックの粒度・角数・細長比・道床厚、粒子形状の評価指標である偏角関数値・半径関数値、およびバラスト道床の要素数・間隙率・密度のいずれかを説明変数とする、

バラスト道床の5kN沈下量(支持力)の推定式(回帰式)を検討する。ただし、粒度は「0:粒度A, 1:粒度B」のダミー変数に、細長比は「0:正多角形, 1:伸張多角形」のダミー変数に、それぞれ設定した。

まず、推定式に用いる説明変数を検討する。各解析モデルの支持力試験の解析結果をもとに、多変量分析を用いて求めた変数間の相関関係を表-4に、またその構図を図-16にそれぞれ示す。変数間の相関係数に着目すると、支持力と高い相関にあるのは偏角関数値と要素数である。支持力を推定式(回帰式)で推計する場合、変数間に高い相関(多重共線性)があると推定式が不安定になるが、偏角関数値と要素数の相関は低く、これらを説明変数として選択することは可能である。しかし、要素数は初期安定解析の結果定まるものであり、偏角関数値も道床ブロックの粒子形状から算定される値であることから、DDA解析上は両者共に二次的な変数である。バラスト道床の数理モデル化にあたり、その有用性を事前検討するには、DDA解析において制御可能な解析条件との相関を明らかにすることが望ましい。この場合、偏角関

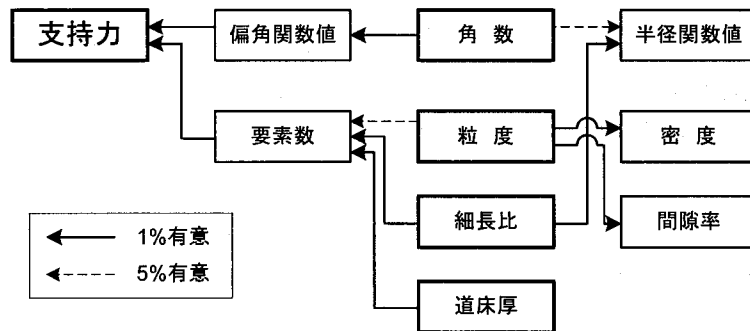


図-16 解析結果・解析条件の相関図

表-5 解析結果・解析条件の重回帰分析・分散分析結果

回帰統計		分散分析表					
重相関 R	0.821	自由度	変動	分散	F値	有意確率	
重決定 R ²	0.673	回帰	4	544.372	136.093	9.794	0.0002
標準誤差	3.728	残差	19	264.016	13.896		
観測数	24	合計	23	808.388			

重回帰分析表						
	非標準化係数		t	有意確率	係数の95%信頼区間	
	係数	標準誤差			下限	上限
切片	-3.864	4.213	-1.032	0.3152	-13.163	4.471
粒度	-0.173	0.525	0.113	0.9109	-1.039	1.158
角数	0.504	0.109	4.637	0.0002	0.276	0.732
縦横比	-4.375	1.522	-2.875	0.0097	-7.561	-1.190
道床厚	0.095	0.031	3.066	0.0064	0.030	0.160

数値は角数と相関が高く、要素数は道床厚、細長比、粒度と相関が高い。また、これらの変数は、解析条件として任意に選択可能な独立変数であることから、多重共線性が問題になることはない。なお、本研究で実施した支持力との相関分析結果では、偏角関数値や要素数に比べると、半径関数値、密度、間隙率はいずれも支持力との相関が低くなったが、粒度、角数、細長比との相関はいずれも高いことから、解析条件の設定範囲を変更した場合には支持力との相関が高くなることも考えられる。これらの二次的な変数がバラスト道床の支持力に及ぼす影響については、今後、DDA 解析事例の積み重ねにより、さらに検討を進める必要がある。

次に、粒度、角数、細長比、道床厚を DDA 解析モデルのバラスト道床の支持力推定式の説明変数として選び、重回帰分析、分散分析を行った(表-5)。表をみると、R 値 0.82、R² 乗値 0.67 とやや大きく、F 値が大きい(有意確率 0.02%)ことから、推定式は有効な回帰精度を有していることがわかる。この場合、角数と道床厚が大きいと 5 kN 沈下量は増加(支持力は減少)し、細長比が大きいと 5 kN 沈下量は減少(支持力は増加)する。これらの変数の t 値は大きく、角数・細長比・道床厚は各々 0.02%、0.97%、0.64% で有意であるため、推定式への貢献度は大きい。一方、粒度が大きいと 5 kN 沈下量は減少(支持力は増加)する傾向にはあるが、t 値が小さいため推定式にはあまり貢献していない。なお、図-17 は、重回帰分析結果を用いて各解析条件の 5 kN 沈下量を推定し、DDA 解析結果から得られた 5 kN 沈下量と比較したものである。図から、推定式が本研究で実施した解析条件において概ね有効であることがわかる。以上の検討結果から、本研究で実施した DDA 解析の範囲では、バラスト道床の支持力に対して道床ブロックの粒子特性(特に角数と細長比)の寄与が高いこと、および粒子形状の評価指標として最も影響が大きいのは角数と相関の高い偏角関数値であることがわかる。

