

Particle CIP 法による水面衝撃問題の数値解析

Numerical Simulation for Water Entry Problems using Particle CIP

陸田秀実

Hidemi Mutsuda

*博(工) 広島大学大学院准教授 工学研究科社会環境システム専攻 (〒739-8527 東広島市鏡山 1-4-1)

We developed a new numerical scheme, Particle CIP method, for computing water entry of rigid body and elastic structure. Fluid-structure interaction is simulated using coupling algorithm; two fluids are treated on a fixed eulerian grid with massless marker particles to rebuild density function for capturing interface. On the other hand, structure is solved by lagrangian meshless method using SPH method. The present method was applied to water entry problems of V-shaped wedge, circular cylinder, cylindrical shell. The free surface deformation was first compared with numerical and experimental results. Both the impact pressure and the strain were also compared with some results obtained by other researchers.

Key Words: Particle CIP, SPH, Free surface, Water entry, Impact pressure

キーワード: Particle CIP, SPH, 自由表面, 水面突入, 衝撃圧

1. 結論

海岸・海洋工学分野および船舶工学分野において、物体に作用する水面衝撃圧の問題は非常に重要である。その衝撃圧には、空気巻き込みを生じない波面の直接衝突によって発生する Wagner 型と、空気巻き込みが生じる Bagnold 型の 2 種類が存在する。剛体に作用する Wanger 型の水面衝撃圧に関する研究は、古くから数多くの研究(例えば, Wagner¹⁾) がなされ、実務設計において利用されている。例えば、実験的研究としては、Greenhow ら²⁾, Chuang ら³⁾, Engle ら⁴⁾ のものがある。境界要素法に基づく理論計算としては、例えば、Zhao ら⁵⁾, Mei ら⁶⁾, Battistin⁷⁾ らのものがある。また、CFD 計算としては、VOF 法に基づいた Arai ら⁸⁾, Schumann ら⁹⁾, Kleefman ら¹⁰⁾, また、SPH 法¹¹⁾に基づいた Oger ら¹²⁾, Landrini ら¹³⁾, Deuff ら¹⁴⁾がその例として挙げられる。

しかしながら、封入気泡の挙動と空気圧縮が顕著となる Bagnold 型の水面衝撃圧の諸特性については不明な点が多い。また、両タイプの水面衝撃と任意形状物体との相互作用は、固気液界面の取り扱いの煩雑さから、理論計算および CFD 計算ともに未だ基礎的研究段階にある。さらに、水面衝撃問題においては、その最大衝撃圧のみならず、流体力学の影響を無視することが出来ないことから、両タイプの衝撃圧と弾性応答との関連性を把握することは、構造物の設計上、極めて重要な問題となる¹⁵⁾。

このような背景から、本論文では、海岸工学、海洋工学および船舶工学において最重要課題の一つである物体と

水面が激しく衝突する水面衝撃圧問題、撃力に伴う物体の弾性変形・振動問題等への実用的援用を念頭に、ロバスト性と計算精度に優れた数値計算法の開発を行うことを主たる目的とする。既往の Euler 型解法、もしくは、Lagrange 型解法のみによって、このような剛体・弾性体の水面衝撃問題を解いた場合、自由表面の追跡精度、スプレイや微小気泡・空気塊の追跡精度、固体・流体の境界条件、流力・弾性応答の取り扱い、流体の保存性等の面において、種々の困難さや諸問題を克服することが必要な状況にある。

そこで、本研究では、著者らが提案した Particle CIP 法¹⁶⁾の粒子配置・再分配の高効率化を行うとともに、CIP-SPH 法¹⁷⁾の構造解析ルーチンの精度向上を行うことで、気液 2 相流問題のみならず、固気液 3 相問題にも適用可能な Euler-Lagrange 型の固体・流体解析手法を新たに提案する。ここで用いる Particle CIP 法は、既存の Eulerian スキームで問題となっている質量保存と界面追跡精度を向上させるために考案されたものである。Particle CIP 法は、質量を持たない Lagrangian 粒子を配置することによって、格子解像以下に引き伸ばされた膜状の複雑界面を捕獲するとともに、密度関数の移流誤差を修正する点に大きな特徴を有している。また、界面の両サイドに粒子を分布させる Particle Level Set 法¹⁸⁾と比較して、本手法は界面の片側サイドにのみ約半分の粒子を配置すれば良いことに加え、粒子の除去・再配置プロセス時の粒子探索による計算負荷が少ないという利点を有している。著者らは、この Particle CIP 法を種々のベンチマーク問題に適用し、その有用性と精度を検証した結果、複雑な移動境界面を高精度に

捕獲することが可能であり、物理量の保存性も良いことを確認している。

本論文では、剛体の V 型物体と弾性体の薄肉円筒物体の水面突入問題に適用し、既往の数値計算結果および実験結果と比較・検証を行う。最後に、より実用的な問題として、大規模砕波とタンカーの相互作用問題への計算例を紹介する。

2. 数値計算手法

2.1 支配方程式とその解法

支配方程式は、以下に示す質量保存式、非圧縮粘性 Navier-Stokes 方程式、 I 相の密度関数 ϕ_I ($0 \leq \phi_I \leq 1$) の移流方程式である。

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + F_e \quad (2)$$

$$\frac{\partial \phi_I}{\partial t} + u_j \frac{\partial \phi_I}{\partial x_j} = 0 \quad (3)$$

ここで、 I 相とは、気相 ($I=1$)、液相 ($I=2$)、固相 ($I=3$) を意味し、 F_e は体積力であり、Brackbill らの表面張力モデル¹⁹⁾を含んでいる。 ϕ_I は、 $0 \leq \phi_I \leq 1$ および以下の条件を満足する。

$$\phi_I = \begin{cases} 1 & \text{occupied} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

なお、固相の密度関数 ϕ_I ($I=3$) は、後述する SPH 粒子によって、その界面情報の修正がなされる。

これらの支配方程式の解法にはプロジェクション法を用いる。まず始めに、M 型 CIP 法²⁰⁾を用いた移流相の計算の後、以下のポアソン方程式から $n+1$ 時刻目の圧力を計算し、その後、非移流相の計算を行う。

$$\nabla \cdot \left(\frac{\nabla P^{n+1}}{\rho^*} \right) = \frac{\nabla \cdot \mathbf{u}^*}{\Delta t} \quad (5)$$

