

3次元流体中を運動する接触と変形を考慮した 任意形状固体モデルの数値解法

Computational method for arbitrarily-shaped solid models
moving in 3D flows with collisions and deformations

牛島 省*・福谷 彰**・牧野 統師***・瀬津 家久****

Satoru Ushijima, Akira Fukutani, Osashi Makino and Iehisa Nezu

*正会員 工博 京都大学大学院准教授 社会基盤工学専攻 (〒615-8540 京都市西京区京都大学桂 C クラスター)

**大阪府 (〒540-8570 大阪市中央区大手前 2 丁目)

***京都大学大学院 社会基盤工学専攻 修士課程

****フェロー会員 工博 京都大学大学院教授 社会基盤工学専攻

This paper presents a computational method to predict the movements of the arbitrarily-shaped solid objects transported in 3D free-surface flows. This method can deal with the collisions among the objects and their deformations as well as the fluid-solid interactions. A T-type model is employed, in which an object is represented by multiple tetrahedron elements and contact spheres are set up near the boundaries of the object. The T-type model allows us to evaluate the inertial tensors and fluid forces exactly, while it makes the evaluation of the contact forces much easy. Both T-type rigid and mass-spring models were implemented in the MICS, which is a solver for incompressible multiphase fluids, and their validity was discussed through the comparisons with experimental results.

Key Words : CFD, free-surface flow, multiphase flow, solid model, contact, deformation

1. はじめに

津波や洪水等により輸送される漂流物の挙動や、沿岸部あるいは河道周辺の樹木等の変形や流体抵抗などを評価するための数値解法では、自由水面を有する3次元流体中において、衝突や変形を伴う物体の運動を適切に扱う必要がある。また、抗力係数等を用いる簡易手法ではなく、自由水面流れと物体との相互作用が適切に考慮された解法を用いることが望まれる。

これまでに、流体と固体の連成作用が考慮された2次元解法が検討されている^{1), 2), 3), 4), 5)}。本報では、3次元自由水面流れにおいて、接触を伴う物体の運動を扱える多相場の解法(MICS)⁶⁾を利用し、これに新しい固体モデルを導入して、接触や変形を伴う任意形状物体の運動を扱えるものとする。

接触を伴う任意形状固体モデルの取り扱いに関しては、数多くの検討がなされている。その1つとして、接触判定を容易に行うために、球体を連結して物体を模擬する方法(以下、球体連結モデル)が提案されている⁷⁾。しかし、この方法では形状表現に限界があり、慣性テンソルの設定や、流体力の評価が正確に行えないという問題点がある。一方、より正確な方法として、ポリ

ゴンで形状表現を行い、凸多面体に対する接触判定を行うGJK法⁸⁾やその他の衝突評価法⁹⁾が提案されているが、計算負荷が大きいことや、非凸多面体への適用の難しさが指摘されている。これらの問題点を改良した方法として、ボクセルを利用する接触判定法¹⁰⁾などが検討されている。

本報の数値解法のように、流体計算と固体計算が同時に行われる場合には、形状を正確に表現することが可能で、しかも接触判定の計算負荷がなるべく小さい固体モデルが望ましい。このため、本報では任意形状物体を四面体要素の集合として表し、物体間の接触力の評価には、物体表面付近に配置された接触判定球を利用する。この固体モデルでは、四面体要素を利用することにより、球体連結モデルよりも精度良く慣性テンソルや流体相互作用の評価を行うことができる。この四面体要素と接触判定球を用いるモデルを、以下ではT型モデルと表記する。

本報では、物体を剛体とするT型剛体モデルと、質点バネ¹¹⁾で表現するT型質点バネモデルの2種類の固体モデルをMICSに導入する。質点バネモデルは、物体の大変形や破壊を扱えるとされる不連続体モデル^{12), 13)}の中で、最も簡単なモデルの1つである。

以下では、T型モデルをMICSに用いる場合の解法の手順を示す。また、実験結果との比較や数値実験を通じて解法の適用性を確認する。

2. 混相場の計算方法

本報で扱う解法では、非定常計算の各ステップにおいて、前半でMICSによる多相流場の計算、後半で物体運動の計算が行われる。前半の計算では、固体を含む自由水面流、すなわち固気液多相場を、混ざり合わない複数の非圧縮性流体から構成される場とモデル化し、これに対して導かれた基礎式⁶⁾を計算して、流速、圧力および密度分布を求める。そして、後半では、得られた流体特性量を用いて、物体に作用する流体力を求め、物体運動を計算するという手順を取る。

2.1 多相流場の基礎方程式と計算法

混ざり合わない複数の非圧縮性流体から構成される場に対する基礎式は、以下の質量保存則と非圧縮条件、そして運動方程式から構成される⁶⁾。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(u_i u_j) &= f_i \\ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{\partial}{\partial x_j}(\mu u_i) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\mu u_j) \right] & \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 ρ は体積平均された密度、 u_i は質量平均された x_i 方向の流速成分である。また、 f_i は外力の加速度成分、 p と μ はそれぞれ体積平均された圧力と粘性率である。実際の計算では、これらの体積平均あるいは質量平均量は各流体計算セルごとに定められるが、セル内に物体が占有する体積を求める際には、後述する四面体サブセル法を利用する。

