

ビンガム流体を含む非圧縮性多相場の数値解析手法

Numerical predicting method for incompressible multi-phase fields including Bingham fluids

藤田 学*・牛島 省**

Manabu Fujita and Satoru Ushijima

*正会員 ニッセイ情報テクノロジー株式会社 (〒 541-0042 大阪市中央区今橋 3-1-7)

**正会員 工博 京都大学大学院 社会基盤工学専攻助教授 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)

This paper deals with a computational method to predict incompressible multi-phase fields including Bingham fluids. On the basis of MICS (Multiphase Incompressible flow solver with Collocated grid System), a Phase Field Model (PFM) is newly introduced to capture the interface between different fluids. A Cauchy momentum equation and a Bingham model are employed to evaluate the average apparent plastic viscosity in each computational cell. To confirm the validity of this method, it is applied to the falling cylinders in a Bingham fluid. In addition, a dam-break problem consisting of Newtonian and Bingham fluids and the similar problem that includes solid bodies are numerically predicted in the present method. As a result, it was shown that the present method enables us to predict multi-phase fields including Bingham fluids.

Key Words : Bingham fluid, MICS, Phase Field Model, Cauchy momentum equation

1. 序論

フレッシュコンクリート、溶岩流、土石流、印刷インキなどの流体は、せん断応力がある値以下では流動を起こさないが、その値を越えると流動を開始するといわれ、ニュートン流体とは異なる性質がある。このような流体は、ビンガム塑性流体、あるいはビンガム流体といわれる。

ビンガム流体の流動現象を数値的に予測するには、ナビア・ストークス式ではなく、せん断応力項に上記の特性が反映されたコーシーの運動方程式を用いる必要がある。また、土石流や溶岩流などのように、自然界におけるビンガム流体は、内部に固体物質を含んでいたり、またニュートン流体である空気との界面が存在する場合がある。このため、ビンガム流体を含む、多相場の数値解析手法を構築することは重要であると考えられる。

ビンガム流体中に固体粒子を含む固液混相流の計算対象として、固定円柱まわり流れがしばしば取り上げられている。それらの多くの計算例では、解法として有限要素法が用いられ、物体境界に適合するように格子配置が行われている^{1), 2), 3)}。物体境界に適合するように格子を配置した場合には、物体周りの境界条件が適切に考慮できるという利点があるが、運動する複数の物体が流体中に含まれ、それらが互いに接触し合うような複雑な条件となる場合には、格子配置が煩雑になりがちである。特に、粒子が移動する場合を考える

と、各計算ステップごとに粒子の位置にあわせて格子を配置し直さなければならず、計算負荷が大きくなるといったデメリットがある。

一方、空間中に固定されたオイラー格子を用いるビンガム流体の計算例としては、以下のものがある。Kokado⁴⁾は、Marker and Cell 法を用いてビンガム流体を含む気液混相流場の計算を行っており、Hadush⁵⁾は同様の計算を CIP 法を用いて行っている。Hadush⁵⁾による解析は、気液二相流場を対象としたものであるが、CIP 法は、固定オイラー格子上で、固気液多相場の解析を行える手法である。

一方、ニュートン流体を対象とした固気液多相場の解析手法として、MICS (Multiphase Incompressible flow solver with Collocated grid System) が提案されており⁶⁾、3次元自由水面流中において、接触し合う複数の球体運動が適切に再現されることが示されている⁷⁾。本研究では、この解析手法に着目し、MICS をビンガム流体を含む多相場に適用可能な手法に拡張する。著者らは、既報⁷⁾において、2次元 MICS にビンガムモデルを導入することにより、平行平板流れや固定円柱まわりの流れが妥当に計算されることを確認した。本研究では、3次元 MICS (3D MICS) に対してビンガム応力項を用いるコーシーの運動方程式を導入するとともに、Phase Field Model を用いる 3次元計算法を構築する。この解法を円柱の落下、スランプ試験そして 3次元多相場に適用し、その有効性を検討する。

2. 基礎式と数値解法

2.1 ビンガムモデルを用いた基礎式

本論文では、固体粒子を含む、非圧縮性のビンガム流体およびニュートン流体を計算対象にする。固体粒子は剛体と仮定し、流体はいずれも混ざり合わない非圧縮性流体であるとする。3D MICS⁶⁾と同様に、計算対象となる多相場は、最初に物性の異なる非圧縮性流体として扱われ、それらの運動が計算される。その際に、MICSでは計算対象を一流体モデルにより表現する。

このような流体中で用いられる基礎式を以下に示す。流体は非圧縮性流体と仮定しているので、次の非圧縮条件が成り立つ。

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

ここで、 u_i は x_i 方向の流速成分である。運動方程式として、ニュートン流体か、非ニュートン流体であるかに関係なく流体一般に成り立つ Cauchy の運動方程式⁸⁾を用いる。

$$\rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = -\rho \delta_{i2} g - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2)$$

