

バックグラウンドメッシュを用いた自由表面流れ解析の 自由表面位置の決定法の検討とその実問題への適用

Investigation of the Decision Method of Free Surface Position and its Application
to Practical Problems in Free Surface Flow Analysis Method Using Background Mesh

田中聖三*・榎山和男**

Seizo TANAKA and Kazuo KASHIYAMA

*正会員 博(工) 中央大学助教 理工学部土木工学科 (〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27)

**正会員 工博 中央大学教授 理工学部土木工学科 (〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27)

This paper presents an ALE finite element method for free surface flow problems based on background mesh. The mesh re-generation method based on background mesh is introduced to improve the applicability and the robustness of the method. And the decision method of free surface position is investigated to the complicated free surface shapes. The stabilization methods based on SUPG and PSPG methods are employed to improve numerical stabilities. As numerical examples, the present method is applied to the hydraulic jump problem and wave problem around a submerged breakwater. The efficiency and applicability of the present method are shown by numerical results.

Key Words : free surface flow, mesh re-generation method, background mesh, direction of motion of surface, ALE stabilized finite element method

1. はじめに

河川や海洋の流れは、時々刻々と複雑に変化する界面を有する自由表面流れ問題である。河川や海岸構造物の計画・設計を合理的に行うためには、構造物周辺の流体挙動や流体力の定量的な評価が重要となる。自由表面流れ問題に対する数値解析手法は、自由表面の表現方法の観点から、界面捕捉法(interface capturing method)と界面追跡法(interface tracking method)の二種類に大きく分類することができる。VOF法¹⁾⁻³⁾やLevel-Set法⁴⁾に代表される界面捕捉法では、空間に固定されたメッシュ上にマーカーやカラー関数等の流体識別子を配置し、それらを用いて移動境界面を間接的に表現する手法であり、碎波等の複雑な自由表面形状を把握することにおいて有効な手法である。しかし、間接的に界面が表現されているために、界面近傍における計算精度に課題が残されている。一方、ALE(Arbitrary Lagrangian-Eulerian)法^{5),6)}やSpace-Time法^{7),8)}に代表される界面追跡法は、自由表面上での流体粒子の運動にあわせて解析領域を更新することにより自由表面を直接的に表現するため、運動学的条件や力学的条件の満足度が高く、高精度な解析が可能である。しかし、複雑な自由表面挙動を解析メッシュを用いて直接的に表現しようとした場合、解析メッシュに破綻が生じる可能性があり、手法としての汎用性、ロバスト性に問題がある。

著者らはこれまでに、自由表面形状と流れ場を正確に評価することが可能な界面追跡法に着目し、ALE安定化

有限要素法による自由表面流れ解析手法の構築¹⁰⁾⁻¹³⁾を行ってきた。界面追跡法の短所である解析メッシュの破綻の問題を解決するために、バックグラウンドメッシュに基づくメッシュ再構築手法を用いた解析手法を提案し、幾つかのベンチマーク問題においてその有効性を示してきた¹³⁾。しかし、これまで河川や海岸の流れのような実現象に対する有効性の検討はなされていなかった。また、このような複雑な自由表面形状を有する現象では、界面追跡法で必要となる自由表面上の節点移動方向の決定方法が、手法の適用性と安定性に大きく影響を与えるが、この決定法についての検討が不十分であった。

そこで本論文は、複雑な自由表面形状を有する自由表面流れに対して適応可能なALE法に基づく界面追跡手法を構築することを目的とし、バックグラウンドメッシュに基づくメッシュ再構築手法を用いた解析手法の実現象に対する有効性を検討するものである。また、自由表面上の節点移動方向の決定方法が手法の適用性と安定性に及ぼす影響について検討を行った。基礎方程式の空間方向の離散化手法としては、SUPG/PSPG法に基づく安定化有限要素法¹⁴⁾を用いた。なお、要素としては、任意形状への適合性の良い三角形同次補間要素(圧力・流速ともに1次:P1/P1要素)を用いた。また、時間方向の離散化にはクランク・ニコルソン法を用いた。本手法を潜堤周りの波動問題および跳水問題に適用し、実験結果と比較することにより、妥当性と有効性について検討を行う。

2. 数値解析手法

2.1 基礎方程式と境界条件

非圧縮性粘性流体において、流速 $\mathbf{u}$ 及び圧力 p は、それぞれ式 (1), (2) の ALE 表記された Navier-Stokes の運動方程式及び連続式に支配される。

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla \mathbf{u} - \mathbf{f} \right) - \nabla \cdot \sigma(\mathbf{u}, p) = 0 \quad \text{on } \Omega, \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad \text{on } \Omega, \quad (2)$$

ここで、 Ω は解析領域、 $\bar{\mathbf{u}}$ は節点移動速度を含む相対流速、 ρ は密度、 $\mathbf{f}$ は物体力を表している。また、応力テンソル $\sigma(\mathbf{u}, p)$ は以下の式で表される。

$$\sigma(\mathbf{u}, p) = -p\mathbf{I} + 2\mu\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}), \quad (3)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T), \quad (4)$$

