

非定常流の下での砂州の挙動に関する数値解析

Morphodynamic modeling of sandbar evolution under unsteady flow

小林健介*・清水康行**・渡邊康玄***

Kensuke KOBAYASHI, Yasuyuki SHIMIZU and Yasuharu WATANABE

*学生員 工学 北海道大学 工学研究科北方圏環境政策工学専攻 (〒060-0813 札幌市北区北 13 条西 8 丁目)

** 正会員 工博 北海道大学教授 工学研究科北方圏環境政策工学専攻 (〒060-0813 札幌市北区北 13 条西 8 丁目)

*** 正会員 工博 独立行政法人 土木研究所寒地土木研究所 (〒062-0052 札幌市豊平区平岸 1 条 3 丁目)

This paper presents investigations on sand bar formation and evolution process in consequence of unsteady flow. Sand bar evolution in unsteady flow appears to be altered in comparison with sand bar formation under steady flow condition. Furthermore, a two-dimensional morphodynamic model has been developed to reproduce sand bar evolution under unsteady flow condition. Proposed model comprises depth-averaged flow equations with a simplest turbulence closure in a generalized coordinate system. Likewise, model comprises two-dimensional sediment continuity equation for bedload sediment transport considering the effect of secondary current. Results of numerical computation have been validated with laboratory observations. Numerical simulation of aforesaid phenomenon using proposed model has been found to be reasonably consistent.

Key Words: alternate bar, unsteady flow, non periodic boundary condition

1. はじめに

交互砂州は流れを蛇行させるとともに局所的な洗掘や堆積を生じさせる。河道計画等を検討する際、交互砂州の挙動を把握することが必要になってくることから、砂州の挙動に関する研究は、治水上の立場から多く行われている。そのほとんどは流れの変化速度と比較して砂州の形成時間が極めて長いとの理由から、流れを定常流として扱ってきた。しかしながら、近年増加している集中豪雨による洪水は、時間的水位の変化が大きく洪水時の砂州の挙動を明らかにしようとする場合、流れを非定常流として扱うことが重要となる。

一方で交互砂州は、局所的な洗掘や堆積によって河床に瀬や淵を形成するため、豊かな河川環境を創出しているといえる。しかしながら、近年になってダム等の洪水制御によって砂州の固定化が進み、河川生態系が変化するという問題が生じてきている。この対策として、人為的な洪水を発生させ、河川環境の復元を試みるという動きも見られるようになってきている。人為的な洪水を発生させるためには、貴重な水資源を使用することになり、このことから、洪水を想定した非定常流下の砂州の挙動を把握しなければならなくなっている。

このような理由により近年では、非定常流である洪水時の砂州の挙動や砂州の発生過程に関する研究が行われてきている。Tubino¹⁾ は、砂州の形成限界領域での非線

形解析を行い、非定常流下での砂州の挙動の解明を試みている。三輪ら²⁾ は、非定常流下での砂州形成実験を行い、流れの非定常性の重要性を指摘している。また、渡邊ら³⁾ や Watanabe and Sato⁴⁾ は室内水路において洪水を模した非定常流を発生させ、交互砂州を形成させる水理実験を行い、洪水時の砂州の形成は流れの履歴効果を強く受けることを指摘している。

一方、交互砂州の再現計算は、清水ら⁵⁾ 寺本ら⁶⁾ などによって行われているが、非定常流下での砂州の挙動について扱った研究はまだあまり行われていない。そこで、本研究では、非定常流の下での砂州の挙動を数値解析によって再現することを試み、Watanabe and Kuwamura⁷⁾ が行った非定常砂州形成実験の結果との比較を行うことで、その問題点や限界についての検討を行う。砂州の再現計算法には、周期境界条件を用いる方法(清水ら⁵⁾)と、上流端で流入流量にサイン波などの周期的な攪乱を与える方法(長田⁸⁾)などが用いられている。本研究では、上流端で流入流量にランダムな攪乱を与える方法と、河床にランダムに凹凸をつけることで微小攪乱を与え周期境界条件を用いる方法を用いた。このとき、計算方法の違いにより計算結果にどのような違いが生じるかも合わせて検討した。また、非定常流の下での数値解析結果と、定常流の下での数値解析結果との比較を行い、定常流における砂州の挙動とどのように異なるかを示した。

2. 計算方法

2.1 流れの計算

流れの計算では、非定常項を含んだ平面二次元流れの一般座標系(ξ, η)における連続式および運動方程式を解いた。連続式および運動方程式は以下のように表される。

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{h}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{hu^\xi}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{hu^\eta}{J} \right) = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u^\xi}{\partial t} + u^\xi \frac{\partial u^\xi}{\partial \xi} + u^\eta \frac{\partial u^\xi}{\partial \eta} + \alpha_1 u^\xi u^\xi + \alpha_2 u^\xi u^\eta + \alpha_3 u^\eta u^\eta \\ = -g \left[(\xi_x^2 + \xi_y^2) \frac{\partial H}{\partial \xi} + (\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y) \frac{\partial H}{\partial \eta} \right] \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} -\frac{C_b u^\xi}{J} \sqrt{(\eta_y u^\xi - \xi_y u^\eta)^2 + (-\eta_x u^\xi + \xi_x u^\eta)^2} + D^\xi \\ \frac{\partial u^\eta}{\partial t} + u^\xi \frac{\partial u^\eta}{\partial \xi} + u^\eta \frac{\partial u^\eta}{\partial \eta} + \alpha_4 u^\xi u^\xi + \alpha_5 u^\xi u^\eta + \alpha_6 u^\eta u^\eta \\ = -g \left[(\eta_x \xi_x + \eta_y \xi_y) \frac{\partial H}{\partial \xi} + (\xi_x^2 + \xi_y^2) \frac{\partial H}{\partial \eta} \right] \end{aligned} \quad (3)$$