ここで、 ρ は流体の密度、 P は表面張力を考慮した圧力テンソル、 g は重力加速度、 τ_{ij} は応力テンソル τ の i, j 成分、 δ_{i2} は、クロネッカーのデルタである。また、 x_2 は鉛直上方を正に取っている。なお、表面張力を考慮した圧力テンソル P の詳細については後述する。

非ニュートン流体においては、 τ_{ij} は次のように表すことができる。

$$\tau_{ij} = \eta(|\dot{\gamma}|) \dot{\gamma}_{ij} \quad (3)$$

ここで、 $\eta(|\dot{\gamma}|)$ は見かけの粘度、またはせん断依存粘度と呼ばれるものである。 $\dot{\gamma}_{ij}$ と D_{ij} はせん断速度 $\dot{\gamma}$ および変形速度テンソル $\mathbf{D}$ の i, j 成分である。

$$\dot{\gamma}_{ij} = 2D_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (4)$$

また、テンソル $\dot{\gamma}$ の大きさ $|\dot{\gamma}|$ は次式で定義される。

$$|\dot{\gamma}| = \left[\frac{1}{2} \sum_{1 \leq i, j \leq \dim} \dot{\gamma}_{ij}^2 \right]^{1/2} \quad (5)$$

ここで $\dim$ は次元数を表す。 η を一定の値とすると、ニュートン流体と同等の取り扱いとなる。

τ_{ij} をビンガムモデルを用いて表した場合、次式のようになる。

$$\begin{cases} \tau_{ij} = \tau_0 + \eta_p \dot{\gamma}_{ij} & |\tau| \geq \tau_0 \\ \dot{\gamma}_{ij} = 0 & |\tau| < \tau_0 \end{cases} \quad (6)$$

ここで、 τ_0 はビンガム降伏値、 η_p は塑性粘度、 $|\tau|$ は応力テンソルの大きさであり、式 (5) と同様に計算される。

2.2 せん断依存粘度

式 (6) は関数が不連続であるため、セル毎の $\eta(|\dot{\gamma}|)$ を求めるのが難しい。そのため本論文では、Papanastasiou⁹⁾が近似した次式を用いた。

$$\tau_{ij} = \left[\eta_p + \frac{\tau_0}{|\dot{\gamma}|} (1 - e^{-m|\dot{\gamma}|}) \right] \dot{\gamma}_{ij} \quad (7)$$

m は、応力成長指数 (stress growth exponent) と呼ばれるもので、時間の次元を持つ。この m に大きな値を用いれば、ビンガムモデルを精度良く近似することができるが、時間方向に不安定になる。本論文では、このため $m = 1000(\text{s})$ を計算に用いた。

式 (3) と式 (7) を比較すると次式の関係を得ることができる。

$$\eta(|\dot{\gamma}|) = \eta_p + \frac{\tau_0}{|\dot{\gamma}|} (1 - e^{-m|\dot{\gamma}|}) \quad (8)$$

セル内にビンガム流体と粒子が混在する場合において、セル内でのせん断依存粘度は、この値を用いて後述する式 (19) から求める。

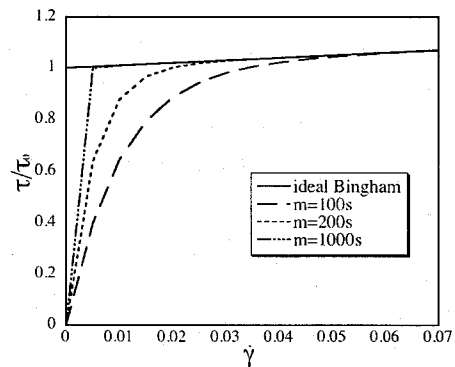


図-1 $\dot{\gamma}$ と τ/τ_0 の関係

2.3 界面追跡手法

本論文では、固定されたオイラー格子上で気液界面を捕捉するために、Phase Field Model (以下 PFM) を用いる。PFM は、急激なトポロジーの変化に対応できる、セル境界フラックス及び表面張力を計算する際に VOF 法¹⁰⁾や MARS 法¹¹⁾のように、複雑な幾何形状を考慮する必要が無いため、コード作成が非常に容易である等^{12),13)}といった利点を有する。本研究では、D.Jacqmin^{14),15)} が用いた PFM の手法に基づき界面の追跡を行うこととする。

2.4 Chan-Hilliard 方程式

PFM では、系の平衡状態での自由エネルギーに、指標関数 C の u_i による移流を考慮した、次式の Chan-Hilliard¹⁶⁾ 方程式を解くことにより、界面の分布を決定する。関係式の詳細および変数の物理的意味については、文献¹⁶⁾を参照されたい。

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u_j \frac{\partial C}{\partial x_j} = \kappa \nabla^2 \frac{\partial F}{\partial C} \quad (9)$$

