

メッシュの規則性を用いた超音波非破壊評価のための BIEM アルゴリズムの改良

Algorithm improvements of BIEM with regular mesh for ultrasonic NDE

吉川仁*・西村直志**

Hitoshi YOSHIKAWA and Naoshi NISHIMURA

*正会員 工博 京都大学大学院 助教 工学研究科社会基盤工学専攻 (〒 615-8540 京都市西京区京都大学桂 C)

**正会員 工博 京都大学大学院 教授 情報学研究科複雑系科学専攻 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)

This paper discusses a three dimensional implementation of boundary integral equation method (BIEM) for large scale time domain elastodynamic problems and its application to ultrasonic quantitative nondestructive evaluation (QNDE). We use a regular mesh in order to reduce the computational time and memory requirements for solving the large scale problem. We show the efficiency of the proposed method by applying it to a simple wave propagation problem and to a realistic laser-ultrasonic QNDE problem.

Key Words : regular mesh, time domain BIEM, large scale problem, elastodynamics, QNDE, laser-ultrasonic testing

1. 研究背景・目的

著者らは、レーザ超音波^{1),2),3)}による定量的非破壊評価に関する研究を行ってきている。レーザ超音波非破壊評価法では、パルスレーザによって材料内部に高周波の弾性波動を励起し、材料内部の欠陥・クラックによる散乱波動場を計測し、欠陥・クラックの情報を得る。散乱波動場の計測は、材料表面にてレーザ干渉計を用いて行われる。レーザ干渉計を用いれば、レーザ照射点での法線方向速度成分の時間履歴が波形データとして計測できる(図-1)。これまでに著者らは、パルスレーザによる超音波励起のメカニズムを逆解析により決定した⁴⁾。また、クラックの位置や形状をパラメータで表現し、レーザ励起された弾性波動場における欠陥・クラックをよる散乱波動場を時間域の境界積分方程式法 (BIEM)^{5),6)}を用いて数値的に復元し、レーザ超音波試験で得られた計測データと数値解を比較する事で、欠陥・クラックの位置や形状を決定している^{4),7),8)}。

レーザ超音波試験で励起される弾性波の周波数は数 MHz と高く、また金属材料を対象とする場合、弾性波の波速は数千 m/sec と非常に速い。時間域の BIE 解析を行い精度の良い数値解析結果を得るには、時間ステップ幅を非常に小さくとり、領域の境界を非常に小さい要素に分割する必要があるため、取り扱う問題は時間域の大規模解析となる。例えば、S 波速度が 3000m/sec の材料に 1MHz の弾性波が伝播する解析を時間域 BIEM で行う場合、S 波 1 波長を 10 個の境界要素、10 個の時間ステップで表すとしても、時間ステップ幅を 0.1 μ sec、要素サイズを 0.3mm にする必要がある。3 次元解析において、1 辺が 40mm の立方体を 10 μ sec 間解析する場合、約 210000 要素、時間ステップ数 100 ステップの大規模問題となる。

時間域 BIEM の大規模解析を現実的な計算時間で

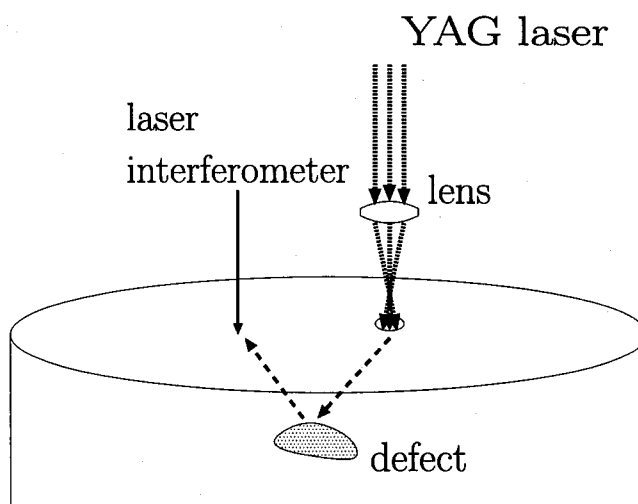


図-1 レーザ超音波試験

うために、MPI⁹⁾や OpenMP¹⁰⁾によるコードの並列化や時間積分のアルゴリズムの改良¹¹⁾などが行われており、使用メモリの縮小や計算時間の短縮が実現できている¹²⁾。しかし、並列計算や時間積分アルゴリズム改良版の BIEM コードを用いても時間域の大規模問題の演算速度は、必ずしも十分満足いくものではない。

