

地下空洞を有する砂質土地盤の極限解析

Limit analysis of shallow tunnels in cohesive frictional soils

山本健太郎*・A.V. Lyamin**・S.W. Sloan***・A.J. Abbo****

Kentaro YAMAMOTO, A.V. LYAMIN, S.W. SLOAN and A.J. ABBO

*正会員 博士(工学) 鹿児島大学助手 工学部海洋土木工学科 (〒890-0065 鹿児島市郡元 1-21-40)

**Ph.D., Geotechnical Academic, Civil, Surveying and Environ. Eng., University of Newcastle (NSW 2308, Australia)

***Ph.D., Professor, Civil, Surveying and Environ. Eng., University of Newcastle (NSW 2308, Australia)

****Ph.D., Geotechnical Academic, Civil, Surveying and Environ. Eng., University of Newcastle (NSW 2308, Australia)

In this paper, the ultimate bearing capacity of cohesive frictional soils with shallow tunnels in plain strain condition is investigated. This problem corresponds to drain loadings and the internal tunnel pressure is set as zero. Both circular and square tunnels are used as the shape of tunnels. The infinity and finite loadings, and the smooth and rough conditions for the interface between the loadings and soils are also considered. For a series of tunnel geometries and material properties, rigorous plasticity solutions for the ultimate bearing capacity are obtained by applying recently developed limit analysis methods at the University of Newcastle. The methods are based on both the upper and lower bound theorems and finite elements, and lead to large nonlinear programming problems that can be solved efficiently using special algorithms. The results are presented in the form of dimensionless stability charts for practical use and closely bracket the true ultimate bearing capacity for most cases.

Key Words: shallow tunnel, bearing capacity, finite element method, numerical limit analysis

キーワード: 浅いトンネル, 支持力, 有限要素法, 数値極限解析

1. はじめに

都市部においては地下空間の開発が盛んに押し進められており、河川からの排水道や交通あるいは下水道などのためのトンネル上に構造物を設置しなければならない事例が増加してきている。近年、矩形断面シールト掘削機なども我が国において開発され、トンネルの大断面化・非円形化も進んできている。矩形断面のメリットとしては、掘削断面の減少に伴う経済性と残土の減少に伴う環境問題への改善が期待される。また、全国的には1万箇所以上の地下壕が残っており、地下壕の老朽化、都市開発の進展に伴い、特殊地下壕などに関連した陥没事故が発生している。さらに、沖縄地方においてはサンゴ礁堆積物で構成された琉球石灰岩層が基盤層となる島尻層泥岩上に広く分布し、空洞を有する琉球石灰岩層をも経済性の観点から、構造物基礎の支持層とする、合理的で経済的な基礎の設計手法を確立することが望まれている¹⁾。しかし、地下空洞(トンネル)を有する砂質土地盤の安定性に関してはあまり解明されていない。

本研究に関連する理論的な研究について鑑みると、円形トンネルの崩壊メカニズムに関する研究は1970年代以降、ケンブリッジグループによって主に実施されてきた。

Atkinson and Cairncross²⁾は平面ひずみ条件におけるモール・クーロン材の円形トンネルの崩壊に対して、一つの不完全な下界解と一つの極限釣り合いメカニズムとそれから導かれる解を提案した。そして実験結果との比較を通して、これらの解が土被りの小さい場合にのみ正確であることを示した。なお、崩壊荷重は一つのパラメータ、 $\sigma_s - \sigma_t$ (地表面上に無限に作用する一様な荷重 σ_s とトンネル内部の圧力 σ_t との差)で表された。続いて、Atkinson and Potts³⁾は粘着力のない地盤中の円形トンネルの安定性を実験的並びに理論的に調べた。実験には小規模模型実験と遠心模型実験が用いられた。理論的研究では下界解と上界解とが求められ、これらの値が実験結果を挟み撃ちにすることが示された。Davis et al.⁴⁾はトンネルに関連する3種類の異なるタイプの地下坑口の安定性を調べた。それらは平面ひずみ条件での円形トンネルと切羽並びに、円筒状の切羽に対する非排水条件での崩壊荷重に関するものであった。特性曲線、剛体ブロック、極限解析などの手法を用いて、正解値に対する下界値と上界値が導き出された。なお、平面ひずみ条件における円形トンネルの非排水安定問題に対する上界値計算では4つの剛体ブロックメカニズムが提案された。土被りが浅い時はトンネル頂部の滑落形式の

崩壊となるが、深くなるに従い、側方あるいは底部の押し出しの動きを考慮したメカニズムが最善の上界値を与えることが示された。唯一の求めるべきパラメータとしては $(\sigma_s - \sigma_t)/c_u$ が用いられた。近年においては、Leca and Dormieux⁹⁾が砂質土地盤における土被りの浅い円形トンネル切羽に対する安定性を評価するために極限解析法を用いた。しかし、彼らの解は実務に対して有用ではあるが、正解値を精度良く挟み撃ちにすることができなかった。よって、これまでの手法は実務的ではあるが、コンピュータによらず下界値と上界値を導くために、解くべき問題に対する制限あるいは限界があると考えられる。