ここで、 μ は粘性係数である。また、Dirichlet 型、Neumann 型境界条件は、次のように与えられる。

$$\mathbf{u} = \mathbf{g} \quad \text{on } \Gamma_g, \quad (5)$$

$$\mathbf{n} \cdot \sigma = \mathbf{h} \quad \text{on } \Gamma_h, \quad (6)$$

ここで、 $\mathbf{g}$, $\mathbf{h}$ はそれぞれ流速、トラクションの既知量を示し、 Γ_g , Γ_h はそれぞれ Dirichlet 型、Neumann 型境界を示す。また、 $\mathbf{n}$ は外向き単位法線ベクトルを示す。

自由表面においては、以下の運動学的条件を満たす必要がある。

$$(\mathbf{u} - \hat{\mathbf{u}}) \cdot \mathbf{n} = 0 \quad \text{on } \Gamma_{fs}, \quad (7)$$

ここで、 $\hat{\mathbf{u}}$ はメッシュ移動速度であり、 Γ_{fs} は自由表面である。また自由表面上では、力学的条件として stress-free 条件が適用される。なお、表面張力は微小量であるとして無視した。

2.2 安定化有限要素法

基礎方程式 (1), (2) に対して、SUPG/PSPG 法に基づく安定化有限要素法¹⁴⁾を適用すると、以下の弱形式が得られる。

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \mathbf{w} \cdot \rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla \mathbf{u} - \mathbf{f} \right) d\Omega \\ & + \int_{\Omega} \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{w}) : \sigma(\mathbf{u}, p) d\Omega + \int_{\Omega} q \nabla \cdot \mathbf{u} d\Omega \\ & + \sum_{e=1}^{n_{el}} \int_{\Omega^e} \left\{ \tau_{supg} \bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla \mathbf{w} + \tau_{pspg} \frac{1}{\rho} \nabla q \right\} \\ & \cdot \left\{ \rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla \mathbf{u} - \mathbf{f} \right) - \nabla \cdot \sigma(\mathbf{u}, p) \right\} d\Omega \\ & + \sum_{e=1}^{n_{el}} \int_{\Omega^e} \tau_{cont} \nabla \cdot \mathbf{w} \rho \nabla \cdot \mathbf{u} d\Omega = \int_{\Gamma_h} \mathbf{w} \cdot \mathbf{h} d\Gamma, \quad (8) \end{aligned}$$

ここで、 $\mathbf{w}$, q は運動方程式、連続式の重み関数であり、 n_{el} は要素総数を表す。また、 τ_{supg} , τ_{pspg} , τ_{cont} は安定化パラメータである。詳細は文献¹⁰⁾を参照されたい。

式 (8) に対して、P1/P1 要素 (流速・圧力 1 次要素) を用いて補間を行うと次のような有限要素方程式を得る。

$$(\mathbf{M} + \mathbf{M}_{\delta}) \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{K}(\bar{\mathbf{u}}) + \mathbf{K}_{\delta}(\bar{\mathbf{u}})) \mathbf{u} - (\mathbf{C} - \mathbf{C}_{\delta}) \frac{1}{\rho} p + \nu \mathbf{S} \mathbf{u} - (\mathbf{N} + \mathbf{N}_{\delta}) \mathbf{f} = 0, \quad (9)$$

$$\mathbf{C}^T \mathbf{u} + \mathbf{M}_{\varepsilon} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{K}_{\varepsilon}(\bar{\mathbf{u}}) \mathbf{u} - \mathbf{N}_{\varepsilon} \mathbf{f} + \mathbf{C}_{\varepsilon} \frac{1}{\rho} p = 0, \quad (10)$$

ここで、 $\mathbf{M}, \mathbf{K}, \mathbf{C}, \mathbf{S}, \mathbf{N}$ は、係数行列であり、添字 δ, ε は、それぞれ SUPG 項、PSPG 項に起因するものを表す。時間方向の離散化には 2 次精度を有するクランク・ニコルソン法を用いる。時間微分 $\partial \mathbf{u} / \partial t$ は次のように表される。

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = \frac{\mathbf{u}_{n+1} - \mathbf{u}_n}{\Delta t}, \quad (11)$$

ここで、 Δt は時刻レベル n と $n+1$ 間の時間ステップサイズである。この時間の離散化において、流速 $\mathbf{u}$, 及び圧力 p は以下のように与えられる。

$$\mathbf{u} = \alpha \mathbf{u}_{n+1} + (1 - \alpha) \mathbf{u}_n, \quad (12)$$

$$p = p_{n+1}, \quad (13)$$

ここに、 α は時間積分の安定性と精度をコントロールするパラメータであり、クランク・ニコルソン法を用いるため $\alpha = 0.5$ を選択する。これまでの離散化過程により導かれる非線形方程式に対して、Newton-Raphson 法により線形化を施し、その際、得られる連立 1 次方程式を Matrix-Free 法¹⁵⁾に基づく GMRES 法¹⁶⁾を用いて解くことにより、未知量である流速 $\mathbf{u}$, および圧力 p を求める。