$$-\frac{C_b u^\eta}{J} \sqrt{(\eta_y u^\xi - \xi_y u^\eta)^2 + (-\eta_x u^\xi + \xi_x u^\eta)^2} + D^\eta$$

ただし、

$$\alpha_1 = \xi_x \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} + \xi_y \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} \quad (4)$$

$$\alpha_2 = 2 \left(\xi_x \frac{\partial^2 x}{\partial \xi \partial \eta} + \xi_y \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \eta} \right) \quad (5)$$

$$\alpha_3 = \xi_x \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} + \xi_y \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2} \quad (6)$$

$$\alpha_4 = \eta_x \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} + \eta_y \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} \quad (7)$$

$$\alpha_5 = 2 \left(\eta_x \frac{\partial^2 x}{\partial \xi \partial \eta} + \eta_y \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \eta} \right) \quad (8)$$

$$\alpha_6 = \eta_x \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} + \eta_y \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2} \quad (9)$$

$$D^\xi = \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{\tau_{\xi\xi}}{\rho} \right] + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\frac{\tau_{\eta\xi}}{\rho} \right] \quad (10)$$

$$D^\eta = \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{\tau_{\xi\eta}}{\rho} \right] + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\frac{\tau_{\eta\eta}}{\rho} \right] \quad (11)$$

ここで、 a_b は $\partial a / \partial b$ を示し、 t ; 時間、 h ; 水深、 g ; 重力加速度、 x, y ; 直交座標軸、 ξ, η ; 一般座標軸、

u^ξ, u^η ; ξ, η 方向流速の反変成分、 J ; 座標変換のヤコビアン、 H ; 水位、 D^ξ, D^η ; 粘性項、 ν_t ; 渦動粘性係数、 ρ ; 水の密度である。反変成分、ヤコビアンの定義は以下の式に従う。

$$u^\xi = (\xi_x u + \xi_y v) / J, \quad u^\eta = (\eta_x u + \eta_y v) / J \quad (12)$$

$$J = \xi_x \eta_y - \xi_y \eta_x = \frac{1}{x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi} \quad (13)$$

また、 C_b は河床摩擦係数で以下の式で与えられる。

$$C_b = \frac{gn^2}{h^{1/3}}, \quad n = \frac{d^{1/6}}{6.8\sqrt{g}} \quad (14)$$

ここで、 n ; マニング粗度係数、 d ; 河床材料の粒径である。

2.2 河床変動計算

河床変動計算では、流れの解析の結果を用いて芦田・道上の平衡流砂量式から流砂量を算出、流砂の連続式を離散化して解いた。平面二次元一般座標系における河床変動の連続式を次式に示す。

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{Z}{J} \right) + \frac{1}{1-\lambda} \left[\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{q^\xi}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{q^\eta}{J} \right) \right] = 0 \quad (15)$$

ここで、 Z は河床高、 λ は空隙率、 q^ξ, q^η は ξ, η 方向の単位幅掃流砂量である。 ξ, η 方向の単位幅掃流砂量 q^ξ, q^η は次式で与えられる。

$$q^\xi = q_b \left[\frac{u_b^\xi}{V_b} - \gamma \left(\frac{\partial Z}{\partial \xi} + \cos \theta \frac{\partial Z}{\partial \eta} \right) \right] \quad (16)$$

$$q^\eta = q_b \left[\frac{u_b^\eta}{V_b} - \gamma \left(\frac{\partial Z}{\partial \eta} + \cos \theta \frac{\partial Z}{\partial \xi} \right) \right] \quad (17)$$

ただし、 u_b^ξ, u_b^η は ξ, η 方向の河床近傍の流速、 V_b は河床近傍の合成流速、 q_b は全掃流砂量、 θ は ξ 軸と η 軸のなす角度である。また、 γ は斜面勾配による流砂の補正係数であり、次式で与えられる。

$$\gamma = \sqrt{\frac{\tau_{*c}}{\mu_s \mu_k \tau}} \quad (18)$$

ただし、 μ_s, μ_k は河床材料の静止摩擦係数および動摩擦係数である。全掃流砂量 q_b は芦田・道上の式で求める。

$$\frac{q_b}{\sqrt{s_g g d^3}} = 17 \tau_*^{1/2} \left(1 - \frac{\tau_{*c}}{\tau_*} \right) \left(1 - \frac{u_{*c}}{u_*} \right) \quad (19)$$

$$\tau_* = \frac{hI}{s_g d} = \frac{C_f V^2}{s_g g d} = \frac{n^2 V^2}{s_g dh^{1/3}} \quad (20)$$

$$V = \sqrt{u^2 + v^2} \quad (21)$$

ここで、 s_g は砂粒子の水中比重、 τ_{*c} は無次元掃流力、 τ_* は無次元限界掃流力、 u_{*c} は摩擦速度、 u_* は限界摩擦速度である。このとき、無次元限界掃流力は岩垣式を用いて算出した。