一方、Assadi and Sloan⁶⁾は浅い正方形トンネルの非排水条件下での安定性を評価するために数値極限解析を用いた。数値極限解析では有限要素法に極限定理を適用し、線形計画問題として定式化を行っている。利点としては厳密な下界値と上界値が直接求められ、変位法による有限要素法の様に、荷重一沈下曲線から崩壊荷重を推測する必要がないことが挙げられる。また、非排水条件下での不均質地盤（深さ方向に非排水せん断強さが増加）における正方形と円形トンネルの安定性に対して、有限要素法の不均質地盤への適用の容易性を生かし、Sloan and Assadi^{7,8)}は数値極限解析を適用した。そして、設計チャートを描き、解析結果である下界値と上界値が正解値を精度良く挟み撃ちにすることができると報告している。上記のSloanらの研究においても求めるべきパラメータとして $(\sigma_s - \sigma_t)/c_u$ が用いられた。最近では、Lyamin and Sloan⁹⁾が砂質土地盤における排水条件下での円形トンネルの安定性を評価するために数値極限解析を適用した。求めるべきパラメータとしては、トンネルの崩壊を防ぐために必要とされる $-\sigma_t/c'$ が用いられた。大きな改善点としては非線形計画法が適用され、計算時間の短縮が大きく図られた。これに伴い、かなり細かい有限要素メッシュの使用が可能となった。

我が国においては、田村ら¹⁰⁾が2次元剛塑性有限要素法を用いてトンネル切羽周辺地山の極限解析を行った。そして、剛塑性有限要素法がトンネル切羽の安定性のような極限状態を取り扱うのに有用であると報告している。また、清住ら¹¹⁾が2次元弾塑性FEM解析を用いて、平面ひずみ条件下における空洞を有する地盤の支持力評価を実施した。そして、空洞の位置が支持力と地盤の破壊メカニズムに及ぼす影響と空洞形状による支持力の差について検討している。なお、これらの研究では空洞内部の圧力を考慮していない。一方、杉本ら¹²⁾は土被りの浅い地盤内に存在する円形空洞を対象に、空洞断面の収縮時における周辺地盤の地盤内応力を定量的かつ簡易に予測する評価手法を提案した。そして、アルミ棒積層体模型実験との比較により、提案手法の妥当性を検証している。

これまでの既往研究では一般的に、粘性土地盤中の円形トンネルにおける切羽の安定性などに関する研究は数多いが、それに比べて、砂質土地盤中でのトンネルの安定性に関するものは数少ない。これは ϕ が増加すると、ダイレイタンシーなどの影響を大きく受け、解析面においても解の収束などが悪くなり、精度の良い解を得るのが難しくなるためである。また、土被りが浅い場合には空洞内部の圧力 σ_t と地表面での極限支持力 σ_s との差 $\sigma_s - \sigma_t$ を便宜的

に求めたものが多く、 $\sigma_t = 0$ とおき、 σ_s のみを求めたものはあまり見当たらない。さらに、空洞形状の違いによる支持力並びに破壊メカニズムを詳細に調査した研究は数少ない。そこで、本研究では地下に円形または正方形の空洞（トンネル）を有し、排水条件下における砂質土地盤の極限支持力並びに破壊メカニズムを数値シミュレーションにより求めることを目的に、数値極限解析の適用を試みた。そして、実務に対しても有用となるように解析結果を設計チャートの形でまとめた。対象とする問題はFig. 1に示し、設計チャートを描くために空洞に関する幾何学的条件と地盤の材料特性を変化させた。また、トンネル覆工などは考慮せず、空洞内部の圧力を0と見なし($\sigma_t = 0$)、それに伴い求めるべきパラメータとして σ_s/c を用いた。なお、空洞の直径に対する荷重の載荷幅の影響や、荷重と地盤との境界面の影響も考慮に入れた。

2. 対象とする問題

実務上での興味の対象となるFig. 1に示した、土被りが浅い空洞を有する地盤条件に対して数値極限解析を実施した。これらの主な対象としては、シールドトンネルを中心とした土被りが浅い都市トンネルなどが考えられる。土被りが浅い空洞を有する地盤の極限支持力は ϕ を除き、無次元化したパラメータを用い、おおまかに以下のように表すことができると考えられる。

$$\frac{\sigma_s}{c} = f\left(\phi, \frac{\gamma D}{c}, \frac{H}{D}, \frac{L}{D}\right) \quad (1)$$

ここに、 σ_s ：極限支持力、 c ：地盤の粘着力、 ϕ ：地盤の内部摩擦角、 γ ：地盤の単位体積重量、 D ：空洞の直径、 H ：空洞上面までの土被り、 L ：荷重の載荷幅を表す。空洞形状としてはアーチ効果が期待できる円形空洞とその効果が期待できない正方形空洞の2種類を考慮した。また、土被り比 H/D を1, 2, 3, 4, 5の5ケース、 ϕ を10, 20, 30, 35°の4ケース、 γ と D の積を c で除した無次元化量 $\gamma D/c$ を0, 1, 2, 3の4ケースと変化させた。なお、本論文では空洞

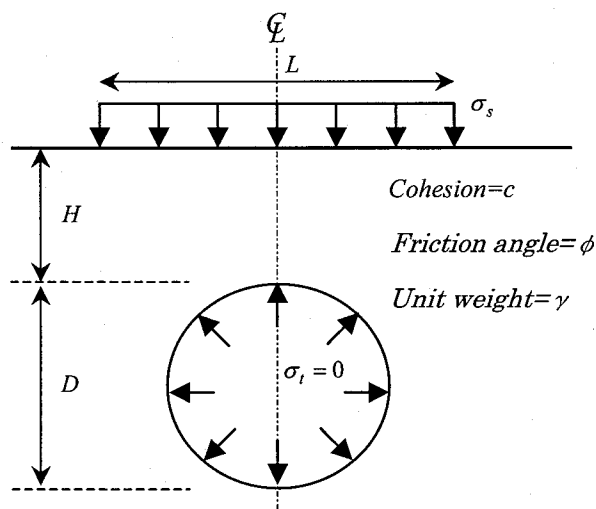


Fig. 1. Plain strain circular tunnel in cohesive frictional soil.