超音波非破壊試験では、材料表面に

- 超音波トランスデューサをつけ加振する
- パルスレーザを照射する
- ハンマー等により衝撃を与える
- EMAT(Electromagnetic Acoustic Transducer)により電磁誘導を引き起こす

などを行い、材料内部に弾性波動場を励起させる。波源は材料と超音波トランスデューサの接触面やレーザ照射領域であり、材料表面の小さな部分領域である。波

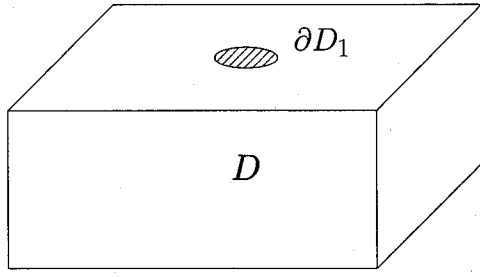


図-2 直方体領域 D

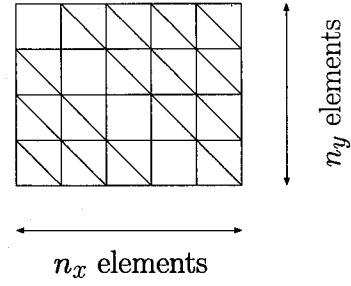


図-3 規則性のあるメッシュ

動解析を行う際には、波動が存在しない定常状態を初期状態とするため、計測時間内に波源からの波動が到達しない領域には波動が存在しない。つまり、境界積分方程式法による数値解析を行う場合、対象領域の境界全てを要素分割する必要はなく、計測時間内に波動が到達する領域の境界のみを要素分割すれば良い。また、超音波非破壊検査で対象とする領域の境界は、局所的に見れば平面や円柱表面の一部(円管などを対象とする場合)といった単純な形状であることが多い。そこで、境界を規則的に要素分割し、メッシュの規則性を利用した空間積分を行い BIEM のアルゴリズムの改良を試みる。

本論文の構成は以下の通りである。まず、第2節においてポテンシャル波動問題を例にとり、境界メッシュの規則性を利用した BIEM の計算手法を説明し、手法の有効性を数値例で示す。次に、第3節においてレーザ超音波非破壊について述べ、メッシュの規則性を利用した動弾性 BIEM による数値計算結果を示す。最後に第4節に結論を述べる。

2. メッシュの規則性を用いた BIE 解析

2.1 時間域境界積分方程式法

ポテンシャル u が波速 c で伝播する直方体領域 D において、時間区間 $[0, \tau]$ で次のような Neumann 問題を考える (図-2)。

$$\frac{1}{c^2} \ddot{u}(\mathbf{x}, t) - \Delta u(\mathbf{x}, t) = 0, \quad \mathbf{x} \text{ in } D, t \geq 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial n}(\mathbf{x}, t) = \bar{q}(\mathbf{x}, t), \quad \mathbf{x} \text{ on } \partial D_1 \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial n}(\mathbf{x}, t) = 0, \quad \mathbf{x} \text{ on } \partial D \setminus \partial D_1 \quad (3)$$

$$u(\mathbf{x}, t) = \dot{u}(\mathbf{x}, t) = 0, \quad \text{for } t = 0 \quad (4)$$

ここで、 ∂D は領域 D の境界、 ∂D_1 は閉曲面で境界 ∂D の一部、 $\partial D \setminus \partial D_1$ は ∂D から ∂D_1 を取り除いた境界、 $\frac{\partial}{\partial n}$ は境界での外向き単位法線ベクトル $\mathbf{n}$ による法線微分、 $(\dot{})$ は時間微分を表す。また、 $\bar{q}(\mathbf{x}, t)$ は既知関数である。式 (1) に対応する境界積分方程式は、