2.3 河床近傍の流速

水深平均流の流れに沿って、水深平均流速と河床近傍の流速の関係を次式のように仮定する。

$$u_b^s = \beta V \quad (22)$$

ただし、 u_b^s は流線に沿った河床近傍の流速である。

Engelundによれば、水深方向の流速分布に放物線分布を用いた場合、 β は次式で与えられる。

$$\beta = 3(1-\sigma)(3-\sigma), \quad \sigma = \frac{3}{\phi\kappa+1} \quad (23)$$

ただし、 ϕ は流速係数 ($\phi = V / u_*$)、 κ はカルマン定数 (≈ 0.4) である。

一般に、流線が曲がっている場合には2次流が発生する。ここでは、2次流による河床近傍の流速の算定に次式を用いる。

$$u_b^n = u_b^s N_* \frac{h}{r_s} \quad (24)$$

ただし、 u_b^n は流線に直交する方向の河床近傍の流速、 r_s は流線の曲率半径、 N_* は定数 (≈ 7) である。 r_s は以下の式で与えられる。

$$\frac{1}{r_s} = \frac{1}{V^3} \left[u^2 \left(\xi_x \frac{\partial v}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial v}{\partial \eta} \right) + uv \left(\xi_y \frac{\partial v}{\partial \xi} + \eta_y \frac{\partial v}{\partial \eta} \right) - uv \left(\xi_x \frac{\partial u}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) - v^2 \left(\xi_y \frac{\partial u}{\partial \xi} + \eta_y \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) \right] \quad (25)$$

(16)式および(17)式中の ξ 、 η 方向の河床近傍の流速 u_b^ξ 、 u_b^η は、次式のように表される。

$$u_b^\xi = \frac{1}{\xi_r} \left\{ \cos \theta_s \xi_x + \sin \theta_s \xi_y \right\} u_b^s + \left\{ -\sin \theta_s \xi_x + \cos \theta_s \xi_y \right\} u_b^n \quad (26)$$

$$u_b^\eta = \frac{1}{\eta_r} \left\{ \cos \theta_s \eta_x + \sin \theta_s \eta_y \right\} u_b^s + \left\{ -\sin \theta_s \eta_x + \cos \theta_s \eta_y \right\} u_b^n \quad (27)$$

ただし、 θ_s は x 軸と s 軸の交差角である。一般に u_b^n は u_b^s より1オーダー小さい値をとるので、河床近傍の合成流速 V_b は、

$$V_b = \sqrt{u_b^{s^2} + u_b^{n^2}} \approx u_b^s \quad (28)$$

と近似できる。また、(16)式および(17)式中の河床勾配は以下の式より決定される。

$$\frac{\partial Z}{\partial s} = \frac{\partial Z}{\partial \xi} \left(\xi_x \frac{\partial x}{\partial s} + \xi_y \frac{\partial y}{\partial s} \right) + \frac{\partial Z}{\partial \eta} \left(\eta_x \frac{\partial x}{\partial s} + \eta_y \frac{\partial y}{\partial s} \right) \quad (29)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial n} = \frac{\partial Z}{\partial \xi} \left(\xi_x \frac{\partial x}{\partial n} + \xi_y \frac{\partial y}{\partial n} \right) + \frac{\partial Z}{\partial \eta} \left(\eta_x \frac{\partial x}{\partial n} + \eta_y \frac{\partial y}{\partial n} \right) \quad (30)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial s} &= \frac{u}{V} = \cos \theta_s, \quad \frac{\partial y}{\partial s} = \frac{v}{V} = \sin \theta_s \\ \frac{\partial x}{\partial n} &= -\frac{v}{V} = -\sin \theta_s, \quad \frac{\partial y}{\partial n} = \frac{u}{V} = \cos \theta_s \end{aligned} \quad (31)$$

である。

2.4 計算条件

本研究では、2つの実験ケース(U30, U50)を対象に計算を行った。

砂州の再現計算法としては、周期境界条件を用いる方法と上流端に攪乱を与える方法を用いた。

砂州の再現計算を行う際一般的に用いられている周期境界条件を用いる方法は、仮想的な平衡状態を計算できるが、砂州波長の滑らかな変化に対応できないという特徴が挙げられる。一方、上流端に攪乱を与える方法は、砂州波長の変化には対応できるが、平衡状態に近づけるために非常に長い計算領域を要するという特徴が挙げられる。

本研究では両計算方法を用いて計算を行った。このとき、上流端に攪乱を与える方法では、上流端の流入流量に±5%以内のランダムな攪乱を与えている。また、両計算方法とも初期河床全体にランダムに凹凸をつけている。

