

非線形コントラクタンシー表現式を用いた土の弾塑性構成モデル

Two categories of new constitutive model derived from non-linear description of soil contractancy

大野進太郎*, 飯塚敦**, 太田秀樹***
Shintaro Ohno, Atsushi Iizuka, Hideki Ohta*工修, 東京工業大学助手, 理工学研究科国際開発工学専攻 (〒152-8552 東京都目黒区大岡山 2-12-1 S6-203)
** 工博, 神戸大学教授, 都市安全研究センター (〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1 都市安全研究センター)
*** 工博, 東京工業大学教授, 理工学研究科国際開発工学専攻 (〒152-8552 東京都目黒区大岡山 2-12-1 S6-210)

In this study, the volume change of soils is assumed to consist of two components, consolidation and contractancy (negative dilatancy). The authors develop two categories of elasto-plastic constitutive model by employing two types of non-linear function capable of describing contractancy (negative dilatancy) of soils in a wide variety. Proposed functions have a good capacity for describing experimental data. The well-known constitutive models for soils, such as the Original Cam-Clay model, the Modified Cam-Clay model, the Ohta-Hata model and the Sekiguchi-Ohta model are included in the obtained group of models.

Key Words: constitutive model, elasto-plastic, dilatancy, stress-strain relationship

キーワード: 構成モデル, 弾塑性, ダイレイタンシー, 応力ひずみ関係

1. はじめに

近年, 古典的な降伏曲面の内側や外側に新たな負荷面 (下負荷面¹⁾²⁾³⁾, Bounding surface⁴⁾, 上負荷面⁵⁾⁶⁾等)を導入し, 複雑な地盤の力学挙動 (たとえば, 過圧密粘土の非排水せん断挙動や砂の液状化挙動, 粘土の構造劣化等)を表現する手法が提案されている。ただし, 上述のような新たな負荷面を使用する場合においても, 古典弾塑性構成モデルの降伏曲面は, 地盤の基本的な力学性質を表現する役割を担っている。弾塑性解析によって地盤の動態予測を行う場合, 地盤の基本的な力学性質を調べ, 最適な古典弾塑性構成モデルを選定することは重要である。

Ohta and Hata⁷⁾は, 1)土の体積変化が圧密とコントラクタンシー (負のダイレイタンシー) から成ること⁸⁾, 2)土の塑性体積変化は応力経路に依存しない⁹⁾, という実験事実をもとに, 圧密とコントラクタンシーのそれぞれをモデル化することで, 最終的に古典弾塑性構成モデルを提案している。この Ohta and Hata による弾塑性構成モデルは, 等方圧密された粘土を想定するとオリジナル Cam-Clay モデルに帰着することが知られている。また, Asaoka, Noda, Yamada, Kaneda and Nakano⁶⁾は, 上記 1)2)の実験事実を考慮しながら, それぞれ異なったコントラクタンシーの表現関数を用いることで, オリジナル Cam-Clay モデル¹⁰⁾と修正 Cam-Clay モデル¹¹⁾が導出できることを示している。以上から, a)代表的な古典弾塑性構成モデルが表現する地盤の基本的な力学挙動は, 圧密とコントラクタンシーである

ことと, b)それぞれの弾塑性構成モデルの違いは, コントラクタンシーの表現方法にある, ということがわかる。

本研究ではまず, 柴田⁸⁾, Shibata and Karube¹²⁾, 軽部・栗原¹³⁾, 軽部・原田¹⁴⁾による土のコントラクタンシーの研究を踏襲しながら, 解析対象となる地盤に応じてコントラクタンシーの表現方法を調整できるコントラクタンシーの表現関数を新たに提案する。つぎに, Ohta and Hata による弾塑性構成モデルの導出を参考に, 提案したコントラクタンシーの表現関数を用いた弾塑性構成モデルを軸対称応力条件の下で導出する。さらに, 得られた弾塑性構成モデルを, Sekiguchi-Ohta¹⁵⁾の応力パラメータを用いて一般応力条件に拡張する。

コントラクタンシーの表現方法を調節することは, 結果的に弾塑性構成モデルの降伏曲面の形状を変化させると予想される。パラメータを追加して降伏曲面の形状を調節する試みはすでにいくつかなされている¹⁶⁾¹⁷⁾¹⁸⁾。

代表的な古典弾塑性構成モデルの違いが, コントラクタンシーの表現方法にあることを考慮すると, 本研究で導出する弾塑性構成モデルは, 代表的な古典弾塑性構成モデルの利害・得失を横並びに評価し, 地盤動態解析の対象となる地盤に応じて最適な構成モデルを選定することに貢献する可能性がある。

また本研究では, 圧密を応力比 $\eta (=q/p')$ 一定下での平均有効主応力 p' の変化による土の体積変化であると定義し, コントラクタンシーを平均有効主応力 p' 一定下での応力比 η の変化による土の体積変化であると定義してい

