

LES における動的境界条件の導入

Application of the dynamic boundary condition on Large Eddy Simulation

北野有哉*・中山昭彦**

Yuya KITANO and Akihiko NAKAYAMA

*学生員 神戸大学大学院自然科学研究科 (〒 657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)

**正会員 Ph.D. 神戸大学教授 大学院自然科学研究科 (〒 657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)

Correct representation of the effects of the turbulence structure near solid boundaries is very important for successful large-eddy simulation(LES). In the present work, this wall modeling is done based on explicitly filtered equations of motion which have so-called commutation error terms near solid boundaries. These terms are ignored in conventional LES, but in the present work, these boundary terms are modeled using a dynamic procedure, making use of the scale-similarity of the modeled terms. It is found, by applying the procedure in LES of a channel flow, that the modeling of the boundary terms does improve the prediction of the wall-bounded channel flow. The method can be easily extended to LES of flows over rough and complex surface and can be very useful in various applications.

Key Words : LES, explicit filter, dynamic boundary condition, channel flow

1. 序論

乱流の解析において LES は低レイノルズ数流れに対し、ある程度成功を収めている¹⁾。しかし対象が高レイノルズ数流れの場合には、SGS モデルで表現しきれない境界近傍流れの影響を、如何に考慮するかという点が問題となる。

現在、一般的に用いられる SGS モデルには、格子下スケールの乱れの影響が格子スケールの流速勾配に比例すると仮定した勾配拡散型が採用される。しかし境界近傍においてこの仮定を用いることはできない。高レイノルズ数流れが対象の場合、流速は境界の極近傍で急減し、もはや格子スケールではその勾配を表現できないからである。このため通常、境界近傍では格子間隔は小さく取られる。しかし境界近傍を正確に解像した LES を行うには、摩擦レイノルズ数の約二乗もの格子が必要となることが乱流境界層で確認されており²⁾、このことが LES を高レイノルズ数流れへ応用する上で、大きな障害となっている。

この計算負荷を軽減しようと、境界条件に non-slip 条件ではなく、単純な代数モデルにより壁面応力を与える、いわゆる wall stress model が一部で研究されている。このモデルは Schumann³⁾により考案され、壁面せん断応力は同方向の壁面一点目流速に等しいものとされた。この考えを踏襲したモデルがその後、数多く提案されたが⁴⁾⁵⁾⁶⁾⁷⁾、これらは概して対数則を仮定し、壁面応力を壁面一点目流速から求めるものである。しかし本著者らが熱線列を用いて行った風洞実験からは、瞬時摩擦速度を基にした瞬時ベースの壁法則にあたるものは確認されなかった⁸⁾。又、瞬時の平均量からの変動を適切に表現できないことも指摘されている⁹⁾。

このように、対数則を仮定し壁面せん断応力を求めるモデルは物理的根拠に欠け、良好な再現性も生まない。しかし現実にはそぐわない格子スケールでの流速勾配を仮定するのだから、実際の現象を参考にすることでなくその仮定を補完するための都合上のテクニックを模索することも必要である。その一つとして壁面境界条件に non-slip ではなく、ある程度すべり条件を与える方法が考えられる。本研究はこのすべり条件の与え方について検討しフィルタを陽的に扱ったところ、フィルタ操作と微分操作の互換誤差が、境界面法線方向についての応力の微分形で生じることを確認した。これは境界近傍の小スケール運動を平滑化することにより生じるせん断応力勾配であり、この互換誤差をモデル化することにより合理的な wall model を設定できると考えた。

本報は 境界面法線方向のせん断応力勾配に相当する互換誤差を動的モデルとし、これを用いて流速の接線方向成分に対する境界条件の設定手法を提案することを目的とする。続く第二節ではまず陽的フィルタを定義し、境界近傍流れに適用する方法について述べる。

2. 基礎方程式

2.1 LES 基礎方程式

LES では流速 $u(x, t)$ を、粗視化した成分 $\bar{u}(x, t)$ と残差成分 $u'(x, t)(\equiv u(x, t) - \bar{u}(x, t))$ とに分解するフィルタリングを行う。ここで t は時間、 $x=(x_1, x_2, x_3)$ はデカルト座標である。通常の LES ではこの詳細を定義せずに空間微分とフィルタリング操作の互換性を仮定し、粗視化された流速 $\bar{u}$ についての基礎式が導かれる。しかしフィルタの種類によっては、有限領域においてこの互換性が成立しない。以下にまず、このフィルタリン

グ操作を有限領域流れ場に施し、流速 $\bar{u}$ についての基礎式を導く。そしてその際に生じる付加項のモデル化手法を提案し、その数値解法について述べる。

(1) フィルタリング操作

ベクトル関数 $f(x)$ のフィルタ平均 $\overline{f(x)}$ は、格子幅 Δ のフィルタ関数 $G_{\Delta}(x, \xi)$ との畳み込み積分により、以下の様に定義される。

$$\overline{f(x)} = \iiint_D f(\xi) G_{\Delta}(x, \xi) dV_{\xi} \quad (1)$$

ここで D は流れ場全域を示す。またフィルタ関数 $G_{\Delta}(x, \xi)$ は重み関数 $w(x)$ を用いて以下のように定義できる。

$$G_{\Delta}(x, \xi) = \frac{w((x - \xi)/\Delta)}{W_{\Delta}(x)} \quad (2)$$

尚、フィルタ関数は $\iiint_D G_{\Delta}(x, \xi) dV_{\xi} = 1$ である為、 $W_{\Delta}(x) = \iiint_D w((x - \xi)/\Delta) dV_{\xi}$ である。

上記の操作により、ベクトル $f(x)$ の勾配 $\nabla f(x)$ をフィルタ平均したものは、以下のように展開できる。

$$\begin{aligned} \overline{\nabla f(x)} &= \iiint_D G_{\Delta}(x, \xi) \nabla_{\xi} f(\xi) dV_{\xi} \\ &= \iiint_D \nabla_{\xi} (G_{\Delta}(x, \xi) f(\xi)) dV_{\xi} - \iiint_D \nabla_{\xi} G_{\Delta}(x, \xi) f(\xi) dV_{\xi} \\ &= \iint_S G_{\Delta}(x, \xi) f(\xi) n dS_{\xi} - \iiint_D \frac{-\nabla_x w((x - \xi)/\Delta)}{W(x)} f(\xi) dV_{\xi} \\ &= \iint_S G_{\Delta}(x, \xi) f(\xi) n dS_{\xi} \\ &\quad - \iiint_D \left[-\nabla_x \left(\frac{w((x - \xi)/\Delta)}{W(x)} \right) - w((x - \xi)/\Delta) \frac{\nabla_x W(x)}{(W(x))^2} \right] f(\xi) dV_{\xi} \\ &= \iint_S G_{\Delta}(x, \xi) f(\xi) n dS_{\xi} \\ &\quad + \iiint_D \nabla_x G_{\Delta}(x, \xi) f(\xi) dV_{\xi} + \frac{\nabla_x W(x)}{W(x)} \iiint_D G_{\Delta}(x, \xi) f(\xi) dV_{\xi} \\ &= \iint_S G_{\Delta}(x, \xi) f(\xi) n dS_{\xi} \\ &\quad + \nabla f(x) + \frac{1}{W(x)} \nabla_x \iiint_D w((x - \xi)/\Delta) dV_{\xi} \overline{f(x)} \\ &= \iint_S G_{\Delta}(x, \xi) f(\xi) n dS_{\xi} + \nabla f(x) - \iiint_D \nabla_{\xi} G_{\Delta}(x, \xi) \overline{f(x)} dV_{\xi} \\ &= \iint_S G_{\Delta}(x, \xi) (f(\xi) - \overline{f(x)}) n dS_{\xi} + \nabla f(x) \\ &= \overline{(f(x) - \overline{f(x)}) n}^S + \nabla f(x) \\ &= \overline{f''(x) n}^S + \nabla f(x) \end{aligned} \quad (3)$$