上流端に攪乱を与える方法を用いる場合、本研究では80mの計算領域を設定したが、ここではそのうち15mの計算結果について示す。境界条件は上流端で流量、下流端で水位を与えている。また、周期境界条件を用いる方法での計算領域は15mに設定している。両計算方法とも計算格子間隔は横断方向には5cm、縦断方向には20cmとしている。

3. 計算結果

3.1 実験

計算にはWatanabe and Kuwamura⁷⁾が行った非定常流

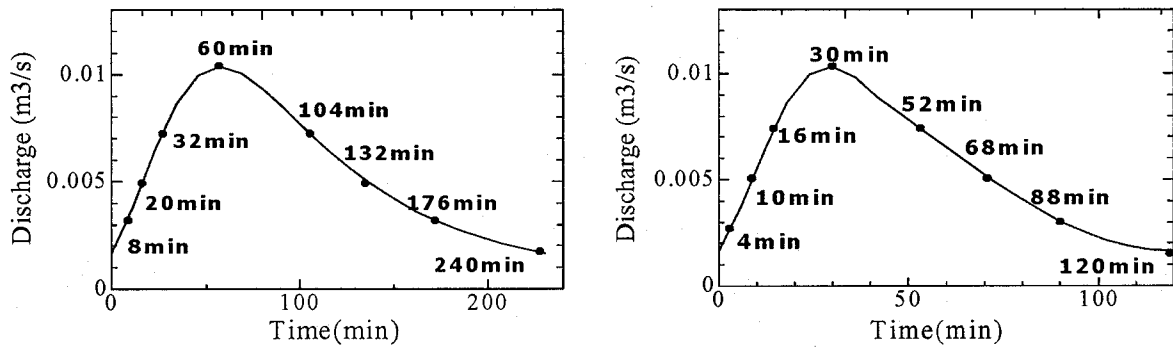


図-1 実験ハイドログラフ(左: U-30, 右: U-50)

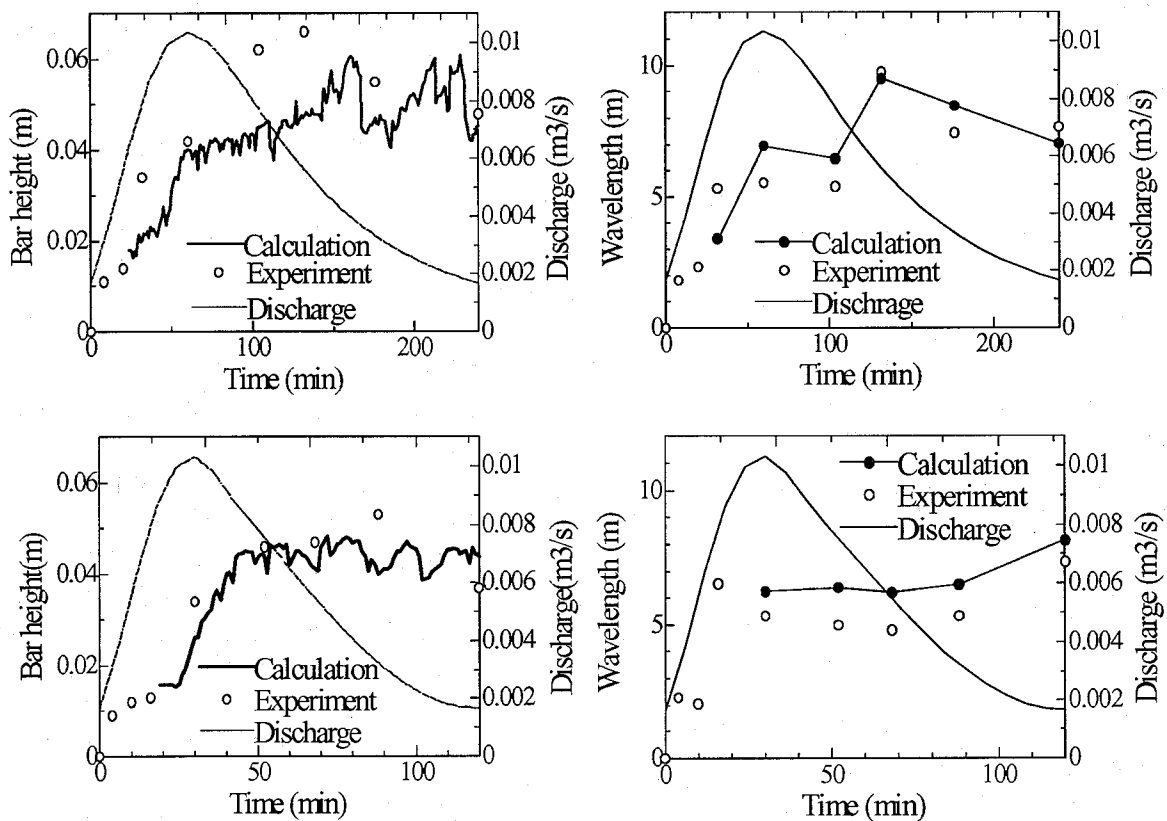


図-2 砂州の平均波高および平均波長の時系列(上: U-30, 下: U-50)