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} u(\mathbf{x}, t) &= \int_{\partial D} \int_0^t G(\mathbf{x} - \mathbf{y}, t - s) \frac{\partial u}{\partial n}(\mathbf{y}, s) ds d\mathbf{y} \\ &- \int_{\partial D} \int_0^t \frac{\partial G}{\partial n}(\mathbf{x} - \mathbf{y}, t - s) u(\mathbf{y}, s) ds d\mathbf{y}, \end{aligned}$$

$$\mathbf{x} \text{ on } \partial D \quad (5)$$

となる。 $G, \frac{\partial G}{\partial n}$ はそれぞれ波動方程式の基本解と二重層核で、

$$G(\mathbf{x} - \mathbf{y}, t - s) = \frac{1}{4\pi r} \delta(t - s - \frac{r}{c}) \quad (6)$$

である。ここで、 $r = |\mathbf{x} - \mathbf{y}|$ 、 δ は Dirac のデルタ関数である。境界を要素 S^q で、時間区間 $[0, \tau]$ を時間ステップ幅 Δt で分割し、 $u, \frac{\partial u}{\partial n}$ を空間域の内挿関数 $N^q(\mathbf{y})$ と時間域の内挿関数 $M^\ell(t)$ を用いて補間する。このとき式 (5) は離散化され、次の代数方程式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} u(\mathbf{x}^p, n\Delta t) &= \sum_q \sum_{\ell=1}^n \frac{\partial u}{\partial n}(\mathbf{x}^q, \ell\Delta t) F_{pq}^{n+1-\ell} \\ &- \sum_q \sum_{\ell=1}^n u(\mathbf{x}^q, \ell\Delta t) H_{pq}^{n+1-\ell} \quad (7) \end{aligned}$$

ここで、

$$\begin{aligned} F_{pq}^{n+1-\ell} &= \int_{\partial D} \int_0^{n\Delta t} G(\mathbf{x}^p - \mathbf{y}, n\Delta t - s) M^{n+1-\ell}(s) N^q(\mathbf{y}) \\ &ds d\mathbf{y} \quad (8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_{pq}^{n+1-\ell} &= \int_{\partial D} \int_0^{n\Delta t} \frac{\partial G}{\partial n}(\mathbf{x}^p - \mathbf{y}, n\Delta t - s) M^{n+1-\ell}(s) N^q(\mathbf{y}) \\ &ds d\mathbf{y} \quad (9) \end{aligned}$$

であり、 $\mathbf{x}^p$ は要素 S^p の代表点である。

時間区間 $[0, \tau]$ では、波源 ∂D_1 からの波動が領域 D の側面や底面に到達しないとする。この場合、境界の要素分割は直方体上面の ∂D_1 からの距離が $c\tau$ 以下の範囲のみ行えば良い。

2.2 メッシュの規則性を用いた影響係数の計算

境界の要素分割において、図-3 のように直角二等辺三角形要素による規則性のあるメッシュを作成する。

境界積分方程式法で用いる基本解 (式 (6)) は、source 点 $\mathbf{y}$ と観測点 $\mathbf{x}^p$ との距離の関数である。通常、代数

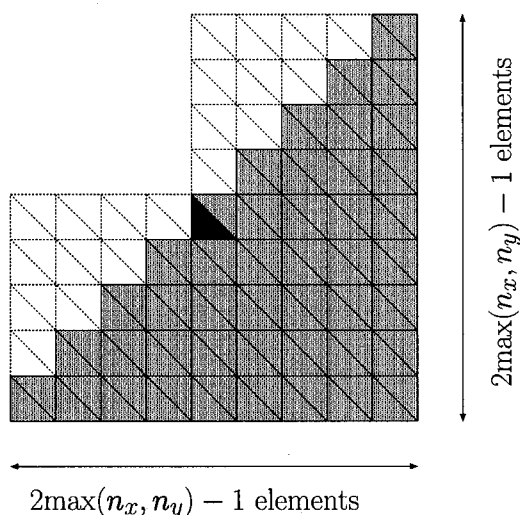


図-4 計算が必要な要素と観測点の位置関係

方程式の影響係数行列の計算 (式 (8)、式 (9)) には、境界要素数の 2 乗のオーダーの計算量が必要となるが、図-3 の様な規則的なメッシュの場合、要素と観測点の組合せの多くが相対的に同じ位置関係にある。このため、最も離れた位置関係にある要素と観測点の組合せの内から、1 つ要素を選び、その要素を固定して (図-4 中の黒塗り要素)、その要素と相対的な位置関係が異なる観測点 x^p (図-4 中の網掛け要素の重心) との影響係数のみ積分計算を行いメモリにストアしておけば良い。つまり、境界要素数の 1 乗のオーダーの計算量、使用メモリ量で済む。