る。本研究において導出する弾塑性構成モデルは、正規圧密線と限界状態線が平行であると仮定する古典的な Critical State 理論に基づいているため、練返された正規圧密粘土を対象としている。

2. Ohta and Hata による弾塑性構成モデル

本章では、古典的な議論になるが、まず Ohta and Hata⁷⁾ による弾塑性構成モデルの導出を概観する。この導出法が、後に新たなコントラクタンシー表現関数を提案し、弾塑性構成モデルを導出する理論的な根幹となっているためである。この導出法は、軸対称応力条件下において、土の体積変化を圧密による成分とコントラクタンシーによる成分とに分けて考えることから出発する。さらに圧密とコントラクタンシーによる土の体積変化を弾性部分と弾塑性部分に分解したうえで、土の塑性体積変化を表す式を導く。最終的に、Henkel⁹⁾の実験結果に基づいて塑性体積ひずみを硬化パラメータとする降伏関数が定義される。

2.1 圧密による体積変化

圧密による土の体積変化は、伝統的に受け入れられている $e - \ln p'$ 関係によって表現できる。弾塑性状態にある土の間隙比の微小変化 de は、正規圧密曲線から

$$de = -\lambda d(\ln p') \quad (1)$$

である。ただし、

$$p' = \frac{1}{3}(\sigma'_a + 2\sigma'_r) \quad (2)$$

であり、 σ'_a :有効軸心力、 σ'_r :有効側方応力、 λ :圧縮指数である。

また、弾性状態にある土の間隙比の微小変化 de は、膨潤曲線から

$$de = -\kappa d(\ln p') \quad (3)$$

である。ただし、 κ :膨潤指数である。

2.2 ダイレイタンシーによる体積変化

柴田⁸⁾、Shibata and Karube¹²⁾、軽部・栗原¹³⁾、軽部・原田¹⁴⁾による一連の土のコントラクタンシーについての研究では、コントラクタンシーによる等方圧密された粘土の体積変化を、 p' 一定条件の $\varepsilon_v - \eta$ 関係において直線（または折れ線）によってモデル化することが提案されている（図-1 参照）。Ohta and Hata は、柴田らの理論を異方圧密された粘土に適用できるように拡張した。ただし、本論文での導出は、等方圧密された土のみを想定した場合に限定する。

Ohta and Hata によると、コントラクタンシーによる土の体積ひずみは、

$$de = -(1+e_0)D|d\eta| \text{ when } |\eta| \geq \eta_l \quad (4)$$

$$de = 0 \text{ when } |\eta| < \eta_l \quad (5)$$

である。ただし、

$$\eta = \frac{q}{p'}, \quad q = \sigma'_a - \sigma'_r \quad (6)$$

であり、 D :柴田⁸⁾によるコントラクタンシー係数、 η_l :土のコントラクタンシーが発生しはじめる応力比、 e_0 :圧密完了時の初期間隙比である。式(4)において、応力比に絶対値をつけているのは、伸張時に応力比が負になるからである。

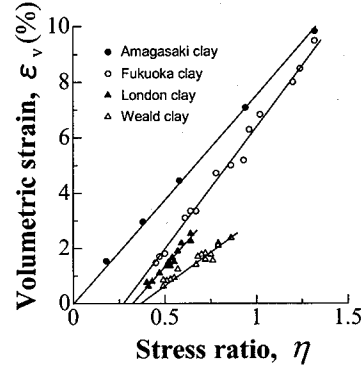


図-1 柴田⁸⁾による直線および折れ線を用いたコントラクタンシーのモデル化

2.3 降伏関数の導出

式(1)は、弾塑性状態にある土の体積変化の圧密部分であり、式(4)および式(5)は、弾塑性状態にある土の体積変化のコントラクタンシー部分である。つまり弾塑性状態にある土の微小体積変化は、圧密部分とコントラクタンシー部分を足し合わせて、

$$de = -\lambda d(\ln p') - (1+e_0)D|d\eta| \text{ when } |\eta| \geq \eta_l \quad (7)$$

$$de = -\lambda d(\ln p') \text{ when } |\eta| < \eta_l \quad (8)$$

となる。ただし、土のコントラクタンシー応答は、すべて塑性応答であると仮定している。

土の体積変化が積分経路に依存しないことに注意しながら、式(7)(8)を初期条件 $(e, p', \eta) = (e_0, p'_0, 0)$ で積分すると、

$$e - e_0 = -\lambda \ln \frac{p'}{p'_0} - (1+e_0)D|\eta - \eta_l| \text{ when } |\eta| \geq \eta_l \quad (9)$$

$$e - e_0 = -\lambda \ln \frac{p'}{p'_0} \text{ when } |\eta| < \eta_l \quad (10)$$