ここで S は粗視化前の境界面、 n は粗視化前の境界面に対する単位法線ベクトルである。また $f''(x)$ ($= f(x) - \overline{f(x)}$) は粗視化によって除かれた $f(x)$ の $\overline{f(x)}$ に対する変動成分 (sub-filter scale), $\overline{f''(x) n}^S$ ($= \iint_S G_{\Delta}(x, \xi) f''(\xi) n dS_{\xi}$) は粗視化前の流れ場の境界面における f'' のフラックス体積フィルタ平均である。

式 (3) は、フィルタ平均操作と空間微分との間に互換性のないことを示している。中山・崎尾¹⁰⁾ はやや異なった形の式を得ているが実質的には同等であり、同様な式は多孔質体内流れの体積平均運動方程式を導く為にも用いられている^{11) 12)}。

導出過程から明らかなように式 (3) の右辺第一項は、フィルタ関数 $G_{\Delta}(x, \xi)$ の定義するスケール Δ の範囲内に、境界面がある場合にのみ生じる。つまり境界から離れた位置でこの項は生じない為、境界面からフィルタ幅分の層を除いた流れ場全域では、空間微分と粗視化操作の互換性が成立する。このことが境界近傍を除いた殆どの領域で非互換性を無視しても支障がなく、境界近傍のみで影響が生じる原因と考える。次項ではこの非互換性を考慮して LES 基礎方程式を改めて導出し直す。

(2) 陽的フィルタリングによる LES 基礎方程式

N-S 方程式

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (4)$$

(ここに u_i ; x_i 方向の流速成分, ν ; 水の動粘性係数, ρ ; 密度, p ; 圧力) の各項に先のフィルタ操作 (式 (3)) を施すと、それぞれ次のようになる。

$$\frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} = \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} + \overline{(u_i u_j - \overline{u_i u_j}) n_j}^S \quad (5)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \overline{(p - \overline{p}) n_i}^S \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \nu \frac{\partial^2 \overline{u_i}}{\partial x_j \partial x_j} &= \nu \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \right) + \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} - \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \right) n_j \right]^S \\ &= \nu \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \overline{(u_i - \overline{u_i}) n_j}^S \right) + \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} - \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \right) n_j \right]^S \\ &= \nu \left[\frac{\partial^2 \overline{u_i}}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial (\overline{u_i - \overline{u_i}} n_j)^S}{\partial x_j} + \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} - \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \right) n_j \right]^S \end{aligned} \quad (7)$$

式 (5), 式 (6), 式 (7) を式 (4) に代入すると、以下の粗視化された流れ場に対する運動方程式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \overline{u_i}}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \\ &\quad + \overline{u_i u_j n_j}^S - \frac{1}{\rho} \overline{(p - \overline{p}) n_i}^S \\ &\quad + \nu \left[-\frac{\partial \overline{u_i n_j}^S}{\partial x_j} + \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} - \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \right) n_j \right]^S \end{aligned} \quad (8)$$

ここに

$$\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \overline{u_i} \overline{u_j}$$

であり通常の SGS 応力である。

また、粗視化前の境界面上において、粗視化前の流速はゼロである為、

$$-\overline{(u_i u_j - \bar{u}_i \bar{u}_j) n_j}^S = \overline{\bar{u}_i \bar{u}_j n_j}^S$$

$$\frac{\partial \overline{(u_i - \bar{u}_i) n_j}^S}{\partial x_j} = -\frac{\partial \overline{\bar{u}_i n_j}^S}{\partial x_j}$$

としている。

式 (8) の一行目までの式は従来用いられてきた LES 方程式であり、二行目及び三行目が非互換性により現れた項である。

連続式

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (9)$$

にも同様な操作を施すと、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} &= \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} + \overline{(u_i - \bar{u}_i) n_i}^S \\ &= \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} - \overline{\bar{u}_i n_i}^S \\ &= 0 \end{aligned}$$

となり、以下ようになる。

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = \overline{\bar{u}_i n_i}^S \quad (10)$$

式 (8) の二行目と三行目の付加項は、流域境界近傍でフィルタ平均した際にのみ生じる為、格子幅以下の境界近傍でのみ値をもつ。また粗視化された流速の、粗視化前の境界面に対する法線成分をゼロとすると、連続式 (10) は満たされる。

LES では粗視化された成分のみで、巨視的に流体の運動をとらえる為、式 (8) および式 (10) を何らかの仮定のもとで、粗視化変数のみで記述される閉じた方程式にしなければならない。この仮定 (近似) が”モデル”であり、この精度が流れ場の再現性の優劣を左右することとなる。

今回モデル化が必要な項は運動方程式 (8) の一行目の SGS 応力 τ_{ij} 、および二行目と三行目の項全てである。次にそのモデル化の方法を順次述べる。

(3) Sub Grid Scale モデル

まず式 (8) の右辺第三項、SGS 応力 τ_{ij} のモデル化についてである。現在主に用いられる SGS モデルの一つとして渦粘性モデルが挙げられる。このモデルは RANS においてある程度成功を納めており、LES においても最も一般的に使用されるので、本研究もこのモデルを用いる。

渦粘性モデルでは、大きなスケール (grid scale) に比べスケールが明確に分離した小さな SGS の変動応力は、grid-scale に対し粘性と同じように振る舞うと仮定して、SGS 応力 τ_{ij} と grid-scale 速度成分からなる歪速度テンソル $\bar{S}_{ij}$ が比例関係にあるとする。すなわち

$$\tau_{ij} = -2\nu_e \bar{S}_{ij} + \frac{1}{3}\tau_{ll}\delta_{ij} \quad (11)$$

と近似する。

ここで ν_e は渦粘性係数と呼ばれ、空間・時間的に変動する量である。また歪速度テンソル $\bar{S}_{ij}$ は

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)$$

と定義される。

渦粘性係数 ν_e に対しては Smagorinsky モデルを用いる。このモデルは SGS 速度成分の持つ運動エネルギーのうち、grid-scale 成分から伝達される量と粘性により散逸される量が、空間局所的に均衡しているという仮定 (局所平衡仮定) の下で、簡単な次元解析により

$$\nu_e = (Cs \cdot \bar{\Delta})^2 \cdot |\bar{S}| \quad (12)$$

と表現する。

尚、本研究では格子幅 $\bar{\Delta}$ を下式により定義する。

$$\bar{\Delta} = (\bar{\Delta}x \cdot \bar{\Delta}y \cdot \bar{\Delta}z)^{1/3}$$

式 (12) の Cs は Smagorinsky 定数で、この値を流れ場全体で一定値を与えるモデルが標準 Smagorinsky モデルである。この値を動的に与える方法も提案されているが、本研究は境界近傍のモデルの提案に重点を置く為、この標準モデルを用いる。

(4) 新たな付加項のモデル化

次に、式 (8) の二行目及び三行目各項のモデル化について述べる。

右辺第四項は SGS 応力の、粗視化前の境界面法線方向微分である為 先の渦粘性モデル、Smagorinsky モデルを参考にし、次の様にモデル化する。

$$\overline{u_i u_j n_j}^S = -C_r \frac{\Sigma_{\bar{\Delta}}}{\bar{\Delta}} |\bar{S}| \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} n_j \quad (13)$$

ここに $\Sigma_{\bar{\Delta}}$ は grid フィルタ体積の底面積である。

右辺第五項、および第六項は von Kármán の運動量方程式を参考にし、以下の様にモデル化する。

$$-\frac{1}{\rho} \overline{(p - \bar{p}) n_i}^S = C_d \frac{A_{\bar{\Delta}}}{\bar{\Delta}} |\bar{u}| \bar{u}_i \quad (14)$$

$$\nu \left[-\frac{\partial \bar{u}_i n_j}{\partial x_j} + \overline{\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) n_j}^S \right] = C_f \frac{\Sigma_{\bar{\Delta}}}{\bar{\Delta}} |\bar{u}| \bar{u}_i \quad (15)$$