基礎方程式は、空間中に固定された構造格子上で、コロケート配置に従い、有限体積法により離散化される。計算手順は、コロケート格子を用いる非圧縮性流体の計算法¹⁴⁾と同様であり、予測段階、圧力計算段階、修正段階という3つの手順から成るMAC系解法が用いられる。計算時間を短縮化するために、予測段階の解法には、陰的解法であるC-ISMAC法¹⁵⁾を用いる。計算精度が要求される非線形項の離散化には、5次のTVDスキーム¹⁶⁾を用いる。また、圧力計算段階では、C-HSMAC法¹⁷⁾を利用し、BiCGSTAB法¹⁸⁾により圧力変化量の連立1次方程式の数値解を求める。

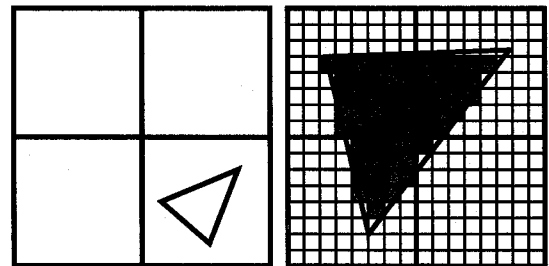
2.2 混相場における物体占有体積の取り扱い

T型モデルでは、3次元の任意形状物体を取り扱うために、物体を四面体要素から構成されるモデルとして表現する。流体計算セル内に占める物体 k の体積割合 α_k を求めるために、本手法では、以下の四面体サブセル法を用いる。

物体周辺の流れを十分な精度で再現するには、流体計算セルは物体のスケールよりも十分小さいことが必要であるが、物体を構成する各四面体は物体形状を表現するために、セルと同程度あるいはセルより小さいスケールとなる場合がある。これを考慮して、四面体サブセル法では、以下の手順により α_k を計算する。

1. 四面体頂点座標をセル幅に基づき整数化して、頂点が含まれる流体計算セルの番号を求め、以下のいずれに該当するかを判定する。
2. 図-1(a)に示すように、四面体がセルに完全に包含される場合には、四面体体積から α_k が定められる。なお、実際は3次元であるが、図-1は2次元場の概略を示している。
3. 四面体が複数のセルに含まれていると判定された場合には、図-1(b)に示すように各セルをサブセルに分割し、中心点が四面体に含まれるサブセルの数から α_k を求める。

上記3の処理は、再帰呼び出しサブルーチンとされており、各セルの占有体積の和と四面体体積との相違が大きい場合には、サブセルをさらにサブセル分割する処理を必要なだけ繰り返すことが可能である。



(a) 単一セルに包含 (b) 複数セルに包含

図-1 四面体サブセル法 (上図(b)の太線格子は流体計算セル、細線格子はサブセルを表し、灰色部分は物体と判定されたサブセルを表す)

2.3 物体に作用する流体力の算出方法

物体に作用する流体力は、混相流体の計算により得られた圧力勾配項と粘性拡散項から計算される。流体計算セル C 内の流体が物体 k に及ぼす流体力を F_{Ck}

とし、その x_i 方向成分を F_{Cki} とする。 F_{Cki} は、セル体積 ΔC 、四面体サブセル法により求められた α_k 、物体密度 σ_k を用いて次式から求められる。

$$F_{Cki} = \alpha_k \sigma_k \Delta C \left[-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \frac{\partial}{\partial x_j} (\mu u_i) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\mu u_j) \right\} \right] \quad (4)$$

T 型剛体モデルと T 型質点バネモデルでは、それぞれ以下のようにして流体力が算定される。

(1) 剛体モデル

各セルにおいて式 (4) から得られる流体力ベクトル F_{Ck} の総和が、物体 k の並進運動を計算する際に考慮される流体力となる。また、物体に作用する流体力モーメントは、図-2 のように、 F_{Ck} と物体 k の重心点からセル中心点に向かうベクトル r_{GC} の外積により得られるベクトルの総和として求められる¹⁹⁾。

(2) 質点バネモデル

質点バネモデルでは、後述するように、各質点の運動方程式が扱われるので、質点に作用する流体力を求める必要がある。このため、T 型質点バネモデルでは、図-2 に示すように、式 (4) から得られる F_{Ck} に対して、セル中心からの距離の逆数に相当する重み付けを行い、これを四面体頂点に位置する質点に配分する。

上記の手順を各セルごとに行い、質点に作用する流体力の総和を求める。剛体モデルの場合と異なり、流体力モーメントを求める必要はなく、物体を構成する質点に作用する力の空間的な分布から物体の回転運動が生ずることになる。