となる。

また、弾性状態にある土の体積変化は、式(3)を初期条件 $(e, p') = (e_0, p'_0)$ で積分すると、

$$e - e_0 = -\kappa \ln \frac{p'}{p'_0} \quad (11)$$

となる。

ここで、式(9)(10)の間隙比を体積ひずみ ε_v に変換する

と,

$$\varepsilon_v = \frac{\lambda}{1+e_0} \ln \frac{p'}{p'_0} + D|\eta - \eta_l| \quad \text{when } |\eta| \geq \eta_l \quad (12)$$

$$\varepsilon_v = \frac{\lambda}{1+e_0} \ln \frac{p'}{p'_0} \quad \text{when } |\eta| < \eta_l \quad (13)$$

となる。ただし、間隙比 e と体積ひずみ ε_v の関係は、

$$\varepsilon_v = \frac{e_0 - e}{1 + e_0} \quad (14)$$

である。

また、式(11)の間隙比 e を弾性体積ひずみ ε_v^e に変換すると、

$$\varepsilon_v^e = \frac{\kappa}{1+e_0} \ln \frac{p'}{p'_0} \quad (15)$$

である。

体積ひずみ式(12)(13)から弾性体積ひずみ式(15)を差し引くと、塑性体積ひずみ ε_v^p は、

$$\varepsilon_v^p = \frac{\lambda - \kappa}{1+e_0} \ln \frac{p'}{p'_0} + D|\eta - \eta_l| \quad \text{when } |\eta| \geq \eta_l \quad (16)$$

$$\varepsilon_v^p = \frac{\lambda - \kappa}{1+e_0} \ln \frac{p'}{p'_0} \quad \text{when } |\eta| < \eta_l \quad (17)$$

と得られる。

最終的に、式(16)(17)から塑性体積ひずみ ε_v^p を硬化パラメータとする降伏関数は、

$$f(p', q, \varepsilon_v^p) = MD \ln \frac{p'}{p'_0} + D|\eta - \eta_l| - \varepsilon_v^p = 0 \quad \text{when } |\eta| \geq \eta_l \quad (18)$$

$$f(p', q, \varepsilon_v^p) = MD \ln \frac{p'}{p'_0} - \varepsilon_v^p = 0 \quad \text{when } |\eta| < \eta_l \quad (19)$$

と導出できる。ただし、 M :限界応力比であり、

$$M = \frac{\lambda - \kappa}{(1+e_0)D} \quad (20)$$

とした。式(18)(19)において、降伏関数 f の応力の引数が p' 、 q となっているのは、式(6)から応力比 η が p' 、 q の関数であるからである。

3. ECモデル・LCモデル

Ohta and Hata⁷⁾による弾塑性構成モデルの本質は、土のコントラクタンシーによる体積変化を ε_v - η 関係において直線（または折れ線）によってモデル化することにある。これは、実験結果に基づいたモデル化であるので、受け入れやすく、物理的な意味を容易に把握することができる。しかしながら、実験結果をみると、土のコントラクタンシーは必ずしも直線（または折れ線）によるモデル化に限定されるものではないと考えられる。別のタイプの関数、例えば指数関数や対数関数によるモデル化も十分候補となる。

3.1 コントラクタンシーの代表表現関数

コントラクタンシーの表現式に要求されることは、圧密終了後の状態（ $\eta=0$ ）から限界状態（ $\eta=M$ ）にいたる

実験値を忠実に再現する関数であるといえる。ここでは、後に様々な関数によってコントラクタンシー挙動のモデル化を行えるように、確定した関数を用いず、次のような代表表現関数を用いて土のコントラクタンシー挙動を表すことにする。

$$e = e_0 - (e_0 - e_M)H \quad (21)$$

ただし、 e_M :限界状態における間隙比であり、

$$H = H(\eta) \quad (22)$$

$$0 \leq H \leq 1 \quad (23)$$

$$\begin{cases} H = 0 & \text{when } |\eta| = 0 \\ H = 1 & \text{when } |\eta| = M \end{cases} \quad (24)$$

とする。

式(21)は、Asaoka, Noda, Yamada, Kaneda and Nakano⁹⁾による e - $\ln p'$ 関係上での正規圧密曲線と限界状態線の補間関数の概念と本質的には同じである。

式(21)を用いてダイレイタンシーによる土の体積変化を示すと図-2のようになる。代表表現関数を用いるとコントラクタンシー挙動が、その表現関数を問わず、直線で表されることがわかる。また、このようにコントラクタンシーによる土の体積変化を表しても関数 H が任意であるため、一般性を失わない。また、式(24)から関数 H の値は、圧密終了時 $H=0$ から限界状態時 $H=1$ まで変化する。つまり関数 H の物理的な意味は、土がどの程度破壊に達しているかの指標である。