内部の圧力を0と見なし($\sigma_t = 0$)、荷重の載荷幅 L は無限大($L=\infty$)と有限($L/D=3, 4, 5$)、地盤との interface は smooth, rough の2種類を考慮した。

3. 極限解析法

ここでは、下界定理、上界定理について述べる。

3. 1 下界定理

応力境界条件を満たし、静的可容応力場が見出されれば、その応力場を満足する崩壊荷重は正解値を上まわらず下界値を与える。このことは、以下のように仮想仕事の式を用いて表すことができる。

$$\begin{aligned} \int T_i^L v_i dS + \int X_i^L v_i dV &= \int \sigma_{ij}^L \dot{\epsilon}_{ij} dV \\ &\leq \int D(\dot{\epsilon}_{ij}) dV = \int \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} dV \end{aligned} \quad (2)$$

ここに、 σ_{ij}^L : トラクション T_i^L と物体力 X_i^L と釣り合い状態にある静的可容応力場、 σ_{ij} : 実際の応力場、 $\dot{\epsilon}_{ij}$: 実際のひずみ速度場、 v_i : 実際の速度場。下界定理では、力の釣り合い条件と応力境界条件は満足されているが、流れ則と速度境界条件は考慮されていない。

3. 2 上界定理

境界の速度条件を満たし、動的可容速度場が見出されれば、そこから導かれる外力による仕事と内部消散を等置して得られる解は正解値を下まわらず上界値を与える。このことは、以下のように仮想仕事の式を用いて表される。

$$\begin{aligned} \int T_i^U v_i^U dS + \int X_i^U v_i^U dV &= \int \sigma_{ij}^U \dot{\epsilon}_{ij}^U dV \\ &= \int D(\dot{\epsilon}_{ij}^U) dV \geq \int \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^U dV \end{aligned} \quad (3)$$

ここに、 v_i^U : ひずみ速度場 $\dot{\epsilon}_{ij}^U$ と適合できる動的可容速度場、 σ_{ij}^U : トラクション T_i^U と物体力 X_i^U と釣り合い状態にある応力場、 σ_{ij} : 実際の応力場。上界定理では、流れ則、変位の適合条件並びに速度境界条件は満足されているが、力の釣り合い条件はたいてい満足されていない。

4. 数値極限解析

ここでは、厳密な下界、上界値を求めることが可能な数値極限解析(下界解析と上界解析)の離散的定式化の概略について述べる。

4. 1 下界定理の離散的定式化

下界、上界解析ともに3節点3角形要素を用いた。各節点は特定の要素に属し、応力不連続線を表現するために数個の節点が同一座標を持つことが可能である。2つの応力(σ_x, σ_y)と1つのせん断応力(τ_{xy})が節点変数として各節点に与えられる。そして、要素内の点における応力は節

点応力の線形変化として表すことができる。また、隣接した要素間のすべての境界面においては、応力不連続線を生ずることが許されている。数学的な最適化手法と関連して、静的可容応力場が線形有限要素を用いてモデル化される時、目的関数と等式制約は未知数を含む線形の形として表される。等式制約は応力場が連続体での力の釣り合い、応力不連続線での力の釣り合い、応力境界条件などを満足するために必要とされる。有限要素メッシュに対して、種々の目的関数の係数と等式制約を組み合わせ、各節点には非線形の形での降伏条件を課すと、下界定理の定式化は以下の非線形計画問題となる。

$$\begin{aligned} \text{Maximize} \quad & \mathbf{c}^T \boldsymbol{\sigma} \\ \text{subject to} \quad & \mathbf{A} \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{b} \\ & f_i(\boldsymbol{\sigma}) \leq 0 \quad i=\{1, \dots, N\} \end{aligned} \quad (4)$$

ここに、 $\mathbf{c}$: 目的関数の係数ベクトル、 $\boldsymbol{\sigma}$: 未知数ベクトル(節点応力)、 $\mathbf{c}^T \boldsymbol{\sigma}$: 崩壊荷重、 $\mathbf{A}$: 等式制約の係数マトリックス、 $\mathbf{b}$: 係数ベクトル、 f_i : 節点 i での降伏関数、 N : 節点の数。

静的可容応力場を構成する式(4)の解は、キューン・タッカーの最適化条件を用い、一連の非線形式を効率的に解くことによって求められる。この目的のために2段階の準ニュートン法を用いた。等価な線形計画問題と比較して、解の収束に関する反復が少なく、計算時間の短縮が大きく図られている。なお、非線形計画問題では降伏面を線形近似しておらず、幅広い凸型の降伏基準に対して容易に適用可能となる。下界解析の非線形アルゴリズムの詳細は Lyamin and Sloan¹²⁾にゆずるものとする。

4. 2 上界定理の離散的定式化

各節点には、水平並びに鉛直変位速度 u と v が節点変数として与えられる。また、要素変数としては要素内で一定な応力場($\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$)と一つの塑性定数速度が与えられる。そして、要素内の点において、変位速度は節点変位速度の線形結合として表すことができる。また、隣接した要素間のすべての境界面において、速度不連続線を生ずることが許されている(各速度不連続線は4つの節点で定義され、速度の不連続線を表すために4つの未知数を必要とする)。数学的な最適化手法と関連して、動的可容速度場を満たすために、流れ則の制約が節点変位速度、塑性定数速度と要素応力に対して課される。加えて、塑性定数速度は非負であることと要素応力が降伏規準を満たさなければならないことも制約条件として課される。有限要素メッシュに対して、種々の目的関数の係数と制約を組み合わせると、上界定理の定式化は以下の非線形計画問題となる。