ここで、 $*$ は移流後の計算値を示す。なお、このポアソン方程式を解いた場合、固相領域においても同時に圧力解が求められる。この圧力値を後述する物体の運動解析において利用する。次いで、得られた流速場を基に、密度関数の移流計算を行う。なお、流体の物性である密度 ρ および粘性係数 μ は、密度関数 ϕ_I を用いて、下式によって求める。

$$\rho = \sum_{I=1}^3 \rho_I \phi_I \quad (6)$$

$$\mu = \sum_{I=1}^3 \mu_I \phi_I \quad (7)$$

2.2 Particle CIP法による自由表面の追跡方法

本節では、著者らが既往の論文において提案した Particle CIP 法¹⁶⁾について概説する。なお、ここでは計算の効率化と安定化のために導入された Lagrange 粒子の分配方法および再配置アルゴリズムについても説明する。

(1) 格子系と Lagrange 粒子の定義

Particle CIP 法では、移動境界面を高精度に追跡するために、CIP 法を用いた密度関数 ϕ_I の移流計算だけでなく、これとは別に定義された Lagrange 粒子の移動追跡も同時に行われる。これらの粒子は質量を持たず、密度関数の勾配が急激に変化するところに集中的に配置される。その粒子配置の一例を図-1 に示す。この時、1 セルあたり 4 個 (2 次元の場合) または 8 個 (3 次元の場合) 程度になるように粒子を配置する。なお、粒子半径 r_p は、格子サイズの 1/4 程度とし、計算中において常に一定とする。

格子系および物理量の定義点については、図-2 に示すようにスタッガード格子に従う。つまり、速度はセル境界に定義するとともに、圧力、密度、粘性係数はセル中心に定義する。その一方で、密度関数 ϕ_I は格子の角点に定義する。さらに、粒子位置において密度関数 ϕ_p を新たに定義し、この値は粒子の移流とともに保持され続ける。

(2) Lagrange 粒子の速度および時間発展

移動境界面付近に配置された Lagrange 粒子は、次式の時間発展方程式によって追跡がなされる。

$$\frac{d\vec{x}_p}{dt} = \vec{u}(\vec{x}_p) \quad (8)$$

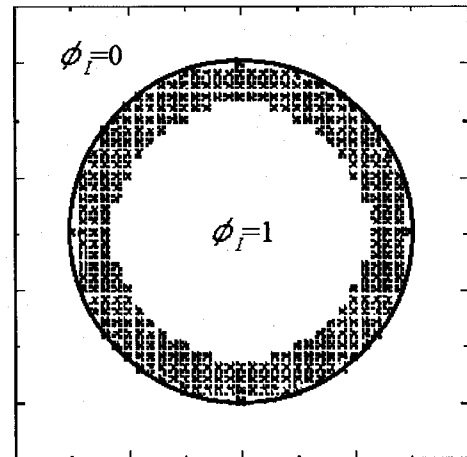


図-1 界面付近に配置された粒子の一例
(例：円形の場合)

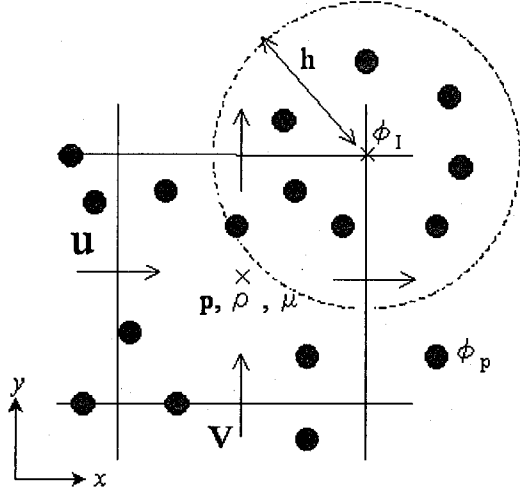


図-2 格子・粒子系と物理量の定義点

ここで、 $\vec{x}_p$ は、粒子位置を示し、 $\vec{u}(\vec{x}_p)$ はその粒子位置での粒子速度を表している。この粒子速度はセル境界に定義された速度場を用いて内挿補間され、4 次精度 Runge-Kutta 法によって式(8)を解くことにする。

(3) 格子の密度関数 ϕ_i の修正方法

ここでは、SPH法¹¹⁾などで用いられるKernel関数を用いて、格子の密度関数 ϕ_i の数値誤差を修正する。SPH法では、粒子 i の位置での物理量 ϕ_i は、その周囲の粒子 N 個の物理量の足し合わせで以下のように定義される。

$$\phi_i = \sum_{j=1}^N m_j \frac{\phi_j}{\rho_j} W_{ij} \quad (9)$$

この式は、2次元の場合、影響半径 h の円内 (図-2参照) にある N 個の粒子の持つ物理量を、重み関数 W を用いて評価点へ内挿することを示している。本論文では、式(9)の考え方に基づき、修正後の格子の密度関数 ϕ'_i は、影響半径 h 内に含まれる粒子の密度関数 ϕ_p を用いて、下式によって求める。

$$\phi'_i = \max \left(\phi_i, \sum_{j=1}^N \phi_p \frac{m_p}{\rho_p} W_p(|x_g - x_p|, h) \right) \quad (10)$$

ここで、 m_p / ρ_p は粒子体積 V_p で半径 r_p を用いて求められる。 W_p は Kernel 関数であり 3 次スプライン関数を用いる。また、 x_g および x_p は、格子および粒子の位置ベクトルを表す。なお、本論文では、影響範囲 h は、格子サイズ

の 1~2 倍程度とした。

(4) Lagrange 粒子の再配置プロセス

本手法では、自由表面の滑らかさおよび複雑さに合わせて、Lagrange粒子の追加・削減を行うと同時に、それらの再配置を行い、計算の効率化・安定化と自由表面の追跡精度の向上を図っている。ここでは、その粒子再配置アルゴリズムについて説明する。

ここでは、自由表面からの距離を認識するための指標として、距離関数 $\psi(x, y, z)$ ($-\infty < \psi < +\infty$) を新たに定義する。境界面において距離関数 $\psi = 0$ と設定し、これを基準として計算空間全体で距離関数 $\psi(x, y, z)$ を求める。次いで、界面からあるバンド幅 α 以内で、かつ、密度関数 ϕ_i がある値以上 (例えば、0.5以上) となる領域の格子に対してのみ粒子を配置する。しかしながら、このままでは粒子配置が格子に沿った矩形状となってしまう、本来の自由表面位置とは若干異なってしまう。そこで、粒子位置を本来の境界面に出来る限り引き寄せるために、Enrightら¹⁸⁾ が提案した下式を用いて新しい粒子位置 $\vec{x}_{p,new}$ を求めることにする。

$$\vec{x}_{p,new} = \vec{x}_{p,old} + \lambda(\psi_{goal} - \psi(\vec{x}_p))\vec{N}(\vec{x}_p) \quad (11)$$