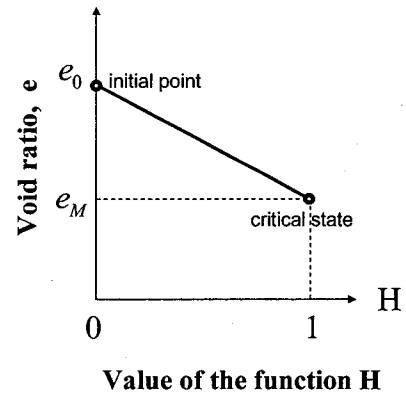


図-2 関数 H を用いたコントラクタンシー挙動

式(21)を微分すると、コントラクタンシーによる土の微小体積変化は、

$$de = -(e_0 - e_M)dH \quad (25)$$

である。

3.2 降伏関数の導出

Ohta and Hataによる弾塑性構成モデルの導出法と同様に、土の体積変化は、圧密による成分とコントラクタンシ

一による成分の和で表せると考える。土の微小体積変化は、式(1)と式(25)の和をとると、

$$de = -\lambda d(\ln p') - (e_0 - e_M) dH \quad (26)$$

となる。

さらに、土の体積変化が積分経路に依存しないことに注意しながら、式(26)を初期条件 $(e, p', \eta) = (e_0, p'_0, 0)$ で積分すると、

$$e - e_0 = -\lambda \ln \frac{p'}{p'_0} - (e_0 - e_M) H \quad (27)$$

となる。ここで、式(27)の間隙比 e を体積ひずみ ε_v に変換すると、

$$\varepsilon_v = \frac{\lambda}{1+e_0} \ln \frac{p'}{p'_0} + \varepsilon_{vM} H \quad (28)$$

となる。ただし、 ε_{vM} : 限界状態における体積ひずみであり、

$$\varepsilon_{vM} = \frac{e_0 - e_M}{1+e_0} \quad (29)$$

である。ここで、本研究は、正規圧密線と限界状態線が平行であると仮定する古典的な Critical State 理論を採用しているため、 ε_{vM} が p' に依存しないことを明記しておく。

体積ひずみ式(28)から弾性体積ひずみ式(15)を差し引くと、塑性体積ひずみ ε_v^p は、

$$\varepsilon_v^p = \frac{\lambda - \kappa}{1+e_0} \ln \frac{p'}{p'_0} + \varepsilon_{vM} H \quad (30)$$

である。

よって、式(30)から塑性体積ひずみ ε_v^p を硬化パラメータとする降伏関数は、

$$f(p', q, \varepsilon_v^p) = \frac{\lambda - \kappa}{1+e_0} \ln \frac{p'}{p'_0} + \varepsilon_{vM} H - \varepsilon_v^p = 0 \quad (31)$$

と導出できる。

3.3 限界状態における体積ひずみ

限界状態に達した土は、それ以上せん断を受けても塑性体積変化は起こらない：

$$\dot{\varepsilon}_v^p = 0 \quad \text{when } |\eta| = M : \text{critical state} \quad (32)$$

ここで、関連流動則を用いると、塑性体積ひずみは、

$$\dot{\varepsilon}_v^p = \gamma \frac{\partial f}{\partial p'} \quad (33)$$

とかける。

弾塑性状態において載荷時、 $\gamma > 0$ を考慮して、式(32)に式(33)を代入すると、

$$\frac{\partial f}{\partial p'} = 0 \quad \text{when } |\eta| = M : \text{critical state} \quad (34)$$

となる。

ここで、式(31)を平均有効主応力 p' について偏微分すると、

$$\frac{\partial f}{\partial p'} = \frac{\lambda - \kappa}{1+e_0} \frac{1}{p'} + \varepsilon_{vM} \frac{\partial H}{\partial p'} \quad (35)$$

となる。

式(35)を式(34)に代入すると、限界状態において

$$\varepsilon_{vM} = - \left(\frac{\lambda - \kappa}{1+e_0} \right) \left/ \left(p' \frac{\partial H}{\partial p'} \right) \right. \quad \text{when } |\eta| = M : \text{critical state} \quad (36)$$

が成立することになる。つまり、限界状態における体積ひずみ ε_{vM} は、式(36)に関数 H の具体式を代入することで求まることになる。

3.4 関数 H の具体式

本研究では、さまざまな土のコントラクタンシー挙動を表現できる可能性のある関数 H の具体式として、以下のよう2つの具体式を提案する。

1) 指数関数型の H の具体式

$$H = \left(\frac{|\eta|}{M} \right)^{n_E} \quad (37)$$

2) 対数関数型の H の具体式

$$H = \frac{1}{\ln 2} \ln \left(\frac{M^{n_L} + |\eta|^{n_L}}{M^{n_L}} \right) \quad (38)$$

ただし、 n_E , n_L は関数 H の応答を p' 一定排水せん断試験の結果にフィッティングするパラメータである。

図-3, 4 は、関数 H の2つの具体式をそれぞれ使用した場合のコントラクタンシー応答を表している。パラメータ n_E , n_L は、1 から 5 までの値をそれぞれ設定した。パラメータ n_E , n_L が大きいほど、コントラクタンシー応答の曲率が大きくなるのがわかる。