2.3 解析アルゴリズム

本解析手法の流れについてまとめると、図-1 に示すフローチャートようになる。以下に、その手順を示す。

- 1) 初期条件に合わせて、有限要素分割、境界条件、初期条件、計算条件を入力する。
- 2) 流体領域形状に合わせて、解析メッシュの再構築を行う。
- 3) 運動方程式、連続式により、流速及び圧力の近似解を求解する。
- 4) 3) で得られた流速を用いて、自由表面位置を決定する。
- 5) 4) より求めた自由表面位置を境界条件として弾性方程式を解き、解析領域を更新する。
- 6) 解が収束するまで Newton-Raphson 法の反復 3)~5) を繰り返す。
- 7) 時間進行を行い、時間ステップが終了するまで 2)~6) を繰り返す。

なお、各手順の詳細については参考文献¹³⁾を参照されたい。

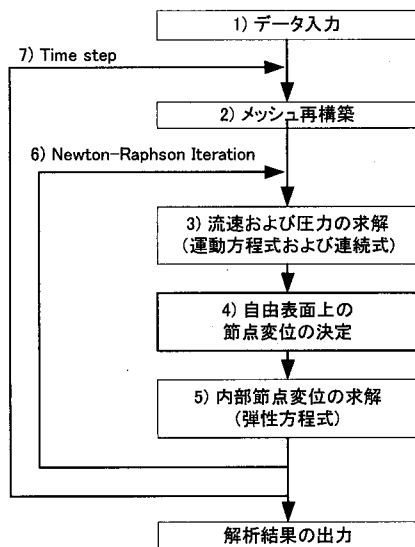


図-1 解析フローチャート

2.4 自由表面位置の決定法

界面追跡法は、自由表面上の節点を移動させることにより移動境界を表現する手法であり、先の解析アルゴリズムの手順 4) にも示したように、運動方程式および連続式より得られた流速を用いて、自由表面上の節点を移動させ、自由表面位置を決定する。この移動に関する条件として、自由表面上では、式 (7) の運動学的条件を満たす必要がある。ここで、式 (7) 中の流速 $\mathbf{u}$ は、前節の式 (9), (10) を解くことにより求まるため、式中の未知量は、メッシュ移動速度 $\hat{\mathbf{u}}$ である。しかし、 $\hat{\mathbf{u}}$ の自由度は空間の次元数となるのに対して、条件式 (7) は一つであるため自由表面位置を決定するためには、その移動方向に関して何らかの補助的なルールが必要となる。その代表的なルールとして、以下の3つが挙げられる。

1. ある特定の方向 (鉛直方向や水平方向) とする。
2. 自由表面の法線方向とする。
3. 自由表面粒子の移動方向とする。

図-2に、各ルールのモデルを示す。ここで、1. 鉛直方向とする方法では、自由表面上の節点間隔が広がったり、狭くなったりすることが無く、比較的安定に解析を行うことが可能である。文献⁹⁾では、この方法の汎用性を向上するために、斜壁などの壁面境界形状を考慮した節点移動方向を定める方法を提案しているが、砕波や跳水のような不連続な自由表面形状を表現することはできない。また、2. 自由表面の法線方向へ移動させる方法では、不連続な自由表面形状を含む任意の自由表面形状を表現することが可能であるが、解析メッシュに過度の歪みが生じてしまう可能性があるという特徴がある。なお、3. 自由表面粒子の移動方向は、最も任意の自由表面形状を表現することが可能であるが、

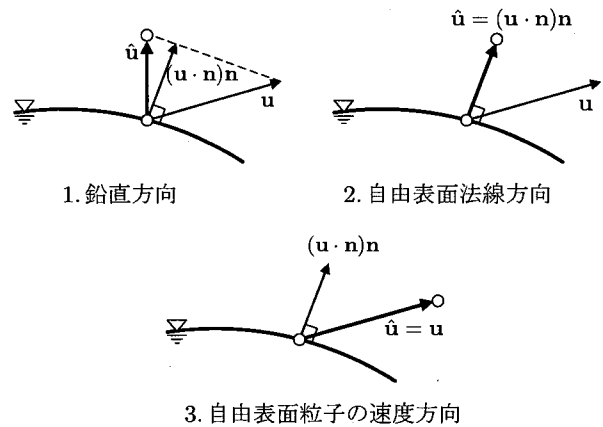


図-2 自由表面上のメッシュ速度の方向

例えば河川のような流れ問題に適用した場合、自由表面上の節点が河川の流れによって下流側に流されてしまうこととなるため、事実上、適用は困難である。この方法を用いた文献⁵⁾でも、自由表面形状が二価関数となるような問題へも適用されているが、その適用はスロッシング解析などの閉鎖領域における問題に限られている。そこで本論文では、1. 鉛直方向、2. 自由表面法線方向の2つについて、検討を行う。

ここで、1. 鉛直方向に移動させる場合、メッシュ移動速度は2次元の場合では、以下ようになる。

$$\hat{\mathbf{u}} = [0, \hat{u}_y]^T \quad (14)$$

よって、式 (7) より、

$$\hat{u}_y = u_x \frac{n_x}{n_y} + u_y \quad (15)$$

となる。補足的ではあるが、今、鉛直方向のメッシュ移動速度 $\hat{u}_y$ を、水位 h の移動速度 $\frac{\partial h}{\partial t}$ と考えると、式 (15) は、いわゆる高さ関数法で表現されていることとなる。