下での砂州形成実験の値を用いた。実験水路は長さ 50m, 幅 0.9m の直線水路で, 粒径 0.76mm の珪砂を勾配が 1/80 になるように敷き詰めて初期河床としている。砂州形成実験のハイドログラフを図-1 に示す。ここで, Q は流量である。本研究では, 図-1 に示すケース U-30 およびケース U-50 を計算対象とした。両ケースとも, 通水開始時および通水終了時の水深は 6mm, ピーク時の水深は 18mm に設定されている。洪水継続時間はケース U-30 では 4 時間, ケース U-50 では 2 時間となっている。

3.2 結果と考察

(1) 計算結果と実験結果の比較

この章では砂州波高, 砂州波長および河床形態の計算結果と実験結果の比較を行う。このとき, 計算は上流端に攪乱を与える方法を用いた。

砂州の平均波高および平均波長の時間変化を図-2 に示す。平均波高は, それぞれの砂州について砂州の前縁線下流端位置を算出し, その位置における横断方向高低差を求め, それらを平均した値であり, 平均波長は前縁線下流端位置から個々の砂州の波長を求め, それらを平均した値である。まず, 砂州波高に着目すると, 計算結果は実験値に非常に近い値が得られた。図-2 を見ると, 砂州波高の最大値がハイドログラフのピークに遅れて現れていることがわかる。これらのケースでは, 砂州波高の最大値は流量が減少段階に入ってから現れ, 流量の時

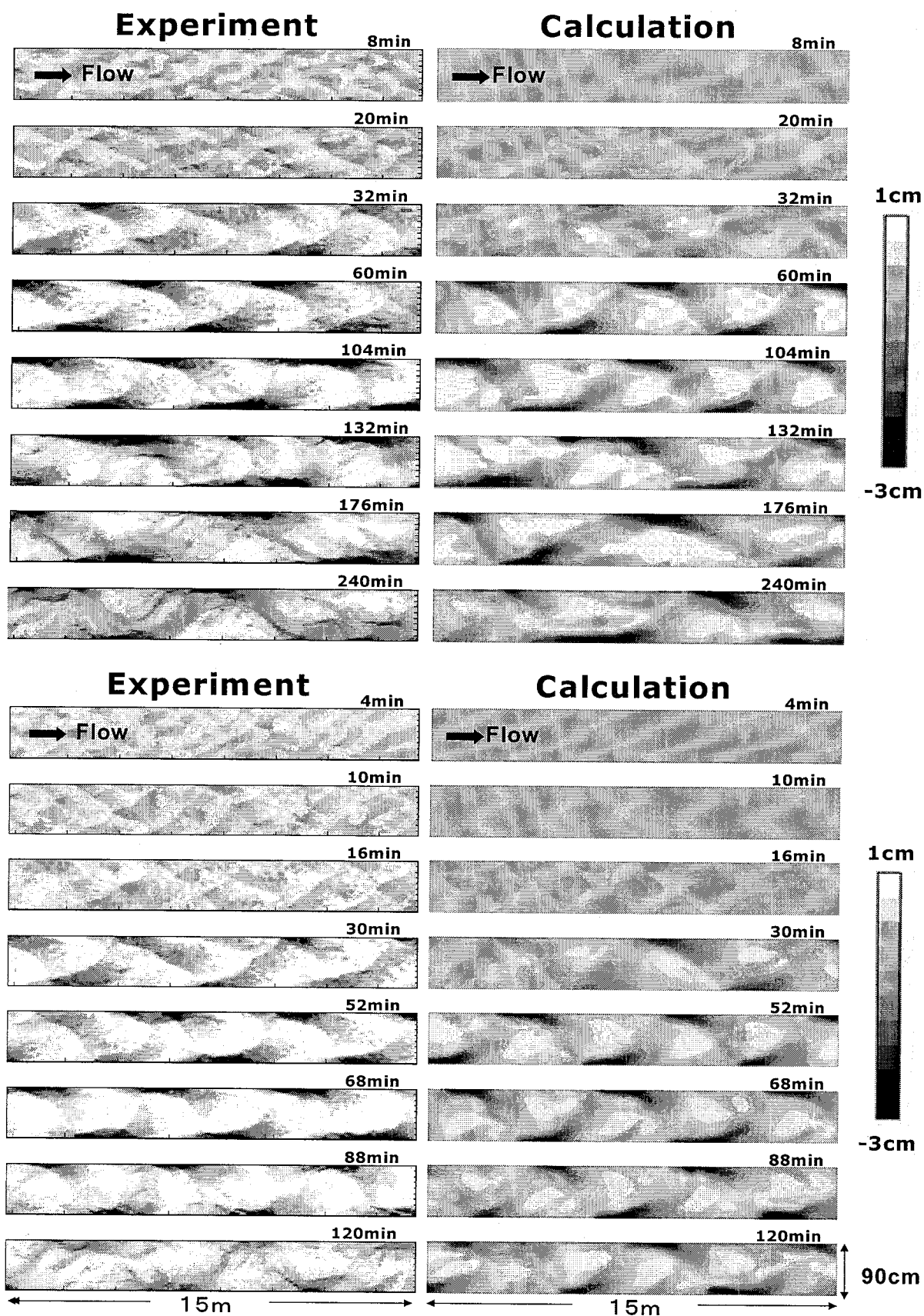


図-3 河床形態の時間変化(上: U-30, 下: U-50)

