

断面辺長比4の矩形周辺流れのフィードバック制御

Feedback Control of the Flow around a Rectangular Cylinder with Side Ratio of 4

比江島慎二*, 三好直**, 野村卓史***

Shinji HIEJIMA, Ataru MIYOSHI, Takashi NOMURA

*正会員 工博 岡山大学助教授 環境学研究科資源循環学専攻 (〒700-8530 岡山県岡山市津島中3-1-1)

** 学生会員 岡山大学大学院 環境学研究科資源循環学専攻 (〒700-8530 岡山県岡山市津島中3-1-1)

***正会員 工博 日本大学教授 理工学部土木工学科 (〒101-8308 東京都千代田区神田駿河台1-8-14)

A feedback control technique of vortex shedding behind a rectangular cylinder is investigated through numerical simulations. Periodic velocity excitation is applied from the leading edge of the cylinder to the separated shear flows with a time delay and feedback gain for the fluid velocity at a downstream monitoring location. It is shown that the increase of the feedback gain causes drastic changes of the vortex shedding, while the time delay does not have significant effects on the vortex shedding control. However, the vortex shedding can not be suppressed absolutely even if higher feedback gain is applied. This is because the vortex shedding mechanism is changed by the feedback amplification mechanism between the excitation point at the leading edge and the downstream monitoring point.

Key Words: feedback control, rectangular cylinder, velocity excitation, vortex shedding

1. はじめに

風などの流体中におかれた構造物周辺では周期的な渦が放出され、その変動流体力に起因して渦励振や空力音^{1)~4)}が発生することがある。これらの振動や騒音は、疲労破壊などの構造物への悪影響や身近な生活環境の中で心理的な不快感を与えるなどの問題を引き起こす。近年の構造物の高層化・長大化、交通機関の高速化などによりその発生頻度が増えつつある。

流れによる振動・騒音の原因となる物体周辺の周期渦に対し、その発生源である剥離流れを能動的な搅乱により変化させる手法^{5)~15)}は、小さな制御エネルギーで効率的に周期渦を抑制できる可能性がある。特に、周期渦に起因する物体周辺の流れの変動を常に監視しながらその変動のフィードバックにより制御搅乱を発生させる手法¹⁶⁾¹⁷⁾は、簡易な方法であるが高い制御効果が期待できる。このようなフィードバック制御法の1つとして、円柱後流の流速変動のフィードバックにより、円柱表面上から周期的な制御搅乱を発生させる手法に関する数値シミュレーション^{18)~21)}によれば、円柱後流の周期渦に対する極めて高い制御効果が報告されている。

野村らは円柱の場合^{18)~21)}と同様なフィードバック制御法を断面辺長比 $B/D = 2$ (B は矩形断面の流れ方向の辺長, D は流れと直角方向の辺長) の比較的辺長比の小さい矩形柱の渦励振に適用し、応答振幅を効率的に低減できることを風洞実験により報告している²²⁾。矩形断面の周辺流れは、矩形前縁の剥離せん断層の不安定性に起因する渦放出と後縁付近の後流の不安定性に起因する渦放出の2つの渦放出機構が存在し、それらの渦が複雑に挙動する。特に、より偏平な断面形状である辺長比 $B/D =$

4 の矩形断面周辺流れは、この2種類の渦の放出周波数が近接し、互いに干渉する可能性が指摘されている²³⁾。また、その他にも工学的に興味深い様々な性状^{24)~32)}を有する辺長比である。そこで本研究では、円柱断面周辺流れに適用^{18)~21)}したのと同様なフィードバック渦制御法を辺長比 $B/D = 4$ の静止した矩形断面周辺流れに適用し、周期渦に対する制御効果や制御特性について数値流体解析により検討する。また、円柱断面との制御効果の違いについても検証する。

2. 数値解析方法

2.1 矩形周辺流れの有限要素解析

図-1に解析対象とする辺長比 $B/D = 4$ の矩形断面まわりの流れ場の有限要素メッシュ分割を示す。レイノルズ数 $Re = UD/\nu = 500$ (U は流入流速) の流れとし、矩形表面に接する最小メッシュ厚 0.0028D、奥行き方向には層厚 0.0028D で2層分割した総要素数 38300 の3次元有限要素解析を行った。奥行き方向は非常に薄いため、ほぼ2次元的な流れになっていると思われる。境界条件は、流入境界を一様流速、流出境界をトラクションフリー、側面境界をスリップ、矩形表面をすべりなしとした。

非圧縮の Navier-Stokes 方程式および連続条件式を流速 trilinear、圧力一定の六面体混合補間要素を用いて SUPG (Streamline Upwind/Petrov-Galerkin) 法³³⁾により離散化し、無次元時間刻み 0.0005 で時間積分した。フィードバック搅乱を付加しないときの流れ解析では、ストローハル数 $St = 0.14$ 、揚力係数 C_L の標準偏差 1.30 となり、既往の実験や数値シミュレーション^{25)~28)}に近い値が得られている。

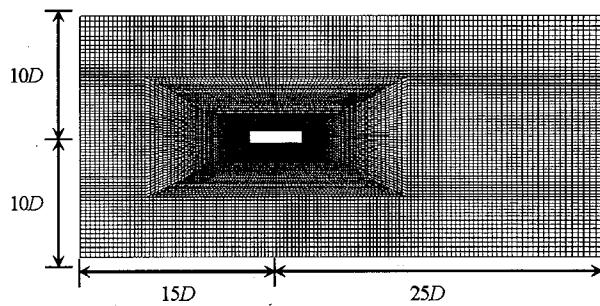


図-1 有限要素メッシュ分割

2.2 フィードバック制御搅乱

矩形断面まわりの流れでは、前縁からの剥離せん断層の不安定性に起因する渦放出と後縁付近の後流の不安定性に起因する渦放出の2つの渦放出メカニズムが存在する。特に、辺長比 $B/D = 4$ の矩形断面では、両者の渦放出周波数が接近した値となることが知られている²³⁾。本解析では、前縁からの剥離せん断層をフィードバック制御搅乱により刺激することによって、これらの周期渦の制御を試みた。