また、2. 自由表面の法線方向に移動させる場合、図-2 から明らかなように、メッシュ移動速度は以下のようにになる。

$$\hat{\mathbf{u}} = (\mathbf{u} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} \quad (16)$$

式 (15) または式 (16) より、自由表面上の節点変位 $\mathbf{v}$ は、以下のようにになる。

$$\mathbf{v} = \hat{\mathbf{u}}\Delta t, \quad (17)$$

この自由表面上の節点変位を境界条件として、図-1の手順 5) により、解析領域を変形させることにより移動境界面を表現する。本手法では、解析メッシュの過度の歪みを回避するため、解析領域内部の節点変位 $\mathbf{v}$ は、領域境界の変位を境界値とした線形弾性方程式を解くことにより求める。内部節点変位の求め方については、参考文献¹²⁾を参照されたい。

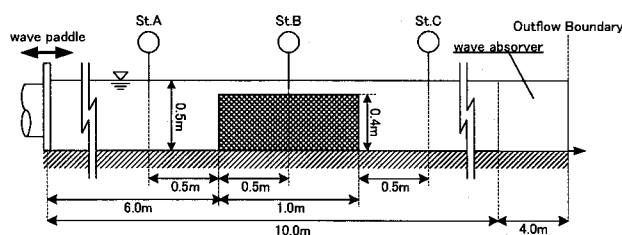


図-3 解析モデル

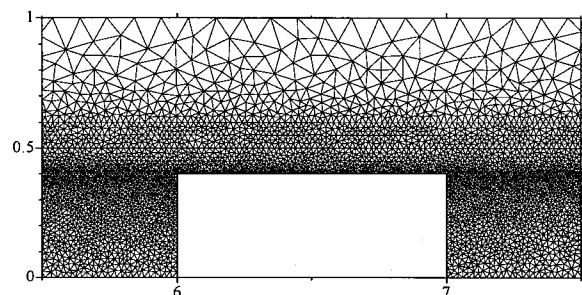


図-4 有限要素分割 (潜堤近傍)

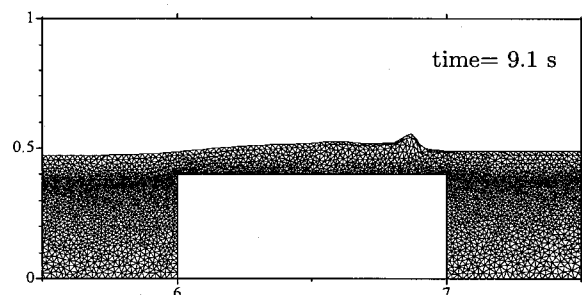


図-5 解析メッシュの破綻(鉛直方向, メッシュ再構築無し)

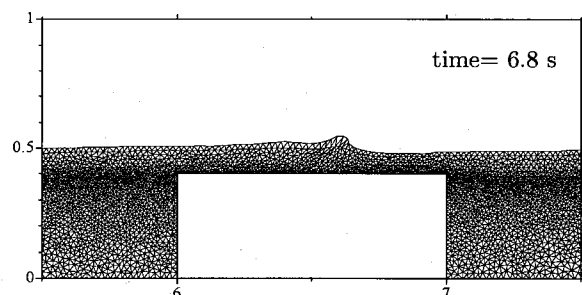


図-6 解析メッシュの破綻(自由表面法線方向, メッシュ再構築無し)

2.5 バックグラウンドメッシュを用いたメッシュ再構築手法

自由表面が複雑で大変形を有する問題においては、界面追跡法では、解析メッシュの破綻に起因する計算の破綻が問題となる。この問題を解決するため、本研究ではバックグラウンドメッシュに基づくメッシュ再構築手法を導入する。本メッシュ再構築手法では、あらかじめ解析領域全体を有限要素で分割したバックグラウンドメッシュを設置しておき、時々刻々の解析で用いる解析メッシュは、このバックグラウンドメッシュを基準として再構築される。また、メッシュ再構築を行い

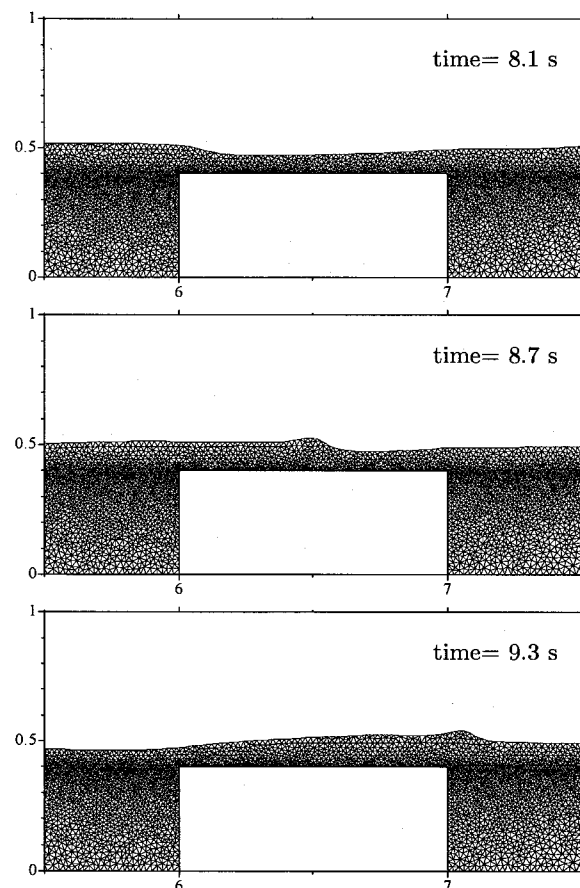


図-7 各時刻における水面形状(鉛直方向, メッシュ再構築有り)