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & \boldsymbol{\sigma}^T \mathbf{B} \mathbf{u} + \mathbf{c}_u^T \mathbf{u} + \mathbf{c}_d^T \mathbf{d} \quad \text{on } (\mathbf{u}, \mathbf{d}) \\ \text{subject to} \quad & \mathbf{A}_u \mathbf{u} + \mathbf{A}_d \mathbf{d} = \mathbf{b} \\ & \mathbf{B} \mathbf{u} = \sum_{i=1}^E \lambda_i \nabla f_i(\boldsymbol{\sigma}) \\ & \lambda_i \geq 0 \quad i=\{1, \dots, E\} \\ & \lambda_i f_i(\boldsymbol{\sigma}) = 0 \quad i=\{1, \dots, E\} \\ & f_i(\boldsymbol{\sigma}) \leq 0 \quad i=\{1, \dots, E\} \\ & \mathbf{d} \geq \mathbf{0} \end{aligned} \quad (5)$$

ここに、 $\mathbf{u}$: 未知な節点変位速度の全体ベクトル、 $\mathbf{d}$: 未知な速度不連続線パラメータの全体ベクトル、 σ : 未知な要素応力の全体ベクトル、 $\mathbf{c}_u$: 節点変位速度に対する目的関数の係数ベクトル、 $\mathbf{c}_d$: 速度不連続線パラメータに対する目的関数の係数ベクトル、 $\mathbf{B}$: 節点変位速度に作用する適合係数の全体マトリックス、 $\mathbf{A}_u$: 節点変位速度に対する等式制約の係数マトリックス、 $\mathbf{A}_d$: 速度不連続線パラメータに対する等式制約の係数マトリックス、 $\mathbf{b}$: 係数ベクトル、 $\nabla = \{\partial/\partial\sigma_x, \partial/\partial\sigma_y, \partial/\partial\tau_{xy}\}^T$ 、 λ_i : 要素 i に対する未知な塑性定数速度、 f_i : 要素 i に対する降伏関数、 E : 3 角形要素の数。上式において、目的関数 $\sigma^T \mathbf{B} \mathbf{u} + \mathbf{c}_u^T \mathbf{u} + \mathbf{c}_d^T \mathbf{d}$ は全内部消散エネルギーに対応し、 $\sigma^T \mathbf{B} \mathbf{u}$: 連続体での消散、 $\mathbf{c}_u^T \mathbf{u}$: 固定境界でのトラクションまたは物体力による消散、 $\mathbf{c}_d^T \mathbf{d}$: 速度不連続線における消散をそれぞれ表す。

キューン・タッカーの最適化条件を用いて、最適化問題は以下の形に書き直される。

$$\begin{aligned} & \text{Maximize} && \sigma^T \mathbf{B} \mathbf{u} + \mathbf{c}_u^T \mathbf{u} + \mathbf{c}_d^T \mathbf{d} && \text{on } (\sigma) \\ & \text{Minimize} && \sigma^T \mathbf{B} \mathbf{u} + \mathbf{c}_u^T \mathbf{u} + \mathbf{c}_d^T \mathbf{d} && \text{on } (\mathbf{u}, \mathbf{d}) \\ & \text{subject to} && \mathbf{A}_u \mathbf{u} + \mathbf{A}_d \mathbf{d} = \mathbf{b} \\ & && f_i(\sigma) \leq 0 \quad i = \{1, \dots, E\} \\ & && \mathbf{d} \geq \mathbf{0} \end{aligned} \quad (6)$$

最終的な最適化問題は節点変位速度と要素応力のみで表され、塑性定数速度がもはや必要とされない。動的可容速度場を構成する式(6)の解は、キューン・タッカーの最適化条件を用い、一連の非線形式を効率的に解くことによって求められる。この目的のために下界解析と同様に、2段階の準ニュートン法を用い、計算時間の短縮が大きく可能となった。なお、上界解析の非線形アルゴリズムの詳細は Lyamin and Sloan¹³⁾にゆずるものとする。

5. 解析結果と考察

ここでは、載荷幅 L が無限大の場合を中心にかつ、有限の場合に関しても解析結果とその考察を実施する。空洞形状に関しては、2 で述べたように円形と正方形の2種類を考慮した。

5.1 載荷幅 L が無限大の場合

Figs. 2(a), (b)には円形空洞 ($H/D=3$, rough interface) に対する下界並びに上界解析用有限要素 half mesh の一例を示す。rough interface のため、(b)の荷重と地盤との境界面においては水平変位速度が $u=0$ となる。smooth interface の場合、(a)の荷重と地盤との境界面においてせん断応力が $\tau=0$ となる。下界メッシュは20,000個の3角形要素、29,850個の応力不連続線からなる。一方、上界メッシュは28,800個の3角形要素、43,020個の速度不連続線から構成されている。Fig. 2(a)ではメッシュの下と右の境界において、地盤を半無限体としてシミュレートするための拡張要素がついていない。ただし、解析においては拡張要素も考慮し、解析を実施した。また、破壊メカニズムを解析領域内において捉えることができる載荷幅 $L=2H+D$ をもって、載荷幅 L を無限大と見なした。本研究では、降伏規準にモール・クーロンの降伏規準を用いた。モール・クーロン降伏曲面での角部においては、微分の不連続性による数値解析

上の不都合が生じるため、モール・クーロン降伏曲面での角部を丸めた降伏規準を採用した¹⁴⁾。できるだけ解の精度を上げるために、空洞周辺部においては十分にメッシュを細かくすることも実施した。ここでは、載荷幅 L が無限大で $H/D=3$, $\gamma D/c=1$ のケースを中心に考察を実施する。

Figs. 3~8 には円形空洞を有する地盤の各々のケースに対する(a) 下界解析からの塑性領域とその下界値並びに、(b) 上界解析からの内部消散とその上界値を示す。上下界