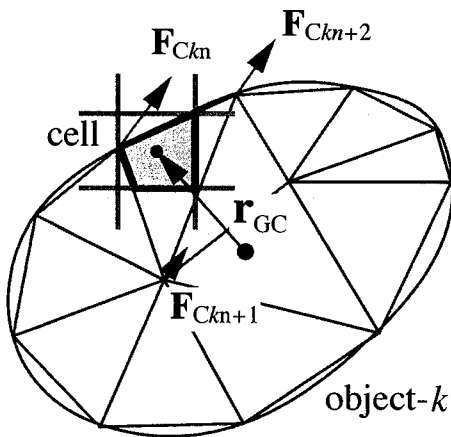


図-2 物体に作用する流体力の評価方法

3. 混相場における物体運動の計算方法

3.1 T 型モデルの概要

T 型モデルでは、3 次元任意形状物体を複数の四面体要素の集合として表現する。図-3 は、物体の取り扱い

の概略を 2 次的に表したものである。

実際のデータ処理では、最初に、図-3 (A) の物体形状を 3 次元 CAD ソフトウェアにより表現し、出力データに対して格子生成ソフトウェアを用いて、図-3 (B) のように四面体要素分割を行う。また、図-3 (C) は、物体の接触力を算定するための接触判定球の配置を示す。

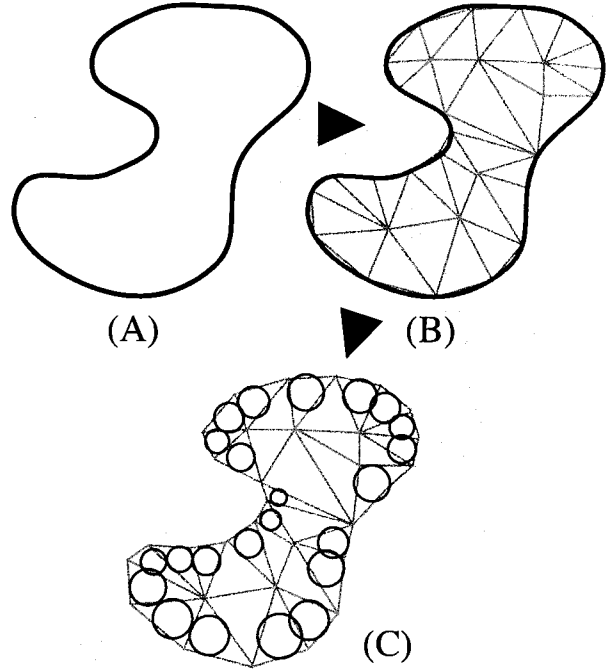


図-3 T 型モデルの概要

3.2 物体運動の計算方法

(1) 剛体モデル

剛体モデルを用いる場合には、最初に重心点を原点として物体の回転運動による姿勢を求め、次にこれを並進移動させる¹⁹⁾。回転操作を行う際には、Euler の運動方程式を次のように表し、物体 k の基本姿勢に対する角加速度ベクトル $\dot{\omega}_{0,k}$ を求める。

$$\dot{\omega}_{0,k} = I_{0,k}^{-1} (R_k^{-1} N_k - \omega_{0,k} \times I_{0,k} \omega_{0,k}) \quad (5)$$

ここに、 $I_{0,k}$ 、 R_k 、 N_k は、それぞれ物体 k の基本姿勢における慣性モーメント、基本姿勢から現姿勢への回転行列、現姿勢に対するトルクを表す。式 (5) を数値積分した結果に回転操作を加え、現姿勢における角速度ベクトル ω_k を得る。計算上は、回転操作を行う際には回転行列ではなく、四元数を利用する²⁰⁾。

上記の慣性テンソル $I_{0,k}$ は、各四面体要素の慣性テンソルから定められる²⁰⁾。このため、球体連結モデルと比較して、T 型モデルでは慣性テンソルをより精度良く求めることができる。

(2) 質点バネモデル

T型質点バネモデルは、図-4に示すように、物体を表す四面体要素の各頂点に質点を置き、それらをバネとダッシュポットで連結した簡単なモデルである。四面体の質量を4等分した質量が各頂点に配分されるとし、頂点を共有する四面体に関する総和を取ることで、すべての質点の質量を定める。

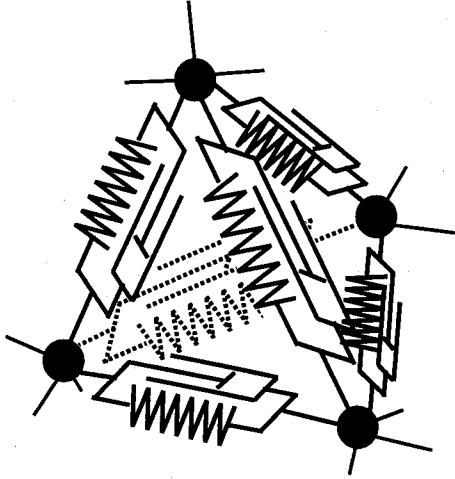


図-4 T型質点バネモデル

質点バネモデルでは、物体の運動や変形は、質点に作用する力を用いて、次の質点の運動方程式を解くことにより求められる。

$$m_i \dot{v}_i = F_{is} + F_{ie} \quad (6)$$

ここに、 m_i は質点 i の質量、 v_i は質点 i の速度ベクトル、 F_{is} および F_{ie} はそれぞれバネが質点 i に及ぼす力とバネ以外の外力、すなわち流体力や他の物体との接触力などである。剛体の場合と異なり、基礎式は質点の並進運動の方程式のみとなる。