ここで、 κ は、易動度 (mobility) と呼ばれる任意の正の定数、 F は系の自由エネルギーである。また、 C は、指標関数 (index function) と呼ばれる液相と気相を識別する関数である。系の自由エネルギー F と $\partial F / \partial C$ は、次式のように表される。

$$F = \int \left(\frac{1}{2} \alpha |\nabla C|^2 + \beta \Psi(C) \right) dV \quad (10)$$

$$\frac{\partial F}{\partial C} = \beta \Psi'(C) - \alpha \nabla^2 C \quad (11)$$

ここで、右辺第一項は流体バルクの自由エネルギー、右辺第二項は界面自由エネルギーを表す。また、 α と β は正の定数、 V は系の体積である。第一項中の $\Psi(C)$ は、次式を用いる。

$$\Psi(C) = C^2(C-1)^2 \quad (12)$$

式 (9) の離散化には、移流項と右辺ともに 2 次精度中心差分を用いる。移流項に 2 次精度中心差分を用いた場合には数値振動が生じるが、式 (9) の右辺には、数値振動の抑制と、界面形状を補正する効果¹²⁾があるとされている。一般的に、 κ に大きな値を用いれば、数値振動を効果的に抑制ができるが、時間方向に不安定になる。また、微小振幅波を計算する際には、振動の減衰が大きくなるとされている。 κ は以上のことを考慮し決定しなければならないが、定量的な決定法は特には存在せず、経験的、実験的に値を選定しなければならない。以下の検証計算では、 κ を変化させ、数ステップを試験的に計算し、空間方向に安定になる値の内で、最も小さな値を用いて計算を行った。

2.5 界面分布

$\Psi(C)$ に、式 (12) を用いた場合、指標関数 C の初期分布は、次式で与える。

$$C = \frac{1}{2} \left[\tanh \left(\sqrt{\frac{\beta}{2\alpha}} x \right) + 1 \right] \quad (13)$$

ここで、 x は、 $C = 0.5$ (現実空間での界面の位置) までの距離を表す。

PFM では、界面は一定の厚さを有する。本論文では、式 (13) で $0.05 \leq C \leq 0.95$ となる範囲を界面として取り扱う。その際の、界面厚さ ϵ は次のようになる。

$$\epsilon = 2.0 \sqrt{(2\alpha/\beta)} \tanh^{-1}(0.9) \quad (14)$$

また、表面張力を適切に評価するためには、界面厚さ ϵ は 3.5 メッシュ以上用いることが望ましいとされている。そのため、 α と β に関し、以下のような条件が成り立つ。

$$\alpha/\beta \geq 0.71 \Delta x^2 \quad (15)$$

なお、界面に多くの格子を用いる場合には、それに合わせて、ある程度の格子数を用いて液相を表現しなければ、気液界面を高解像度で表現することができなくなる。

図-2 に、指標関数 C の分布を示す。 α/β が大きくなるにつれ、指標関数 C の勾配は緩やかになり、また、界面厚さが大きくなっていることがわかる。図中の曲線 X, Y, Z は、それぞれ $\alpha/(\beta \Delta x^2)$ が 1.0, 3.0, 6.0 のときの関係を表している。

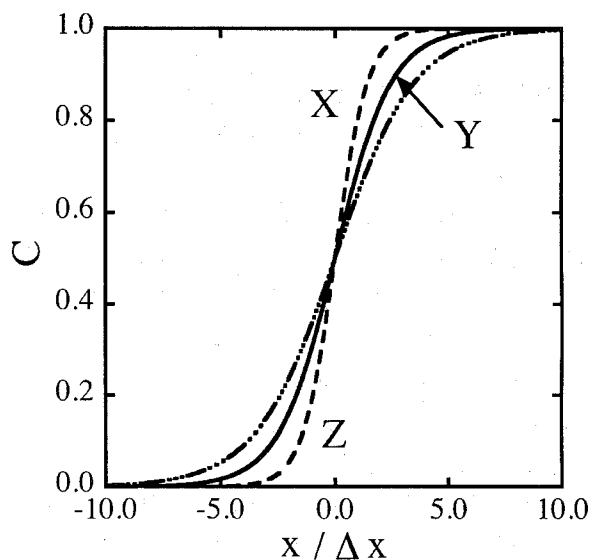


図-2 指標関数 C の分布

2.6 表面張力

コーシーの運動方程式 (2) における表面張力 σ を反映した圧力テンソルは、次式のようになる。

$$P = (P' - \alpha |\nabla C|^2) \mathbf{I} + \alpha \nabla C \otimes \nabla C \quad (16)$$

上式での P' は、界面エネルギー $\alpha |\nabla C|^2$ を加味した実行圧力である。また、 $\alpha |\nabla C|^2 \mathbf{I} - \alpha \nabla C \otimes \nabla C$ は、テンソル形式で記述された表面張力である。