図-3 に示した 1 軸方向に n_x 個、2 軸方向に n_y 個の要素を並べた規則メッシュの場合、単純に考えて (非ゼロ成分も計算するとすれば) 各時間ステップ毎に、従来の BIEM なら $4n_x^2n_y^2$ 回積分計算をする必要があるが、メッシュの規則性を利用した BIEM であれば $4\{\max(n_x, n_y)\}^2 - 2\max(n_x, n_y)$ 回の積分計算をするだけで良い (図-4)。

2.3 数値例

数値例として、波動方程式の Neumann 問題 (式 (1)-式 (4)) において、式 (2) 右辺の $\bar{q}$ に、

$$\bar{q}(x, t) = \sin(2\pi t/\Lambda)$$

を与えた時の波動の伝播を計算する。ここで、波速 $c = 1$ 、波長 $\Lambda = 4$ 、時間ステップ幅 $\Delta t = 0.3$ とし、30 ステップ計算を行った。また、波源 ∂D_1 を 1 辺の長さが 1 の正方形領域とし、 ∂D_1 を取り囲む 20×20 の正方形領域を直角をつくる辺の長さが 0.25 の直角二等辺三角形要素で分割した。要素数は 13122 個である。また、空間域では区分一定の内挿関数を時間域では区分線形の内挿関数を用いた。計算結果として、時刻 $t = 15\Delta t$ 、 $t = 30\Delta t$ での領域上面でのポテンシャル $u(x, 15\Delta t)$ 、 $u(x, 30\Delta t)$ を図-5、図-6 に示す。図-5、図-6 より領域表面における波動の伝播の様子が確認できる。従来の BIEM とメッシュの規則性を用いた BIEM とを比較し、各々の計算時間と影響係数のストア

表-1 従来の BIEM とメッシュの規則性を用いた BIEM

	従来の BIEM	提案手法
計算時間	2084[sec]	1220[sec]
メモリ	721[Mbyte]	13[Mbyte]

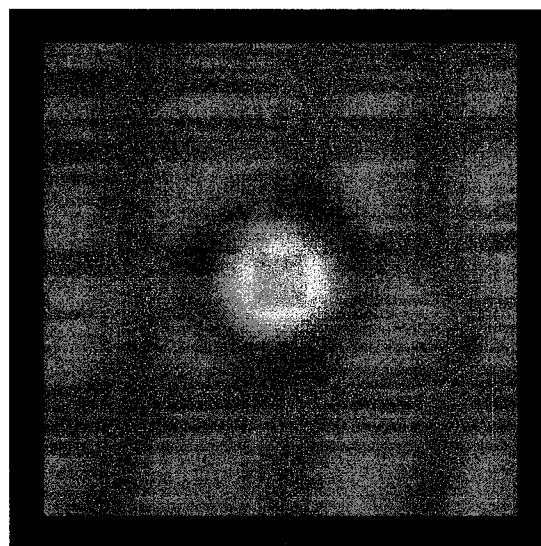


図-5 領域表面でのポテンシャル $u(x, 15\Delta t)$

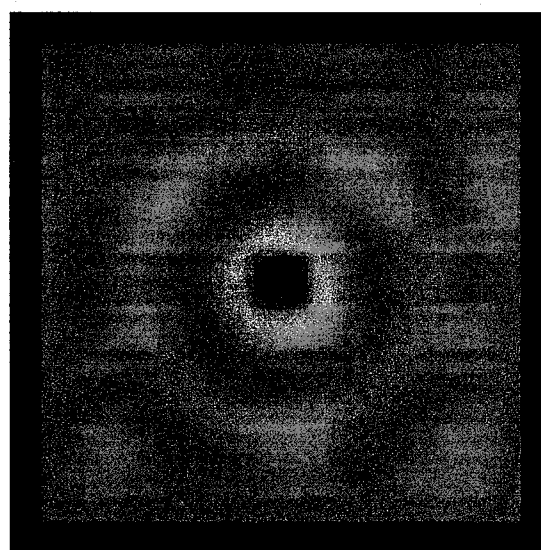


図-6 領域表面でのポテンシャル $u(x, 30\Delta t)$

に要するメモリを表-1 に示した。なお、従来の BIEM では、非ゼロの影響係数のみをストアしている。計算には京都大学学術情報メディアセンターの HPC2500 を使用した。