質点 i, j 間のバネが質点 i に及ぼす力は次式で与えられる。

$$F_{is_j} = k \left(|d_{ij}| - l_0^{ij} \right) \frac{d_{ij}}{|d_{ij}|} - D(v_i - v_j) \quad (7)$$

k はバネ定数、 D はダッシュポットの粘性定数、 d_{ij} は質点 j を基準とする質点 i の位置ベクトル、 v_i は質点 i の速度ベクトルである。また、 l_0^{ij} はバネに力が作用しない状態の質点 i と質点 j の距離である。式(6)は、差分法により離散化され、陽的に計算される。

3.3 基本形状維持のための補強バネ

上記の質点バネモデルでは、差分計算の時間増分が適切でない場合や、変形が過大となった場合などに、質点が大きく移動してしまい、例えば元の四面体の鏡像

のような非物理的な形状となってしまうことがある。この状態は、計算が破綻していることを意味するので、これを防止するために、初期の四面体構造を維持するための補強バネを設定する²¹⁾。

図-5に示す四面体ABCDに対して、底面となる $\triangle ABC$ に直交し、頂点Dを通る直線上に補強バネを設ける。質点の運動を計算する過程で、 $\triangle ABC$ から頂点Dへ向かう符号付き距離が、同符号で絶対値がしきい値以下となった場合、あるいは符号が反転した場合には、図-5の法線ベクトル n_D 方向に向かう反発力 F_D を作用させる。一方、頂点A, B, Cには、 F_D に対して合力とモーメントが0となるような反力 F_A, F_B, F_C を与える。

なお、式(7)および補強バネの各特性量は、数値実験等により対象物の変形特性に合うように定めることとなる。補強バネの作動が適切でないと考えられる物体を扱う場合には、作動開始時点で計算を中止し、時間増分などのパラメータを適切な値として再計算する。

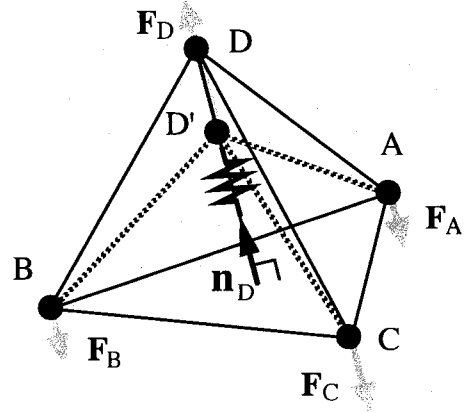


図-5 基本形状維持のための補強バネ

3.4 T型モデルの接触判定と接触力の評価方法

物体間あるいは物体と境界面の接触を判定するために、T型モデルでは接触判定球を利用する。この方法では、ポリゴン間の接触を扱う方法と比較して、接触判定の精度が低くなる場合があるが、計算上の取り扱いには極めて簡単になる。

接触判定球は、物体間あるいは物体と境界面との接触判定と接触力の評価のみに使用され、物体運動の計算には利用されないため、その配置や大きさは任意である。本報では、図-3(C)に概略的に示されるように、物体表面に相当する面を1つ以上有する四面体要素に対して、その重心点に球を配置することとした。球の直径は、基本的には四面体と同体積となるように定めるが、接触位置に関する精度が要求される場合には、物

体表面と球面が一致するように直径を設定する。各四面体に1つの球を配置する方法では接触判定精度が不足する場合には、より多くの球を配置するなどの改善策が考えられるが、後述するように、通常の計算では上記の方法でほぼ妥当な計算結果が得られている。

接触力は、図-6に示すように、異なる物体に属する接触判定球の重合距離 d_n に応じて、個別要素法モデル²²⁾と同様に、法線方向および接線方向のバネとダッシュポット、また接線方向の滑りを考慮したモデルにより評価される。剛体モデルと質点バネモデルでは、それぞれ以下のように接触力が扱われる。

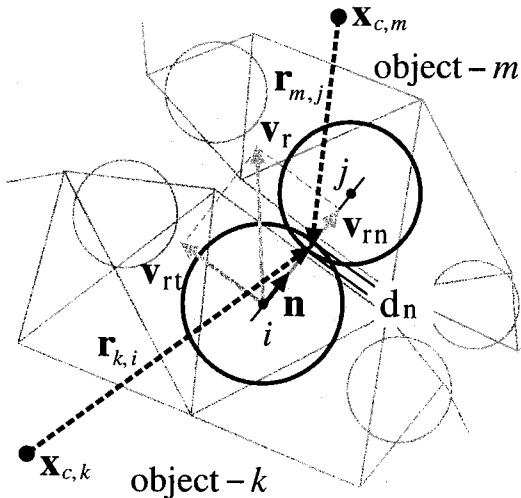


図-6 物体間の接触力の評価方法の概略

(1) 剛体モデル

剛体モデルでは、接触判定球から得られた接触力と他の外力の総和を求めて、これを並進運動の運動方程式で利用する。また、接触力によるモーメントは、図-6に示すように物体重心点を基準とする接触点の位置ベクトルと接触力の外積を取り、他のモーメントと合わせて回転運動の運動方程式で用いられる。