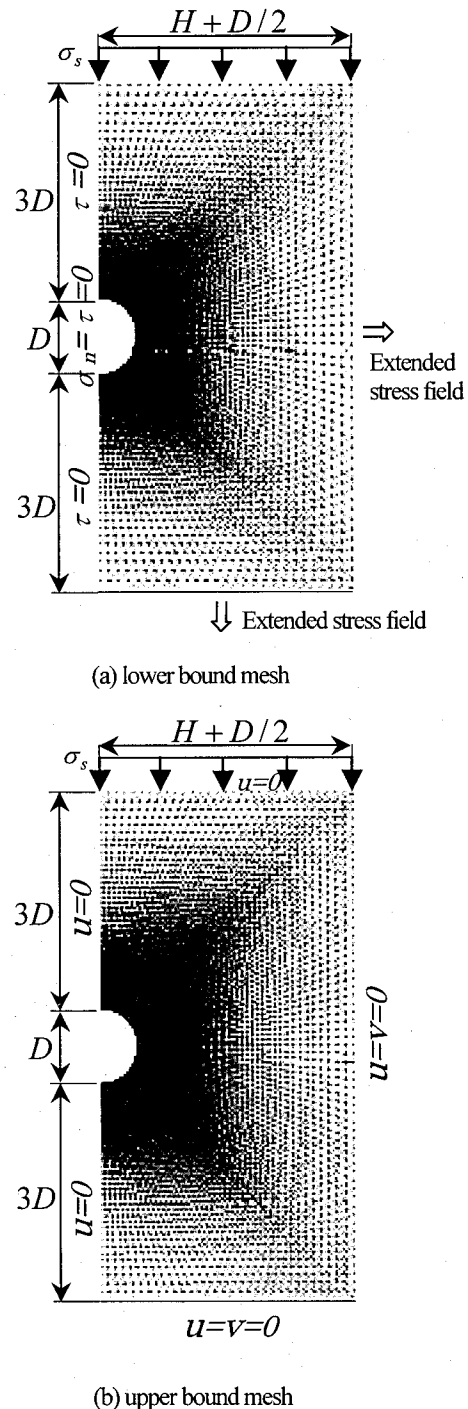


Fig. 2. Typical finite element meshes for circular tunnel ($H/D=3$, rough interface).

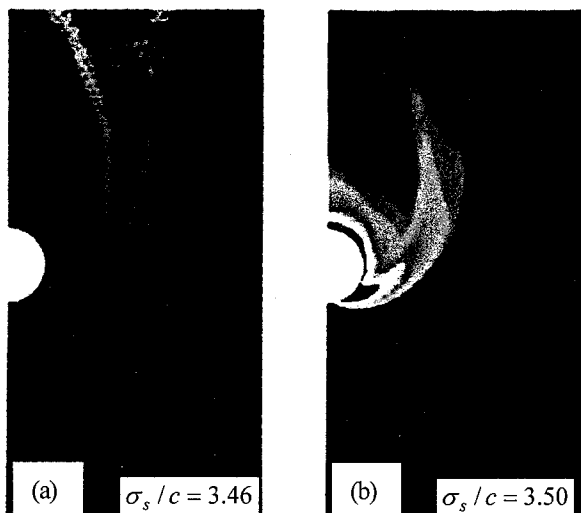


Fig. 3. Plastic zones and power dissipations for circular tunnel ($H/D=3$, $\phi=10^\circ$, $\gamma D/c=1$, smooth interface).

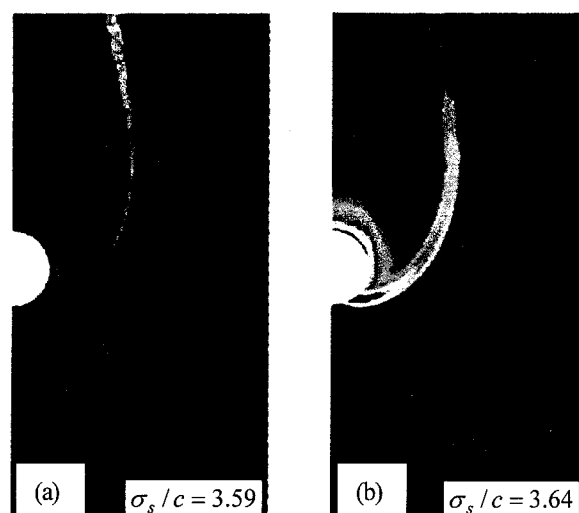


Fig. 6. Plastic zones and power dissipations for circular tunnel ($H/D=3$, $\phi=10^\circ$, $\gamma D/c=1$, rough interface).

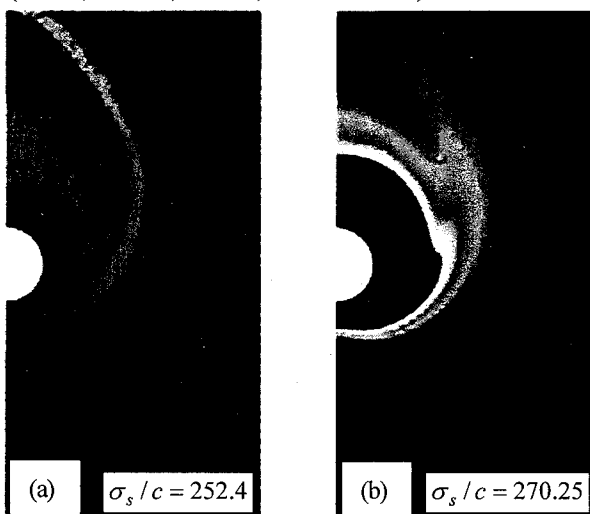


Fig. 4. Plastic zones and power dissipations for circular tunnel ($H/D=3$, $\phi=35^\circ$, $\gamma D/c=1$, smooth interface).