ここで、 λ は 1 に設定した。また、 $\psi(\vec{x}_p)$ は粒子位置 $\vec{x}_p$ における距離関数を示している。 $\vec{N}(\vec{x}_p)$ は、以下の式で求めることが出来る。

$$\vec{N} = \frac{\nabla \psi}{|\nabla \psi|} \quad (12)$$

また、 ψ_{goal} は以下の通りである。

$$\psi_{goal} = \begin{cases} b_{max} & (|\psi(\vec{x}_p)| > b_{max}, \psi(\vec{x}_p) > 0) \\ -b_{max} & (|\psi(\vec{x}_p)| > b_{max}, \psi(\vec{x}_p) < 0) \\ b_{min} & (|\psi(\vec{x}_p)| < b_{min}, \psi(\vec{x}_p) > 0) \\ -b_{min} & (|\psi(\vec{x}_p)| < b_{min}, \psi(\vec{x}_p) < 0) \end{cases} \quad (13)$$

ここで、 b_{max} および b_{min} は以下のように決定される。

$$\begin{cases} b_{max} = \alpha \max(dx, dy, dz) \\ b_{min} = \beta \max(dx, dy, dz) \end{cases} \quad (14)$$

本論文では α は 2 程度、 β は 0.1~0.75 程度に設定することとした。さらに、急激な自由表面変形の追跡に対しては、以下の条件を満足する格子の中心に 1 個の粒子を配置する

こととした。

$$\alpha < \psi(x, y, z) < \gamma \quad (15)$$

ここで、 γ は格子サイズの4~6倍程度の値を取り得るものである。最後に、 $\psi(\vec{x}_p) < 0$ となる粒子を排除することで、再配置アルゴリズムは終了する。なお α 、 β および γ は、計算対象となる流体現象に依存するパラメータであり、今回は経験的に設定しているが、今後、格子サイズや時間刻みなどとの関連付けを行い、自動的に制御できるパラメータにしていく必要がある。

以上のような粒子の再配置アルゴリズムは、計算負荷の増大要因となるため、対象とする流体現象にあわせて適当な時間間隔で行うこととなる。

2.3 SPH法による弾性体の解析

本モデルは、前節で示したように、自由表面の追跡に対してはLagrange粒子を用いたParticle CIP法を用いるが、弾性体の変形・運動に対してはSPH法を用いる。ここでは、その方法について概説する。

(1) 弾性体の支配方程式

弾性体の連続の式と運動方程式は以下の通りである。

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \frac{\partial v^\alpha}{\partial x^\alpha} \quad (16)$$

$$\frac{dv^\alpha}{dt} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma^{\alpha\beta}}{\partial x^\beta} + f_e^\alpha \quad (17)$$

ここで、 v^α は α 成分の速度、 ρ は密度、 $\sigma^{\alpha\beta}$ は応力テンソル、 f_e^α は外力項である。また、微小要素に働く応力テンソルは偏差応力成分 $S^{\alpha\beta}$ と静水圧成分 P に分け、

$$\sigma^{\alpha\beta} = -P\delta^{\alpha\beta} + S^{\alpha\beta} \quad (18)$$

と表すことが出来る。偏差応力成分 $S^{\alpha\beta}$ の時間変化率は、変形時の物体の回転運動を考慮したJaumann stress rateを用いて、以下の通り表すことができる。

$$\hat{S}^{\alpha\beta} = \dot{S}^{\alpha\beta} + S^{\alpha\gamma}\Omega^{\beta\gamma} - \Omega^{\alpha\gamma}S^{\gamma\beta} \quad (19)$$

ここで、 $\Omega^{\alpha\beta}$ は回転テンソル成分、右辺第一項は物質微分である。偏差応力成分 $S^{\alpha\beta}$ は式(19)に示す時間変化率 $dS^{\alpha\beta}/dt$ を時間積分することにより、時々刻々求めることができる。さらに、その偏差応力 $S^{\alpha\beta}$ と式(5)から求められる固相領域(密度関数 ϕ_3 で判別)の流体力 P を式(18)に代入すれば、時々刻々の応力 $\sigma^{\alpha\beta}$ を求めることが可能となり、最終的に式(17)の速度 v^α が得られる。

なお、剛体運動を計算する場合は、構造体の重心位置の並進と回転によって、その記述がなされる。SPH法を用いた具体的な方法は、Baraffら²¹⁾に基づいて行う。なお、回転運動の記述方法としてはクォータニオン(4次数)を用いる。

(2) SPH法による離散化

弾性体の支配方程式(16)および(17)は、SPH法に基づいて以下の通り離散化される。

$$\frac{d\rho_i}{dt} = \sum_j m_j (v_i^\alpha - v_j^\alpha) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\alpha} \quad (20)$$

$$\frac{dv_i^\alpha}{dt} = \sum_j m_j \left(\frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{\rho_i^2} + \frac{\sigma_j^{\alpha\beta}}{\rho_j^2} + \Pi_{ij} \delta^{\alpha\beta} \right) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\beta} + f_{i,e}^\alpha \quad (21)$$

また、ひずみテンソル成分の時間変化率 $\dot{\epsilon}^{\alpha\beta}$ および回転テンソル成分 $\Omega^{\alpha\beta}$ は以下の通り離散化される。

$$\dot{\epsilon}_i^{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} \left[(v_j^\alpha - v_i^\alpha) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\beta} + (v_j^\beta - v_i^\beta) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\alpha} \right] \quad (22)$$

$$\Omega_i^{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} \left[(v_j^\alpha - v_i^\alpha) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\beta} - (v_j^\beta - v_i^\beta) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\alpha} \right] \quad (23)$$

ここで、 m_j は i 番目粒子の質量を表す。

なお、この弾性体に利用されるSPH粒子は、Euler格子系で用いられる固相の密度関数 ϕ_f ($f=3$)の数値誤差を修正する際にも用いられる。その修正方法については、2.2節同様である。