表-1 より、メッシュの規則性を用いた BIEM により計算時間が短縮され、使用メモリに関しては極めて少なくて済む事が確認できた。

表-2 アルミニウム合金の諸量

密度 ρ	$2.70 \times 10^6 [\text{g/m}^3]$
比熱 c_a	$0.896 [\text{J/deg} \cdot \text{g}]$
線膨張率 α	$2.313 \times 10^{-5} [1/\text{deg}]$
熱伝導率 K	$203.9 [\text{J/m} \cdot \text{sec} \cdot \text{deg}]$
温度拡散率 κ^2	$8.432 \times 10^{-5} [\text{m}^2/\text{sec}]$
P 波速度 c_L	$6380 [\text{m/sec}]$
S 波速度 c_T	$3180 [\text{m/sec}]$

3. レーザ超音波非破壊評価解析への適用

第2節で示したメッシュの規則性を利用した BIE 解析をレーザ超音波非破壊評価解析へ適用し、その有効性を検証する。

3.1 動弾性 BIEM を用いたレーザ超音波非破壊評価解析

YAG レーザ発生装置 (LOTUS TH LS-2135) に 14J の pump lamp energy を加え、表面に角度 90 度で切れ込んだ長方形表面クラック (長さ 10.5mm、深さ 5mm) を持つアルミニウム合金製の円筒形供試体にパルスレーザを照射し (図-7)、レーザ照射の中心からクラック側に 10mm 離れた点での法線方向速度をレーザ干渉計 (小野測器 LV-1710 高周波計測用改良型、計測可能周波数 1Hz~5MHz) を用いて計測した。S/N 比を向上させるために、1000 回の計測の平均をとり得られたデータを計測値とする。このとき、パルスレーザはガウス分布の強度分布 (分散 $\sigma^2 = 0.41\text{mm}^2$) を持ち、パルスレーザにより供試体に吸収された熱量 q_{abs} は 2.5mJ である⁸⁾。また、パルスレーザの照射時間は 10~15nsec と非常に短い。なお、解析に用いたアルミニウム合金の諸量は表-2 の通りである¹³⁾。パルスレーザ照射により供試体内レーザ照射部付近に熱膨張が起こり、熱膨張により弾性波動が供試体内に励起される。熱膨張レーザ励起 (Thermal mode) 弾性波を入射波とした供試体内部のクラックによる散乱波動場について考える。なお、計測時間は 10 μsec であり、計測時間内に供試体の側面や底面に弾性波動は到達しない。つまり、波動の散乱はクラックによるもののみであると考えれば良い。これにより、問題をクラック S をもつ半無限領域 $D(x_3 \leq 0)$ における次の変位 u についての初期値境界値問題とみなせる。

$$\mu \Delta u + (\lambda + \mu) \nabla (\nabla \cdot u) = \rho \ddot{u} + \alpha(3\lambda + 2\mu) \nabla T \quad \text{in } D \setminus S \quad (10)$$

$$\Delta T - \frac{1}{\kappa^2} \dot{T} = 0 \quad \text{in } D \setminus S$$

$$u = \dot{u} = 0 \quad \text{for } t \leq 0$$

$$\tau_{zz} = \tau_{zr} = 0 \quad \text{on } x_3 = 0, \quad \text{for } t \geq 0$$

$$\varphi = u^+ - u^- = 0 \quad \text{on } \partial S$$

$$T = 0 \quad \text{for } t \leq 0$$

$$\frac{\partial T}{\partial n} = \frac{\delta(t) q_{\text{abs}}}{2\pi K \sigma^2} \exp\left(-\frac{|x|^2}{2\sigma^2}\right) \quad \text{on } x_3 = 0, \quad \text{for } t \geq 0$$