(2) 質点バネモデル

T型質点バネモデルでは、接触した球を有する四面体要素の各頂点に位置する質点に、接触力を均等に配分する。剛体モデルと異なり、モーメントを算出する必要はない。

4. 計算手法の基本的な検証

4.1 六面体ブロック群の安息角

T型剛体モデルの接触判定および接触力に関する検証を行うために、空気中において、約300個の立方体に近い形状のブロックを一定位置から落下させて、それらの堆積状況を実験と計算で比較する。計算では流体は取り扱わず、T型剛体モデルの計算のみを行う。

ブロックは、密度約 $2.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ の園芸用セラミックブロックで、一辺の長さは約5mmの立方体であるが、1mm前後のばらつきがある。実験では、底面寸法が $60 \times 190 \text{ mm}$ の矩形アクリル容器の側面近傍において、約60mmの高さからこれらを連続投入した。

計算では、 $5 \times 5 \times 5$, $5 \times 5 \times 6$, $5 \times 6 \times 6 \text{ mm}$ の3通りのT型剛体モデルを用意し、これらをランダムに300個組み合わせた。各ブロックの四面体分割数は40としている。動摩擦係数は0.4、反発係数は0.7とし、接触球のバネ定数は $1.0 \times 10^3 \text{ N/m}$ とした。

図-7と図-8に、実験と計算で得られたブロックの堆積状況を示す。安息角は計算と実験ともに約 25° となり、妥当な計算が行われることが確認された。



図-7 ブロック群の堆積状況 (実験結果)

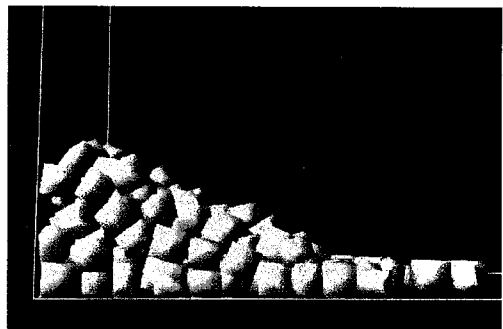


図-8 ブロック群の堆積状況 (T型剛体モデルの計算結果)

4.2 波動流れにより輸送される立方体ブロック群

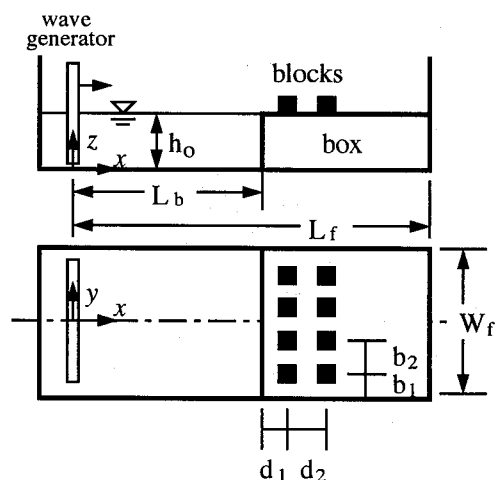
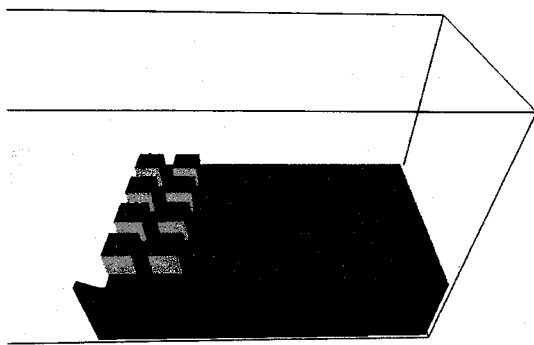
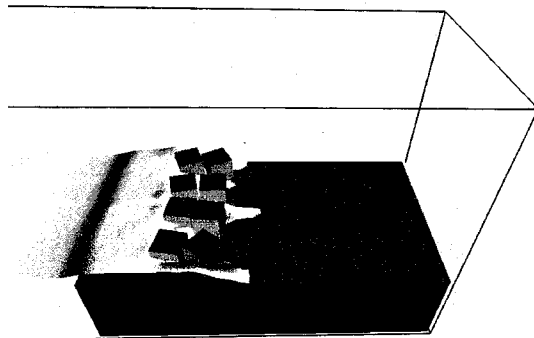