ここで、一方向にのみ密度勾配が存在する流れ場を考える。その際、表面張力 σ は、次のようになる。

$$\sigma = \alpha \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{dC}{dx} \right)^2 dx \quad (17)$$

式(13)を用いて、上式を解くと以下の関係を導くことができる。

$$\sigma = \sqrt{\alpha\beta/18} \quad (18)$$

定数 α と β は、表面張力 σ 及び式(15)の条件から求めることができる。

2.7 流体セルに対する物性値の設定

本論文の計算手法では、多相場を混合しない非圧縮性流体として扱い、一流体モデルを用いる。このため、空間に固定されたオイラー格子から形成される計算セルに混合体としての物性値を設定することが必要になる。

この混合体としての物性値は、各相の体積平均として表現され、計算セル内の物性値 ψ を次式で定める。

$$\psi = (1.0 - \sum_{P_k \in C} \alpha_k) \psi_f + \sum_{P_k \in C} \alpha_k \psi_{pk} \quad (19)$$

ここで、 α_k は、セル C 内の粒子 P_k の体積割合、 ψ_f は流体の物性値、 ψ_{pk} は粒子 P_k の物性値を表す。物性値としては、セル内の密度とせん断依存粘度を式(19)により定める。

なお、混合体の中で粒子が占める領域では、粘性係数を無限大とするべきであるが、計算を安定に行うため、流体計算の段階では粒子部分の粘性係数を0とし、粒子運動の計算の後に粒子領域内の速度が剛体運動となるよう調整することとしている。

式(19)により物性値を設定するためには、計算セル内に占める物体の体積割合 α_k を求める必要がある。本研究では、物体形状は2次元計算では円柱、3次元計算では球体とする。これらの物体位置が時間とともに変化すると、計算セルに含有される物体部分の体積を求めるのは煩雑となる。このため、サブセル法⁶⁾に基づいて α_k を評価することとした。

サブセル法では、図-3に概略的に示されるように、計算セルに含まれる球体の一部の領域の体積を求める際に、1つのセルを複数のサブセルに分割し、そのサブセルの数をカウントすることにより体積を推定する方法を取る。最初に、物体重心が含まれるセル番号を取得し、物体の長径等を利用して、物体内に含まれる可能性のあるセル範囲を把握する。次に、この範囲内にあるセルに対して、セルの8頂点すべてが物体領域内に含まれる場合はそのセルが物体内部にあり、全く

含まれない場合には領域外にあると近似する。それ以外の場合には、セルを M_1^3 個のサブセルに分割し、サブセルの中心が物体領域に含まれるかどうかでサブセルが物体内部にあるかどうかを判定する。

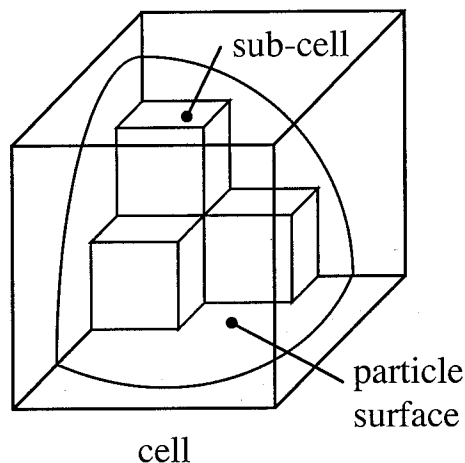


図-3 サブセル法による物体体積の評価

上記の方法はセル内に含まれる物体体積を近似的に算出する方法であるが、サブセルの分割数 M_1^3 を大きくするか、あるいはサブセルをさらに $M_2^3, \dots, M_k^3$ 個のサブセルに分割する手順を k 回繰り返すことにより、近似精度を高めることができる。

各方向の計算セル幅を等しく Δ とするとき、物体を球体として、その径 d に対して $d/\Delta = 8$ とし、 M_1 を変化させたときの球体体積の近似誤差の算出例⁶⁾を表-1に示す。この誤差は、真の球体体積で正規化された値である。この結果から、サブセル法を用いて適当な M_1 を設定することで、十分な精度で計算セルに含有される物体体積を推定できることが示される。

表-1 サブセル法による球体体積の近似誤差 ($d/\Delta = 8$)

M_1	誤差
1	4.4×10^{-2}
2	1.5×10^{-2}
4	5.8×10^{-3}
8	8.6×10^{-4}

一方、流体領域には、ビンガム流体とニュートン流体が共存する場合も考慮して、流体の物性値 ψ_f は、以下のように設定する¹⁷⁾。まず、密度 ρ_f に関しては次式のようにする。

$$\begin{aligned}
\rho_f &= \rho_n & (C < C_n) \\
\rho_f &= \rho_b & (C > C_b) \\
\rho_f &= \frac{\rho_b + \rho_n}{2} + \frac{\rho_b - \rho_n}{2} \cdot \sin\left(\frac{C - (C_b + C_n)/2}{C_b - C_n}\pi\right) & (\text{else})
\end{aligned} \tag{20}$$