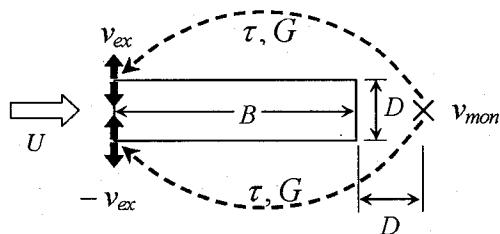


図-2 フィードバック制御搅乱

図-2 に示すように、前縁エッジに2つの搅乱点、矩形下流端から下流方向へ距離 D の位置に1つの監視点を設け、監視点における鉛直方向流速 v_{mon} に時間遅れ τ および制御ゲイン G を与えて搅乱点にフィードバックする。具体的には、解析で得られた監視点流速の時刻歴を過去にさかのぼって記憶しておき、現在より τ 時間前の監視点流速に G を乗じたものを現時刻の搅乱流速 v_{ex} とする。また、搅乱が吹き出しの時を正、吸い込みの時を負とするとき、上側搅乱点の流速を v_{ex} 、下側搅乱点の流速 $-v_{ex}$ とすることにより常に逆対称搅乱を発生させる。

なお、解析において搅乱流速は物体表面節点上の流速境界条件として取り扱う。また、奥行き方向の3つのメッシュ分割面のそれぞれに監視点1つと搅乱点2つの組み合わせを設定し、監視点と搅乱点の間のフィードバックはそれぞれの分割面ごとに独立に行う。

3. 数値解析結果

3.1 搅乱の時間遅れと制御ゲインの影響

いくつかの制御ゲインのもとで時間遅れ τ を $0.0 \leq \tau$

$\leq 0.9T_t$ の範囲で変化させたときの制御効果について解析した。ここで、 T_t は時刻 t における監視点流速の周期である。以前の円柱まわりの流れの制御解析^{18)~21)}では周期渦の制御とともに渦放出周期が変化する現象が見られたため、周期渦変動に対して常に一定の位相差を有する制御搅乱を発生させるために、周期 T_t を1周期ごとに更新する処理を行った。本解析でも同様に、監視点流速が負から正に変わるとときの時刻を基点時刻として、現時刻に最も近い過去の基点時刻とさらにその1つ前の基点時刻の差で周期 T_t を定義する(図-3)。

周期渦により矩形断面に作用する変動揚力係数 C_L の標準偏差を図-4に示す。 $G = 2.0$ のときは、搅乱なしの C_L の標準偏差 1.30 に対して最大で1割程度の低減効果しか得られないが、強い制御ゲイン $G = 2.5$ のもとでは5割程度の高い制御効果が得られている。 τ による変化については、 $G = 2.5$ のときには C_L の標準偏差値が多少直線的に変化する傾向が見られるものの、いずれも τ の違いによる C_L の標準偏差の変化はわずかである。以前の円柱断面まわりの流れの制御解析^{18)~21)}では、揚力変動に対する低減効果が高い τ の明確な最適値が存在したが、矩形断面の場合はそのような最適値の存在は見られなかつた。また、円柱断面の場合には逆にフィードバック增幅効果により周期渦が強まり揚力変動が増幅する τ が存在したが、矩形断面の場合には明らかにフィードバック増幅と思われるケースは見られなかつた。