(2) 支持力～偏角関数値関係

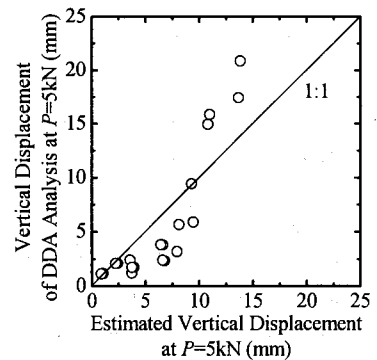


図-17 バラスト道床の支持力の比較

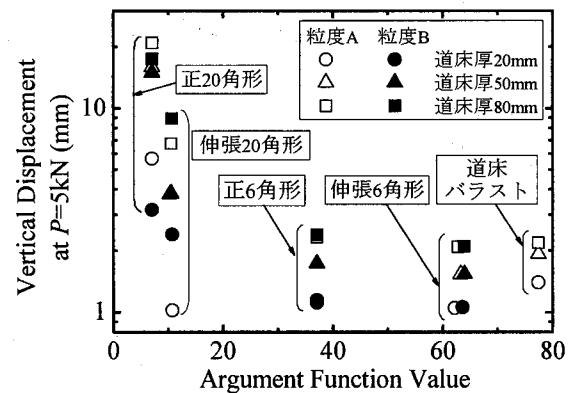


図-18 バラスト道床の支持力～偏角関数値関係

本項では、DDA 解析モデルのバラスト道床の支持力と道床ブロックの偏角関数値の関係について検討し、要素の稜角性が粒状集合体の力学挙動に及ぼす影響について考察する。図-18 は、各解析モデルの支持力試験の解析結果から得られた道床ブロック集合体の平均偏角関数値とバラスト道床の 5 kN 沈下量の関係を、試験結果と比較したものである。図から、DDA 解析モデルの道床ブロックの稜角性が増す程、バラスト道床の 5 kN 沈下量は減少することがわかる。また、偏角関数値が実際の道床バラスト粒子の稜角性に近づく程、解析結果の 5 kN 沈下量は試験結果に近づく傾向にあり、本研究で用いた 4 種類の要素形状の中で最も実際の道床バラストの粒子形状に近いと考えられる伸張 6 角形の解析結果は、試験結果にほぼ一致している。ただし、偏角関数値の増加に伴うバラスト道床の支持力増加は、偏角関数値がある程度高くなると収束する傾向も確認できる。前述のように、正 6 角形と伸張 6 角形の差が正 20 角形と伸張 20 角形の差ほど顕著でないのは、このような傾向が影響していると考えられる。一方、同一道床厚で異なる粒度の解析モデルの 5 kN 沈下量と比較した場合、各要素形状とも粒度による明確な支持力の差異は認められない。

このため、要素形状と比較して道床ブロックの粒度がバラスト道床の支持力に及ぼす影響は小さいと考えられるが、この理由として、実軌道で規定される粒度範囲内の道床バラストの粒度差では、偏角関数値に有意差が生じなかったために、バラスト道床の支持力も大きく変わらなかったと推定される。以上のような解析結果が得られたことから、バラスト道床の力学挙動を不連続体解析で検討する場合には、実粒子の形状を稜角性の観点から評価することが解析精度向上の一つの必要条件になると考えられる。

4. まとめ

本研究では、バラスト道床を粒状集合体と考えたバラスト軌道の変形挙動解析を、充分な解析精度をもって効率的に実施するために、バラスト軌道の縦断面を模擬した2次元平面ひずみ状態の不連続体解析モデルを用いて、バラスト道床の支持力試験を解析し、実粒子の稜角性や細長性といった粒子特性を評価して行ったバラスト道床の数値モデル化が不連続体解析結果に与える影響について検討した。得られた知見をまとめると以下ようになる。

- ・ 要素の稜角性は、正多角形要素の場合、角数が多くなると低下し、同一角数の場合、要素が細長くなると高くなる。ただし、角数が多くなると要素の細長比を変化させても稜角性に与える影響は小さくなる。
- ・ バラスト道床の変形挙動解析に不連続体解析手法を適用する場合、道床ブロックの要素形状はバラスト道床の支持力に強く影響するため、ブロックの角数を実粒子に近づけるなど粒子特性を評価することが、解析精度の向上に重要である。
- ・ 粒子の稜角性が高いとその可動性が抑制されるため、道床ブロックの要素形状によりバラスト道床の荷重支持機構が異なり、バラスト道床内の応力分布傾向の違いが不連続体解析モデルにおける支持力の差になる。
- ・ 解析結果の統計分析より、バラスト道床の支持力は、道床ブロックの粒度、角数、細長比、道床厚から大まかに推定可能である。このうち特に、道床ブロックの角数と細長比の寄与が高く、角数と相関の高い偏角関数値もバラスト道床の力学挙動に及ぼす影響が大きい。
- ・ バラスト道床の支持力は、粒度や細長比など粒子特性を評価する指標の中では道床ブロックの稜角性に強く依存するが、稜角性を表す偏角関数値の増加に伴うバラスト道床の支持力増加は、偏角関数値がある程度高くなると収束傾向を示す。