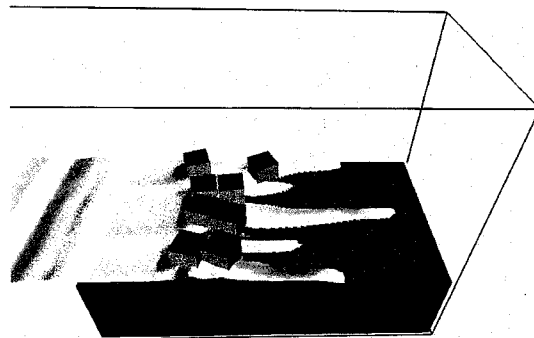
図-9 実験水槽 (L_b , L_f , W_f は順に 0.86, 1.18, 0.19m, d_1 , d_2 , b_1 , b_2 は順に 30, 46, 26, 46mm)



(a) $t = 0.8$ (s)

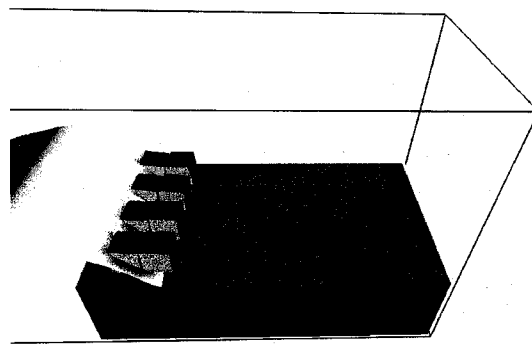


(b) $t = 1.2$ (s)

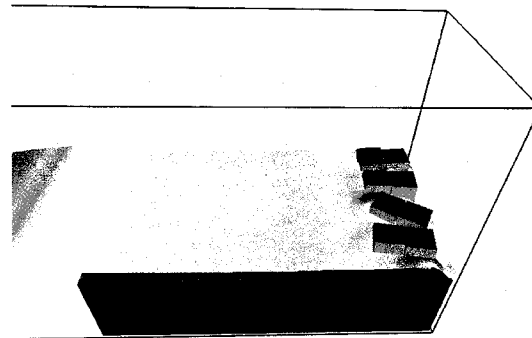


(c) $t = 2.0$ (s)

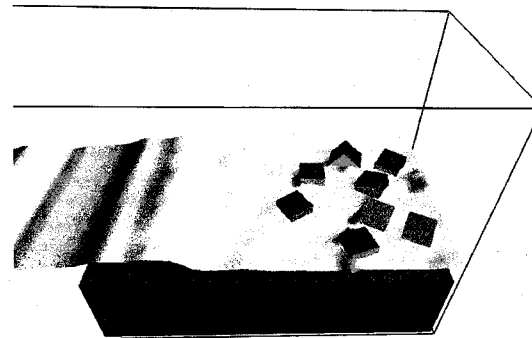
図-10 計算結果 (case-A, T 型剛体モデル)



(a) $t = 0.8$ (s)



(b) $t = 1.2$ (s)



(c) $t = 2.4$ (s)

図-12 計算結果 (case-B, T 型剛体モデル)



図-11 実験結果 (case-A, ブロックが静止した状態)

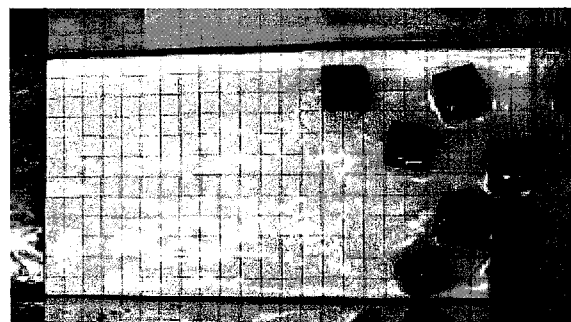


図-13 実験結果 (case-B, ブロックが静止した状態)

静止していた立方体ブロック群が、波動流れを受けて、接触しながら輸送される過程を対象として、実験結果と計算結果の比較を行い、解法の適用性を調べる。

図-9 に実験で使用した造波水槽を示す。水槽の左端には造波板、その逆側には初期水深 h_0 と高さが等しいボックスが固定されており、その上部に比重約 0.5、一辺の長さが 30 mm の木製立方体ブロックが 8 個置かれている。 h_0 を 0.1 m とし、ボックスより約 0.1m 造波板側の位置における波高が約 23 mm (case-A) および約 48 mm (case-B) となる 2 条件の造波を行い、ブロックの移動状況などをビデオで撮影した。

一方、計算では、立方体ブロック 1 つを 898 個の四面体要素で表現し、これを T 型剛体モデルとした。接触判定球のバネ定数は、 1.0×10^5 N/m とし、立方体ブロック 1 個に対して、27 個の流体計算セルを設定した。

図-10 と図-11 に、case-A の条件における計算結果と、移動後静止したブロックの分布を表す実験結果を示す。また、図-12 と図-13 には、case-B の同様の結果を示す。

case-A では、波高が小さいため、ブロック群は右端の壁面まで輸送されず、ボックス面の途中まで移動して停止する。一方、case-B では、波動流れによりブロック群は右端まで輸送されて壁面に衝突した後、反射波により造波板側へ引き戻された位置で停止する。計算で得られた図-10 (c) および図-12 (c) の結果を各実験結果と比較すると、ブロックの分布はほぼ同様となっていることがわかる。