(3) 構成方程式

弾性体が大変形する場合、物体形状が時々刻々変化することを考慮に入れた扱いが必要であり、増分型弾塑性構成式は、以下のようになる。

$$\{d\hat{S}_{ij}\} = [D^{ep}] \{d\epsilon_{ij}\} \quad (24)$$

ここで、 $[D^{ep}]$ は弾塑性マトリックスを表し、弾性マトリックス $[D^e]$ と塑性マトリックス $[D^p]$ で構成される。左辺は、Jaumann stressを考慮した偏差応力の増分を意味し、偏差応力増分 dS_{ij} と以下の関係にある。

$$d\hat{S}_{ij} = dS_{ij} - d\Omega_{ik}S_{kj} + S_{ik}d\Omega_{kj} \quad (25)$$

以上のことから、時々刻々求められるひずみ増分 $\{d\epsilon_{ij}\}$

を求めた後、式(24)から偏差応力の増分 $\{d\hat{S}_{ij}\}$ を求め、偏差応力 S_{ij} の時間発展の後、式(18)によって、応力 $\sigma^{\alpha\beta}$ が時々刻々更新される。最後に、式(17)を用いて、速度の更新がなされ、弾性体の粒子位置を求めることが可能となる。なお、本モデルでは、等方性金属材料の降伏条件として最もよく用いられる von Mises の降伏条件を必要に応じて適用可能である。

3. 計算結果

3.1 V型物体の水面衝撃問題

本節では、水面衝撃問題の典型例として、図-3 に示すような楔角 β を有するV型物体の突入計算を行い、本数値計算法の検証を行う。なお、物体の突入速度を $V_0=5.0\text{m/s}$ とし、楔角 $\beta=0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.5, 10, 15, 20, 30, 45, 60$ 度の合計14ケースとした。計算格子は、格子サイズ1mmの等間隔構造格子とし、壁境界は全て free-slip 条件とした。流体の物性は実流体場と同様であり、密度比800、粘性比55倍とした。また、初期静水時において自由表面付近に配置するLagrange粒子は約15,000個、粒子径0.25mmとする一方で、V型物体は約170,000個の粒子で構成した。時刻みは、 10^{-4}s とし、約0.02s間の突入計算を行った。

まず、始めに物体底面に作用する最大圧力について検証を行う。図-4 は、各突入角度における最大圧力について、Chuang ら²²⁾による実験、Zhao ら²³⁾によるBEM計算およびWagner¹⁾による理論と比較したものである。

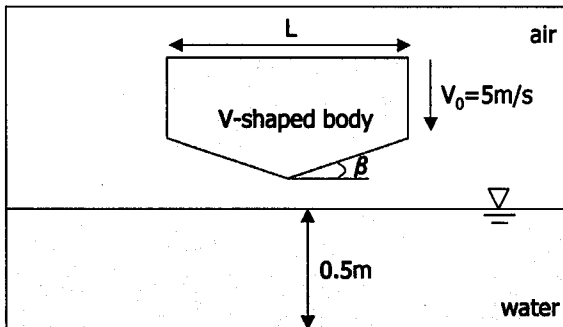


図-3 楔角 β を有するV型物体の水面衝撃問題の初期条件

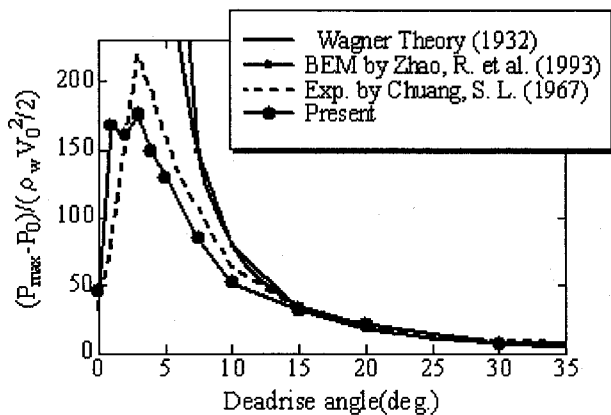


図-4 物体に作用する最大衝撃圧の比較

また、図-5 は、楔角10度以下について、Okada ら²⁴⁾による詳細な実験結果と比較したものである。なお、これらの図から、突入角度15度以上においては、実験、理論および本数値計算による最大圧力は非常に一致していることが分かる。衝撃圧が顕著となる突入角度10度以下について比較すると、本数値計算結果は、Chuang らやOkada らによる実験結果といずれの突入角度においても概ね一致していることが分かる。特に、物体と液面に封入された空気塊による影響が無視できないとされている突入角度5度以下についても実験結果と一致していることから、このような問題に対しては、固気液3相計算が必要であることが伺える。

図-6 は、楔角30度における物体表面の圧力分布 $(t=0.0158\text{s})$ について、Zhao ら²³⁾のBEMによる計算結果およびOger ら²⁵⁾のSPH法による計算結果と比較したものである。図より、最大値および圧力分布形ともに概ね良好な一致していることが分かる。

しかしながら、最大圧力が作用する点より端部側 $(Z / \int V(t)dt > 0.6)$ における圧力分布形は、かなりの相違が見られる。これは、ポテンシャル理論に基づくZhao らによるBEM計算において、物体に沿うジェット流れを仮定し、ジェット形状を再現しているのに対して、本計算法では粘性のN-S方程式の差分解としてジェット形状が得られているためであると考えられる。