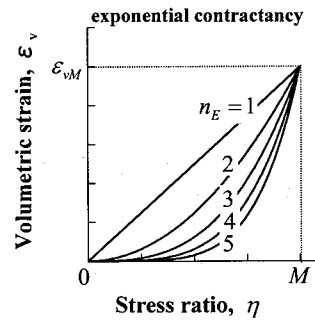


図-3 指数関数を用いたコントラクタンシー挙動

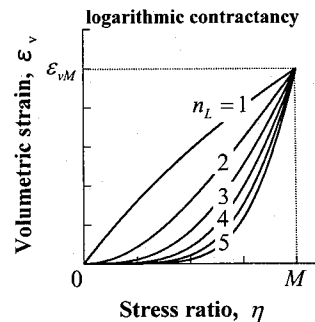


図-4 対数関数を用いたコントラクタンシー挙動

ここで、式(36)に関数Hの2つの具体式をそれぞれ代入すると、以下のように限界状態における体積ひずみが求まる。

- 1) 指数関数型のHの限界状態における体積ひずみ

$$\varepsilon_{vM} = \frac{\lambda - \kappa}{n_E(1 + e_0)} \quad (39)$$

- 2) 対数関数型のHの限界状態における体積ひずみ

$$\varepsilon_{vM} = \frac{2 \ln 2}{n_L} \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \quad (40)$$

3.5 ECモデル (Exponential Contractancy model)

式(31)に指数関数型のHの具体式(37)と限界状態における体積ひずみ式(39)、式(20)を代入すると、降伏関数は、

$$f(p', q, \varepsilon_v^p) = MD \ln \frac{p'}{p'_0} + \frac{MD}{n_E} \left(\frac{|\eta|}{M} \right)^{n_E} - \varepsilon_v^p = 0 \quad (41)$$

となる。式(41)はエネルギー理論から導出された McDowell¹⁷⁾による降伏関数と、導出方法は異なるものの、結果的に一致する。ただし本研究では、後に4.2において、式(41)を異方圧密された粘土にも適用できるように Sekiguchi-Ohta¹⁵⁾の応力パラメータを用いて拡張している。そのため、本論文では式(41)を EC モデル (Exponential Contractancy model) と呼ぶことにする。

ここで、 $n_E = 1.0$ と設定すると、式(41)は、

$$f(p', q, \varepsilon_v^p) = MD \ln \frac{p'}{p'_0} + D|\eta| - \varepsilon_v^p = 0 \quad (42)$$

となり、オリジナル Cam-Clay モデル¹⁰⁾に帰着する。

3.6 LCモデル (Logarithmic Contractancy model)

式(31)に対数関数型のHの具体式(38)と限界状態における体積ひずみ式(40)、式(20)を代入すると、降伏関数は、

$$f(p', q, \varepsilon_v^p) = MD \ln \frac{p'}{p'_0} + \frac{2MD}{n_L} \ln \left(\frac{M^{n_L} + |\eta|^{n_L}}{M^{n_L}} \right) - \varepsilon_v^p = 0 \quad (43)$$

となる。この降伏関数を以後 LC モデル (Logarithmic Contractancy model) と呼ぶことにする。

ここで $n_L = 2.0$ と設定すると、式(43)は、

$$f(p', q, \varepsilon_v^p) = MD \ln \frac{p'}{p'_0} + MD \ln \left(\frac{M^2 + \eta^2}{M^2} \right) - \varepsilon_v^p = 0 \quad (44)$$

となり、修正 Cam-Clay モデル¹¹⁾に帰着する。

3.7 ECモデル・LCモデルのフィッティング性能

図-5, 6は柴田⁸⁾が整理した等方圧密粘土に対する p' 一定条件の排水せん断試験結果を、ECモデル・LCモデルによりそれぞれフィッティングした結果を示している。プロ

ットが実験結果、実線がモデル応答である。モデル応答に用いたパラメータを表-1に示す。ECモデル・LCモデルともに、パラメータ n_E , n_L を調節することによって、さまざまな土の実験結果にうまくフィッティングできていることがわかる。

また、図-7, 8は図-5, 6のフィッティングから得られた EC モデル・LC モデルの降伏曲面をそれぞれ表している。パラメータ n_E , n_L の値を変化させると、様々な形の降伏曲面になることがわかる。このことは、降伏曲面の形状が、コントラクタンシーの表現式と深く関係していることを示している。

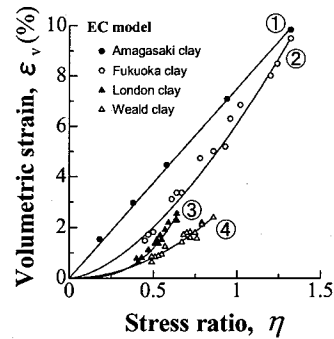


図-5 柴田⁸⁾が整理した実験結果に対するフィッティング (ECモデル)