ながら、解析を進めると体積誤差が蓄積するため、各時間ステップにおいて体積誤差に対して体積補正を行う。本論文で取り上げる流出を伴う問題での体積補正では、流入量と流出量を考慮した補正を行っている。バックグラウンドメッシュを用いて解析メッシュを再構築する手順、および体積補正手法については、参考文献¹³⁾を参照されたい。なお、バックグラウンドメッシュの要素数と流体領域の要素数との比に依存するが、メッシュ再構築を行う部分の演算量は、計算全体の演算量のおよそ20%~60%であり、本論文で取り上げている跳水問題においては、約50%となっている。

3. 数値解析例

3.1 潜堤周りの波動解析

本手法の波動問題への有効性を検討するために、潜堤周りの波動問題の解析¹⁸⁾を行った。解析モデルとして、図-3に示すような、造波装置より6mの位置に設置された幅1m×高さ0.4mの潜堤に対して、沖から入射波を与えるものとする。流出境界条件として、岸側境界でSommerfeldの放射条件¹⁹⁾²⁰⁾を与え、その手前に4mのエネルギ減衰帯²¹⁾を設けた。入射波条件は、波高:H=4.5cm, 周期:T=2.0sの波を造波した。境界条件

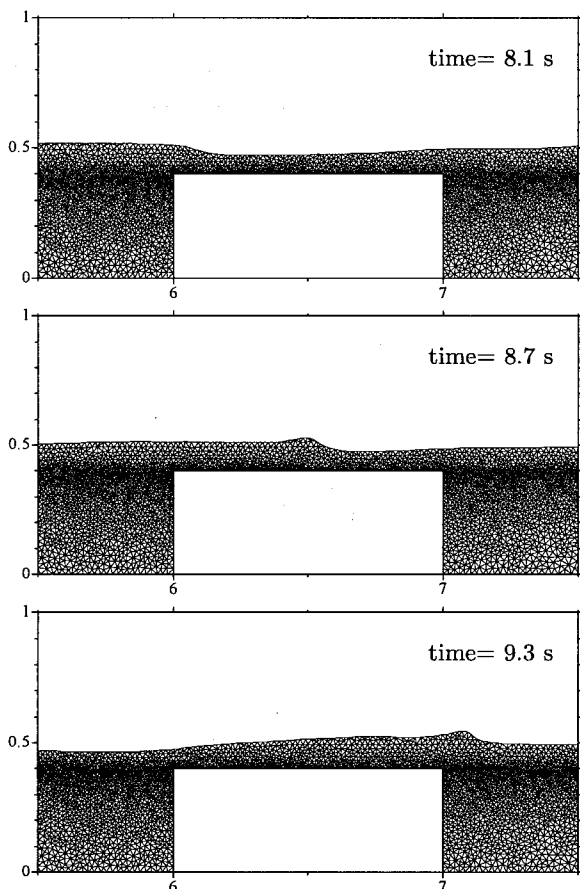


図-8 各時刻における水面形状(自由表面法線方向, メッシュ再構築有り)

として水路底面でslip条件を与え, 潜堤壁面でno-slip条件を与えた. 有限要素分割には, 最小メッシュ幅:1cmの非構造格子をバックグラウンドメッシュとして用いた. 図-4に, 潜堤付近の有限要素分割図を示す. 微小時間増分量は, $1.0 \times 10^{-3}s$ とした. 解析結果として, まず, バックグラウンドメッシュによるメッシュ再構築を行わない場合での解析結果を図-5,6に示す. 図-5に, 自由表面上の節点移動方向を鉛直方向とした場合での解析メッシュを示す. この場合では, 図-5のように潜堤上で波が浅水変形を起こし, 解析メッシュの破綻が生じた. また, 図-6に示すように, 節点移動方向を自由表面法線方向とした場合も, 発生する時刻は異なるものの, 解析メッシュの破綻が生じた.