ここに $A_{\bar{\Delta}}$ は grid フィルタ体積底面の i 方向への投影面積である。

式 (13)、式 (14) および式 (15) に現れる C_r 、 C_d 、 C_f はモデルパラメータであり、本研究では一定値を与えるのではなく、”ダイナミック操作”を用いて空間各点・各時間ステップ毎に決定する。この操作は本研究における重要な特長の一つである為、小節を改めその操作について述べる。

2.2 モデルパラメータの動的算定法

この操作の基本となる考えは次のようなものである。まず細かい計算格子で LES を実行し、その結果 $\bar{u}$ を正しい解とみなす。その後、この LES で用いたフィルタよりも広い幅のフィルタを $\bar{u}$ に施す (test filtering) と、行ったシミュレーションにおける、最小スケールを含む SFS (Sub Filter Scale) 流れ場を抽出できる。次に大スケールの流れ場においてモデルを導入し、その流れ場を解析する。こうして得られた SFS 成分が大スケールの流れ場の比較的波長の長い SGS 成分と相似であると仮定することにより、モデルパラメータを計算できる。

このモデルで重要な点は、実際の LES とそれよりも粗い格子の LES において同じモデル係数をもつ同じモデルが適用できる、と仮定している点である。こうすることで未知変数を、次の時刻における $\bar{u}$ とモデルパラメータの二つに抑え、スケールの異なった二つの流れ場を表す運動方程式で解くことが可能となる。

本来この操作は、Smagorinsky モデルのモデルパラメータ C_s を決定する為に Germano *et al*⁽¹³⁾ によって考案された手法であるが、これは C_s に限らず本モデルの C_r, C_d, C_f の決定にも用いることができる。

本研究はこの手法を利用することで解像された流れ場よりモデルパラメータの局所的な瞬時の値を決定する方法である。次にその具体的手順を述べる。

(1) grid-scale 粗視化方程式の、テストフィルタによる更なる粗視化

grid scale フィルタ $\bar{\Delta}$ を掛けた式 (8) の上に、さらに広いフィルタ、test-scale フィルタ $\tilde{\Delta}$ を掛けると、式 (8) の左辺第二項及び右辺第一項、第二項、第三項は次のようになる。

$$\left(\frac{\partial \widetilde{\bar{u}_i \bar{u}_j}}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial (\widetilde{\bar{u}_i \bar{u}_j})}{\partial x_j} + \left\{ (\bar{u}_i \bar{u}_j - \widetilde{\bar{u}_i \bar{u}_j}) \bar{n}_j \right\}^{\bar{S}} \quad (16)$$

$$\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \widetilde{\bar{p}}}{\partial x_i} \right) = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \widetilde{\bar{p}}}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \left\{ (\bar{p} - \widetilde{\bar{p}}) \bar{n}_i \right\}^{\bar{S}} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} & \nu \left(\frac{\partial^2 \widetilde{\bar{u}_i}}{\partial x_j \partial x_j} \right) \\ &= \nu \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \widetilde{\bar{u}_i}}{\partial x_j} \right) + \left\{ \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \left(\frac{\partial \widetilde{\bar{u}_i}}{\partial x_j} \right) \right) \bar{n}_j \right\}^{\bar{S}} \right] \\ &= \nu \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \frac{\partial \widetilde{\bar{u}_i}}{\partial x_j} + ((\bar{u}_i - \widetilde{\bar{u}_i}) \bar{n}_j)^{\bar{S}} \right\} + \left\{ \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \left(\frac{\partial \widetilde{\bar{u}_i}}{\partial x_j} \right) \right) \bar{n}_j \right\}^{\bar{S}} \right] \\ &= \nu \left[\frac{\partial^2 \widetilde{\bar{u}_i}}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial ((\bar{u}_i - \widetilde{\bar{u}_i}) \bar{n}_j)^{\bar{S}}}{\partial x_j} + \left\{ \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \left(\frac{\partial \widetilde{\bar{u}_i}}{\partial x_j} \right) \right) \bar{n}_j \right\}^{\bar{S}} \right] \quad (18) \end{aligned}$$

$$\left(\frac{\partial \widetilde{\bar{\tau}_{ij}}}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial \widetilde{\bar{\tau}_{ij}}}{\partial x_j} + \{ (\bar{\tau}_{ij} - \widetilde{\bar{\tau}_{ij}}) \bar{n}_j \}^{\bar{S}} \quad (19)$$

上記の $\sim, \sim^{\bar{S}}$ は test-scale フィルタ $\tilde{\Delta}$ を作用させて得られる体積フィルタ平均、フラックス体積フィルタ平均である。

式 (16), 式 (17), 式 (18), 式 (19) および式 (11) を、test-scale フィルタ $\tilde{\Delta}$ により粗視化された式 (8) に代入し整理すると以下ようになる。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \widetilde{\bar{u}_i}}{\partial t} + \frac{\partial (\widetilde{\bar{u}_i \bar{u}_j})}{\partial x_j} \\ &= - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\widetilde{\bar{p}}}{\rho} + \frac{\widetilde{\bar{\pi}_i}}{3} \right) - \left\{ \left(\frac{\widetilde{\bar{p}}}{\rho} - \frac{\widetilde{\bar{p}}}{\rho} + \frac{\widetilde{\bar{\pi}_i}}{3} - \frac{\widetilde{\bar{\pi}_i}}{3} \right) \bar{n}_i \right\}^{\bar{S}} \\ &+ \nu \left[\frac{\partial^2 \widetilde{\bar{u}_i}}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial ((\bar{u}_i - \widetilde{\bar{u}_i}) \bar{n}_j)^{\bar{S}}}{\partial x_j} + \left\{ \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \left(\frac{\partial \widetilde{\bar{u}_i}}{\partial x_j} \right) \right) \bar{n}_j \right\}^{\bar{S}} \right] \\ &+ 2 \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ (C_s \cdot \bar{\Delta})^2 |\bar{S}| \bar{S}_{ij} \right\} - \left\{ (\bar{u}_i \bar{u}_j - \widetilde{\bar{u}_i \bar{u}_j}) \bar{n}_j \right\}^{\bar{S}} \\ &+ \left[\left\{ 2(C_s \cdot \bar{\Delta})^2 |\bar{S}| \bar{S}_{ij} - \left(2(C_s \cdot \bar{\Delta})^2 |\bar{S}| \bar{S}_{ij} \right) \right\} \bar{n}_j \right]^{\bar{S}} \\ &- \left(C_r \frac{\Sigma \bar{\Delta}}{\bar{\Delta}} |\bar{S}| \frac{\partial \widetilde{\bar{u}_i}}{\partial x_j} \right) + \left(C_d \frac{\bar{A} \bar{\Delta}}{\bar{\Delta}} |\bar{u}| \bar{u}_i \right) + \left(C_f \frac{\Sigma \bar{\Delta}}{\bar{\Delta}} |\bar{u}| \bar{u}_i \right) \quad (20) \end{aligned}$$

(2) 粗視化前方程式の合成フィルタによる粗視化

大スケール流れ場にモデルを適用する前提として、粗視化されたベクトル $\bar{f}$ に test-scale フィルタ $\tilde{\Delta}$ を掛けたものを考える。式 (1) の定義に従うと次のように展開できる。

$$\begin{aligned} \bar{f}(\mathbf{x}) &= \iiint_{\bar{D}} G_{\bar{\Delta}}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) \bar{f}(\boldsymbol{\xi}) dV_{\boldsymbol{\xi}} \\ &= \iiint_{\bar{D}} \iiint_D G_{\bar{\Delta}}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) G_{\tilde{\Delta}}(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\xi}') \bar{f}(\boldsymbol{\xi}') dV_{\boldsymbol{\xi}'} dV_{\boldsymbol{\xi}} \\ &= \iiint_D G_{\tilde{\Delta}}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}') \bar{f}(\boldsymbol{\xi}') dV_{\boldsymbol{\xi}'} \quad (21) \end{aligned}$$