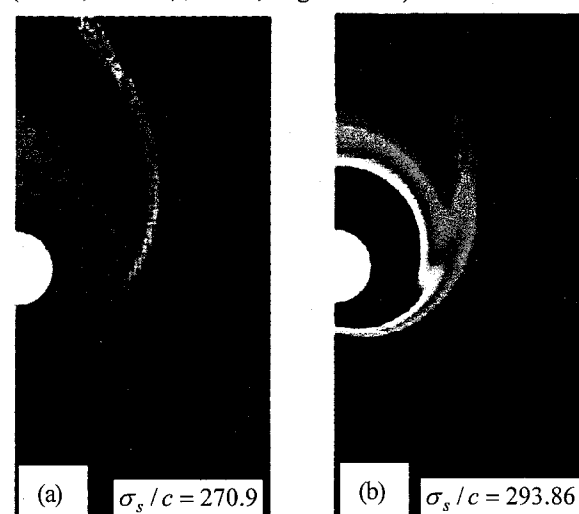


Fig. 7. Plastic zones and power dissipations for circular tunnel ($H/D=3$, $\phi=35^\circ$, $\gamma D/c=1$, rough interface).

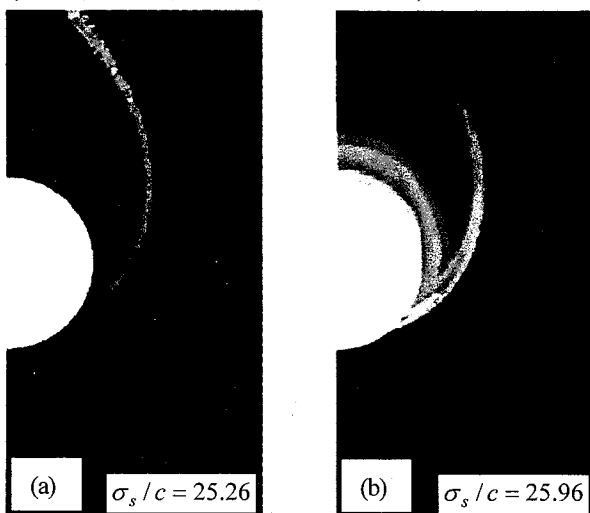


Fig. 5. Plastic zones and power dissipations for circular tunnel ($H/D=1$, $\phi=35^\circ$, $\gamma D/c=1$, rough interface).

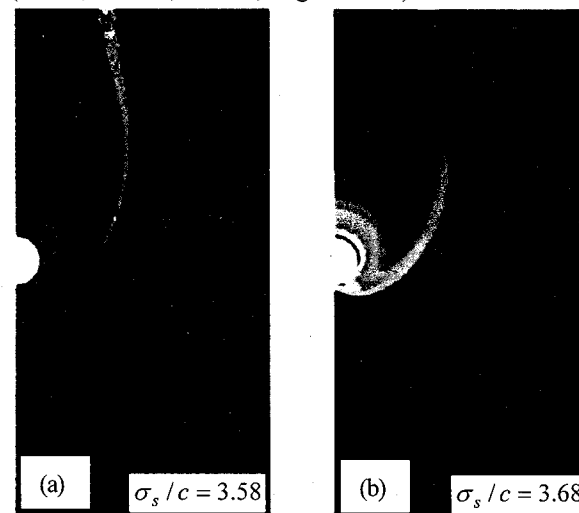


Fig. 8. Plastic zones and power dissipations for circular tunnel ($H/D=5$, $\phi=10^\circ$, $\gamma D/c=1$, rough interface).

値は無次元化したパラメータ σ_s/c の形で示した。(a)において塑性領域は白、(b)において内部消散の大きさは白黒の濃淡で示されている。まず、全体的に(a)と(b)が良い対応を示し、すべり面が円形空洞の下方から生じ、地表面に伸びている様子がわかる。Fig. 3は ϕ が 10° と小さく、すべり面が空洞下端から生じ、少し広がりを見せながらわずかにカーブして地表面に達している様子がわかる。また、すべり面の影響範囲は空洞の中心線から右方1.7D程度であった。次に、 ϕ が 35° と大きいFig. 4では、空洞周辺において円形状に塑性領域と内部消散が大きく表れていることがわかる。すべり面が円形空洞の中心線下から右上方に向かって広がり、空洞の右斜め上方において中心線に向かってカーブし、地表面に達していることがわかる。この場合、すべり面の影響範囲は円形空洞の中心点から下方1.0D、右方2.0D程度であった。Fig. 5には土被りが $H/D=1$ と浅く、 ϕ が 35° と大きい時のケースを示す。このケースではすべり面が円形空洞の下端から生じ、カーブしながら地表面に達していることがわかる。すべり面の影響範囲は空洞の中心線から右方0.8D程度であった。Figs. 6, 7はFigs. 3, 4に対応するrough interfaceの場合である。上下界値ともにその値は増加し、すべり面はsmoothの場合と比べてその幅も小さく鮮明となり、大きくカーブしないことがわかる。すべり面の影響範囲なども大きくは異ならなかった。Fig. 8には土被りが $H/D=5$ と深く、 ϕ が 10° と小さい時のケースを示す。このケースでは円形空洞の下端から生じたすべり面が地表面に向かってほぼ真すぐ伸びていることがわかる。すべり面の影響範囲は空洞の中心線から右方2.5D程度であった。よって、すべり面の影響範囲は空洞の中心線から ϕ と H/D が増加するほど大きくなることがわかる。また、現状においては ϕ が大きい場合に、下界値と上界値による正解値に対する精度の良い挟み撃ちは容易ではない。よって、下界値と上界値の誤差に関する評価式として、本研究においては以下の式(7)を用いた。誤差の原因としては静的可容応力場と動的可容速度場の設定方法、最適化手法並びに非線形アルゴリズムなどが考えられる。

$$\pm \text{Error}(\%) = \pm 100 \times (UB - LB) / (UB + LB) \quad (7)$$

Figs. 3~8までの誤差はそれぞれ0.6, 3.4, 1.4, 0.7, 4.1, 1.4%であった。最大でも4.1%であり、かなり精度が良いことがわかる。roughのケースの誤差がsmoothに比べて、やや大きい傾向も示した。