ここで、 ρ_n と ρ_b はそれぞれニュートン流体とビンガム流体の密度、 C_n と C_b は、各流体を識別するためのしきい値である。計算では、 $C_n = 0.05$ および $C_b = 0.95$ とした。塑性粘度 η_f は、密度 ρ_f の関数として表される。

$$\eta_f = \eta_n + \frac{\eta_b - \eta_n}{\rho_b - \rho_n}(\rho_f - \rho_n) \tag{21}$$

η_n と η_b はそれぞれニュートン流体とビンガム流体の塑性粘度である。ビンガム流体を取り扱う場合の η_b は、式 (8) から算定する。

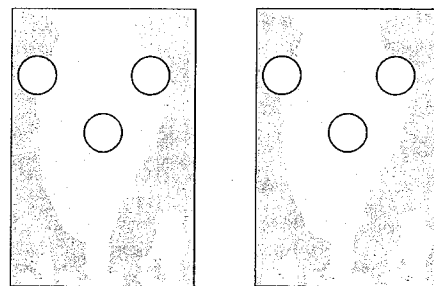
3. 計算手法の検証

3.1 円柱の落下

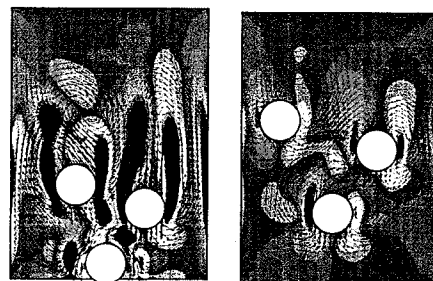
本計算手法を用いて容器内に配置した3個の円柱の落下運動の計算を行う。容器の大きさは、横1.0m、縦1.5mとする。流体の密度 ρ_l と塑性粘度 η_p をそれぞれ $1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 、 1.0 kg/ms とし、円柱の直径 D と密度は、 0.2 m 、 $1.2 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ とした。移流項の離散化には、TVD-MUSCL法¹⁸⁾を用いた。ニュートン流体とビンガム流体中での円柱の運動の違いを確認するため、 τ_0 を 0.0 Pa および 20.0 Pa とした2条件の計算を行った。

図-4は、 $t = 0.0 \text{ (s)}$ から $t = 3.0 \text{ (s)}$ までの流速ベクトルと渦度コンターを示したものである。図-4の図の左側はニュートン流体の計算結果を、図の右側はビンガム流体の計算結果を示している。

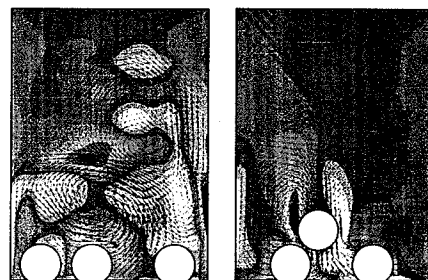
図-4の結果からビンガム流体では、ニュートン流体の計算結果と比べて、円柱の落下速度が遅いことがわかる。また、円柱の落下により発生する渦の発達もビンガム流体では抑制される傾向があり、円柱が底面に到達した後は、ビンガム流体では比較的早い段階で渦が消失していることがわかる。これは、ニュートン流体の場合と比較すると、ビンガム流体の応力項が卓越しているためであり、妥当な計算結果が得られていると考えられる。



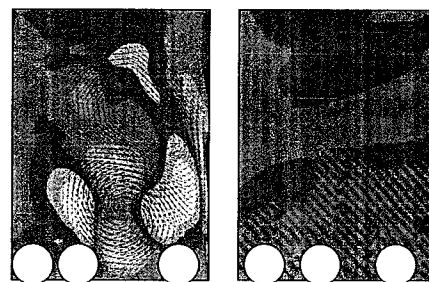
(a) $t = 0.0 \text{ (s)}$



(b) $t = 1.0 \text{ (s)}$



(c) $t = 2.0 \text{ (s)}$



(d) $t = 3.0 \text{ (s)}$

図-4 複数の円柱が流体中を自由落下するときの計算結果 (各図の左がニュートン流体、右がビンガム流体)

3.2 スランプ試験

提案された計算手法のビンガム塑性流体への適用性を検証するため、図-5 に示すような初期形状を与えた流体が時間とともに変形する過程を計算する。この計算対象は、実現象ではスランプ試験やビンガム流体によるダムブレイク問題に相当する。図-5 中の X 、 H と L は、それぞれ、4.8m、0.98m および 0.5m である。なお、 $x = 0$ の境界面に対象条件を課すことにより、計算対象領域は $x \geq 0$ の部分のみとする。その他の境界面では、no-slip 条件を用いる。計算に使用した格子数は 64×32 である。