ここで

$$G_{\tilde{\Delta}}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}') = \iiint_{\bar{D}} G_{\bar{\Delta}}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) G_{\tilde{\Delta}}(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\xi}') dV_{\boldsymbol{\xi}} \quad (22)$$

式 (21) は、grid-scale で粗視化されたベクトル $\bar{f}$ に test-scale フィルタを掛ける操作が、粗視化前のベクトル f に grid-scale フィルタ $\bar{\Delta}$ と test-scale フィルタ $\tilde{\Delta}$ の両方に関連する合成フィルタ $\tilde{\Delta}$ を掛けるという操作に等しいことを意味している。この合成フィルタにより $(\bar{f}) = \tilde{f}$ とすることが出来、モデルパラメータが決定できる。

合成フィルタ $\tilde{\Delta}$ を式 (4) に掛け、さらに式 (11), 式 (13), 式 (14), 式 (15) と同様のモデルがこの合成フィルタ $\tilde{\Delta}$ にも適用できるとすると以下の式を得る。

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{u}_i \tilde{u}_j}{\partial x_j}$$

$$= -\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\tilde{p}}{\rho} + \frac{T_{ll}}{3} \right) + \nu \frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} + 2 \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ (C_s \cdot \tilde{\Delta})^2 |\tilde{S}| \tilde{S}_{ij} \right\} \\ - C_r \frac{\Sigma \tilde{\Delta}}{\tilde{\Delta}} |\tilde{S}| \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \tilde{n}_j + C_d \frac{\Sigma \tilde{\Delta}}{\tilde{\Delta}^3} |\tilde{u}| \tilde{u}_i + C_f \frac{\Sigma \tilde{\Delta}}{\tilde{\Delta}^3} |\tilde{u}| \tilde{u}_i \quad (23)$$

ここに $T_{ij} = \widetilde{u_i u_j} - \tilde{u}_i \tilde{u}_j$ は、合成フィルタ $\tilde{\Delta}$ による粗視化で生じた SGS 応力である。

(3) 最小二乗法によるモデルパラメータの算定

上記の式 (20), 式 (23) を比較することで各モデルパラメータが決定できる。まず C_r の算定は、移流項の粗視化により生じた項を以下のように比較することで行う。

$$\frac{\partial(\tilde{u}_i \tilde{u}_j)}{\partial x_j} - \frac{\partial \tilde{u}_i \tilde{u}_j}{\partial x_j} \\ = 2 \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ (C_s \cdot \tilde{\Delta})^2 |\tilde{S}| \tilde{S}_{ij} \right\} - \left\{ (\tilde{u}_i \tilde{u}_j - \tilde{u}_i \tilde{u}_j) \tilde{n}_j \right\}^{\bar{S}} \\ + \left[\left\{ 2(C_s \cdot \tilde{\Delta})^2 |\tilde{S}| \tilde{S}_{ij} - \left(2(C_s \cdot \tilde{\Delta})^2 |\tilde{S}| \tilde{S}_{ij} \right) \right\} \tilde{n}_j \right]^{\bar{S}} \\ - \left(C_r \frac{\Sigma \tilde{\Delta}}{\tilde{\Delta}} |\tilde{S}| \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \tilde{n}_j \right) \\ - 2 \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ (C_s \cdot \tilde{\Delta})^2 |\tilde{S}| \tilde{S}_{ij} \right\} + C_r \frac{\Sigma \tilde{\Delta}}{\tilde{\Delta}} |\tilde{S}| \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \tilde{n}_j$$

上式は

$$C_r M r_i = L r_i \quad (24)$$

と書くことができる。ここに

$$M r_i = \frac{\Sigma \tilde{\Delta}}{\tilde{\Delta}} |\tilde{S}| \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \tilde{n}_j - \left(\frac{\Sigma \tilde{\Delta}}{\tilde{\Delta}} |\tilde{S}| \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \tilde{n}_j \right)$$

$$L r_i = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \tilde{u}_i \tilde{u}_j - \tilde{u}_i \tilde{u}_j \right. \\ \left. - \left(2(C_s \cdot \tilde{\Delta})^2 |\tilde{S}| \tilde{S}_{ij} \right) + 2(C_s \cdot \tilde{\Delta})^2 |\tilde{S}| \tilde{S}_{ij} \right\} \\ + \left[\left(\tilde{u}_i \tilde{u}_j - \tilde{u}_i \tilde{u}_j \right. \right. \\ \left. \left. - 2(C_s \cdot \tilde{\Delta})^2 |\tilde{S}| \tilde{S}_{ij} + \left(2(C_s \cdot \tilde{\Delta})^2 |\tilde{S}| \tilde{S}_{ij} \right) \right) \tilde{n}_j \right]^{\bar{S}}$$

ここで C_r の決定に Lilly の最小二乗法¹⁴⁾を採用すると、

$$C_r = \frac{L r_i M r_i}{M r_j M r_j} \quad (25)$$

で C_r が算出できる。

同様にして C_d は、圧力勾配項の粗視化により生じた項を以下のように比較し $L d_i, M d_i$ を求め、最小二乗法により決定する。

$$-\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\tilde{p}}{\rho} + \frac{T_{ll}}{3} \right) - \left\{ \left(\frac{\tilde{p}}{\rho} - \frac{\tilde{p}}{\rho} + \frac{T_{ll}}{3} - \frac{T_{ll}}{3} \right) \tilde{n}_i \right\}^{\bar{S}}$$

$$= -\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\tilde{p}}{\rho} + \frac{T_{ll}}{3} \right) + C_d \frac{\Sigma \tilde{\Delta}}{\tilde{\Delta}^3} |\tilde{u}| \tilde{u}_i - \left(C_d \frac{\Sigma \tilde{\Delta}}{\tilde{\Delta}^3} |\tilde{u}| \tilde{u}_i \right)$$

$$M d_i = \frac{\Sigma \tilde{\Delta}}{\tilde{\Delta}^3} |\tilde{u}| \tilde{u}_i - \left(\frac{\Sigma \tilde{\Delta}}{\tilde{\Delta}^3} |\tilde{u}| \tilde{u}_i \right)$$

$$L d_i = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{T_{ll}}{3} - \frac{T_{ll}}{3} \right) - \left\{ \left(\frac{\tilde{p}}{\rho} - \frac{\tilde{p}}{\rho} + \frac{T_{ll}}{3} - \frac{T_{ll}}{3} \right) \tilde{n}_i \right\}^{\bar{S}}$$

$$C_d = \frac{L d_i M d_i}{M d_j M d_j} \quad (26)$$

C_f についても同様、粘性項の粗視化により生じた項を以下のように比較し、 $L f_i, M f_i$ を定義して求める、

$$\nu \left[\frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial((\tilde{u}_i - \tilde{u}_i) \tilde{n}_j)}{\partial x_j} + \left\{ \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} - \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \right) \right) \tilde{n}_j \right\}^{\bar{S}} \right] \\ = \nu \frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} + C_f \frac{\Sigma \tilde{\Delta}}{\tilde{\Delta}^3} |\tilde{u}| \tilde{u}_i - \left(C_f \frac{\Sigma \tilde{\Delta}}{\tilde{\Delta}^3} |\tilde{u}| \tilde{u}_i \right)$$