一方, バックグラウンドメッシュを用いたメッシュ再構築を行った場合での結果として, 図-7に節点移動方向を鉛直方向としたものを, 図-8に節点移動方向を自由表面法線方向とした場合での各時刻における流体領域形状を示す. メッシュ再構築を行うことにより, 解析メッシュの破綻が生じず, 潜堤周辺の水面形を表現できており, その水面形状も自由表面上の節点移動方向によらず, 同様の結果が得られている. 図-9に節点移動方向を自由表面法線方向とした場合の各観測点での水位変動量 η の時刻歴の実験値¹⁸⁾との比較を示す. この図

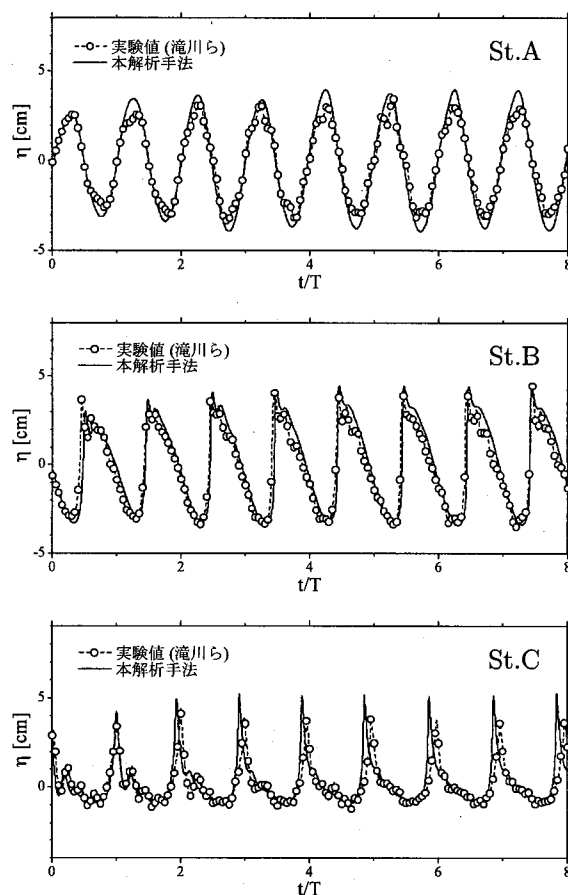


図-9 各観測点での水位の時刻歴

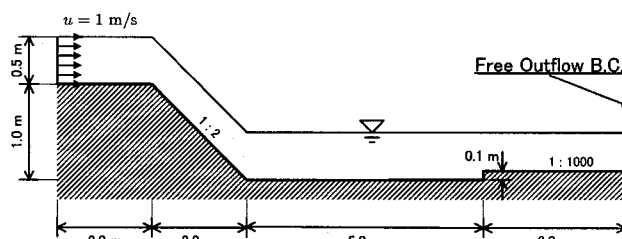


図-10 解析モデル



図-11 初期メッシュ形状

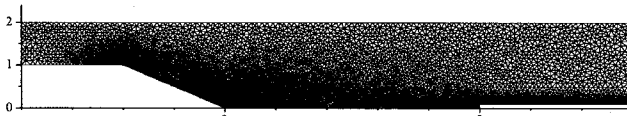


図-12 バックグラウンドメッシュ

より本解析結果は, 潜堤上のSt.Bにおいて実験値と良い一致を示していることがわかる. また, St.A, St.Cにおいても, 若干の差異はあるものの概ね良い一致を示している. なお, 節点移動方向を鉛直方向とした場合も, 差異の無い水位の時刻歴が得られていることを



図-13 流体領域形状 (鉛直方向, メッシュ再構築無し)

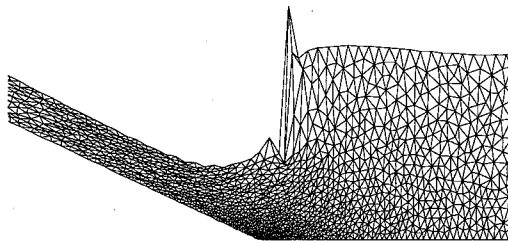


図-14 解析メッシュの破綻 (鉛直方向, メッシュ再構築無し, time=1.45 s)



図-15 流体領域形状 (自由表面法線方向, メッシュ再構築無し)

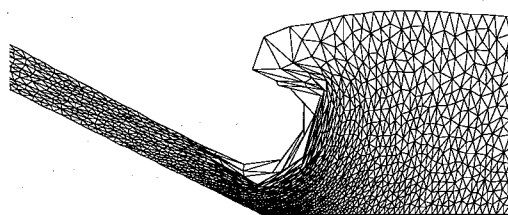


図-16 解析メッシュの破綻 (自由表面法線方向, メッシュ再構築無し, time=1.62 s)

確認している。以上の結果より、メッシュ再構築手法を用いた本自由表面流れ解析手法の波動問題への有効性を示すことができた。なお、当解析条件では、自由表面上の節点移動方向を鉛直方向とした場合でも、法線方向とした場合でも、メッシュ再構築を行うことで解析は可能であったが、砕波や跳水といった自由表面が巻き込むような現象に対しても適応可能であるとは限らない。このような、自由表面形状が不連続となるような現象に対する検討を、次の数値解析例である跳水問題にて行う。

3.2 跳水問題

自由表面形状が大変形し、複雑な挙動を呈する跳水

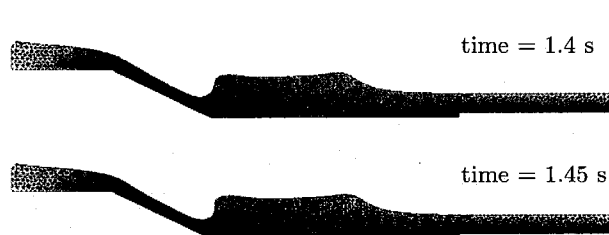


図-17 流体領域形状 (鉛直方向, メッシュ再構築有り)