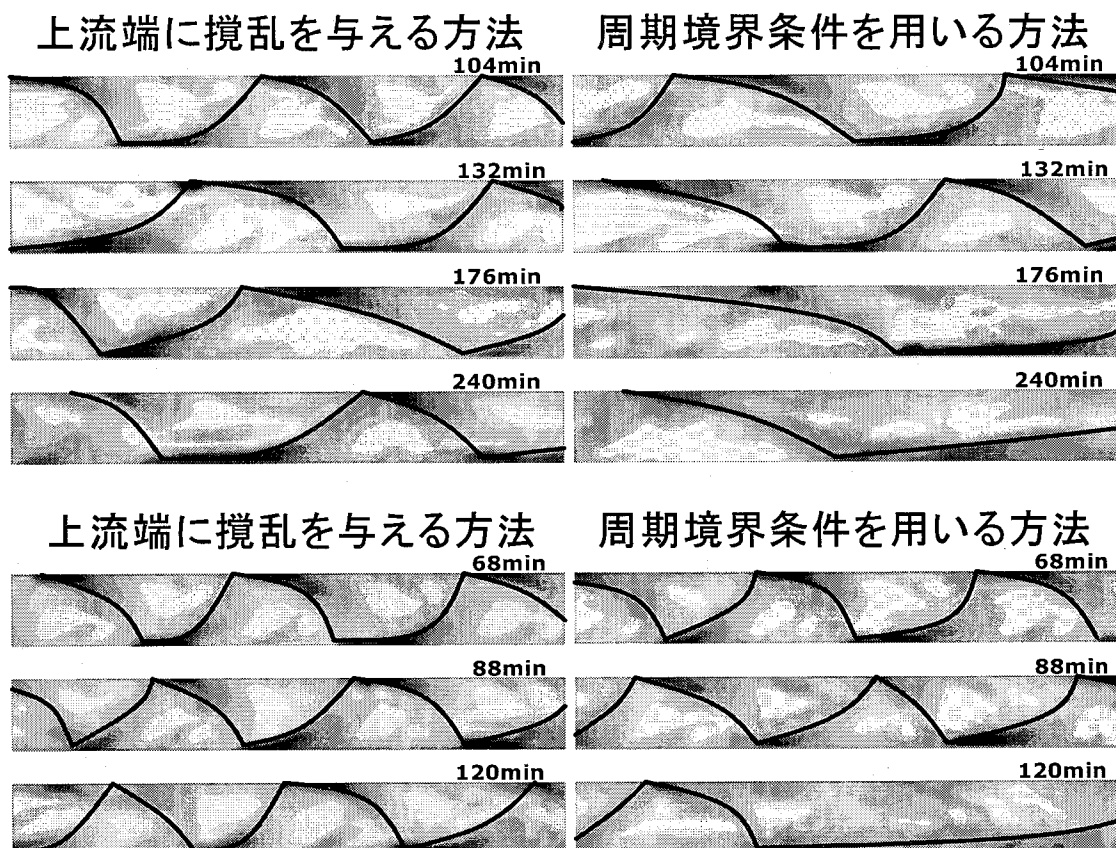


図-4 河床形態の計算方法間での比較(上：U-30，下：U-50)

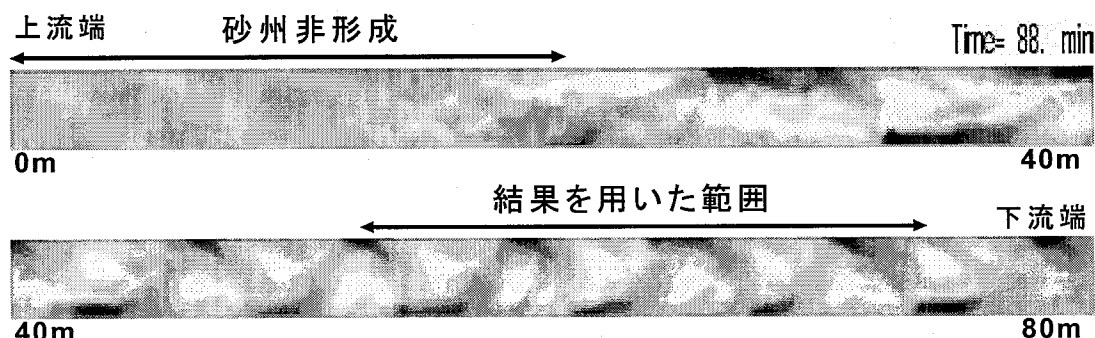


図-5 計算領域全体の河床形態

間変化とは異なった傾向を示した。このことは洪水時の砂州の形成が流れの履歴効果を受けることを示している。一方、砂州波長について見てみると、砂州波高と同様に砂州波長の最大値も流量のピークとずれて現れていることがわかる。砂州波長の大きさは、計算結果のほうが実験結果よりもやや大きくなったが、概ねよい傾向が得られた。図-3にケースU-30およびU-50の河床形態の時間変化を示す。両者を比較すると、両ケースとも、砂州が形成され始める時間が計算結果の方が若干遅れる傾向があることがわかる。数値計算では砂州が形成されるまでに約30分程要している。数値計算では実験に比べ、流れの状態が均一になっているため砂州形成に時間を要すると考えられる。しかしながら、通水開始から30分以降の