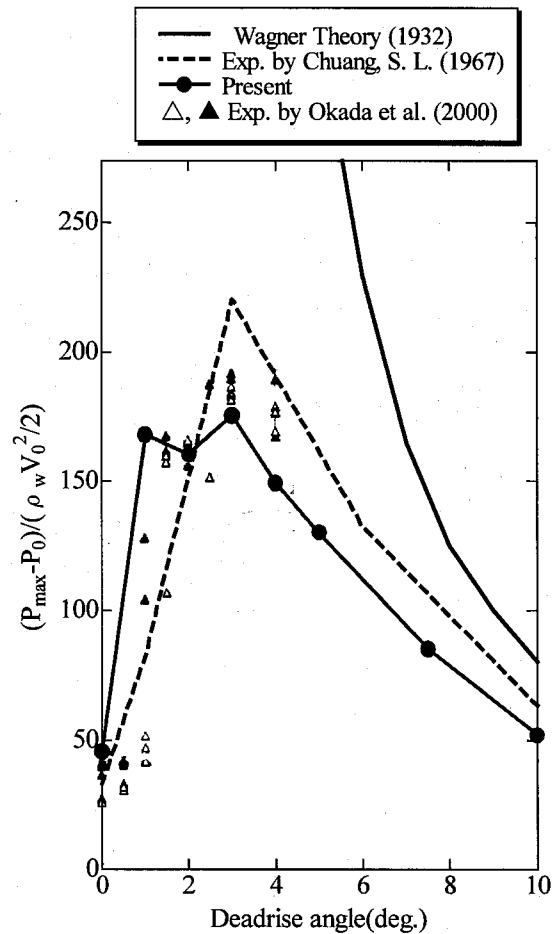


図-5 小さい楔角($\beta \leq 10$)における最大衝撃圧の比較

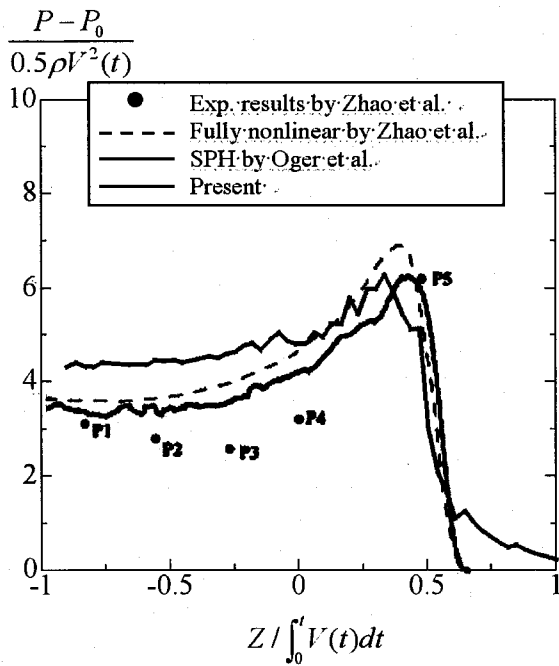


図-6 V型物体表面に作用する圧力分布の比較

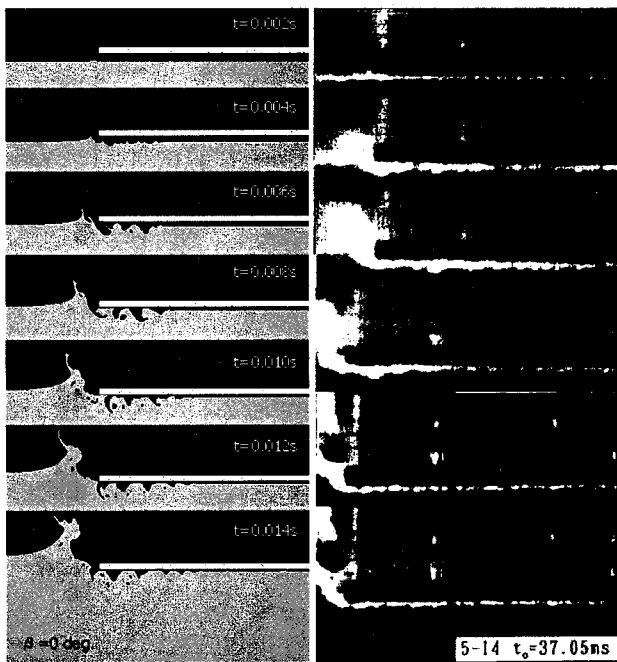


図-7 水平板突入時（楔角0度）の自由水面形状の比較（左図：本数値計算結果，右図：実験結果³⁾）

図-7は、楔角 $\beta=0$ 度の水面形状の時間的変化を比較したものである。右図は、D-PIV法を用いて気相の流れ場を可視化したChuangら³⁾の実験結果である。なお、この図は水平板の左端部付近を拡大している。図より、物体と水面の間に挟まれた空気が非常に速い速度で物体の両サイドへ押し出されるため、物体が水面に直接衝突する前に、

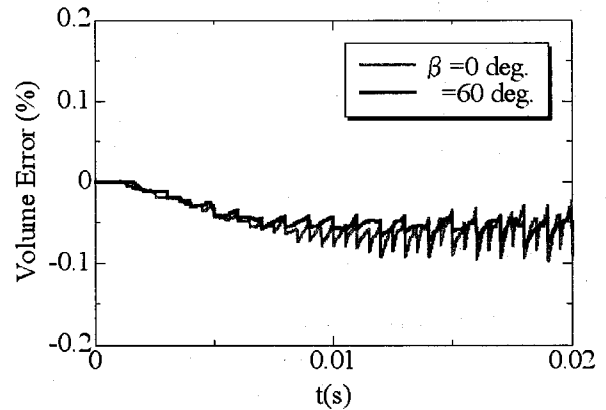


図-8 液相体積の時間的変化

自由水面にさざ波が発生していることが分かる。また、物体の衝突時には、微小気泡が取り込まれながら、水塊が外側に押し出されていく様子が再現されている。このような現象においては、気相の流れ場が自由表面変形に与える影響を無視することは出来ない。本数値計算手法は、気相の流れ場も同時に扱うことが可能であるため、このような水面形状を捉えることが可能となる。なお、右図における白領域は気相領域を示しており、本数値計算と同様の自由水面の擾乱が可視化されていることが分かる。また、この現象について、Tajimaら²⁰⁾はCIP法を用いて数値計算を行い、K-H不安定と同様の現象であると示唆しているが、本論文の計算結果のみで同様の見解を得ることは難しいため、今後の検討が必要である。

図-8は、液相体積率の時間的変化（楔角 $\beta=0$ および60度のケース）を示したものである。ここで示す液相の体積率は、各時刻における液相体積を初期の液相体積で割った値として定義している。平均的には0.05%程度の減少で維持されており、本数値計算が安定に行われていることを示している。なお、振動波形となっている理由は、適当な時間間隔で粒子再配置プロセスが行われ、密度関数の数値誤差を適宜修正しているからである。

図-9は、楔角 $\beta=45$ 度の時の物体突入による自由水面形状の時間的変化を示したものである。物体の水面突入直後、物体下面から非常に薄いジェットが形成され、その後、十分発達したジェットはスプレーとなって気相に飛び散っていく過程が再現されている。

また、図-10は、楔角 $\beta=45$ 度の時の物体突入による自由水面形状についてGreenhowら²⁾の実験結果と比較を示したものである。なお、同図には飛散したスプレー付近の拡大図も併せて示している。物体突入後に生成されたジェットの前面および後面の滑面形状は、良好な一致を示している。しかしながら、ジェット先端部において飛散するスプレー形状は大きな相違が見られる。これについては、この現象の3次元影響やガラス壁面の影響、さらには表面張力などの影響等が考えられるが、現時点では定かでないため、今後の課題である。