4.3 水面変動により変形する円柱群の数値計算

水面変動によって生ずる流体力により、底面が固定された円柱群が変形する過程の数値計算を行った。

容器は底面が一辺 0.1 m の正方形で、高さが 0.15 m の直方体である。初期水深を 0.105 m とし、1/4 領域の水深を 0.15 m として、ダムブレイク状の水面変動流れを発生させた。円柱は、直径が 7.2 mm、軸方向長さが 98 mm で、20 mm 間隔で 16 本が容器底面に固定されている。

計算では、1 本の円柱が 318 個の四面体要素で構成されるとし、T 型質点バネモデルで表現した。ただし、この計算条件では円柱どうしの接触はない。質点バネモデルのバネ定数は 1.0×10^2 N/m、ダッシュポットの粘性定数は 1.6×10^{-3} N·s/m とした。

図-14 に、1/4 領域と点対称位置(図-15 の左端)にある円柱上端の質点の水平方向変位の時系列を示す。図-15 の計算結果のように、水面変動に対応して、底面が拘束された円柱群が変形する過程が表現されている。

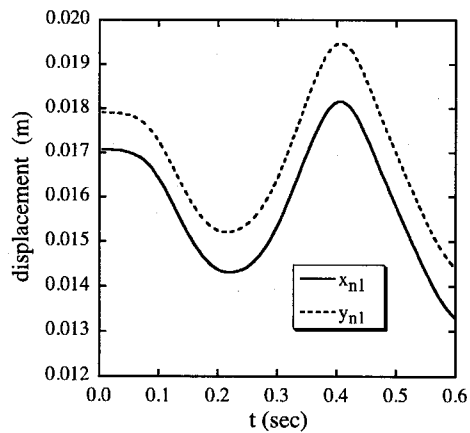


図-14 円柱上の点の変位

5. おわりに

本報では、多相流場の解法である MICS に T 型剛体モデルと T 型質点バネモデルを導入して、接触や変形を伴う流体中の 3 次元任意形状物体運動を計算する手法を構築し、適用性の検討を行った。実験結果との比較や数値実験により、基本的な問題に対しては、概ね妥当な結果が得られることが確認された。今後は、より詳細な実験結果等との比較を通じて、解法の検証とモデルの改良を進める予定である。

参考文献

- 1) 細山田得三, 津田朗宏. 直交矩形格子を用いた移動物体周りの流れの数値計算. 応用力学論文集, Vol. 5, pp. 699-707, 2002.
- 2) 田中聖三, 榎山和男. バックグラウンドメッシュに基づくメッシュ再構築手法を用いた自由表面を有する流体-構造連成問題のための ALE 有限要素法. 応用力学論文集, Vol. 8, pp. 295-302, 2005.
- 3) 陸田秀美, 常山鉄平, 土井康明. 重合ソロバン格子法による固体と自由表面の相互作用に関する数値解析. 応用力学論文集, Vol. 8, pp. 251-258, 2005.
- 4) R. Doig, S. Okazawa, and M. Fujikubo. Solid-fluid interaction analysis by using a multi-material Eulerian finite element method. *J. Applied Mechanics*, Vol. 9, pp. 151-159, 2006.
- 5) 山田貴博, 茅根智浩, 大塚隆行, 伊藤嘉晃. 保存型時間積分を用いた膜と流体の連成解析手法. *J. Applied Mechanics*, Vol. 9, pp. 291-298, 2006.
- 6) 牛島省, 山田修三, 藤岡奨, 瀬津家久. 3次元自由水面流れによる物体輸送の数値解法 (3D MICS) の提案と適用性の検討. 土木学会論文集, Vol. 810/II-74, pp. 79-89, 2006.
- 7) 熊谷兼多郎, 小田勝也, 藤井直樹. 津波によるコンテナの漂流挙動シミュレーションモデルの適用性. 海岸工学論文集, Vol. 53, pp. 241-245, 2006.
- 8) E. G. Gilbert, D. W. Johnson, and S. S. Keerthi. A fast procedure for computing the distance between complex objects in three-dimensional space. *IEEE*