計算条件として、ビンガム塑性流体の密度を $1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 、塑性粘度 $1.0 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ 、空気の密度を 1.0 kg/m^3 、粘性係数を $2.25 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ 、重力加速度を 10.0 kg/m^2 とし、無次元降伏応力 $\tau'_0 = \tau_0 / (\rho_l g H)$ をいくつか変化させた計算を行った。また、 $\alpha/\beta = 0.8 \Delta x^2 = 1.125 \times 10^{-3}$ (界面厚さ $\epsilon = 3.72 \Delta x = 0.14$) とし、易動度は $\kappa = 0.07$ とした。なお、表面張力の影響が重力に比べて十分小さくなるように、 $\sigma = 1.0 \times 10^{-3}$ としている。移流項の離散化には、TVD-MUSCL 法¹⁸⁾を用いた。

図-7 は、本計算で得られた結果と、N.Pashias and D.V.Boger のジルコニアと赤土を用いたスランプ試験の結果¹⁹⁾を無次元降伏応力 $\tau'_0 = \tau_0 / (\rho_l g H)$ と無次元スランプ高さ $z' = z/H$ に関して比較したものである。ここでスランプ高さ z は、図-6 に示すような、初期高さ H と最終的な計算結果における $x = 0$ での流体の高さの差である。 $\tau'_0 = 0.15$ 付近までの計算結果は、N.Pashias and D.V.Boger の結果より大きな値となっている。しかし、それより降伏応力が大きい範囲では、おおむね両者は一致している。

なお、比較の対象としたスランプ試験ではビンガム流体をつめた容器を引き上げる時に、容器と流体との間に摩擦が生じるが、計算ではその影響を考慮していないので、両者の相違が生じた原因の一つはこの影響にあると考えられる。

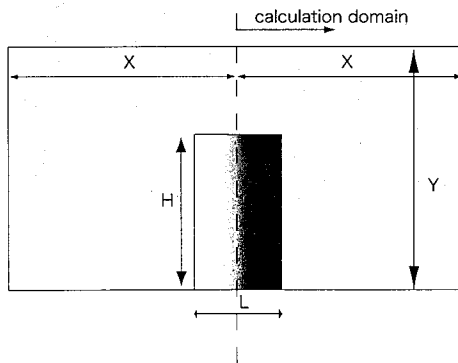


図-5 計算領域

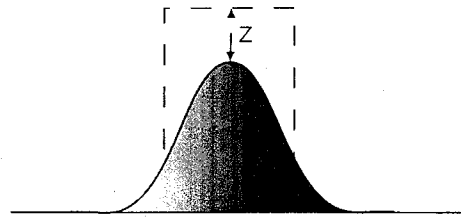


図-6 計算領域

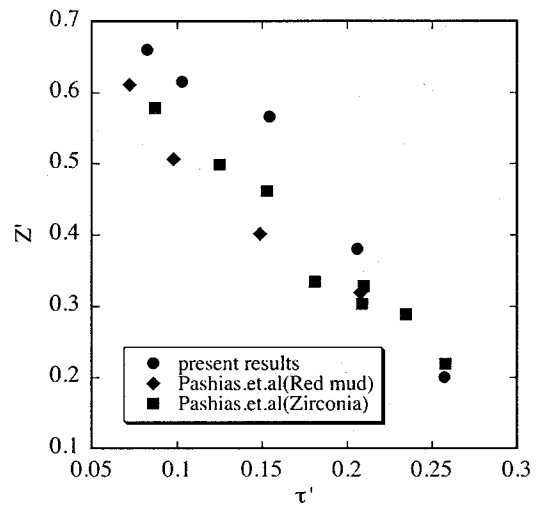


図-7 スランプ高さの比較 (横軸 $\tau'_0 = \tau_0 / (\rho_l g H)$, 縦軸 $z' = z/H$)

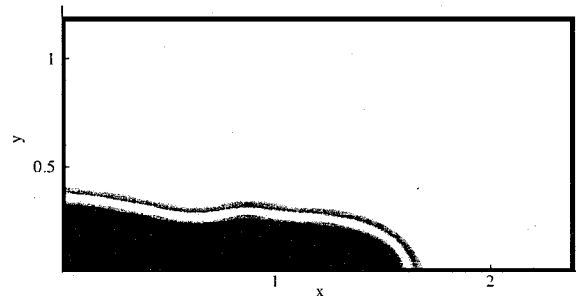


図-8 $\tau'_0 = 0.1$ での指標関数 C のコンター

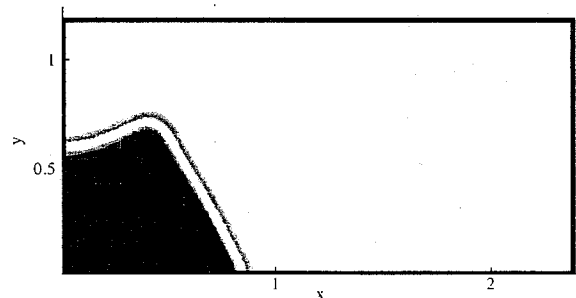
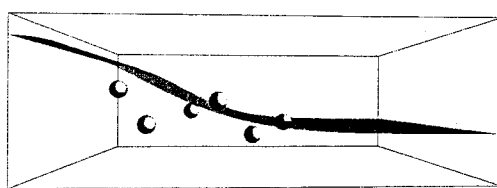
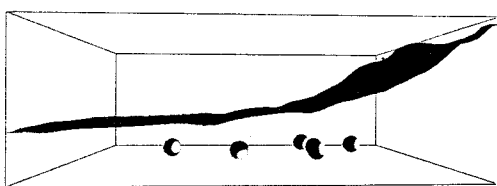