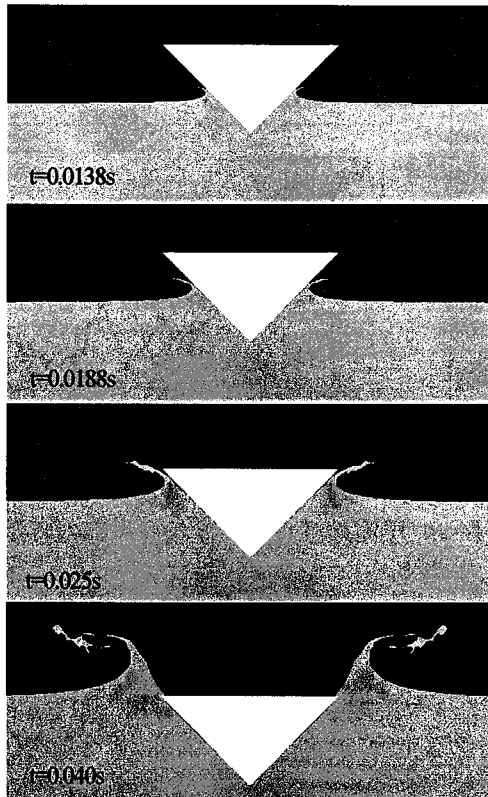


図-9 自由水面形状の時間的变化(楔角 $\beta=45$ 度)

図-11 は、密度楔角 $\beta=30$ 度の時のスプラッシュ生成時における密度関数と粒子分布を示したものである。上図は $\phi_2 \geq 0.5$ の液相領域の密度関数分布であり、下図は固相を構成する粒子分布と気液界面付近に配置された粒子分布を示している。また、ジェットのスプレイ領域における粒子分布についても拡大図として示す。図より、各相の界面付近にのみ粒子が集中的に分布し、かつ、それらがシャープな界面形状を保つために重要な役割を果たしていることが分かる。特に、スプレイ領域では、格子解像度以下に配置された粒子群が液滴となって飛散し、その粒子群によって液相の密度関数 ϕ_i ($i=2$) が修正されるため、通常の数値計算法で発生するような密度関数のなまりがほとんどない。このことは、このように局所的にストレッチされた自由表面の追跡精度の大幅な向上を示していると言える。

3.2 弾性薄肉円筒の水面衝撃問題

本節では、弾性構造物と流体との相互作用問題として、弾性薄肉円筒の水面突入問題について、その適用性を検証する。

計算条件は、直径 0.306m、肉厚 3mm の円筒が、初期速度 4.429m/s で水面に突入する問題を考える。弾性円筒は、アルミニウムとし、密度 $\rho = 2,700\text{kg/m}^3$ 、ヤング係数 $E=73,500\text{Mpa}$ 、ポアソン比 $\nu=0.34$ とし、塑性変形は考慮

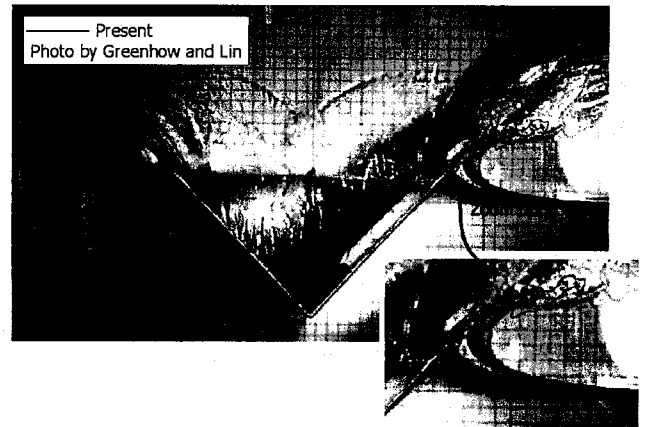


図-10 自由水面形状の比較(楔角 $\beta=45$ 度)

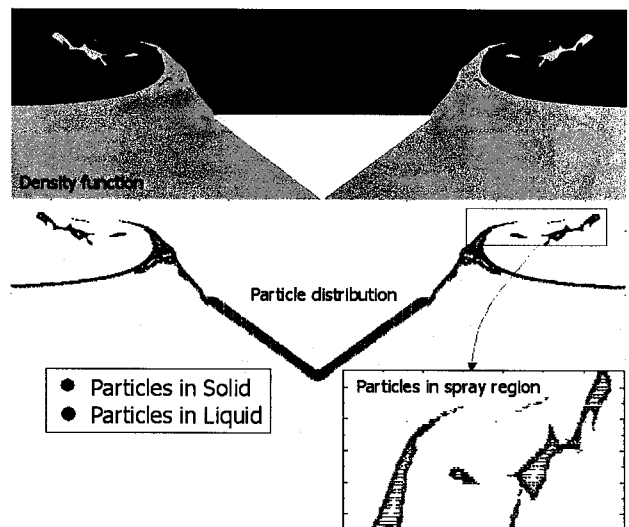


図-11 発達したジェット付近の密度関数と粒子配置の一例(楔角 $\beta=30$ 度)

していない。なお、これらの計算条件は、Arai ら⁸⁾ および Sun ら²⁷⁾ と同様である。流体の物性は実流体場と同様であり、密度比 800、粘性比 55 倍とした。格子サイズは 3mm で一様とし、自由表面付近に配置する粒子は 4,020 個、初期の粒子間隔 1.5mm、粒子半径 0.75mm とし、1 格子当たりの粒子数は 4 個とした。一方、薄肉円筒は 5,066 個の粒子で構成され、初期の粒子間隔 0.75mm、粒子半径は 0.375mm とした。ここで、1 格子当たりの粒子数は 16 個であり、薄肉円筒の厚さは 1 メッシュ(格子サイズ 3mm) で形状を表現することとした。時間刻みは、 10^{-5}s とし、約 0.025s 間の水面突入計算を行った。

図-12 は、弾性薄肉円筒が水面突入する際の水面形状の時間的変化を示したものである。水面突入と同時に円筒下面から高速ジェットが生成され、両サイドへチューブ状に伸びたジェットが放出されていくことが分かる。また、薄肉円筒形状は数値拡散することなく、界面形状がクリアに保持されていることが分かる。