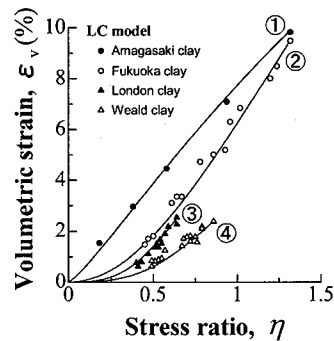


図-6 柴田⁸⁾が整理した実験結果に対するフィッティング (LCモデル)

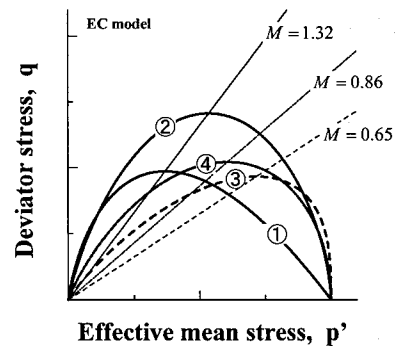


図-7 フィッティングから得られた降伏曲面 (ECモデル)

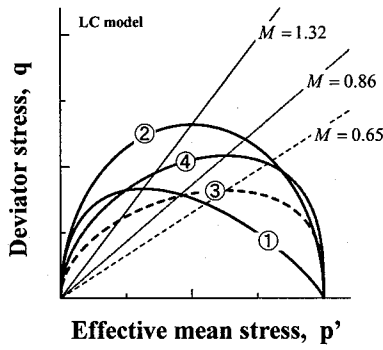


図-8 フィッティングから得られた降伏曲面 (LC モデル)

表-1 フィッティングに使用したパラメータ

	M	n_E	n_L
① Amagasaki clay	1.32	1.0	1.2
② Fukuoka clay	1.32	1.6	2.0
③ London clay	0.65	3.0	3.0
④ Weald clay	0.86	2.0	3.0

4. 一般応力条件への拡張

Sekiguchi and Ohta¹⁵⁾は、異方圧密された土の軸対称応力条件に基づいた弾塑性構成モデルである Ohta and Hata⁷⁾によるモデルを、応力パラメータ η^* を用いて一般応力条件に拡張した。また、Hashiguchi and Chen³⁾や Asaoka ら⁶⁾は等方圧密された土のみを想定する修正 Cam-Clay モデルに、関口・太田による応力パラメータ η^* を導入し、一般応力条件下で異方圧密された土を考慮できる弾塑性構成モデルを導いている。

本章では、提案した軸対称応力条件に限定した土の弾塑性構成モデルを、関口・太田による応力パラメータ η^* を用いて一般応力条件に拡張する。

4.1 Sekiguchi and Ohta による応力パラメータ

Sekiguchi and Ohta は、一般応力条件下で異方圧密された土の挙動を表現するために応力パラメータ η^* を提案した。Sekiguchi and Ohta による応力パラメータ η^* は、

$$\eta^* = \sqrt{\frac{3}{2}} \|\eta - \eta_0\| \quad (45)$$

とかける。ただし、

$$\eta = \frac{s}{p'}, \quad \eta_0 = \frac{s_0}{p'_0} \quad (46)$$

$$s = \sigma' - p'1, \quad s_0 = \sigma'_0 - p'_01, \quad p' = \frac{1}{3}\sigma'1, \quad p'_0 = \frac{1}{3}\sigma'_01 \quad (47)$$

であり、 σ' : 現有効応力テンソル、 σ'_0 : 先行時の有効応力テンソル、 η_0 : 異方圧密の程度を表すテンソルである。

4.2 一般応力条件に拡張した EC モデル・LC モデル

軸対称応力条件下で提案された EC モデルの降伏関数式(41)中の $|\eta|$ に、Sekiguchi and Ohta による応力パラメータ η^* を代入すると

$$f(\sigma', \varepsilon_v^p) = MD \ln \frac{p'}{p'_0} + \frac{MD}{n_E} \left(\frac{\eta^*}{M} \right)^{n_E} - \varepsilon_v^p = 0 \quad (48)$$

となる。式(48)は、一般応力に拡張した EC モデルである。降伏関数 f の応力の引数が p' 、 q (式(41)) から σ' (式(48)) に変わっているのは軸対称応力状態から一般応力状態に拡張されたことを意味している。

式(48)に $n_E = 1.0$ を代入すると、

$$f(\sigma', \varepsilon_v^p) = MD \ln \left(\frac{p'}{p'_0} \right) + D\eta^* - \varepsilon_v^p = 0 \quad (49)$$

となり、Sekiguchi and Ohta による弾塑性構成モデルに帰着する。

また、軸対称応力条件下で提案された LC モデルの降伏関数式(43)中の $|\eta|$ に、Sekiguchi and Ohta による応力パラメータ η^* を代入すると

$$f(\sigma', \varepsilon_v^p) = MD \ln \frac{p'}{p'_0} + \frac{2MD}{n_L} \ln \left(\frac{M^{n_L} + \eta^{*n_L}}{M^{n_L}} \right) - \varepsilon_v^p = 0 \quad (50)$$