そして $M f_i, L f_i$ を以下のように定義して C_f を求める。

$$M f_i = \frac{\Sigma \tilde{\Delta}}{\tilde{\Delta}^3} |\tilde{u}| \tilde{u}_i - \left(\frac{\Sigma \tilde{\Delta}}{\tilde{\Delta}^3} |\tilde{u}| \tilde{u}_i \right)$$

$$L f_i = \nu \left[\frac{\partial((\tilde{u}_i - \tilde{u}_i) \tilde{n}_j)}{\partial x_j} + \left\{ \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} - \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \right) \right) \tilde{n}_j \right\}^{\bar{S}} \right]$$

$$C_f = \frac{L f_i M f_i}{M f_j M f_j} \quad (27)$$

以上のダイナミック操作 (式 (25)–(27)) によって新たな付加項のモデル式を粗視化変数のみで閉じることが可能となる。本稿では以降、モデル式 (13)–(15) 及びそのモデルパラメータ決定式 (25)–(27) を総称して DBM (Dynamic Boundary Model) と呼ぶ。DBM と先述の SGS モデル式 (11) との併用の結果、grid-scale 粗視化方程式 (8) は完結する。続いてはこの DBM を用いて境界条件を設定するモデルについて述べる。

2.3 境界条件モデル

DBM 各項 (式 (13)–(15)) は導出過程から明らかなように、境界面法線方向についてのせん断応力勾配である。Hori *et al.*¹⁵⁾ は壁面摩擦速度に約 6.0 を乗じたものを境界条件とした場合に良好な結果を得ていることから、流

速の i 方向成分の境界条件 u_{sli} は式 (28) のように設定した。

$$u_{sli} = C_{sl} \sqrt{\left(-C_r \frac{\Sigma \bar{\Delta}}{\Delta} |\bar{S}| \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \bar{n}_j + C_d \frac{A \bar{\Delta}}{\Delta^3} |\bar{u}| \bar{u}_i + C_f \frac{\Sigma \bar{\Delta}}{\Delta^3} |\bar{u}| \bar{u}_i \right) \bar{\Delta}} \quad (28)$$

ここに C_{sl} はモデルパラメータであり, Hori の結果に倣い $C_{sl} = 6.0$ とした。

次章ではこの境界条件式 (28) および, 完結した N-S 方程式 (8) を用いた平坦開水路乱流の計算例を示す。

3. 数値計算

3.1 数値解法

計算格子には, 全ての変数が同じコントロールボリュームを共有するコロケート配置を用いる。

支配方程式の離散化に関して, 空間差分は基本的には二次精度中心差分を用いたが, 流速 $\bar{u}_i^{n+1}$ を求める修正段階で行われる ϕ^{n+1} の差分の際には Inagaki and Abe¹⁶⁾ による修正スキームを用いた。時間進行は Yokojima の方法¹⁷⁾ を基に, 移流項およびモデル化を必要とする項全てに二次精度 Adams-Bashforth 法を, 粘性項には Crank-Nicholson 法を用いて FS(Fractional Step) 法により時間進行を行った。この方法は時間に関して 2 次精度で安定して計算を行えることが確認されている¹⁷⁾。

ダイナミック操作に関して, 合成フィルタ幅 $\bar{\Delta}$ は通常, Dynamic Smagorinsky Model において $\bar{\Delta}$ の倍の広さのものが採用される¹⁸⁾, 本研究もそれに従った。

3.2 計算例

計算対象は水路床が平坦で水深 H の, 水平方向に無限に広がる開水路等流とした。これにより $A \bar{\Delta} = 0$ となり DBM の内, 式 (14) の項が除かれる為, 式 (13) と式 (15) のみ導入した効果を検証できる。

数値計算は, x, y, z 方向に各々 $3H, H, 1.6H$ の長さで $x-z$ 方向に周期境界をもつ領域において, 壁面摩擦速度 U^* と水深に基づいたレイノルズ数 Re^* を 180 に保った上で, 流体に対し各時間ステップで x 方向へ $\Delta p = 3U^{*2}$ の圧力差を与えて駆動させ行った。ここに x は主流方向, y は鉛直方向, z は主流横断方向である。

行ったシミュレーションは上記の計算領域に対して 1); $60 \times 20 \times 32$ の格子数で標準 Smagorinsky モデルのみを導入し, 壁面境界には non-slip 条件を適用した LES, 2); $60 \times 20 \times 32$ の格子数の標準 Smagorinsky モデルに DBM を加え, 境界条件式 (28) を壁面境界に用いた LES の二種である。これらは共に等間隔格子とし, 無次元時間刻み幅 0.002 で行った。

尚, 本プログラムは横嶋のプログラム¹⁹⁾ を基にしており, 先述の計算領域で $120 \times 88 \times 64$ の格子数の DNS を行うことにより精度は確認している。

3.3 計算結果

図 -1-図 -8 に示す平均流速 $\langle u \rangle$ 分布, レイノルズ応力 $\langle -u'v' \rangle$ 分布, 3 方向の乱れ強度 u', v', w' 分布の結果は全て, 各時間ステップにおける $x=0.5H, 1.0H, 1.5H, 2.0H, 2.5H$ の 5 点での z 方向の平均値をさらに, 計算開始時 $t=0$ から十分に時間の経過した無次元時間 4400 から 4600 まで時間平均して表示したものである。尚, 分布図中の Re_p^* は圧力勾配との力学的釣合から算定した壁面摩擦速度 U_p^* による摩擦レイノルズ数, Re_g^* は境界面での速度勾配から算定した摩擦速度 U_g^* による摩擦レイノルズ数である。また SM は標準 Smagorinsky モデルを用いた LES の結果を表し, Yokojima は $Re^* 180$ として横嶋¹⁹⁾ によって行われた, 計算領域 $6.4H \times H \times 3.2H$, 格子数 $116 \times 96 \times 128$ での開水路等流を対象とした DNS 結果を表す。

乱れ強度分布について示すのは, 計算開始から無次元時間 4400 及び 4600 での動的に計算した DBM 項,

$$R_{bci} = -C_r \frac{\Sigma \bar{\Delta}}{\Delta} |\bar{S}| \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \bar{n}_j \quad (29)$$

$$T_{di} = C_f \frac{\Sigma \bar{\Delta}}{\Delta^3} |\bar{u}| \bar{u}_i \quad (30)$$

の $y=0.025H$ 平面における分布 (図 -9-図 -16) と, 同時刻での水路床での境界条件の等値線図 (図 -17-図 -20) である。

3.4 考察

平均流速分布, レイノルズ応力分布, 乱れ強度分布の全てにおいて, 標準 Smagorinsky モデルのみを用い non-slip 条件を適用した 1) の LES 結果に比べ, DBM を導入し部分滑り条件を適用した 2) の LES 結果の方がより DNS 結果へ近付いていることが確認できる。これは明らかに, 境界近傍の流速が DBM によって適切に調整されたことによる改善である。

DBM 各項の内, T_{di} は図 -13-図 -16 に示すように, ほぼゼロを中心として無視できる程度の値で空間的に変動している一方, R_{bci} は図 -9-図 -12 から, 特に主流方向 R_{bc1} が誤差としては無視できない正の値をとりつつ空間的に変動していることが分かる。 R_{bci} がモデル化しているのは, 境界面でのレイノルズ応力の壁面法線方向勾配であり, レイノルズ応力には勾配拡散型を用いているため, 実質的には壁面接線方向のみに機能する“負”の粘性項といえる。この項が正であることから R_{bc1} は, 流速の主流方向成分が壁面境界に向かい減衰していく曲率を高める, つまり格子幅スケールで表せない, 実際の流速が境界近傍で急減する挙動を再現するよう機能しているといえる。このことは境界条件に non-slip 条件を適用した場合に, 勾配拡散型 SGS モデルが格子幅スケール以下で急減する様子を表現できず, 流速を抑えすぎること示唆している。そして T_{di}, R_{bc3} の値が平均流速の約 10^{-8} 以下のオーダーであることを考慮すると, 結果的に粘性項および横断方向についてのレイノルズ応力勾配の総和 $\partial \tau_{3j} / \partial x_j$ から生じる互換誤差はほぼ無視できる