河床形態の時間変化は概ね良好な結果が得られた。特に、ケースU-30の通水開始から132分後以降およびU-50の通水開始から88分以降の交互砂州の形状が乱れ、波長が徐々に伸びていく様子もよく再現できている。また、砂州の移動速度についてもよく再現できていることがわかる。

(2) 周期境界条件を用いる場合との比較

ここでは、3.1で示した2つのケースについて、上流端に攪乱を与える方法を用いた場合と周期境界条件を用いて計算した場合との比較を示す。図-4は河床形態の計算方法間での比較を示している。図中の黒線は交互砂州の前縁線を示している。周期境界条件を用いて計算した場

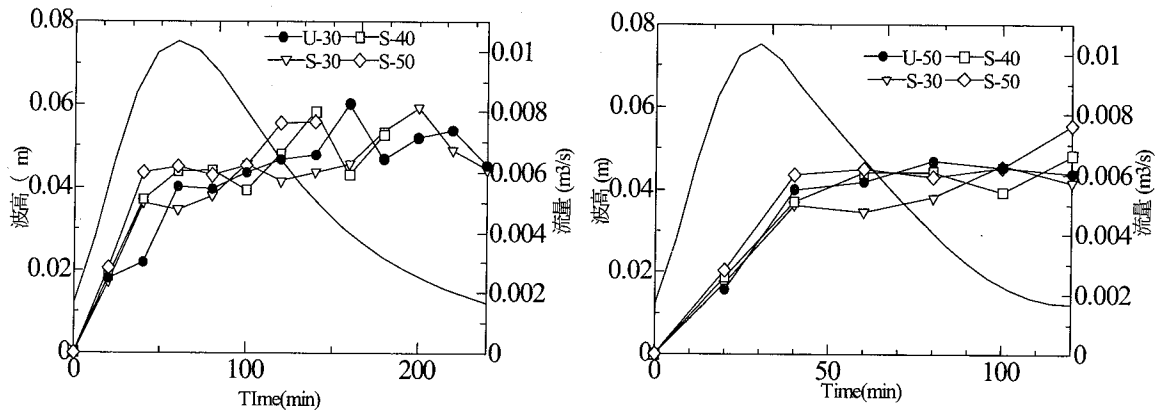


図-6 非定常流および定常流下での砂州の平均波高の時系列(左：U-30，右：U-50)

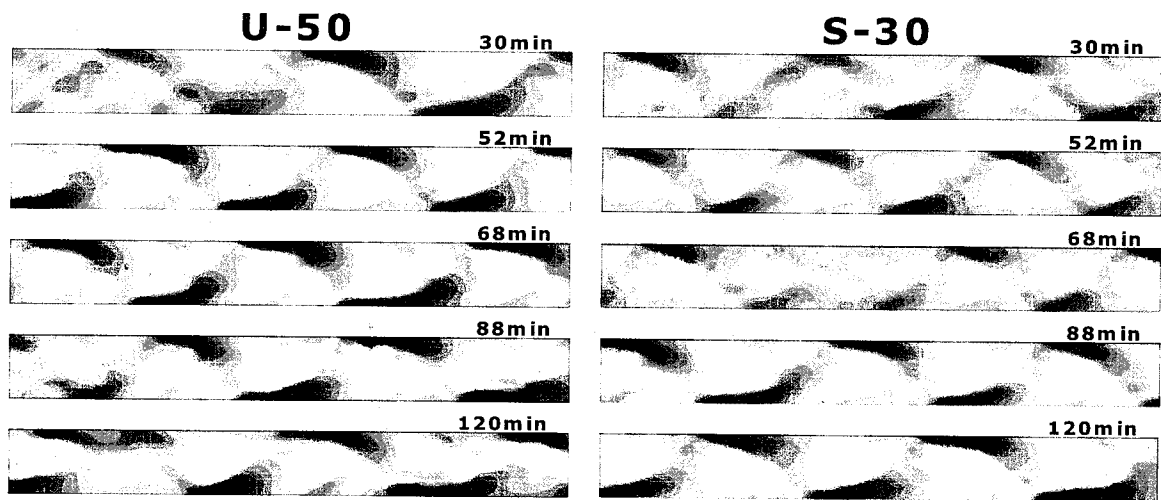


図-7 ケースU-50とケースS-30の河床形態の比較

表-1 定常条件の各ケースの流量

Case	S-30	S-40	S-50
流量 (m³/s)	0.00527	0.0076	0.0103

合、各ケースとも波数の減少によって波長が約2倍ほどに急激に伸びてしまっているのに対し、上流端に攪乱を与える方法で計算した場合は徐々に波長が伸びているのがわかる。この理由として、周期境界条件を用いると、計算領域には整数ペアの砂州しか存在することができないという計算上の制約が考えられる。このため、波数の減少によって波長の急激な変化が起こり、波長の滑らかな変化には対応できない。以上より、周期境界条件を用いる方法は定常条件の砂州の平衡状態を再現するには有効な手段であると考えられるが、非定常流を扱う場合には、流量の変化により波長の変化が起こるので、上流端に攪乱を与える方法のほうが適していると思われる。