となる。式(50)は、一般応力に拡張した LC モデルである。

式(50)に を代入すると、

$$f(\sigma', \varepsilon_v^p) = MD \ln \frac{p'}{p'_0} + MD \ln \left(\frac{M^2 + \eta^{*2}}{M^2} \right) - \varepsilon_v^p = 0 \quad (51)$$

となり、Hashiguchi and Chen や Asaoka らによって拡張された修正 Cam-Clay モデルに帰着する。

4.3 EC モデル・LC モデルの降伏曲面

図-9, 10 は、それぞれ $p'-q$ 面上で等方圧密された粘土を想定した EC モデル・LC モデルの降伏曲面を表している ($M=1.0$, $\eta_0=0.0$)。また、図-11, 12 は、それぞれ $p'-q$ 面上で異方圧密された粘土を想定した EC モデル・LC モデルの降伏曲面を表している ($M=1.0$, $\eta_0=0.5$)。ただし、

$$\eta_0 = \frac{q_0}{p'_0}, \quad q_0 = \sqrt{\frac{3}{2}} s_0 : s_0 \quad (52)$$

である。

図-9 の破線はオリジナル Cam-Clay モデル ($n_E=1.0$, $\eta_0=0.0$) の降伏曲面であり、図-10 の破線は修正 Cam-Clay モデル ($n_L=2.0$, $\eta_0=0.0$) の降伏曲面である。これらの図から、パラメータ n_E , n_L を変化させることでさまざまな降伏曲面を得られることがわかる。

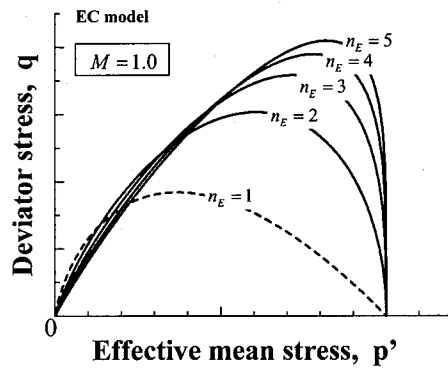


図-9 ECモデルの降伏曲面 ($M = 1.0$, $\eta_0 = 0.0$)

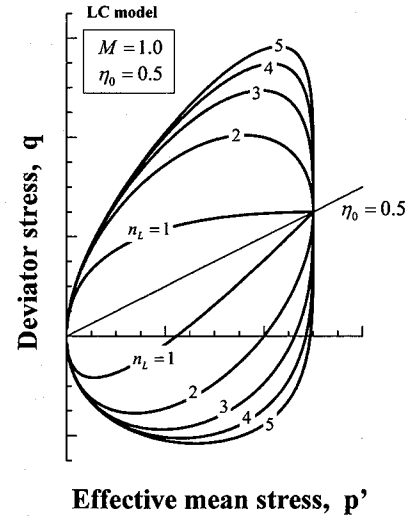


図-12 LCモデルの降伏曲面 ($M = 1.0$, $\eta_0 = 0.5$)

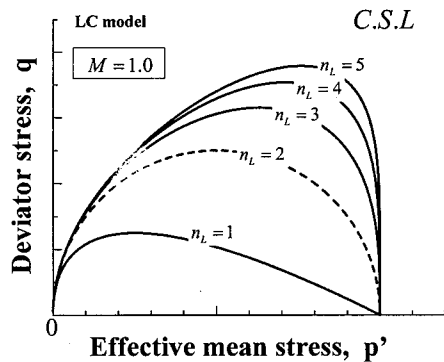


図-10 LCモデルの降伏曲面 ($M = 1.0$, $\eta_0 = 0.0$)

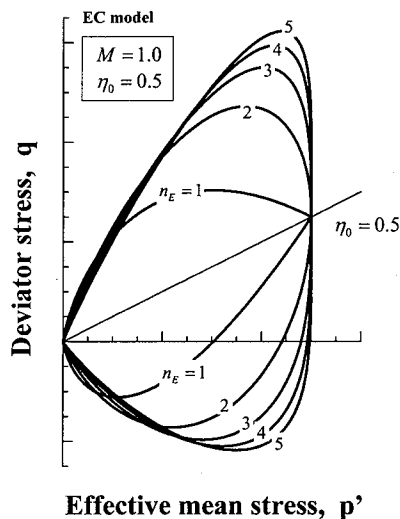


図-11 ECモデルの降伏曲面 ($M = 1.0$, $\eta_0 = 0.5$)

5. おわりに

本研究ではまず、解析対象となる地盤に応じてコントラクタンシーの表現方法を調整できる2つのコントラクタンシーの表現関数(指数関数型、対数関数型)を提案した。つぎにOhta and Hata⁷⁾による弾塑性構成モデルの導出法を参考に、提案した2つのコントラクタンシー表現関数を用いて弾塑性構成モデルである、ECモデルおよびLCモデルを導出した。