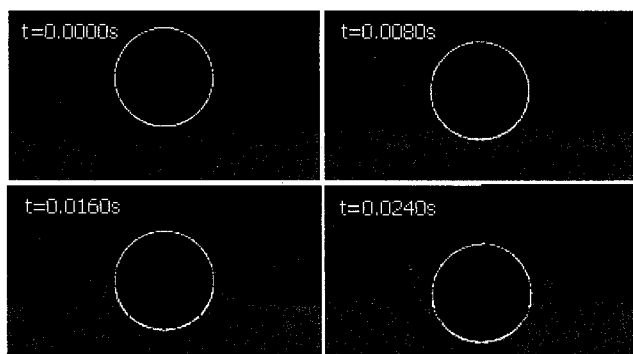


図-12 弾性薄肉円筒の水面突入時における自由表面形状の時間的変化

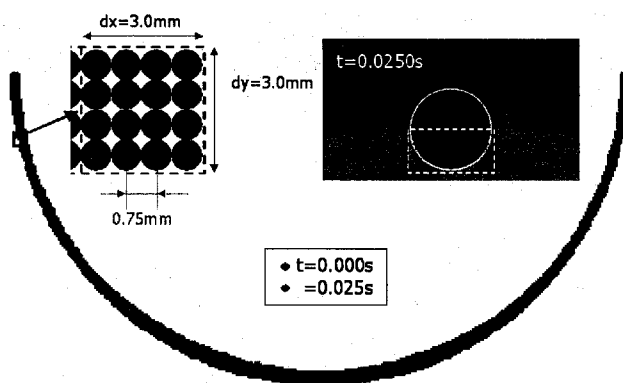


図-13 水面突入後 ($t=0.025s$) の薄肉円筒の弾性変形

なお、このケースにおけるジェット放出過程は、剛体円柱の場合とほとんど変わらない²³⁾²⁷⁾。

図-13 は、水面突入後 $t=0.025s$ における弾性薄肉円筒の弾性変形を示したものである。この図は、物体変形の著しい円筒の下半分のみを示しており、同時刻の水面形状および1格子当たりの粒子配置も併せて示した。黒印が水面突入時、灰色が $t=0.025s$ における物体形状を示している。水面衝突時の衝撃力によって円筒下面付近に著しい変位が発生していることが分かる。

図-14 は、円筒の最下面 ($\theta=0 \text{ deg.}$) における周方向のひずみについて、Arai らの実験・計算結果⁸⁾ および Sun らの BEM の計算結果²⁷⁾ と比較したものである。なお、これは円筒内壁のひずみであり、円筒突入時を時刻ゼロとしている。図より、他の数値計算および実験結果と比較して、突入直後のひずみのピークはほぼ一致している。また、水面突入後 $t=0.0175s$ 付近までのひずみの時系列傾向についても、若干の位相のずれはあるものの、概ね一致していることが分かる。しかしながら、突入後 $0.02s$ 以降のひずみについては、Arai らの実験同様に上昇傾向にあるものの、その値は明らかに過小評価となっていることが分かる。

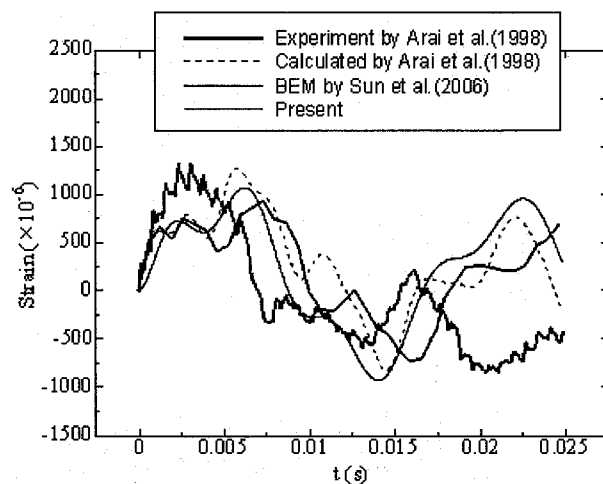


図-14 円筒最下点におけるひずみの時間的変化の比較

また、振動周波数についても相違が見られる。この原因としては、3次元効果や初期粒子配置の影響などが挙げられるが、今後十分な検討が必要であると考えられる。

4. 結論

本論文では、Particle CIP 法と SPH 法を組み合わせた Euler-Lagrange 型の固体・流体解析手法を新たに提案した。また、剛体および弾性体の水面衝撃問題に適用し、以下の主要な結論を得た。

- (1) 本手法は、物体の水面突入時に発達するジェットの形成およびその巻き込み、さらには飛散スプレイの諸現象を再現することが可能であり、その空間波形は実験および数値計算結果と良好な一致を示した。
- (2) 種々の楔角を有する V 型物体の水面衝撃圧の最大値は、全ての楔角において実験結果と良好な一致を示した。また、物体表面に作用する圧力の空間分布については、ジェット放出点を除いて、概ね一致した。
- (3) 薄肉弾性円筒の水面衝撃問題において、衝撃圧による円筒の弾性変形計算を行った。ひずみの時間的変化を比較し、その妥当性を確認した。しかしながら、振動の高・低周波数の一部の領域において差が確認されるため、今後の検討課題である。また、変形量や弾性応答などについても、さらなる検証が必要である。
- (4) 自由表面を追跡するために用いられた Lagrange 粒子と固体解析に用いられた SPH 粒子は、Euler 格子系において用いられる密度関数 ϕ_i の移流誤差を修正し、かつ、固気液界面を高精度に追跡するために有効であることが分かった。特に、本手法は、高速ジェットの生成・発達過程および飛散スプレイを

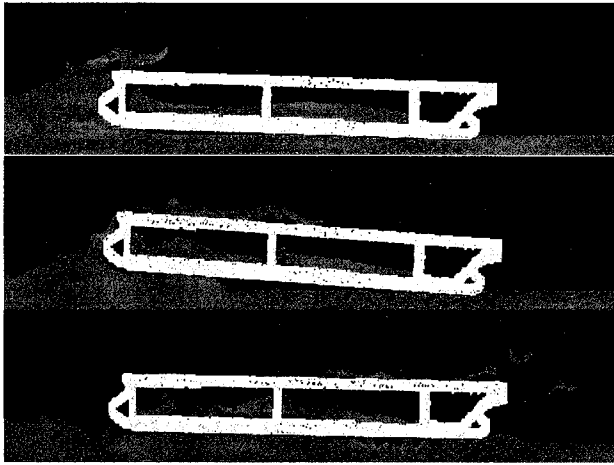


図-15 大規模砕波とタンカーの相互作用問題の一例
(波の作用方向は左から右である。2つのタンク内には有限水深の水が入っている。)