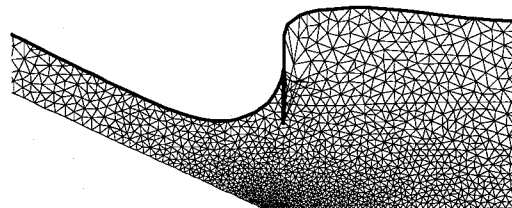


図-18 解析メッシュの破綻 (鉛直方向, メッシュ再構築有り, time=1.45 s)

問題を取り上げる。図-10に示す解析モデルのような、勾配1:2の導流部を有する水路を用いた。流入条件として、流量 $0.5\text{m}^3/\text{s}$ (奥行き1mを仮定)を、流出境界では、Free Outflow B.C.²²⁾を与えた。また、水路底面には境界条件として、slip条件を与えた。解析は、図-11に示す初期メッシュ形状 (総節点数:3,861,総要素数:7,065) からインパルススタート (解析領域全体で流速 $u=0$)とした。メッシュ再構築を行う際に用いるバックグラウンドメッシュには、図-12のに示すような総節点数:6,425,総要素数:12,258のメッシュを用いた。解析結果として、まずメッシュ再構築手法を用いない場合での、自由表面上の節点移動方向の検討を行う。図-13に、自由表面上の節点移動方向を鉛直方向とした場合での各時刻での有限要素メッシュを示す。これらの図より、時刻1.4s付近までは、解析を行うことができていたが、跳水を起こして自由表面が巻き込む様相を呈した段階で、解析メッシュの歪みが大きくなり、計算が破綻した。解析メッシュの破綻部分の拡大図を図-14に示すが、このように自由表面形状が不連続となると、自由表面上の節点移動方向を鉛直方向とする方法では、その不連続部分を表現することができず、解析メッシュが歪み、最終的には計算が破綻してしまう。また、図-15にメッシュ再構築手法を用いず、自由表面上の節点移動方向を自由表面法線方向とした場合での各時刻での有限要素メッシュを示す。この場合、時刻1.6s付近での自由表面が巻き込むところまで解析を行うことができていたが、その後は、解析メッシュの破綻により、計算が破綻した。解析メッシュの破綻したtime=1.62sでの拡大図を図-16に示す。

次に、メッシュ再構築手法を用いた場合での結果を示す。図-17に自由表面上の節点移動方向を鉛直方向と

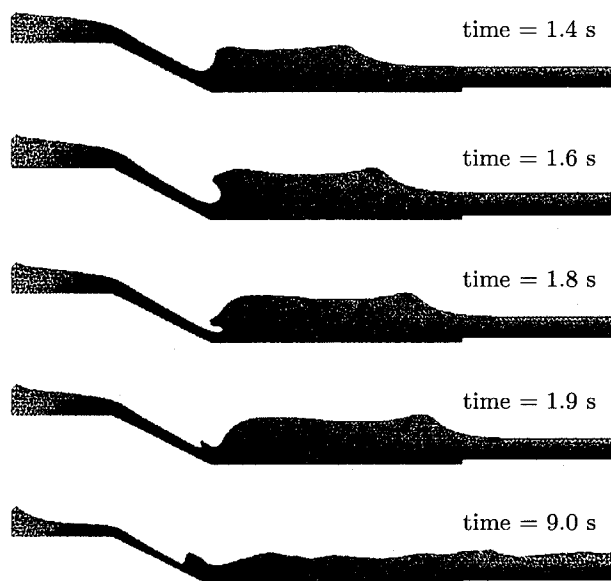


図-19 流体領域形状(自由表面法線方向, メッシュ再構築有り)

した場合の各時刻での有限要素メッシュを示す。節点移動方向を鉛直方向とした場合には、メッシュ再構築を行っているにも関わらず、自由表面形状が不連続となると、解析メッシュの破綻が生じた。解析メッシュの破綻が生じた時刻 1.45s での解析メッシュを図-18に示すが、これにより、鉛直方向のみの自由表面上の節点移動は、不連続な自由表面形状を表現することができないことがわかる。なお、図中の太線は自由表面を表す。一方、図-19にメッシュ再構築手法を導入し、自由表面上の節点移動方向を自由表面法線方向とした場合での各時刻における流体形状図を示す。これらの図より、自由表面が巻き込む様相を呈しても解析メッシュの破綻は起こらず、また、巻き込みを起こした後も解析を進めることが可能であることがわかる。このように、バックグラウンドメッシュに基づくメッシュ再構築手法を用いた本解析手法は、自由表面上の節点移動方向を法線方向とすることで、自由表面形状が不連続となり巻き込みを呈するような自由表面流れに対しても適用可能であり、有効な手法であるといえる。しかし、本解析では、自由表面上の表面張力を考慮しておらず、巻き込みを起こした後の気泡や、飛散した水滴などを考慮した現象を解析を行うためには、表面張力の効果を導入する必要がある。