一方、上流端に攪乱を与える方法の問題点としては、上流の状況が異なり上流端の影響が下流に現れることが

避けられないため、周期境界条件を用いる方法に比べ、非常に長い計算領域を要することがあげられる。図-5はケースU-50の88分後の上流端に攪乱を与える方法を用いた場合の計算領域全体の河床形態を示したものである。上の図は上流端からその下流40mの地点までの河床形態、下の図は上流端から40mの地点から下流端までの河床形態を示している。このケースの場合、上流端からその下流約30m地点までは交互砂州が形成されておらず、上下流でかなり状況が異なっていることがわかる。水路実験においても上流側に砂州非形成領域があることを考えると、上流端に攪乱を与える方法のほうが、周期境界条件を用いる方法よりも実験条件に近いと考えられる。

(3) 定常条件との比較

図-6に非定常流および定常流下での砂州の平均波高の時系列を示す。図中のS-30からS-50の値は、表-1に示す各ケースそれぞれの流量を定常状態で計算した結果である。定常流の下での砂州波高は100分後くらいまでは大きい流量を設定したものほど大きくなっているが、100分後以降は流量に関わらず0.04m～0.06mほどで安定

しているのがわかる。このように、これらのケースの定常流の下での砂州波高は、砂州の発達に合わせてほぼ一貫して増加し、その後安定するという傾向がある。この結果は Watanabe and Kuwamura⁷⁾が行った定常流の下での砂州形成実験の値とよく一致している。一方、非定常流の下での砂州波高は 3.2 (1) で述べたように流量のピークに遅れて砂州波高の最大値が現れ、その後横ばいかやや減少傾向になっている。しかしながら、砂州波高の大きさは 0.04m~0.06m ほどとなっており定常流下での砂州波高と大きな差は見られなかった。

図-7 にケース U-50 と S-30 の河床形態の比較を示す。U-50 では交互砂州が S-30 に比べ早く形成されているのがわかる。また、砂州波長は U-50 ののほうが若干大きくなっている。88 分後以降の河床形態を見てみると、S-30 では前縁線のはっきりとした交互砂州が形成されているのに対し、U-50 では前縁線の先端が流されて交互砂州の形状が乱れている。これは、ピーク流量付近で形成された交互砂州が流量が減少してくると浮州となり、浮州が形成されると、その周りを水が流れ前縁線の先端が流される。そのため、非定常流の下での砂州波長は流量が減少してくると徐々に大きくなる傾向がある。このように、これらのケースでは流れを非定常として扱うと、砂州波高よりも河床形状が流れの履歴効果を強く受けることがわかった。

4. おわりに

本研究では、洪水を模した非定常流下での交互砂州の再現計算を行った。実験結果との比較を行うことで、本研究で用いたモデルが妥当であることを確認した。特に非定常流で流量が減少段階に入り、交互砂州の波形が乱れていく様子も再現することができた。

また、非定常流下での砂州の挙動は、流れの履歴効果により定常流下での挙動と異なることが数値解析によっても示された。さらに、二種類の砂州の再現計算法を用

いて計算を行い、計算結果を比較することで非定常流を扱う場合、どちらの計算方法が適しているかを示した。

しかしながら、本研究では計算は 2 例に留まっており、流量の変動幅や洪水継続時間の異なる条件での計算を行い、交互砂州が受ける流れの履歴効果について今後更に検討しなければならない。

参考文献

- 1) Tubino, M. : Growth of alternate bars in unsteady flow. *Water Resources Research*, Vol.27, No.1, pp37-52, 1991.
- 2) 三輪浩, 池田香織, 谷和憲 : 正弦波状流量変化による交互砂州の発達・変形過程, 土木学会第 55 回年次学術講演会講演概要集第 2 部, pp.540-541, 2000.
- 3) 渡邊康玄, 佐藤耕治, 大山史晃 : 非定常流の下での砂州形成実験, 水工学論文集第 46 巻, pp725-730, 2002.
- 4) Y. Watanabe and K. Sato : Experimental study on bar formations under unsteady flow conditions, *Proceedings of the International Conference on Fluvial Hydraulics River Flow 2002*, pp813-823, 2002
- 5) 清水康行, 倉林弘志, 藤田睦博 : 複列・網状砂州河道における河床変動計算, 水工論文集第 45 巻, pp.739-745, 2001.
- 6) 寺本敦子, 辻本哲郎 : 砂州を伴う河道の低水路河岸浸食に関する数値解析による研究, 水工学論文集第 47 巻, pp649-654, 2003
- 7) Y. Watanabe, T. Kuwamura : Experimental study on characteristic of double-row bars under unsteady flow, *Proceedings 3rd IAHR Symposium on River Coastal and Estuarine Morphodynamics*, pp113-123, 2003
- 8) 長田信寿, 村本嘉雄, 内倉嘉彦, 細田尚, 矢部昌之, 高田保彦, 岩田通明 : 各種河道条件下における交互砂州の挙動について, 水工学論文集第 43 巻, pp743-748, 1999.

(2006 年 4 月 13 日 受付)