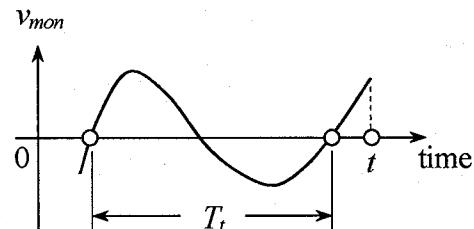


図-3 周期 T_t の算出方法

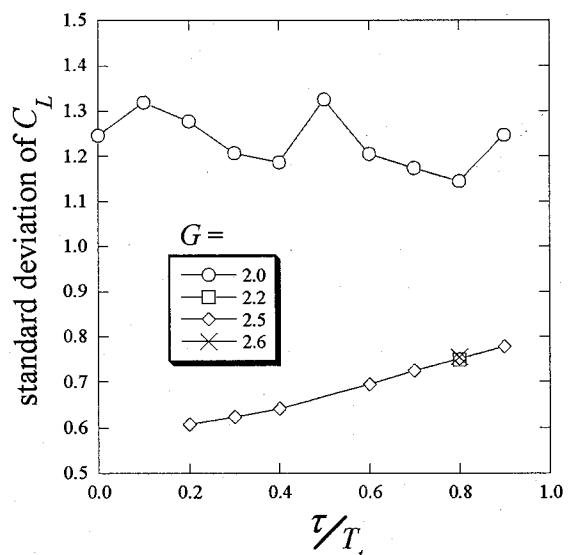


図-4 時間遅れ τ と制御ゲイン G による揚力変動の変化

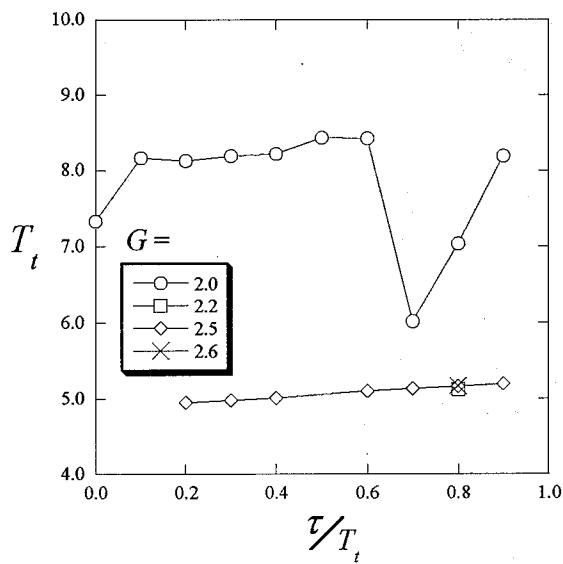


図-5 時間遅れ τ と制御ゲイン G による周期 T_t の変化

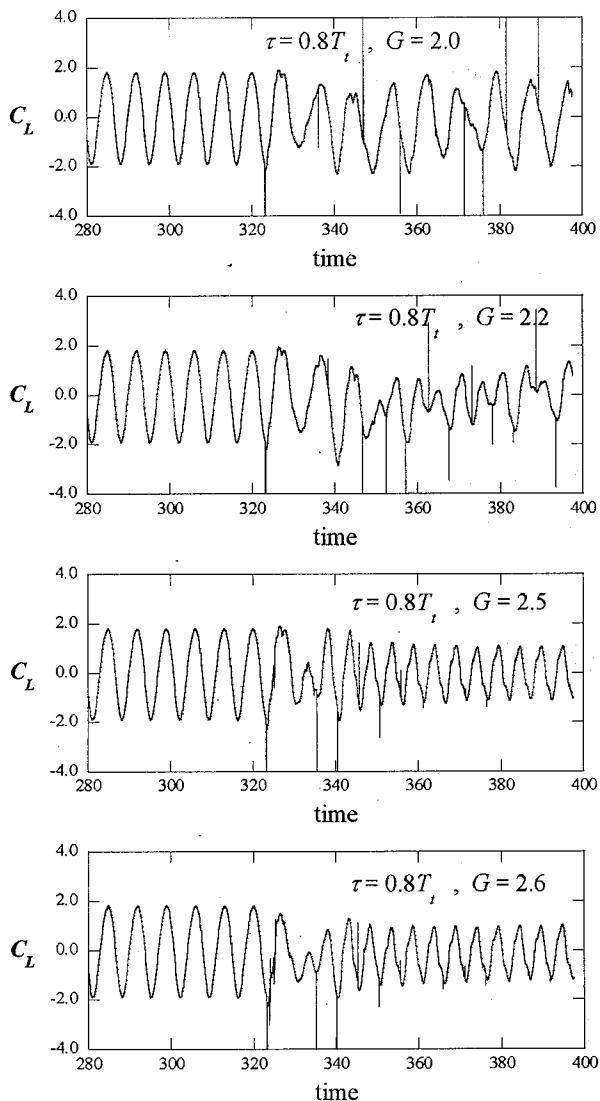


図-6 変動揚力係数 C_L の時刻歴

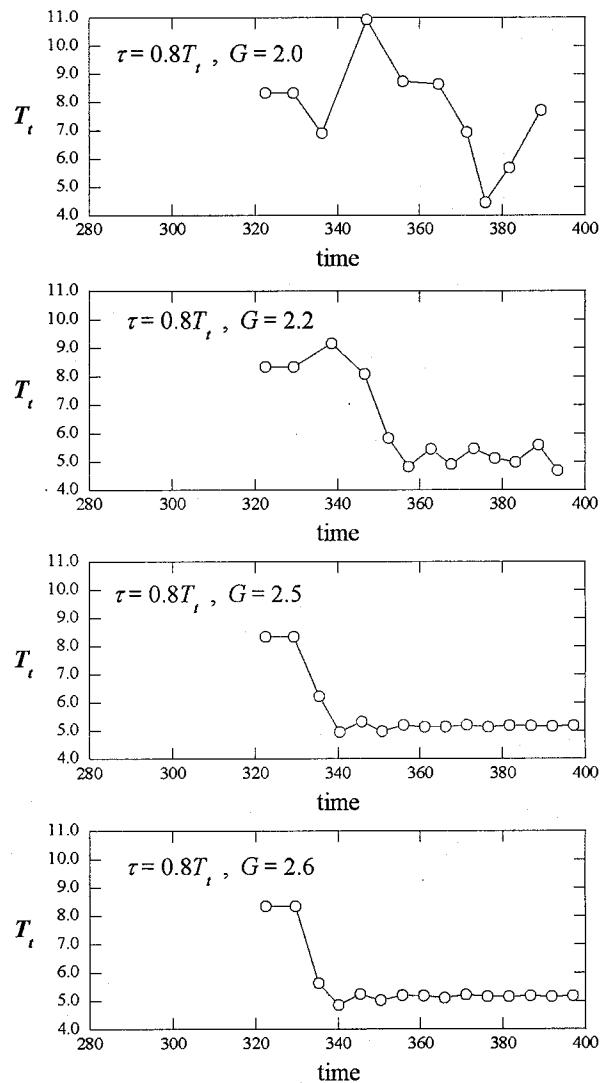


図-7 周期 T_t の時刻歴

図-4には、 $\tau = 0.8T_t$ のもとで制御ゲインを $G = 2.2, 2.6$ に変化させたケースも示しているが、制御効果は $G = 2.5$ とほとんど変わらない。以前の円柱断面まわりの流れの解析^{18)~21)}の場合には、最適な τ のもとで G を大きくするほど高い制御効果が得られ、最終的にはほぼ完全に周期渦を抑制できるほど高い制御効果が得られたが、矩形断面の場合には G を大きくしすぎると数値的に不安定になり解が得られなかつた。そのため、完全に周期渦を抑制できるようなケースの存在を見つけることはできなかつたが、 $\tau = 0.8T_t$ における $G = 2.2, 2.5, 2.6$ の結果からすれば、制御効果にある程度の限界値が存在する可能性が示唆される。

τ に対する周期 T_t の変化を図-5に示す。なお、 T_t は時間とともに変化するため、搅乱付加開始から十分時間を経た後の数周期分の T_t の平均をプロットしている。フィードバック搅乱を与えていない状態では $T_t = 7.16$ である。 $G = 2.0$ の搅乱を付加したときは $\tau = 0.7T_t$ 付近を除いて $T_t = 8.0$ 程度で一定であり、搅乱がない場合に比べてあまり変化がない。一方、制御ゲインを $G = 2.5$ に強め

ると、 T_t が大きく低下し、 $T_t = 5.0$ 付近でほぼ一定となる。 $G = 2.0$, $\tau = 0.7T_t$ の搅乱付加時の T_t も制御ゲインを強めたときの T_t 値に近い。 $\tau = 0.8T_t$ において $G = 2.2, 2.6$ としたケースも示しているが、図-4 の変動揚力と同様、 $G = 2.5$ の場合とほぼ同じ値が得られている。

図-4, 5 の結果から、矩形断面周辺流れのフィードバック制御では、円柱断面の制御結果^{18)~21)}と異なり、制御効果や流れ特性に及ぼす時間遅れ τ の影響が小さいと言える。制御ゲイン G については、 G がある一定の強さを超えると渦放出特性が急激に変化する一方、それ以上 G を変化させても制御効果や流れ特性がほとんど変化しない特徴を有する。