Figs. 9~14にはFigs. 3~8に示された円形空洞を有する地盤に対応する正方形空洞の場合の解析結果を示す。全体的におおまかな傾向は円形空洞の場合と同様であるが、空洞周辺部におけるすべり面の発生状況に大きく差異が見られた。円形空洞の場合はアーチ効果によりその極限支持力は増加するが、正方形空洞の場合は円形空洞と比べて、極限支持力が明らかに小さくなることがわかる。また、すべり面の影響範囲などは大きくは異ならなかった。アーチ効果は本論文では示していないが、上界解析からの変形パターンなどからも確認できた。正方形空洞においては ϕ が小さい時、空洞の側壁が空洞内部に向かって変形し、そこから発生したすべり面が地表面の沈下部分にまで到達し

ていることがわかる。一般的に、 ϕ または H/D が増加すると変形パターンが局所化する傾向が見られた。まず、 ϕ が 10° と小さいFigs. 9(b), 12(b)では明らかに、正方形空洞の上部と右側において内部消散が生じていない小さな領域が見られた。すべり面も空洞の右上と右下の角から顕著に生じていることがわかる。なお、塑性領域の図(Figs. 9(a), 12(a))ではわかりにくいだが、内部消散の結果と同様な傾向を示した。 ϕ が 35° と大きいFigs. 10, 13においても、特異点を有する空洞形状のために円形空洞の場合と比べて、塑性領域と内部消散ともに空洞周辺部からの生じ方が一様でないことがわかる。Fig. 11は土被りが $H/D=1$ と浅く、 ϕ が 35° と大きい時のケースを示す。このケースのみ解の精度を上げるために、メッシュの形成パターンを変えた。対応する円形空洞のケースであるFig. 5と比較して、空洞形状によるすべり面の発生状況が大きく異なることが顕著にわかる。このケースに対応する上下界値ともに正方形空洞ではアーチ効果が期待できないため、円形空洞の場合と比べて極限支持力は半分以下となっている。Fig. 14は土被りが $H/D=5$ と深く、 ϕ が 10° と小さい時のケースである。このケースにおいても、(b)では空洞上方と右側かつ空洞右上隅の右上部分において内部消散が生じていない小さな領域が見られた。Figs. 9~14までの誤差はそれぞれ3.3, 10.1, 6.4, 3.6, 10.5, 10.8%であった。円形空洞の場合と比べて、誤差が明らかに増加する傾向があることがわかる。

Figs. 15~18には円形または正方形空洞に対して、荷重と地盤との境界面の影響を考慮した、 $\phi=10, 20, 30, 35^\circ$ における無次元化した極限支持力 σ_s/c と H/D との関係を示す。すべてのケースにおいて、正解値は下界値と上界値とで挟み撃ちにされている。これを見ると $\gamma D/c$ が大きくなる時、すなわち地盤が軟弱になると極限支持力が小さくなる傾向を示すことがわかる。Figs. 15, 16(a), (b)においては $\gamma D/c=3$ で $H/D=4, 5$ 、Figs. 17, 18(a), (b)では $\gamma D/c=3$ で $H/D=3, 4, 5$ の時には実行可能解が求まらなかったことがわかる。また、Fig. 17(a)における $\gamma D/c=2$ で $H/D=5$ の時の下界値においても実行可能解が求まらなかった。これらは空洞が崩壊したためである。Figs. 15~18(a), (b)においては σ_s/c が負になる場合がある。この時は引張応力となっており、空洞内部の圧力などによる上向きの破壊現象を表すために設定されている。しかし、この種の破壊は上載圧としての荷重が引き起こすものではないので実務的興味がないものである。正解値が下界値と上界値の間に存在することを考えると、円形空洞(Figs. 15, 16)では(a)の $\gamma D/c=1, 2, 3$ と(b)の $\gamma D/c=3$ 、正方形空洞(Figs. 17, 18)では(a)の $\gamma D/c=1, 2, 3$ と(b)の $\gamma D/c=2, 3$ のケースを除いて、 H/D の増加とともに σ_s/c が増加する傾向を示すことがわかる。誤差はチャートからも明らかのように、 ϕ 、 $\gamma D/c$ あるいは H/D が増加する場合に大きくなる傾向を示した。円形空洞の場合にはメッシュをかなり細かくしたこともあり、かなり精度良く解が求められた。土被りが深く ϕ も大きい、 $H/D=5$ 、 $\phi=35^\circ$ 、 $\gamma D/c=3$ 、rough interfaceのケースにおいても誤差は10%以内であった。一方、正方形空洞の場合には円形空洞と比べて、アーチ効果がなく