4. おわりに

本論文では、複雑な自由表面形状を有する自由表面流れに対して適応可能な ALE 法に基づく界面追跡手法を構築することを目的とし、バックグラウンドメッシュに基づくメッシュ再構築手法を用いた解析手法の実現

象に対する有効性の検討を行った。また、自由表面上の節点移動方向の決定方法が手法の適用性と安定性に及ぼす影響について検討を行った。数値解析例を通して、以下の結論が得られた。

- 自由表面上の節点移動方向を法線方向とすることにより、碎波や跳水現象のような自由表面形状が鉛直方向に多価関数になる問題に対しても適用可能であることが確認できた。
- 本解析手法により得られた結果は、実験値と良好な一致が得られており、本手法の有効性が確認できた。

今後の課題として、実験値、理論解等との詳細な比較を通して、本手法の詳細な精度検証、また、実現象の詳細な検討を行うため、3次元問題への適用が挙げられる。

参考文献

- 1) Hirt, C.W., Nichols, B.D. : Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries, *J. Comput. Phys.*, **39**, pp.201-225, 1981.
- 2) Nakayama, T., Shibata, M. : A finite element technique combined with gas-liquid two-phase flow calculation for unsteady free surface flow problem, *Comput. Mech.*, **22**, pp.194-202, 1988.
- 3) 桜庭雅明, 弘崎聡, 樫山和男 : 自由表面流れ解析のための CIVA/VOF 法に基づく高精度界面捕捉法の構築, 応用力学論文集, 土木学会, **6**, pp.215-222, 2001.
- 4) Sussman, M., Smereka, P., Osher, S. : A level set approach for computing solution for incompressible two-phase flow, *J. Comput. Phys.*, **114**, pp.146-202, 1994.
- 5) 岡本隆, 川原陸人 : ALE 有限要素法による二次元スロッシング解析, 土木学会論文集, No.441/I-18, pp.29-48, 1992.
- 6) Nomura, T. : ALE finite element computations of fluid-structure interaction problems, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, **112**, pp.291-308, 1994.
- 7) Behr, M., Tezduyar, T.E. : Finite element solution strategies for large-scale flow simulations, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, **112**, pp.3-24, 1994.
- 8) Güler, I., Behr, M. and Tezduyar, T.E. : Parallel finite element computation of free-surface flows, *Comput. Mech.*, **23**, pp.117-123, 1999.
- 9) Behr, M., Abaraham, F. : Free-surface flow simulations in the presence of inclined walls, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, **191**, pp.5467-5483, 2002.
- 10) 桜庭雅明, 田中聖三, 樫山和男 : PC クラスタを用いた ALE 並列有限要素法による非線形自由表面流れ解析, 応用力学論文集, 土木学会, **4**, pp.113-120, 2001.
- 11) Kashiyama, K., Tanaka, S., Sakuraba, M. : PC cluster finite element analysis of sloshing problem by earthquake using different network environments, *Commun. Numer. Meth. Engrg.*, **18**, pp.681-690, 2002.
- 12) 田中聖三, 樫山和男 : ALE 安定化有限要素法を用いた任意境界を有する自由表面流れ解析, 応用力学論文集, 土木学会, **6**, pp.223-230, 2003.
- 13) 田中聖三, 樫山和男 : 界面追跡法による自由表面流れ解析のためのメッシュ再構築手法, 応用力学論文集, 土木学会, **7**, No.1, pp.313-321, 2004.
- 14) Tezduyar, T.E. : Stabilized finite element formulations for incompressible flow computations, *Advances*

- in *Applied Mechanics*, **28**, pp.1-44, 1991.
- 15) Johan, Z., Hughes, T.J.R., Mathur, K.K. and Johanson, S.L. : A data parallel finite element method for computational fluid dynamics on the Connection Machine system, *Compt. Methods Appl. Mech. Engrg.*, **99**, pp.113-134, 1992.
 - 16) Saad, Y., Schultz, M. : GMRES: A generalized minimal residual algorithm for solving nonsymmetric linear systems, *SIAM J. Sci. Statist. Comput.*, **7**, pp.856-869, 1986.
 - 17) 田中伸厚 : 数値流体力学のための高精度メッシュフリー手法の開発, 日本機械学会論文集(B編), **64-620**, pp103-110, 1998.
 - 18) 滝川清, 山田文彦, 松本健作 : 潜堤上碎波変形の内部特性とその数値解析, 海岸工学論文集, 土木学会, **42**, pp.66-70, 1996.
 - 19) Sommerfeld, A.: Partial differential equations in physics, Academic Press, New York, 1949.
 - 20) Orlanski, I.: A simple boundary condition for unbounded hyperbolic flows, *J. Comput. Phys.*, **21**, pp.251-269, 1976.
 - 21) 数値波動水路の耐波設計への適用に関する研究会: 数値波動水路の研究・開発 (CADMAS-SURF), 沿岸開発技術ライブラリー No.12, 沿岸開発技術研究センター, 2001.
 - 22) Papanastasiou, T.C., Malamataris, N. and Ellwood, K.: A new outflow boundary condition, *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, **14**, pp587-608, 1992.

(2007年4月12日 受付)