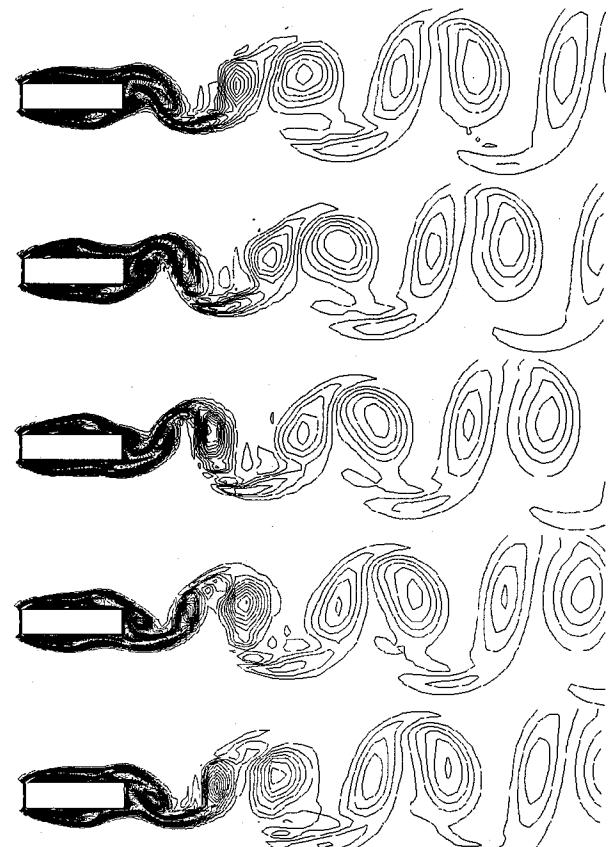
3.2 搅乱付加時の時刻歴と流れの変化

$\tau = 0.8T_t$ における $G = 2.0, 2.2, 2.5, 2.6$ のケースの揚力変動係数 C_L の時刻歴および毎周期ごとに更新される T_t の時刻歴を図-6, 7 に示す。搅乱付加開始時刻は無次元時刻 322.5 である。

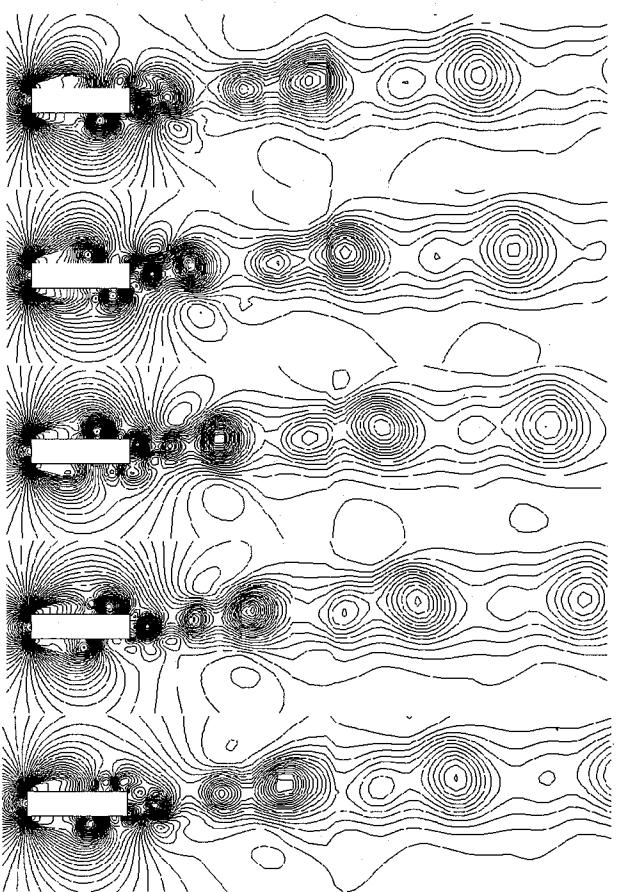
$G = 2.0$ の搅乱付加時には C_L は不規則な変動となり、その影響で T_t も非常に不規則に変化する。 $G = 2.2$ になると不規則な C_L 変動の中に $T_t = 5.0$ 程度の高周波成分が現れ始め、さらに $G = 2.5, 2.6$ ではその高周波成分が支配的となって定常的な変動に変化しているのが分かる。強い G のもとでは搅乱付加前後で明らかに特性の異なる渦放出が行われているように思われる。

搅乱付加前の流れの変化を詳細に把握するため、搅乱なしの状態、 $\tau = 0.8T_t$ のもとで $G = 2.0, 2.2, 2.5, 2.6$ の搅乱を付加した場合のそれぞれについて、1 周期程度の間の連続した時刻における渦度および圧力のコンター図を図-8 ~ 12 に示す。いずれも、渦度は -10.0 ~ 10.0 の範囲で 0.2 刻みのセンター、圧力は -1.0 ~ 1.0 の範囲で 0.02 刻みのセンターで示している。図-8 の搅乱なしのときには、前縁から剥離した流れが後縁付近で再付着し、後縁から周期渦が規則的に放出されている。図-9 の $\tau = 0.8T_t, G = 2.0$ の搅乱付加時には、搅乱により前縁付近から渦が励起され、それが矩形側面上を流下して後流に放出される様子がうかがえる。搅乱により励起されたこれらの渦の影響によって、後流に放出される渦列が不規則になっており、図-6 の揚力変動の不規則性と定性的に一致する。図-10 の $\tau = 0.8T_t, G = 2.2$ の搅乱付加時では、部分的に後流渦どうしの間隔が狭まっており、やはり図-6 の揚力変動の時刻歴に見られた高周波成分と一致する。矩形側面上を流下する搅乱励起渦がより強まり、その存在を圧力図などからはつきりと確認できる。さらに G を強めた図-11, 12 では、搅乱により前縁から励起されたこれらの高周波数の渦放出が支配的となり、非常に定常的な渦放出が行われているのが分かる。