伴う水面衝撃問題において、有効であることが確認された。

- (5) 液相の体積保存は、Lagrange 粒子の配置とこれを用いた密度関数の修正によって、約 0.05% 以内であることが分かった。

最後に、実用的な計算問題の一例を図-15 に示す。計算条件は、波高 0.1m、タンカー長約 0.8m (模型サイズ)、初期に自由表面付近に配置する粒子数 33,000 個、粒子径 1.5mm、タンカーは約 15,000 個の粒子で構成し、時間刻みは 10^{-4} s とした。この計算例では、大規模な巻き波が船首に作用し、海水打ち込み・スラミング・タンク内スロッシングなどの非線形現象が再現されている。このような複雑な自由表面問題への適用とその検証について、今後、検討していく予定である。

謝辞

本研究は、Norwegian University of Science and Technology, Center for Ships and Ocean Structures に滞在中に行われたものである。ここに記して謝意を表します。

参考文献

- 1) Wagner, H. : ber stoss-und Greitvergnge an der Ober-flache von Fl ssigkeiten, *Zeitschr. f. Angrew. Math. Und Mech.*, Vol.12, No.4, pp.193-235, 1932.
- 2) Greenhow, M. and Lin W.M. : Nonlinear free surface effects : experiments and theory, *Report No.83-19, Dept. of Ocean Engineering, MIT*, 1983.
- 3) Chuang, S. L. and Shieh Li-Der : Simultaneous measurements of water impact on a two-dimensional body, *Fluid Dynamic Research*, Vol.19, pp.125-148, 1997.
- 4) Engle, A., Lewis, R. : A comparison of hydrodynamic impacts prediction methods with two dimensional drop test data, *Marine Structure*, Vol.16, pp.175-182, 2003.
- 5) Zhao, R. and Faltinsen, O. M. : Water entry of arbitrary axisymmetric bodies with and without flow separation, In: *Proc. 22nd Symp. on Hydrod.*, Washington D. C., National Academy Press, pp.652-664, 1998.
- 6) Mei, X., Liu, Y and Yue, D. K. P. : On the water impact of general two-dimensional sections, *Applied Ocean Research*, Vol.21, pp.1-15, 1999.
- 7) Battistin, D and Iafrati, A. : A numerical model for the jet generation by water impact, *Journal of Engineering Mathematics*, Vol.48, pp.353-374, 2004.
- 8) Arai, M. and Miyauchi, T. : Numerical study of the impact of water on cylindrical shells, considering fluid-structure interactions, In : *Practical Design of Ships and Mobile Unit*, Editors. M. W. C. Oosterveld and S. G. Tan., Elsevier *Applied Science*, pp.59-68, 1998.
- 9) Schumann, C. : Volume of Fluid Computations of Water Entry of Bow Sections, *Proc. of Euromech.*, Vol.274, 1998.
- 10) Kleefsman, K. M. T., Fekken, G., Veldman, A. E. P. : A Volume-of-Fluid based simulation method for wave impact problems, *Journal of Computational Physics*, Vol.206, pp.363-393, 2005.
- 11) Gingold R.A., Monaghan J.J. : Smoothed particle hydrodynamics, theory and application to non-spherical stars, *Mon. Not. Roy. Astr. Soc.* Vol.181, pp.375-389, 1977.
- 12) Oger G, Doring M., Alessandrini, B. and Ferrant, P., Two-dimensional SPH simulations of wedge water entries, *Journal of Computational Physics*, Vol.213, pp.803-822, 2006.
- 13) Landrini, M., Colagrossi, A. and Tulin, M. P. : Numerical studies of wave breaking compared to experimental observations., In : *Proc. of 4th Numerical Towing Tank Symposium*, 5pp, 2001.
- 14) Deuff, J. B., Oger G., Doring, M., Alessandrini, B. and Ferrant, P. : SPH analysis of hydrodynamic impact, including hydrodynamic fluid structure coupling, *Hydroelasticity in Marine Technology*, pp.131-137, 2006.
- 15) Faltinsen, O. M. : Hydroelastic slamming, *Journal of Marine Science and Technology*, pp.49-65, 2000.
- 16) 陸田秀実・伊澤亮・土井康明 : Particle CIP 法による高精度な移動境界面の捕獲, 土木学会論文集, B 編, Vol.62, No.4, pp.376-387, 2006.
- 17) 陸田秀実・土井康明 : 砕波による衝撃圧の直接推定と構造物の動的解析, 土木学会論文集, B 編, Vol.62, No.3, pp.224-237, 2006.
- 18) Enright, D., R. Fedkiw, J. Ferziger and I. Mitchell : A hybrid particle level set method for improved interface capturing, *Journal of Computational Physics*, Vol. 183, No.1, pp.83-116, 2002.
- 19) Brackbill, J. U., D.B. Kothe and C. Zemach : A continuum method for modeling surface tension, *J. of Comp. Physics*,

- 100, pp.335-354, 1992.
- 20) 矢部 孝, 内海隆行, 尾形陽一 (2003) : CIP 法, 森北出版, 222p.
- 21) Baraff, D. : An introduction to physically based modelling : Rigid body simulation I, Unconstrained rigid body dynamics, *SIGGRAPH'97 course notes*, D3, 1997.
- 22) Chuang, S. L. : Experiments on Slamming of Wedge-Shaped Bodies, *Journal of Ship Research*, 11, pp.190-198, 1967.
- 23) Zhao, H. and O. Faltinsen : Water Entry of two-dimensional bodies, *J. Fluid. Mech*, Vol.246, 593-612, 1993.
- 24) Okada, S. and Y. Sumi : On the water impact and elastic response of a flat plate at small impact angles, *J. Mar. Sci. Technol.*, 5, pp.31-39, 2000.
- 25) Oger G, Doring M., Alessandrini, B. and Ferrant, P. : Two-dimensional SPH simulations of wedge water entries, *Journal of Computational Physics*, Vol.213, pp.803-822, 2006.
- 26) Tajima, M and Yabe, T : Simulation on Slamming of a Vessel by CIP method, *J. of the Physical society of Japan*, Vol.68, No.8, 2576-2584, 1999..
- 27) Sun Hui and Faltinsen O. M. : Water impact of horizontal circular cylinder and cylindrical shells, *Applied Ocean Research*, in press, 2007.

(2007 年 4 月 12 日 受付)