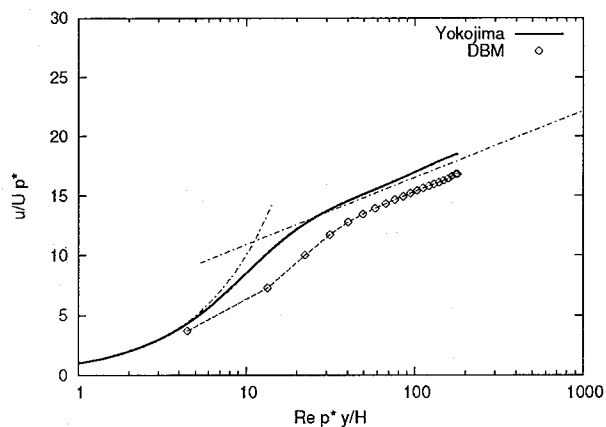


図-1 平均流速分布 (DBM) (破線は理論値)

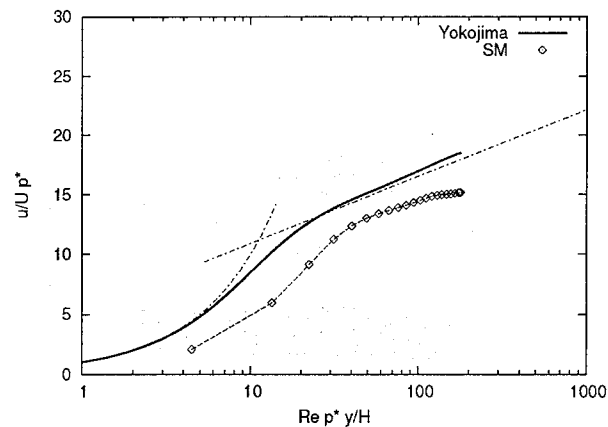


図-2 平均流速分布 (SM) (破線は理論値)

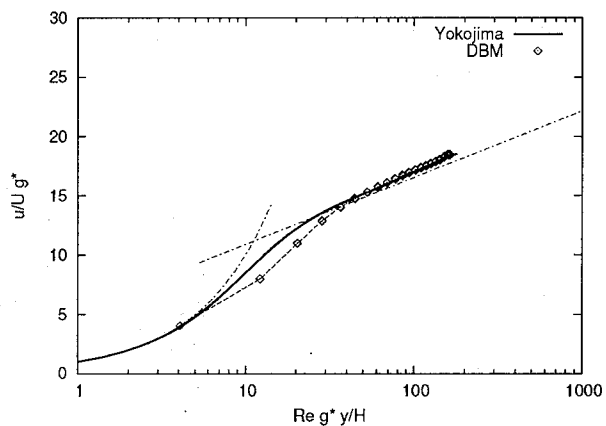


図-3 平均流速分布 (DBM) (破線は理論値)

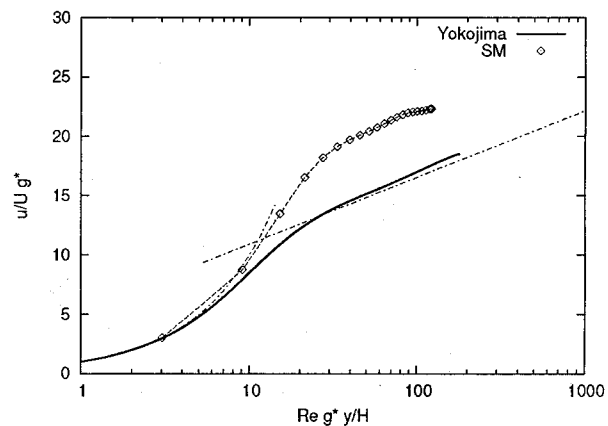


図-4 平均流速分布 (SM) (破線は理論値)

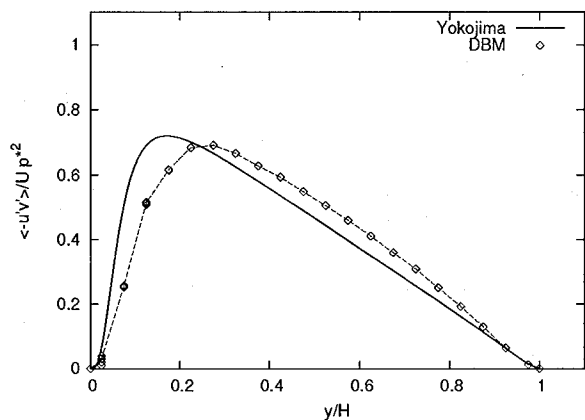


図-5 レイノルズ応力分布 (DBM)

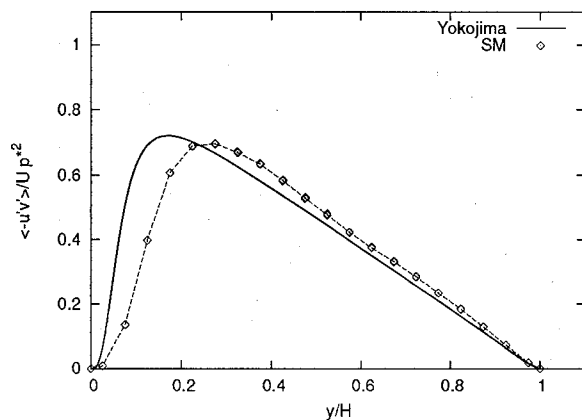


図-6 レイノルズ応力分布 (SM)

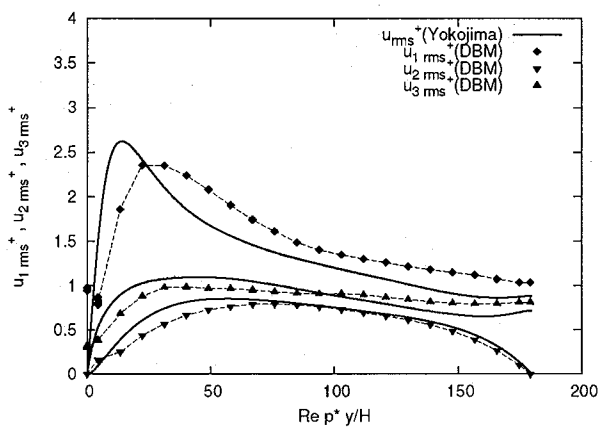


図-7 乱流強度分布 (DBM)

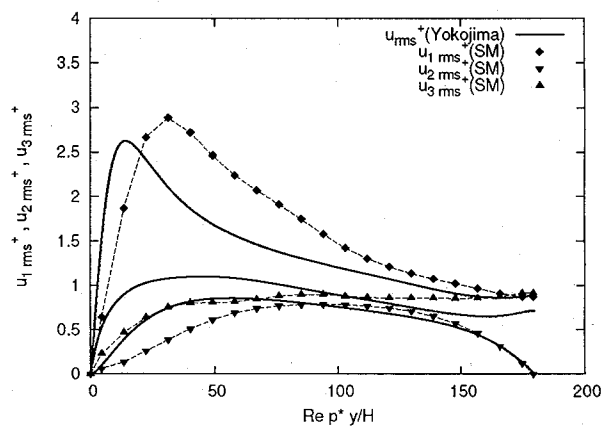


図-8 乱流強度分布 (SM)

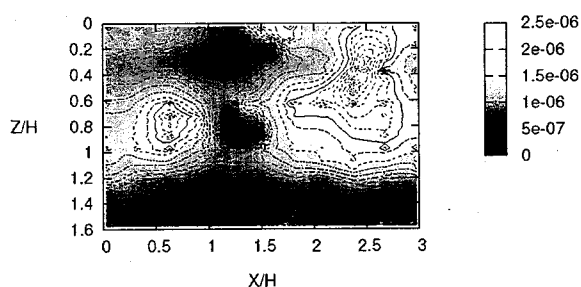


図-9 無次元時間 4400, $y = 0.025H$ での主流方向成分 R_{bc1} の等値線 (値は平均流速と H で無次元化したもの)