図-9~12 の制御ゲイン G の違いによる流れの変化から判断すると、やはり大きな G による強いフィードバックのもとでは、搅乱付加前とは全く別の渦放出機構

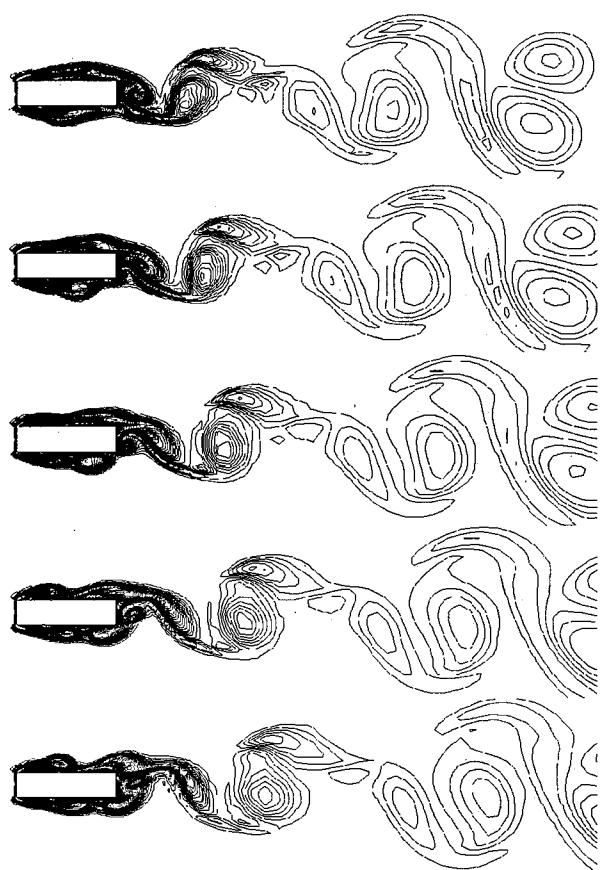


(a) 渦度

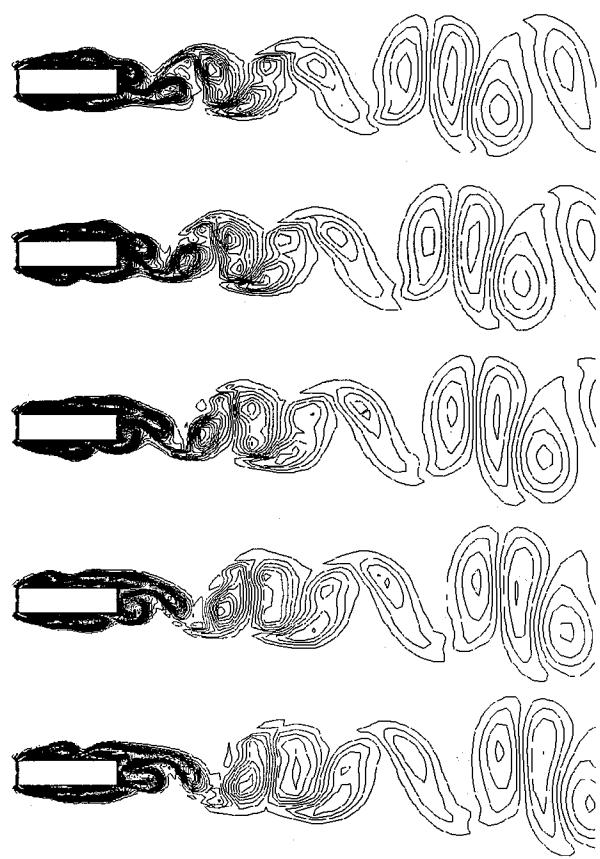


(b) 圧力

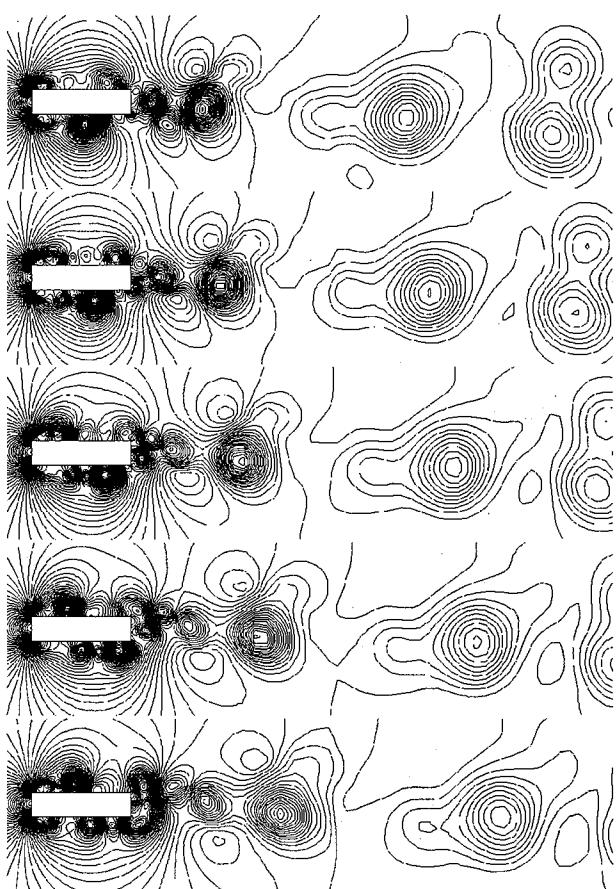
図-8 矩形後流の渦放出（搅乱なし）