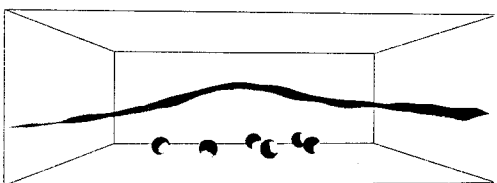
図-9 $\tau'_0 = 0.2$ での指標関数 C のコンター



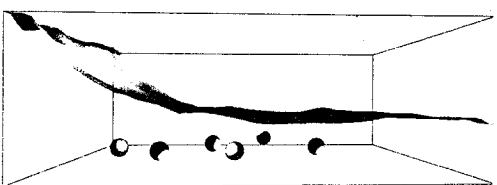
(a) $t = 0.0(\text{s})$



(b) $t = 1.0(\text{s})$

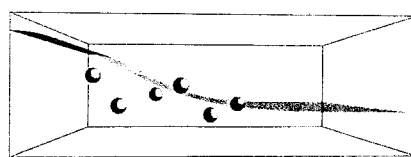


(c) $t = 1.5(\text{s})$

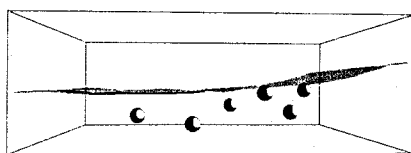


(d) $t = 2.0(\text{s})$

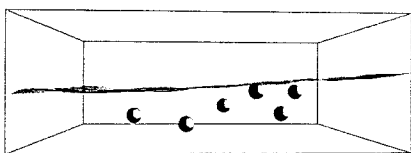
図-10 ニュートン流体の界面と粒子の分布



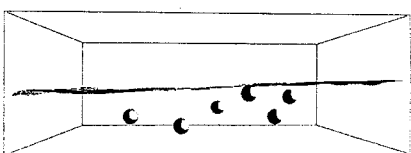
(a) $t = 0.0(\text{s})$



(b) $t = 1.0(\text{s})$



(c) $t = 1.5(\text{s})$



(d) $t = 2.0(\text{s})$

図-11 ビンガム流体の界面と粒子の分布

3.3 3次元混相場の計算

本計算手法を、3次元固気液多相場に適用する。計算対象は、ニュートン流体である気体と、球体を含んだ液相であるビンガム流体が共存する場である。計算領域には、上層に気体、下層にビンガム流体があり、ビンガム流体内にランダムに配置された6つの球体が存在している。初期条件として、ビンガム流体に空間的に液位差を設け、その後の各相の挙動を計算した。

計算領域の大きさは、横1.5m、奥行き1m、高さ0.5mである。使用した計算格子数は $45 \times 30 \times 15$ である。計算条件として、ビンガム流体の密度は $\rho_l = 1.0 \times 10^3 (\text{kg/m}^3)$ 、塑性粘度は $\eta = 1.0 (\text{Pa}\cdot\text{s})$ 、気体の密度は $\rho_a = 1.0 (\text{kg/m}^3)$ 、粘性係数は $\mu_a = 2.25 \times 10^{-5} (\text{Pa}\cdot\text{s})$ 、表面張力は $1.0 \times 10^{-3} (\text{N/m}^2)$ とした。球体の直径は、 $D = 6.0 \times 10^{-2} \text{m}$ 、密度は $\rho_p = 1.2 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ である。また、 $\alpha/\beta = 0.8\Delta x^2 = 8.89 \times 10^{-4}$ (界面厚さ $\epsilon = 3.72\Delta x = 0.124$)とし、易動度は $\kappa = 0.062$ とした。

計算では、移流項にTVD-MUSCL法を用いた。また、球体の接触力や流体力の評価、また運動方程式の計算方法については、既往のMICS⁶⁾と同様にした。

以上の条件で、 $\tau_0 = 0.0 (\text{Pa})$ と $\tau_0 = 50.0 (\text{Pa})$ という2つの値を用いる計算を行った。図-10と図-11に、それぞれ $\tau_0 = 0.0 (\text{Pa})$ と $\tau_0 = 50.0 (\text{Pa})$ の計算結果を示す。 $\tau_0 = 0.0 (\text{Pa})$ の計算結果と比較して、 $\tau_0 = 50.0 (\text{Pa})$ とする場合には、気液界面の変動は、比較的早く減衰し、粒子運動は、気液界面の変動と共に静止状態に近づく。粒子の運動は、 $t = 1.5 (\text{s})$ あたりから、ほとんどなくなる。実現象においても、流体より密度の大きなコンクリート内の粗骨材や、土石流中の岩石が流体内部で停止している状況が観察できることから、現時点では定性的な評価にとどまるが、本手法によりビンガム流体を含む固気液多相場の挙動を予測できる可能性があることが示された。