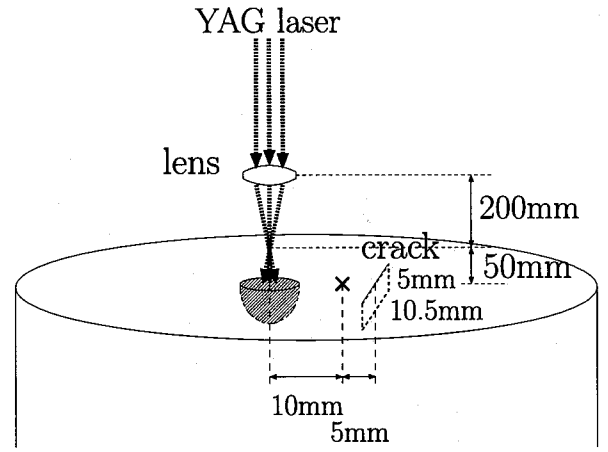


図-7 レーザ超音波計測

ここで、 ρ は密度、 K は熱伝導率、 κ^2 は温度拡散率で $\kappa^2 = \frac{K}{\rho c_a}$ 、(c_a は比熱)、 n は境界での外向き単位法線ベクトルで $(0, 0, 1)$ である。また、 φ はクラックの開口変位で、 $+$ ($-$) は S への単位法線ベクトルの正 (負) の側からの極限值を表し、 $D \setminus S$ は領域からクラックを除いた部分、 ∂S はクラックの縁を示す。

式 (10) に対応する境界積分方程式は次式で与えられる。 x が供試体表面にある場合は

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} u(x, t) &= \int_{\partial D} \Gamma(x, y, t) * Tu(y, t) dS \\ &- \text{v.p.} \int_{\partial D} \Gamma_I(x, y, t) * u(y, t) dS \\ &+ \alpha(3\lambda + 2\mu) \int_D \Gamma(x, y, t) * \nabla T dV \\ &+ \int_S \Gamma_I(x, y, t) * \varphi(y, t) dS \end{aligned}$$

x がクラック上にある場合は

$$\begin{aligned} 0 &= \int_{\partial D} T\Gamma(x, y, t) * Tu(y, t) dS \\ &- \int_{\partial D} T\Gamma_I(x, y, t) * u(y, t) dS \\ &+ \alpha(3\lambda + 2\mu) \int_D T\Gamma(x, y, t) * \nabla T dV \\ &+ \text{p.f.} \int_S T\Gamma_I(x, y, t) * \varphi(y, t) dS \end{aligned}$$

ここで、 T はトラクション作用素、 ∂D は領域 D の境界、v.p. は Cauchy の主値、p.f. 発散積分の有限部分をそれぞれ表している。 $\Gamma(x, y, t)$ 、 $\Gamma_I(x, y, t)$ はそれぞれ動弾性問題の基本解と二重層核であり、各々

$$\begin{aligned} \Gamma_{ij}(x, y, t) &= \frac{1}{4\pi\mu} \left[\frac{\delta(t - r/c_T)}{r} \delta_{ij} \right. \\ &- c_T^2 \frac{\partial^2}{\partial y_i \partial y_j} \left(\frac{(t - r/c_T) H(t - r/c_T)}{r} \right. \\ &\left. \left. - \frac{(t - r/c_L) H(t - r/c_L)}{r} \right) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Gamma_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) &= C_{jk\ell m} \frac{\partial}{\partial y_\ell} \Gamma_{im}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) n_k \\ &= -\lambda \Gamma_{i\ell, \ell}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) n_j \\ &\quad - \mu \Gamma_{ik, j}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) n_k - \mu \Gamma_{ij, k}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) n_k\end{aligned}$$

で表される。ここで、 $r = |\mathbf{x} - \mathbf{y}|$ 、 $H(t)$ は Heaviside 関数、 $(\cdot)_{,i} = \frac{\partial}{\partial x_i}$ 、 c_L, c_T は、それぞれ縦波、横波の弾性波伝播速度で、

$$c_L = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}, \quad c_T = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

である。

3.2 メッシュ生成

供試体上面の 40mm × 40mm の正方形領域とクラックを要素分割する (図-8)。供試体上面には直角をつくる辺の長さが 0.5mm の直角二等辺三角形を用いた規則メッシュを適用する。しかし、レーザ照射による境界条件を表現するために、レーザ照射により熱膨張を引き起こす円領域については細かい要素分割が必要となる。そのため、熱膨張を引き起こす円領域を取り囲む正方形領域については、規則メッシュを適用しない (図-9)。このとき、全 15386 要素 (46158DOF) の内 12610 要素が規則要素であり、規則的な要素同士の影響係数の計算には、本論文で提案した手法が適用できる。未知数が 46158 もの時間域の大規模解析を、従来の BIEM で行えば莫大なるメモリが必要であった。そのため、この様な大規模解析は現実的には実行不可能な問題とされてきた。しかし、メッシュの規則性を用いた BIEM では、計算に要するメモリが大幅に減少できる。本提案手法により、これまで避けられていた様な大規模問題の扱いが可能となった。