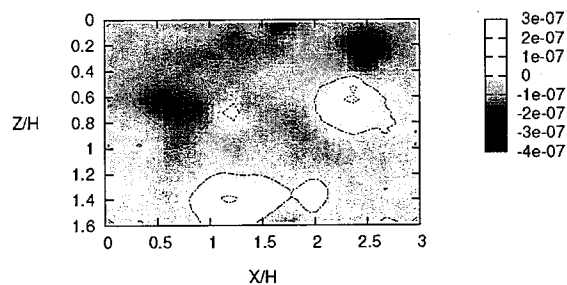


図-10 無次元時間 4400, $y = 0.025H$ での横断方向成分 R_{bc3} の等値線 (値は平均流速と H で無次元化したもの)

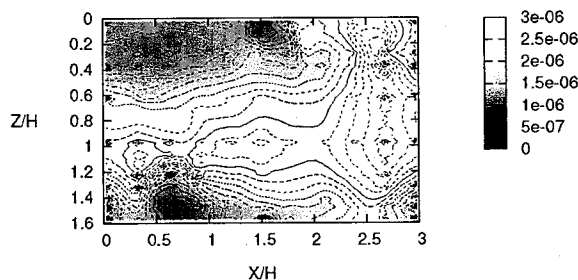


図-11 無次元時間 4600, $y = 0.025H$ での主流方向成分 R_{bc1} の等値線 (値は平均流速と H で無次元化したもの)

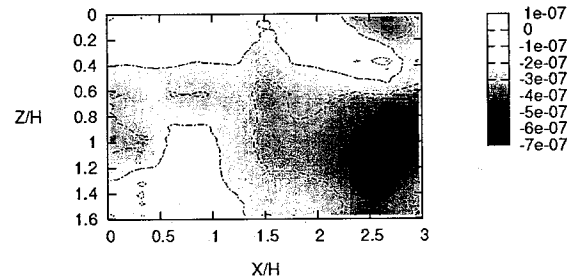


図-12 無次元時間 4600, $y = 0.025H$ での横断方向成分 R_{bc3} の等値線 (値は平均流速と H で無次元化したもの)

といえ、主流方向についてのレイノルズ応力勾配の総和 $\partial \tau_{ij} / \partial x_j$ から生じる互換誤差のみが、勾配拡散型 SGS モデルを用いる代償として顕著に現れているといえる。

以上の観点から DBM の主な働きは、勾配拡散型 SGS モデルにより主流方向流速が過剰に抑制されることの緩和であるといえる。

3.5 結論

勾配拡散型 SGS モデルを用いる場合、境界近傍において格子下スケールで流速が急減する様子を再現出来ないために、壁面一点目流速の算定が理論値と大幅に異なり、その影響が領域全体の再現性を大きく低下させるという問題が生じる。

今回導入した DBM (Dynamic Boundary Model) によりシミュレーション結果が DNS 結果へ大幅に近付き、non-slip 条件のために勾配拡散型 SGS モデルが壁面一点目流速を抑えすぎること、そしてこの過度な抑制を緩和する DBM の働きが示された。注目すべきは DBM が機能するのは境界一点目のみという点である。このことから勾配拡散型 SGS モデルに対する調整が必要なのは、流況が壁面境界により格子下スケールで変化する境界近傍のみで十分であることが分かる。

これに加え、境界近傍における格子下スケールの急激

な流況変化を表現可能な SGS モデルは、未だ開発されていないこと²⁰⁾を考慮すると、SGS モデルには勾配拡散型 SGS モデルを用い、境界近傍で流速を抑えすぎないように境界条件に適度なスリップ条件を採用することが、境界近傍を適切に再現する現在最も有効な方法であると考えられる。

既往の研究では、その扱いやすさから non-slip 条件に勾配拡散型 SGS モデルという不適切な組み合わせを緩用しているために、高くとも壁面から二点程度は線形則に入るレイノルズ数の流れしか LES を行えないものと思われる。そして境界近傍を含めた全ての領域で適用可能な乱流モデルの開発に固執し、“等方性の成立する格子下スケール流れ”、“フィルタ操作と微分操作との非互換性”、そして“境界近傍での格子下スケール流れの異方性”等を全て包括した乱流モデル構築が行われているものと思われる。

そこで LES を行う際、基本的には流れ場のほぼ全域で良好な結果を示す勾配拡散型 SGS モデルを用い、壁面境界条件でその調整としての適切なスリップ条件を与える境界モデルの開発を、乱流モデルとは独立して行う必要性を提言する。境界近傍さえ正確に再現できれば、計算時間を標準 Smagorinsky モデルのほぼ倍にして²¹⁾ DSM (Dynamic Smagorinsky Model) 等を用いずとも、

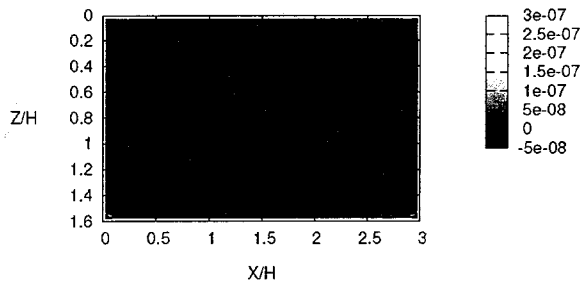


図-13 無次元時間 4400, $y = 0.025H$ での主流方向成分 T_{d1} の等値線 (値は平均流速と H で無次元化したもの)

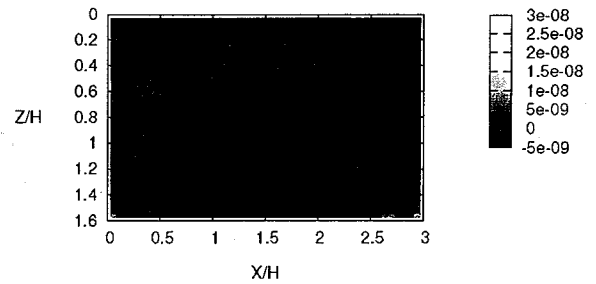


図-14 無次元時間 4400, $y = 0.025H$ での横断方向成分 T_{d3} の等値線 (値は平均流速と H で無次元化したもの)

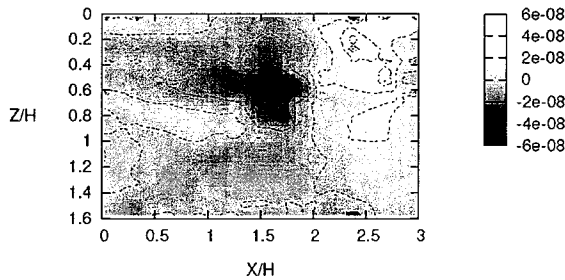


図-15 無次元時間 4600, $y = 0.025H$ での主流方向成分 T_{d1} の等値線 (値は平均流速と H で無次元化したもの)

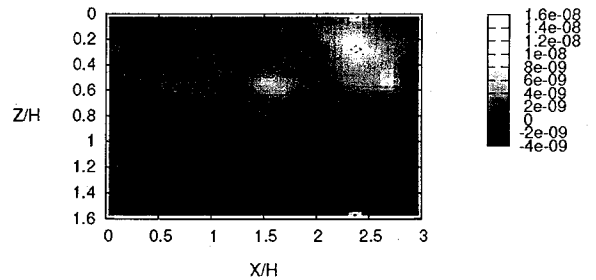


図-16 無次元時間 4600, $y = 0.025H$ での横断方向成分 T_{d3} の等値線 (値は平均流速と H で無次元化したもの)