(a) 湍度

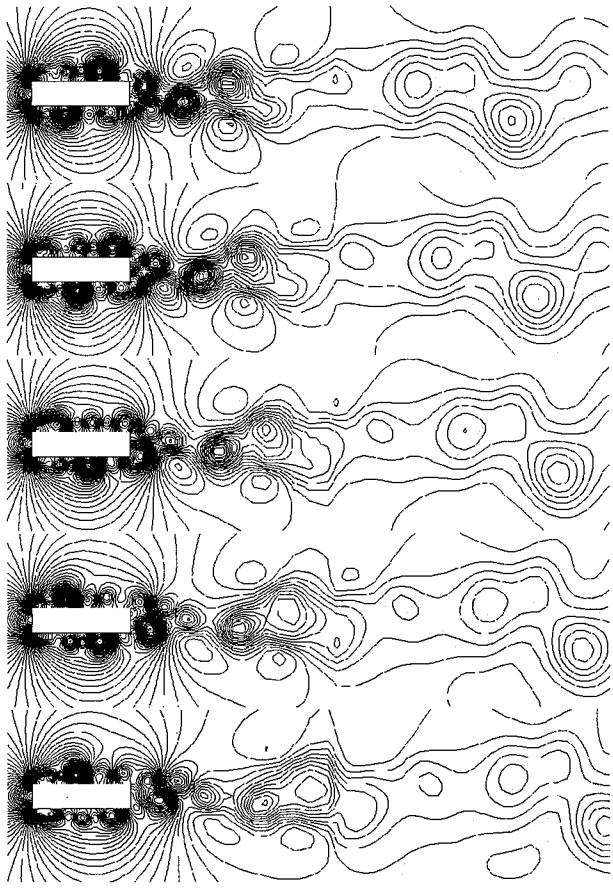


(a) 湍度



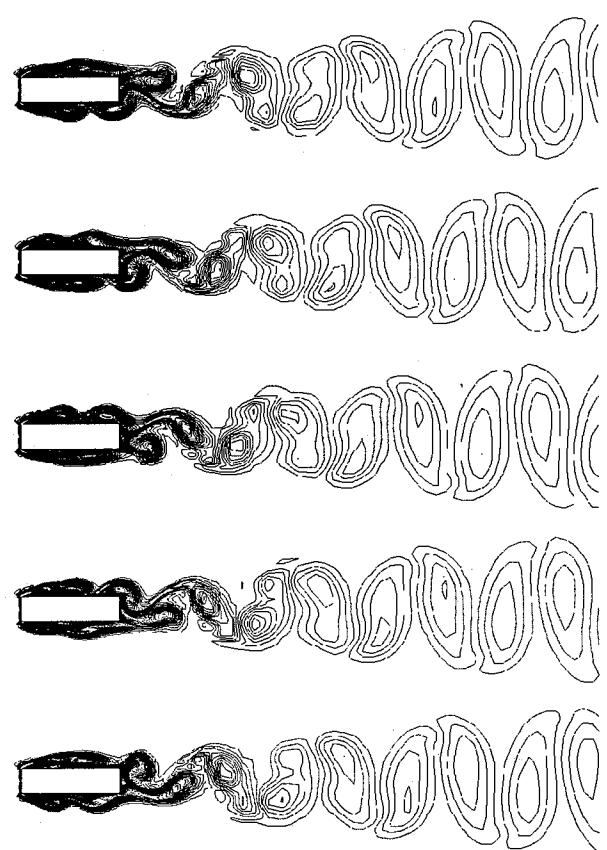
(b) 圧力

図-9 矩形後流の渦放出 ($\tau=0.8, G=2.0$)

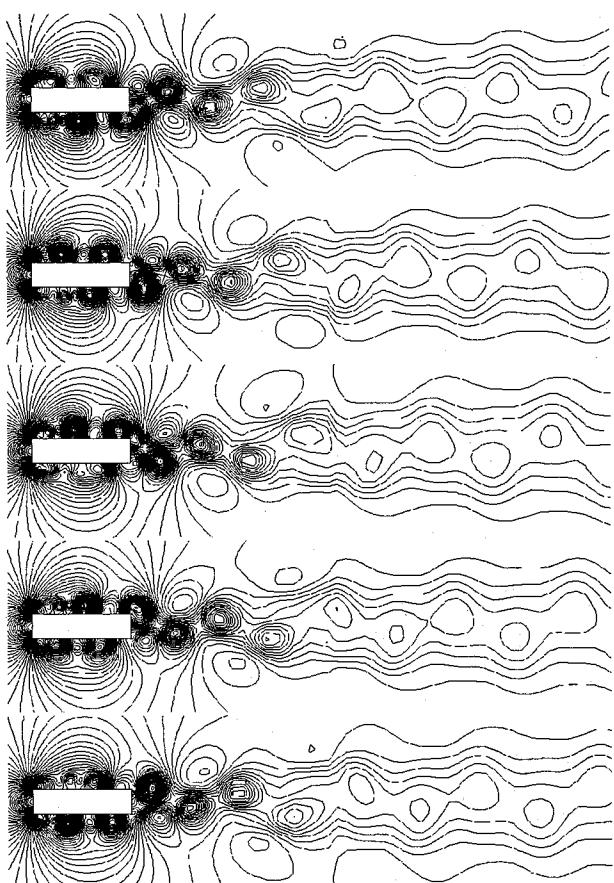


(b) 圧力

図-10 矩形後流の渦放出 ($\tau=0.8, G=2.2$)