柴田⁸⁾が整理した等方圧密粘土に対する p' 一定条件の排水せん断試験結果を、ECモデル・LCモデルのパラメータ n_E , n_L を調節することにより、それぞれフィッティングした。その結果、ECモデル・LCモデルは、ともに土のコントラクタンシー挙動をうまく表現できることがわかった。

ECモデル・LCモデルは、オリジナルCam-Clayモデル、修正Cam-Clayモデル、Sekiguchi-Ohtaモデル、Hashiguchi and Chen や Asaoka らによって拡張された修正Cam-Clayモデルといった代表的な弾塑性構成モデルを内包している。これは、代表的な弾塑性構成モデルの違いが、コントラクタンシーの表現方法の違いにあることに起因している。ECモデル・LCモデルの各種理論式(非排水せん断、 K_0 圧密等)を導出・検討することによって、代表的な弾塑性構成モデルの利害得失を横並びに検討できる可能性がある。

また、ECモデル・LCモデルを用いれば、地盤動態解析を行う際、解析対象となる地盤のせん断試験結果を、パラメータ n_E , n_L を調節することによりそれぞれフィッティングし、最適な弾塑性構成モデルを選定することができる。

今後は、ECモデル・LCモデルを土/水連成FEMプログラムに導入しコントラクタンシーの表現方法が地盤動態解析結果(例えば、沈下モードや側方流動)に与える影響を調べたい。

参考文献

- 1) Hashiguchi, K. and Ueno, M.: Elastoplastic constitutive laws of granular materials. Constitutive Equation of Soils, Proceedings of the 9th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Specialty Session 9, pp.73-82, 1977.
- 2) Hashiguchi, K.: Constitutive equations of elastoplastic materials with elastic-plastic transition. Journal of Applied Mechanics ASME, Vol.47, pp.266-272, 1980.
- 3) Hashiguchi, K. and Chen, Z.P.: Elastoplastic constitutive equation of soils with the subloading surface and rotational hardening. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol.22, pp.197-277, 1998.
- 4) Dafalias YF.: Bounding surface plasticity. I: mathematical foundation and hypoelasticity. Journal of Engineering Mechanics ASCE, Vol.112 (EM9), pp.966-987, 1986.
- 5) Asaoka, A., Nakano, M., and Noda, T.: Superloading yield surface concept for highly structured soil behavior. Soils and Foundations, Vol.40 (2), pp.99-110, 2000.
- 6) Asaoka, A., Noda, T., Yamada, E., Kaneda, K. and Nakano, M.: An elasto-plastic description of two distinct volume change mechanisms of soils. Soils and Foundations, Vol.42 (5), pp.47-57, 2002.
- 7) Ohta, H. and Hata, S.: A theoretical study of the stress-strain relations for clays. Soils and Foundations, Vol.11 (3), pp.195-219, 1971.
- 8) 柴田徹：粘土のダイラタンシーについて，京都大学防災研究所年報 6 号，pp.128-134，1963.
- 9) Henkel, D.J.: The shear strength of saturated remoulded clays. Proc. Research Conference on Shear Strength of Cohesive Soils, ASCE, pp.533-554, 1960.
- 10) Roscoe, K.H., Schofield, A.N. and Thurairajah, A.: Yielding of clays in states wetter than critical. Geotechnique, Vol.13 (3), pp.250-255, 1963.
- 11) Roscoe, K.H. and Burland, J.B.: On the generalized stress-strain behavior of 'wet' clay. Engineering Plasticity, ed. J. Heyman and F.A. Leckie, Cambridge University Press: Cambridge, pp.535-609, 1968.
- 12) Shibata, T. and Karube, D.: Influence of the variation of the intermediate principal stress on the mechanical properties of normally consolidated clays. Proceedings of the 6th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Vol.1, pp.359-363, 1965.
- 13) 軽部大蔵，栗原則夫：練り返し粘土のダイレイタンシーとせん断強度について，土木学会論文報告集，No.135，pp.16-24，1966.
- 14) 軽部大蔵，原田柱四郎：練り返し粘土の平面変形条件について，土木学会論文集，No.147，pp.1-9，1967.
- 15) Sekiguchi, H. and Ohta, H.: Induced anisotropy and time dependency in clays. Constitutive Equation of Soils, Proceedings of the 9th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Specialty Session 9, pp.306-315, 1977.
- 16) Pestana J.M. and Whittle A.J.: Formulation of a unified constitutive model for clays and sands, Int. J. Numer. Anal. Mech. Geomech., Vol.23, pp.1215-1243, 1999.
- 17) McDowell, G.R.: A family of yield loci based on micro mechanics, Soils and Foundation, Vol.40, No.6, pp.133-137, 2000.
- 18) Collins, I.F. and Kelly, P.A.: A thermomechanical analysis of a family of soil models, Geotechnique, Vol.52, No.7, pp.507-518, 2002.

(2006 年月日 受付)