基本モデルを標準 Smagorinsky モデルとしたまま十分正確かつ効率的に、少なくとも平坦開水路乱流については再現できるものと考ええる。

今回は DBM の効果を正確に検討する為に平坦開水路乱流を対象とし、モデルを導入する割合を極力抑え良好な結果が得られた。今後はこの DBM が粗面にも適用可能であるのか、また高レイノルズ数で境界一点目が線形則領域から外れる場合にも正確に境界近傍を再現できるかという点が課題となる。

参考文献

- 1) R.Friedrich, and Rodi., : Advances in LES of Complex Flows, *Kluwer Academic Pub.* (2002).
- 2) J.S.Baggett, J.Jiménez, and A.G.Kravchenko, : Resolution requirements in large-eddy simulations of shear flows, *Annual Research Briefs(Center for Turbulence Research,Stanford,1997)*, pp. 51-66.
- 3) U.Schumann, : Subgrid scale model for finite difference simulations of turbulent flows in plane channels and annuli, *J.Comput.Phys.*, Vol. 18, pp. 376-404 (1975).
- 4) H.Werner, and H.Wengle, : Large-eddy simulation of turbulent flow over and around a cube in a plate

channel, *Proc. the Eighth Symposium on Turbulent Shear Flows*, pp. 19-4-1-19-4-6 (1991).

- 5) U.Piomelli, J.Ferziger, P.Moin, and J.Kim, : New approximate boundary conditions for large eddy simulations of wall-bounded flows, *Phys. Fluids A* 1, p. 1061 (1989).
- 6) E.Balaras, C.Benocci, and U.Piomelli, : Two-layer approximate boundary conditions for large-eddy simulations, *AIAA J.*, Vol. 34, pp. 1111-1120 (1996).
- 7) P.J.Mason, and N.S.Callen, : On the magnitude of the subgrid-scale eddy coefficient in large-eddy simulations of turbulent channel flow, *J. Fluid Mech.*, Vol. 162, p. 439 (1986).
- 8) Nakayama, A. and Noda, H., and Maeda, K.: Similarity of instantaneous and filtered velocity fields in the near wall region of zero-pressure gradient boundary layer, *Fluid Dynamics Research*, Vol. 35, No. 4, pp. 299-321 (2004).
- 9) F.Nicoud, J.S.Baggett, P.Moin, and W.Cabot, : Large eddy simulation wall-modeling based on suboptimal control theory and linear stochastic estimation, *Phys. Fluids*, Vol. 13, No. 10, p. 2968 (2001).

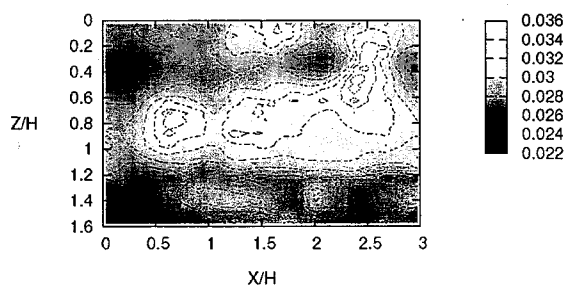


図-17 無次元時間 4400 での境界条件 (主流方向成分) の等値線 (値は平均流速と H で無次元化したもの)

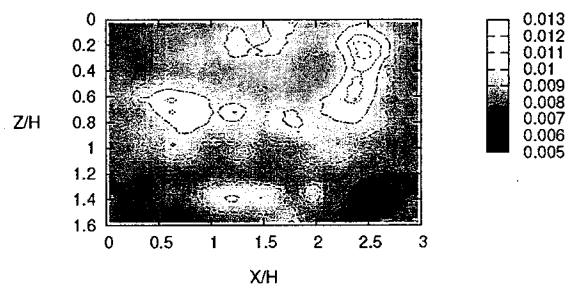


図-18 無次元時間 4400 での境界条件 (横断方向成分) の等値線 (値は平均流速と H で無次元化したもの)

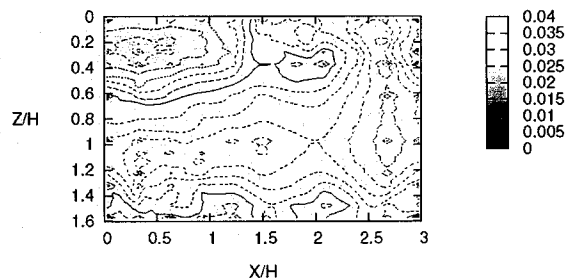


図-19 無次元時間 4600 での境界条件 (主流方向成分) の等値線 (値は平均流速と H で無次元化したもの)

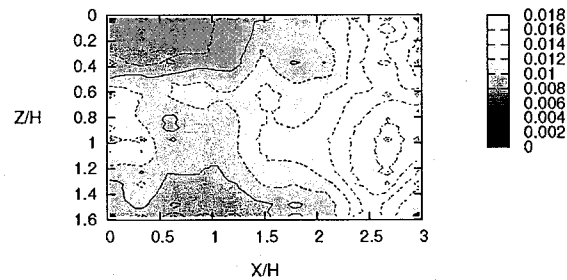


図-20 無次元時間 4600 での境界条件 (横断方向成分) の等値線 (値は平均流速と H で無次元化したもの)

- 10) 中山昭彦, 崎尾幸司: 複雑境界上乱流のフィルタ平均と LES, 水工学論文集, Vol. 48, pp. 613-618 (2004).
- 11) P.Prinos, D.Sofialidis, and E.Keramiris, : Turbulent flow over and within a porous bed, *J. Hydraul. Eng.*, Vol. 129, pp. 720-733 (2003).
- 12) Nakayama, A. and Kuwahara, F.: A macroscopic turbulence model for flow in a porous medium, *J. Fluids Eng.*, Vol. 121(2), pp. 427-433 (1999).
- 13) M.Germano, U.Piomelli, P.Moin, and W.H.Cabot, : A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model, *Phys. Fluids A*, Vol. 3, No. 7, pp. 1760-1765 (1991).
- 14) D.K.Lilly, : A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure method, *Phys. Fluids A*, Vol. 4, No. 3, pp. 633-635 (1992).
- 15) Nakayama, A., Hori, K., and R.L.Street, : Filtering and LES of flow over irregular rough boundary, *Proc. the Summer Program 2004*, pp. 145-156 (2004).
- 16) Inagaki, M. and Abe, K.: An improved of prediction accuracy of large eddy simulation on colocated grids, *Transact. JSME B*, Vol. 64, No. 623, pp. 1981-1988 (1998).
- 17) Nakayama, A., Yokojima, S., and N.Vengadesan, S.: COLOCATED FINITE DIFFERENCE METHOD IN GENERAL CURVILINEAR COORDINATES FOR SIMULATION OF FLOWS OVER ARBITRARY GEOMETRY, *Memories of Construction Engineering Research Institute*, Vol. 43-A, (2001).
- 18) Yan Zang, Robert L.Street, and Jeffrey R.Koseff, : A dynamic mixed subgrid-scale model and its application to turbulent recirculating flows, *Physics of Fluids A Fluid Dynamics*, Vol. 5, No. 12, pp. 3186-3196 (1993).
- 19) 横嶋哲: 開水路乱流のモデリングとシミュレーション, 博士論文, 神戸大学大学院自然科学研究科, 45 pp. (2002).
- 20) F.Nicoud, J.S.Baggett, P.Moin, and W.Cabot, : Large eddy simulation wall-modeling based on suboptimal control theory and linear stochastic estimation, *Phys. Fluids*, Vol. 13, No. 10, p. 2969 (2001).
- 21) 野田博: LES 法の構造物周り流れへの適応に関する研究, 博士論文, 神戸大学大学院自然科学研究科, 51 pp. (2000).

(2006 年 4 月 13 日 受付)