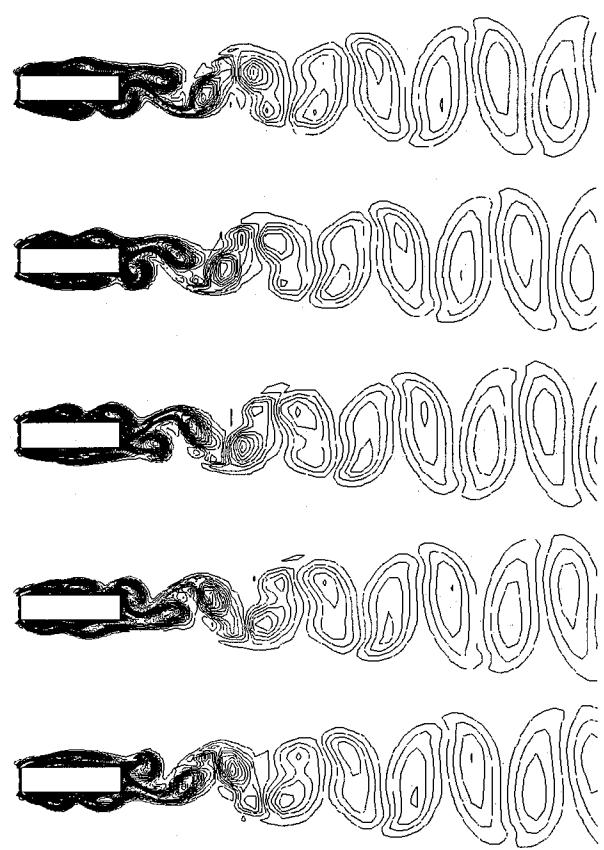


(a) 湍度

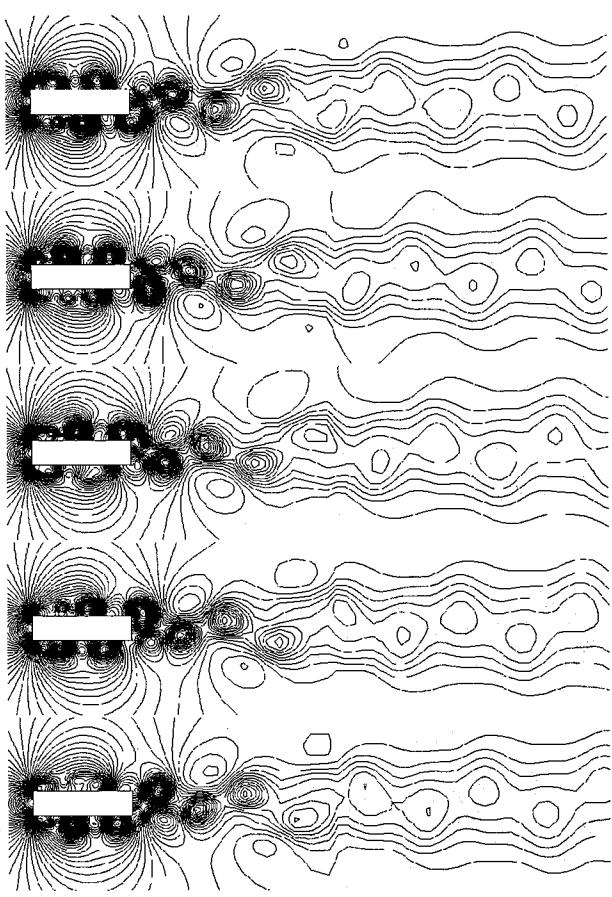


(b) 圧力

図-11 矩形後流の渦放出 ($\tau=0.8, G=2.5$)



(a) 湍度



(b) 圧力

図-12 矩形後流の渦放出 ($\tau=0.8, G=2.6$)

に移行していると見られる。前述のように、以前の円柱まわりの流れの場合^{18)~21)}には、適切な時間遅れの搅乱付加により、強い制御ゲインのもとで後流変動がほぼ消滅することが分かっており、矩形の場合とは制御メカニズムが異なることが示唆される。矩形断面の前縁と後縁の2つの渦発生機構の存在など、円柱断面との渦発生機構の違いが制御メカニズムの違いの要因になっている可能性が考えられるが、今後さらに検討する必要がある。

3.3 強いフィードバック時の渦放出メカニズム

制御ゲイン G の増加による渦放出周期の変化の要因について考察する。矩形断面の前縁剥離渦の放出周期は、矩形側面上を流下する前縁剥離渦の流下速度と側面長さにより規定されると考えられ、松本らは矩形断面の渦励振の発生に関して、その発現無次元風速の推定式を断面辺長比 B/D の関数として表している²³⁾。松本らによるねじれ渦励振発現無次元風速の推定式によれば、 $B/D = 5.0$ としたときの渦励振発現無次元風速（ここでは周期 T_t に相当）は 5.6 となり、図-7 に示した搅乱付加後の渦放出周期に近いことが分かる。

もともと、矩形断面の前縁剥離渦の形成については、前縁エッジと後縁エッジとの間のエッジトーン、すなわちフィードバック機構が発生メカニズムであるとの考え方がある³⁴⁾。いま $B/D = 4.0$ の矩形断面であるが、前縁の搅乱点と監視点の距離はほぼ $5D$ であり、強い制御ゲインのもとでは搅乱点と監視点の間のフィードバック機構が本来の $B/D = 4.0$ のそれに勝ることにより、 $B/D = 5.0$ の矩形断面に類似した渦発生メカニズムが形成されたと考えられる。

4.まとめ

断面辺長比 4 の静止した矩形断面周辺の周期渦に対し、矩形断面後流変動のフィードバックにより、矩形断面前縁から制御搅乱を発生させる能動的制御法について数値流体解析により検討した。その結果、以下の知見が得られた。

(1) 時間遅れ τ をパラメータとして解析したところ、制御効果に対する τ の影響はほとんど現れず、以前の円柱断面まわりの流れで見られたような制御効果の高い τ の最適値は存在しなかった。

(2) 一方、制御ゲイン G を大きくすると、ある一定の G を超えたところで制御効果や渦放出特性が大きく変化し、揚力変動を最大で 5 割程度低減できた。ただし、さらに G を強くしても制御効果や渦放出特性はほとんど変化しない。また、 G を大きくしそうすると数値的に不安定になり解が得られず、円柱断面まわりの流れのように完全に周期渦を抑制することはできなかった。

(3) 制御ゲインを大きくすると、渦放出周期などが異なる全く別の渦放出機構に移行する。これは搅乱点と監

視点との間に形成される強いフィードバック増幅機構に起因しており、あたかも搅乱点と監視点を前縁・後縁とする矩形断面の渦励振時の渦放出機構に類似している。

今回の断面辺長比 4 の静止した矩形周辺の周期渦に対するフィードバック制御法の適用では、以前の円柱の場合のような高い制御効果は得られなかつた。これに対して、後流渦の抑制という観点からすれば、前縁エッジからの搅乱付加ではなく、後縁エッジからの搅乱付加が有効となる可能性がある。さらに、渦励振など矩形断面が振動し、前縁剥離渦が支配的な流れの場合には、後流よりも前縁剥離渦の挙動を捉えやすい矩形側面部に監視点を設置した方が高い制御効果が得られる可能性がある。今後、制御効果の向上や制御メカニズムのさらなる解明に向けて検討していきたい。

参考文献

- 1) 比江島慎二、嶋田隆一、木村吉郎、藤野陽三、野村卓史：平板列で構成される高欄に生じる空力音に関する実験的研究、日本風工学会誌、第 55 号、pp.111-112, 1993.
- 2) 比江島慎二、近藤敏治、谷口健男：矩形断面まわりの流れにおける空力音の発生源の特性に関する数値流体解析、応用力学論文集、Vol.2, pp.573-581, 1999.
- 3) 比江島慎二、松尾綾子、谷口健男：矩形周辺流れから発生する空力音および物体表面上の音源特性に関する数値流体解析、応用力学論文集、Vol.3, pp.697-706, 2000.
- 4) 比江島慎二、松尾綾子、谷口健男：矩形表面上の空力音音源特性に関する数値流体解析、第 16 回風工学シンポジウム論文集、pp.161-166, 2000.
- 5) 比江島慎二、木村吉郎、藤野陽三、野村卓史：音響搅乱による円柱の渦励振制御に関する実験的研究、土木学会論文集、No.525/I-33, pp.171-179, 1995.
- 6) Hiejima, S., Kimura, K. and Fujino, Y.: An experimental study on the effect of applied sound on the vortex-induced vibration of a circular cylinder, Proc. 5th East Asia-Pacific Conf. on Structural Eng. and Construction, pp.1231-1236, 1995.
- 7) Hiejima, S., Kimura, K., Nomura, T. and Fujino, Y.: An experimental study on the control of the vortex-induced vibration of a circular cylinder by applied sound, Proc. 3rd Int. Colloquium on Bluff Body Aerodynamics & Applications, pp. A II 5-A II 8, 1996.
- 8) 比江島慎二、野村卓史、木村吉郎、藤野陽三：周期的な湧き出し・吸い込みによる円柱渦励振抑制に関する数値流体解析、第 14 回風工学シンポジウム論文集、pp.187-192, 1996.
- 9) Hiejima, S., Nomura, T., Kimura, K. and Fujino, Y.:

- Numerical study on the suppression of the vortex-induced vibration of a circular cylinder by acoustic excitation, J. Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Vol.67&68, pp.325-335, 1997.
- 10) 比江島慎二, 野村卓史: 振動円柱の空力安定性に及ぼす周期的湧き出し・吸い込みの影響, 応用力学論文集, Vol.1, pp.641-648, 1998.
 - 11) 比江島慎二: 剥離せん断層刺激による円柱周辺流れの不安定性変化に関する線形安定性解析, 第15回風工学シンポジウム論文集, pp.179-184, 1998.
 - 12) Hiejima, S. and Nomura, T.: Numerical study of the effect of periodic velocity excitation on aerodynamic characteristics of an oscillating circular cylinder, Int. J. Computational Fluid Dynamics, Vol.12, pp.269-278, 1999.
 - 13) 比江島慎二, 野村卓史: 円柱周辺剥離流れの不安定性に関する線形安定性解析, 土木学会論文集, No.661/I-53, pp.151-161, 2000.
 - 14) Hiejima, S. and Nomura, T.: Numerical study of the effect of periodic jet excitation on cylinder aerodynamic instability, Wind & Structures, Vol.5, No.2-4, pp.141-150, 2002.
 - 15) 比江島慎二, 野村卓史: 剥離せん断層の周期的刺激による円柱の渦励振制御メカニズム, 土木学会論文集, No.731/I-63, pp.331-340, 2003.
 - 16) Ffowcs Williams, J. E. and Zhao, B. C.: The active control of vortex shedding, J. Fluids and Structures, Vol.3, pp.115-122, 1989.
 - 17) Roussopoulos, K.: Feedback control of vortex shedding at low Reynolds numbers, J. Fluid Mech., Vol.248, pp.267-296, 1993.
 - 18) 比江島慎二, 熊尾友憲, 谷口健: 流速搅乱を用いた円柱後流渦のフィードバック制御, 第17回風工学シンポジウム論文集, pp.427-432, 2002.
 - 19) 比江島慎二, 熊尾友憲: フィードバック流速搅乱による円柱後流渦制御, 土木学会論文集, No.773/I-69, pp.79-88, 2004.
 - 20) 比江島慎二, 渡邊恭, 野村卓史: 流速搅乱による円柱カルマン渦のフィードバック制御, 応用力学論文集, Vol.7, pp.1125-1132, 2004.
 - 21) Hiejima, S., Kumao, T. and Taniguchi, T.: Feedback control of vortex shedding around a bluff body by velocity excitation, Int. J. Computational Fluid Dynamics, Vol. 19, No. 1, pp.87-92, 2005.
 - 22) 野村卓史, 岡田俊彦, 高木耕平, 目時通裕, 比江島慎二: 角柱前縁からの脈動噴流による空力振動の抑制に関する実験的研究, 第18回風工学シンポジウム論文集, pp. 401-406, 2004.
 - 23) 松本勝, 八木知己, 岡田太賀雄, 大石孝弘, 劉慶寛, 足立洋一: 1:4 矩形断面の空力振動における渦に起因した干渉現象, 第18回風工学シンポジウム論文集, pp. 293-298, 2004.
 - 24) 阿部伸之, 田代伸一: 種々の断面辺長比の角柱からの渦放出に関するLES (SGS散逸とGS成分エンストロフィの関係), 日本機械学会論文集(B編), 68巻670号, pp. 1629-1636, 2002.
 - 25) 岡島厚: 種々な断面辺長比の矩形柱周りの流れ, 日本風工学会誌, 第17号, pp.1-19, 1983.
 - 26) 岡島厚, 杉谷賢一郎: 長方形断面柱のストローハル数と背圧係数(レイノルズ数の影響), 日本機械学会論文集(B編), 50巻457号, pp.2004-2012, 1984.
 - 27) 岡島厚, 長久太郎, 六郷彰: 長方形断面柱まわりの流れの数値解析, 日本機械学会論文集(B編), 56巻522号, pp. 280-288, 1990.
 - 28) 岡島厚, 上野久儀, 長久太郎, 加藤和人: 細長い長方形断面柱のストローハル数と背圧係数, 日本機械学会論文集(B編), 56巻523号, pp. 577-584, 1990.
 - 29) 平野廣和, 渡邊茂, 丸岡晃, 佐野健一: 断面辺長比4の矩形断面の空力特性に関する2次元・3次元数値流体解析, 土木学会論文集, No. 598/I-44, pp. 401-411, 1998.
 - 30) 平野廣和, 渡邊茂, 丸岡晃: 矩形断面の空力特性に及ぼすレイノルズ数の影響, 応用力学論文集, Vol. 1, pp. 655-663, 1998.
 - 31) 平野廣和, 渡邊茂, 丸岡晃, 佐野健一: 3次元数値流体解析における軸方向長さの検討—断面辺長比4の矩形断面の場合—, 土木学会論文集, No. 647/I-51, pp. 447-452, 2000.
 - 32) 田村哲郎, 伊藤嘉晃: 種々の辺長比を有する角柱周りの流れの3次元シミュレーション, 第13回風工学シンポジウム論文集, pp. 537-542, 1994.
 - 33) Brooks, A. N. and Hughes, T. J. R.: Streamline upwind / Petrov-Galerkin formulations for convection dominated flows with particular emphasis on the incompressible Navier-Stokes equations, Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg., Vol. 32, pp. 199-259, 1982.
 - 34) 中村泰治, 中島正道, 渡辺公彦: 偏平な構造断面柱の渦励振—曲げ振動—, 九州大学応用力学研究所所報, 第59号, pp. 67-78, 1983.

(2006年4月13日受付)