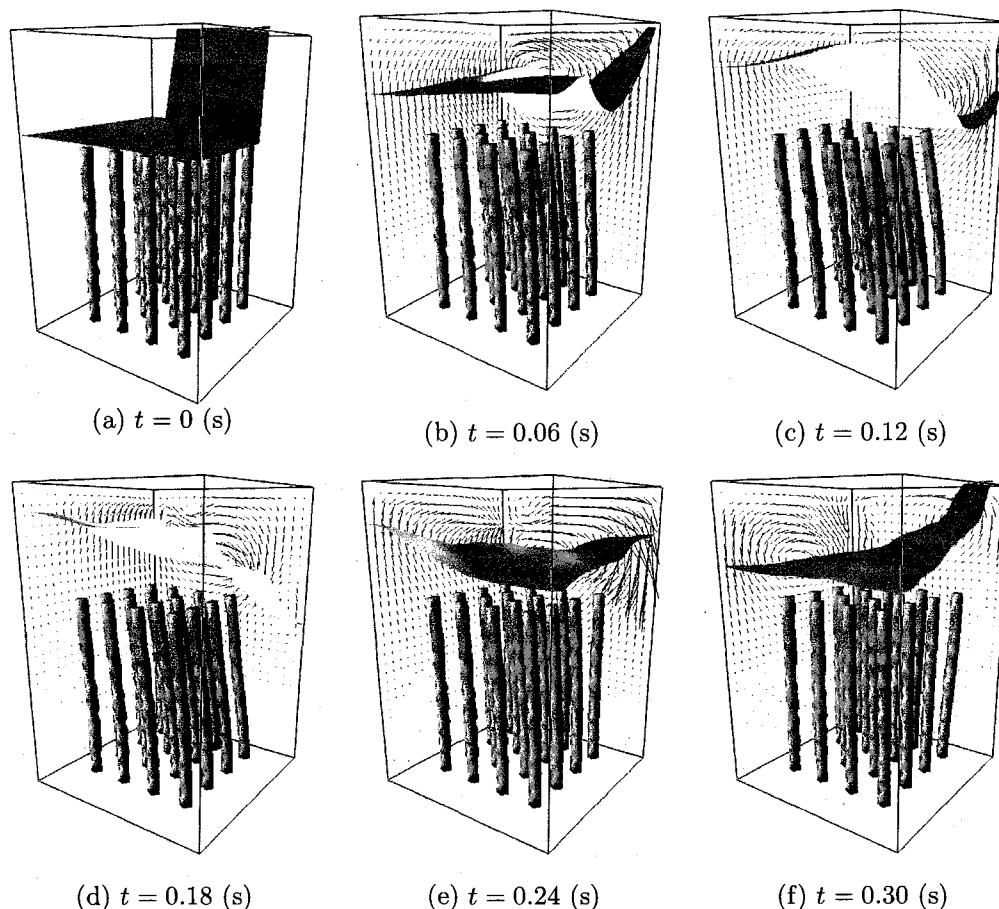


図-15 水面変動により変形する円柱群の数値計算結果 (T 型質点バネモデル)

- journal of robotics and automation*, Vol. 4, No. 2, pp. 193-564, 1988.
- 9) D. Baraff. Physically based modeling. *SIGGRAPH Course Notes*, 1999.
 - 10) 鈴木克幸, 久保田純, 大坪英臣. ボクセルベース衝突判定アルゴリズムを用いた剛体運動シミュレーション. 応用力学論文集, Vol. 6, pp. 131-139, 2003.
 - 11) A. Norton, G. Turk, B. Bacon, J. Gert, and P. Sweeney. Animation of fracture by physical modeling. *Visual Computer*, Vol. 7, pp. 210-219, 1991.
 - 12) 青野淳也, 吉田長行. 微小要素モデルの離散化解析手法の研究. 法政大学情報メディア教育センター研究報告, Vol. 19, pp. 73-76, 2006.
 - 13) 清野純史, 古川愛子. 地震リスク明示のための家屋倒壊とそれに伴う人的被害発生仮定のシミュレーション. 社会技術研究論文集, Vol. 1, pp. 358-366, 2003.
 - 14) 牛島省, 竹村雅樹, 瀬津家久. コロケート格子配置を用いた MAC 系解法の計算スキームに関する考察. 土木学会論文集, No. 719/II-61, pp. 11-19, 2002.
 - 15) 牛島省, 瀬津家久. 陰解法を用いたコロケート格子による高次精度の流体解析手法の提案. 土木学会論文集, No. 719/II-61, pp. 21-30, 2002.
 - 16) S. Yamamoto and H. Daiguji. Higher-order-accurate upwind schemes for solving the compressible Euler and Navier-Stokes equations. *Computers Fluids*, Vol. 22, No. 2/3, pp. 259-270, 1993.
 - 17) 牛島省, 奥山洋平, 藤田学, 瀬津家久. C-HSMAC 法を用いる 3 次元非構造コロケート格子上的並列流体計算法. 応用力学論文集, Vol. 7, pp. 347-354, 2004.
 - 18) H. A. Van Der Vorst. BI-CGSTAB : A first and smoothly converging variant of BI-CG for the solution of nonsymmetric linear systems. *SIAM J. Sci. Stat. Comput.*, Vol. 13, pp. 631-644, 1992.
 - 19) 福谷彰, 牛島省, 牧野統師, 瀬津家久. 浮体運動に対する多相場の数値解法の適用性. 応用力学論文集 (投稿中), Vol. 10, 2007.
 - 20) 牛島省, 福谷彰, 藤岡奨, 瀬津家久. 3 次元流体中を移動する任意形状物体の数値解析手法. 水工学論文集, Vol. 51, pp. 847-852, 2007.
 - 21) 友國誠至, 杉山勇太, 平井慎一. 実時間計算可能な仮想レオロジー物体の構築. *TVRSJ*, Vol. 8, 2003.
 - 22) P. A. Cundall and O. D. L. Strack. A discrete numerical model for granular assemblies. *Geotechnique*, Vol. 29, No. 1, pp. 47-65, 1979.

(2007 年 4 月 12 日 受付)