3.3 数値結果

時間ステップ幅 $\Delta t = 0.075\mu\text{sec}$ とし、134 ステップ ($10.05\mu\text{sec}$) までの弾性波動場を、京都大学学術情報メディアセンターの HPC2500U を用いて 64CPU による並列計算により数値的に求めた。求解には 3714sec の計算時間、154Gbyte のメモリを要した。なお、メッシュの規則性を用いない時間域 BIE 解析では、5314sec の計算時間、477Gbyte のメモリを要した。離散化には区分一定の空間内挿関数、区分線形の時間内挿関数を用いた。メッシュの規則性を利用した BIEM により計算された計測点での法線速度と、レーザ干渉計により得られた計測値を図-10 に示す。表面クラックから散乱波に相当する波形である $6\mu\text{sec}$ 付近の波形に多少の誤差は見られるが、レーザ超音波計測における計測誤差も含んでいる事を考慮すれば、概ね十分な精度で散乱波動場を数値的に再現できていると言えよう。

4. 結論

時間域 BIEM による超音波非破壊評価解析を行う際に、時間域の大規模解析を行う必要が生じる。本論文

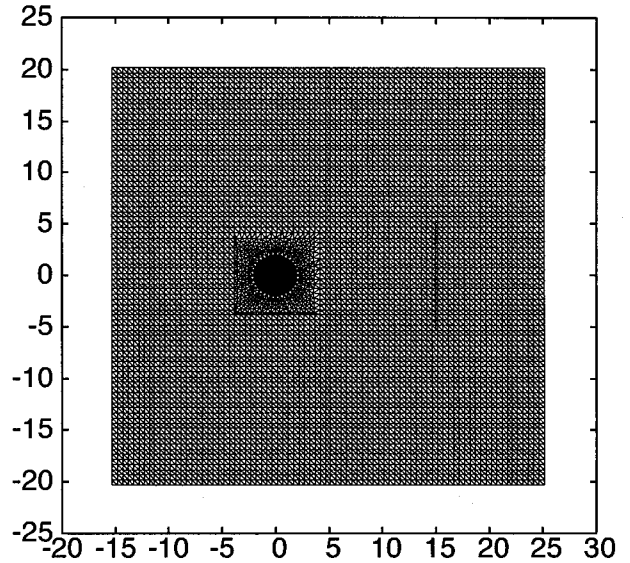


図-8 境界の要素分割 (単位: mm)

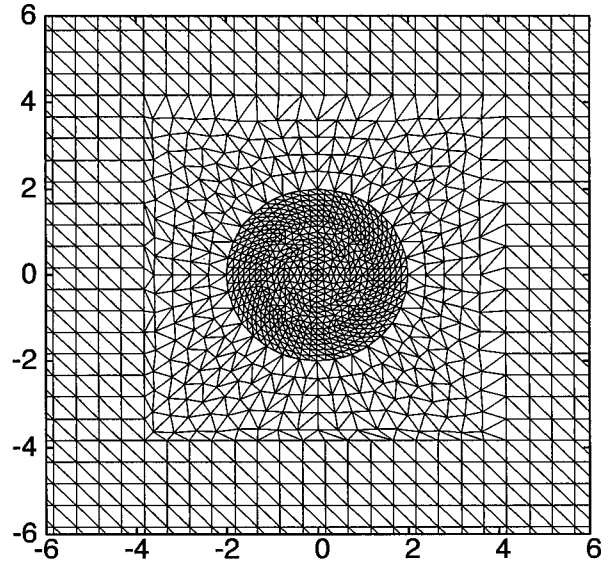


図-9 レーザ照射部付近の要素分割 (単位: mm)

では、問題を超音波非破壊検査に特化し、超音波非破壊検査で対象となるであろう平面や円柱側面に適用可能な規則メッシュを用いた境界積分方程式法のアルゴリズムを提案した。実際に波動伝播の問題を解き、提案手法が従来の BIEM に比べて計算時間と使用メモリ量に関して有効である事を示した。特に、メモリに関しては、メッシュの規則性を利用した BIEM の有効性は顕著であった。これにより、従来敬遠されていたサイズの大規模問題も取り扱う事が可能となった。また、レーザ超音波非破壊試験のデータを用いてメッシュの規則性を利用した動弾性 BIE 解析を行い、適度の計算時間で十分に精度の良い解が得られる事を示した。