4. 結言

本論文では、ビンガム流体を含む3次元固気液多相場の挙動を予測する計算手法について検討を加えた。3D MICSをベースとする計算手法に、ビンガム応力項を用いるコーシーの運動方程式を導入するとともに、Phase Field Modelを用いる3次元計算法を提案した。円柱の落下、スランプ試験、そして3次元多相場の計算を行い、その有効性を確認した。

参考文献

- 1) Th.zisis and E.Mitsoulis. viscoplastic flow around a cylinder kept between parallel plates. *J.Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 105, pp. 1–20, 2002.
- 2) Nicolas Roquet and Pierre Saramito. An adaptive finite element method for bingham fluid flows around a cylinder. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, Vol. 192, pp. 3317–3341, 2003.
- 3) D.Vola, L.Boscardin, and J.C.Latche. Laminar unsteady flows of bingham fluids: a numerical strategy and benchmark results. *J.Comput.Phys.*, Vol. 187, pp. 441–456, 2003.
- 4) T.Kokado, T.Hosoda, T.Miyagawa, and M.Fujii. Study on a method of obtaining yield values of fresh concrete from slump flow test. *Concrete Library of JSCE*, Vol. 32, pp. 29–42, 12 1998.
- 5) S.Hadush, A.Yashima, R.Uzuoka, S.Moriguchi, and K.Sawada. Liquefaction induced lateral spread analysis using the CIP method. *computers and geotechnics*, Vol. 28, pp. 549–574, 2001.
- 6) 牛島 省, 山田 修三, 藤岡 奨, 瀬津 家久. 3次元自由水面流れによる物体輸送の数値解法 (3D MICS) の提案と適用性の検討. 土木学会論文集, Vol. 810/II-74, pp. 79–89, 2006.
- 7) 藤田学, 牛島省. 固体粒子を含むビンガム塑性流体の数値解析手法の提案. 水工学論文集, Vol. 50, pp. 745–750, 2006.
- 8) 中村喜代治. 非ニュートン力学. コロナ社, 1997.
- 9) T. C. Papanastasiou. Flows of materials with yield. *J. Rheol.*, Vol. 31, pp. 385–404, 1986.
- 10) C. W. Hirt and B. D. Nichols. Volume of fluid (vof) method for the dynamics of free boundary. *J. Comput. Phys.*, Vol. 39, pp. 201–226, 1981.
- 11) 功刀資彰. 自由界面を含む多相流の直接数値解析法. 日本機械学会論文集 B 編, Vol. 63, No. 609, pp. 1576–1584, 1997.
- 12) 高田尚樹, 富山明男. PHASE-FIELD MODEL に基づく二相流数値計算手法. 日本機械学会論文集 (B 編), Vol. 71, No. 701, pp. 117–124, 2005.
- 13) 高田尚樹, 三澤雅樹. 二相流界面追跡シュミレーションのためのフェーズフィールドモデルと格子ボルツマンスキームの検討. 第18回数値流体力学シンポジウム, 2004.
- 14) D. Jacqmin. Calculation of two-phase navier-stokes flows using phase-field modeling. *J.Comput.Phys.*, Vol. 155, pp. 96–127, 1999.
- 15) D. Jacqmin. Contact-line dynamics of a diffuse fluid interface. *J.Fluid.Mech.*, Vol. 402, pp. 57–88, 2000.
- 16) J.W.Cahn and J.E.Hilliard. Free energy of a nonuniform system.I.Interfacial free energy. *J.Chemical Physics*, Vol. 28, No. 2, pp. 258–267, 1958.
- 17) T.Inamuro, T.Ogata, S.Tajima, and N.Konishi. A lattice Boltzmann method for incompressible two-phase flows with large density differences. *J.Comput.Phys.*, Vol. 198, pp. 628–644, 2004.
- 18) B. van Leer. Towards the ultimate conservative difference scheme, V. A second order sequel to Godunov's method. *J. Comput. Phys.*, Vol. 32, pp. 101–136, 1979.
- 19) N.Pahias and D.V.Boger. A fifty cent rheometer for yield stress measurement. *J.Rheol.*, Vol. 40, pp. 1179–1189, 1996.

(2006年4月13日 受付)

- 1) Th.zisis and E.Mitsoulis. viscoplastic flow around a cylinder kept between parallel plates. *J.Non-*