以上のように、本研究では、バラスト道床の支持力解析に対する、実粒子の粒子特性を評価した不連続体解析モデルの適用性を示すとともに、解析精度の観点から重要視すべき評価指標として構成粒子の稜角性（偏角関数値）が挙げられることを明示することができた。しかしながら、本研究で採用したバラスト道床の数値モデル化方法では、実際の道床バラストの偏角関数値を再現できないなど、実道床碎石粒子の粒子特性を充分考慮したモデル化方法とはいえない。今後、バラスト道床を粒状集合体と考える構造解析手法を用いてバラスト軌道の効率的な設計施工・維持管理を行うには、道床バラスト粒子形状の測定・評価技術の研究開発とともに、粒状集合体の力学挙動に対する粒子特性の影響評価に関する研究を深化させ、粒子形状の効果を充分評価できかつ効率的に数値計算が実施できる、より実現象に即した実粒子の数値モ

デル化方法を検討する必要がある。

参考文献

- 1) 片桐雅明, 安福則之, 藤山哲雄, 石川達也: 講座「粒子特性の評価と工学的意義」2. 粒子特性の評価と実問題(その1), 土と基礎, Vol.55, No.4, pp.62-68, 2007.
- 2) 相川明: 正弦波鉛直荷重に対する有道床軌道横断面の動的挙動特性に関する不連続変形法解析, 鉄道力学論文集—シンポジウム発表論文—第7号, pp.19-24, 2003.
- 3) Saussine, G., Chplet, C., Gautier, P.E., Dubois, F., Bohatier, C. and Moreau, J.J.: Modeling ballast under cyclic loading using discrete element method, Triantafyllidis (ed), Proc. of cyclic behaviour of soils and liquefaction phenomena, Bochum, pp.649-658, 2004.
- 4) 鬼頭昭人, 長戸博: レール継目部保守低減方法の一考察, 平成11年鉄道技術連合シンポジウム(J-RAIL'99), pp.35-38, 1999.
- 5) Shi, G.H.: Block System Modeling by Discontinuous Deformation Analysis, Univ. of California, Berkeley, Dept. of Civil Eng., 1989.
- 6) 石川達也, 関根悦夫, 三浦清一, 中村貴久: 模型バラスト軌道の繰返し塑性変形挙動に及ぼす移動荷重の影響評価, 地盤工学会北海道支部技術報告集, 第43号, pp.263-272, 2003.
- 7) 関根悦夫, 河野昭子, 石川達也: 列車荷重を受けるバラスト軌道の繰返し塑性変形に及ぼすバラスト厚さの影響, 第39回地盤工学研究発表会講演集, pp.1069-1070, 2004.
- 8) Kono, A., Sekine, E. and Kohata, Y.: A study on shape evaluation method of granular material, Proc. of the 5th International Symposium on Unbound Aggregates in Roads, Nottingham, UK., 35-40, 2000.
- 9) 石川達也, 関根悦夫, 河野昭子, 小林慶祐: 各種離散化解析手法による模型バラスト軌道の繰返し塑性変形挙動解析, 地盤工学会北海道支部技術報告集, 第44号, pp.321-330, 2004.
- 10) Zingg, T.: Beitrag zur Schotteranalyse. Schweiz. Min. Petrol. Mitt., 15, pp.39-140, 1935.
- 11) 小林慶祐, 石川達也, 関根悦夫, 三浦清一: 不連続変形法によるバラスト軌道の繰返し塑性変形挙動解析, 地盤工学会北海道支部技術報告集, 第46号, pp.167-174, 2006.
- 12) 石川達也, 大西有三: 道床バラストの繰返し変形挙動に対する不連続変形法 (DDA) の適用, 土木学会論文集, No.589/III-42, pp.205-217, 1998.
- 13) 佐藤吉彦, 宮井徹: 各種道床まくらぎ軌道の道床横抵抗力とその特性, 鉄道技術研究所速報, No.76-150, 1976.
- 14) 桜井孝, 高橋昭教: 三軸圧縮試験における硬岩の変形特性, 鉄道技術研究所速報, No.82-155, 1982.
- 15) 蔣関魯, 木幡行宏, 龍岡文夫: 繰返し載荷を受ける礫の変形特性, 第33回地盤工学研究発表会講演集, pp.745-746, 1998.
- 16) 関根悦夫・河野昭子・長戸博・鬼頭昭人: 道床バラストの摩耗過程における強度・変形特性, 鉄道総研報告, Vol.16, No.4, pp.23-28, 2002.
- 17) 大島洋志・榎本秀明・高木盛男: バラストの形状が道床沈下に及ぼす影響, 鉄道技術研究所速報, No.A-86-195, 1986.
- 18) 粒状体力学に関する国内委員会: 粒状体の力学, 土質工学会, 1993.

(2007年4月12日 受付)