本論文では、平面のみに規則メッシュを適用したが、円柱側面や他の単純な表面形状にもほぼ同様の規則メッ

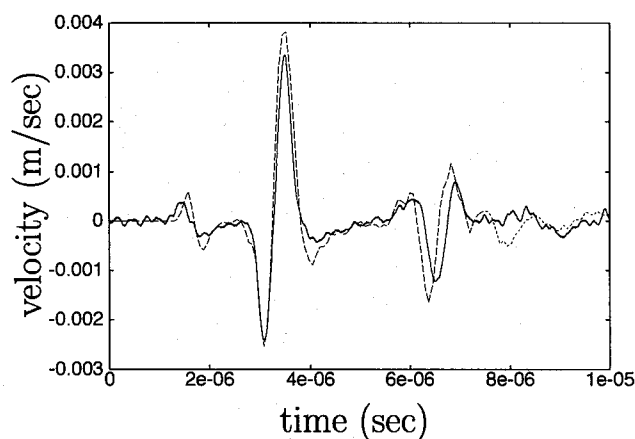


図-10 レーザ計測点における法線方向速度波形 (実線: 計測値、破線: 数値解)

シユが適用可能である。今後の課題として、様々な形状に規則メッシュを用いた境界積分方程式法を適用し、その有効性を検証する事が挙げられる。また、薄板やパイプのような底面からの反射が存在する領域への適用についても提案手法の有効性の検証が必要である。なお、本論文では、直角二等辺三角形要素を用いて規則メッシュを生成したが、他の三角形要素や四角形要素を用いても同様の議論を行う事が可能である。

謝辞

レーザ超音波計測を行う上で、京都大学大学院工学研究科社会基盤工学専攻 塚田和彦准教授、波多野浩司氏、福岡淳史氏、京都大学大学院情報学研究科複雑系科学専攻 川田朋和氏に御協力頂いた。また、本研究は文部科学省科学研究費補助金 (若手研究 (B): 17760375) の援助を受けた。ここに、記して謝意を表す。

参考文献

- 1) 超音波 TECHNO, Vol. 18, No. 3, 2006.
- 2) 大澤敏彦, 小保方富夫: レーザ計測, 裳華房, 1994.
- 3) L.R.F. Rose: Point-source representation for laser-generated ultrasound, *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol.75, No.3, pp.723-732, 1984.
- 4) 吉川仁, 西村直志: Green 関数を用いた超音波励起レーザのソース同定, 計算数理工学論文集, Vol. 5, pp.95-100, 2005.
- 5) 小林昭一 他: 波動解析と境界要素法, 京都大学学術出版会, 2000.
- 6) P.K. Banerjee and S. Kobayashi: Advanced Dynamic Analysis by Boundary Element Methods, *Developments in Boundary Element Methods-7*, Elsevier Applied Science, 1992.
- 7) 吉川仁, 西村直志: 境界積分方程式法を用いたレーザ超音波非破壊評価に関する研究, 計算数理工学論文集, Vol. 5, No. 2, pp.167-170 2005.
- 8) 吉川仁, 川田朋和, 西村直志: レーザ超音波計測による波形データを用いたクラック決定解析, 応用力学論文集, Vol. 9, pp.123-128, 2006.
- 9) 青山幸也: 並列プログラミング虎の巻 MPI 版, 日本 IBM 株式会社, 1999.
- 10) 牛島省: OpenMP による並列プログラミングと数値計算法, 丸善株式会社, 2006.
- 11) S.P. Walker and B.H. Lee: Reduced-cost methods for large time domain integral equation scattering analyses, *Commun. Num. Meth. Eng.*, Vol. 14, pp.751-761, 1998.
- 12) H. Yoshikawa and N. Nishimura, An improved implementation of time domain elastodynamic BIEM in 3D for large scale problems and its application to ultrasonic NDE, *Electronic Journal of Boundary Elements*, Vol. 1, Issue 2, pp.201-217, 2003.
- 13) 玉虫文一他: 理化学事典 第3版, 岩波書店, 1971.

(2007 年 4 月 12 日 受付)