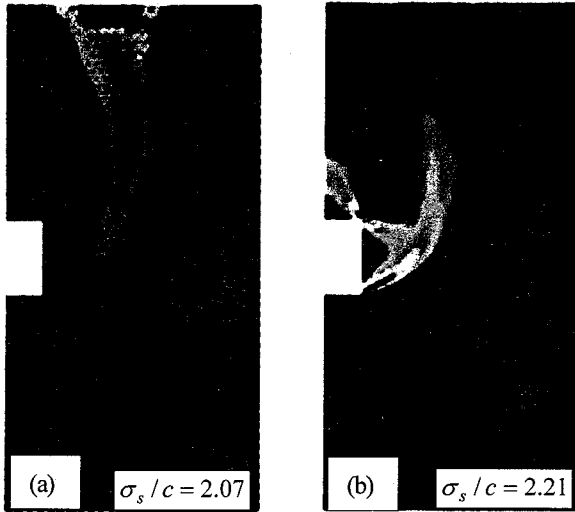


Fig. 9. Plastic zones and power dissipations for square tunnel ($H/D=3$, $\phi=10^\circ$, $\gamma D/c=1$, smooth interface).

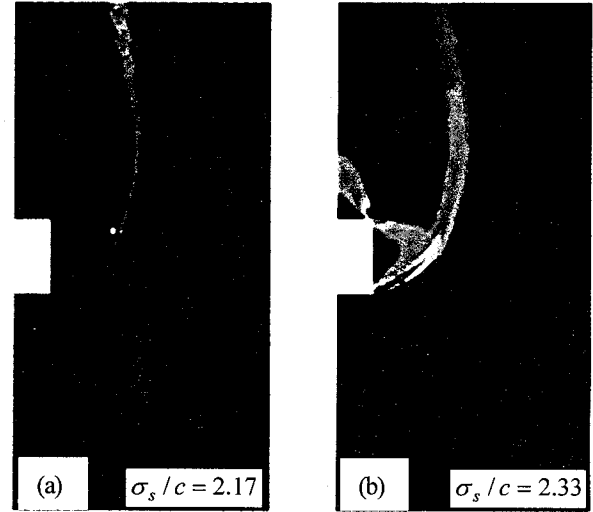


Fig. 12. Plastic zones and power dissipations for square tunnel ($H/D=3$, $\phi=10^\circ$, $\gamma D/c=1$, rough interface).

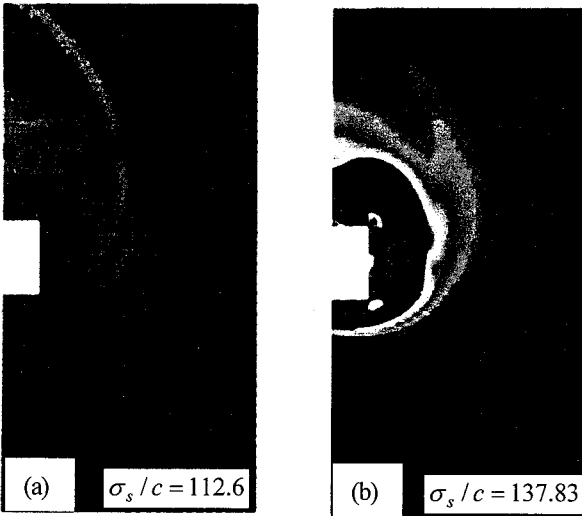


Fig. 10. Plastic zones and power dissipations for square tunnel ($H/D=3$, $\phi=35^\circ$, $\gamma D/c=1$, smooth interface).

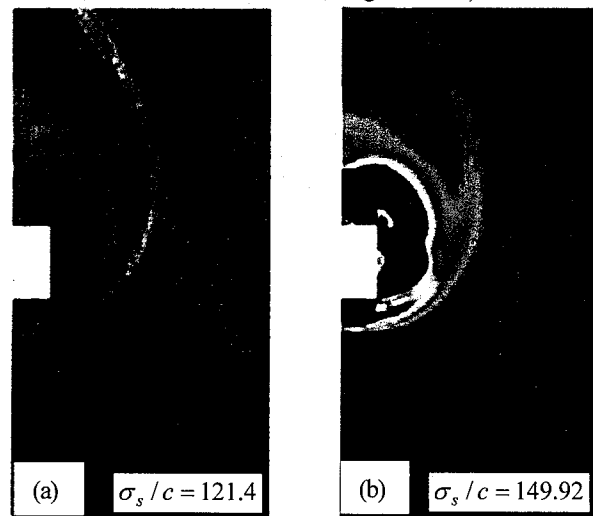


Fig. 13. Plastic zones and power dissipations for square tunnel ($H/D=3$, $\phi=35^\circ$, $\gamma D/c=1$, rough interface).

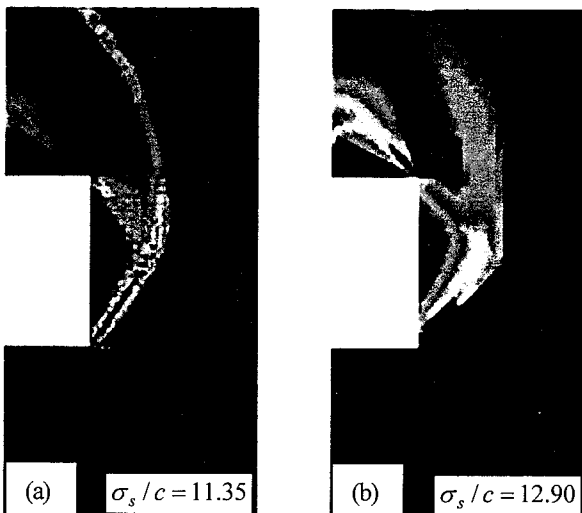


Fig. 11. Plastic zones and power dissipations for square tunnel ($H/D=1$, $\phi=35^\circ$, $\gamma D/c=1$, rough interface).

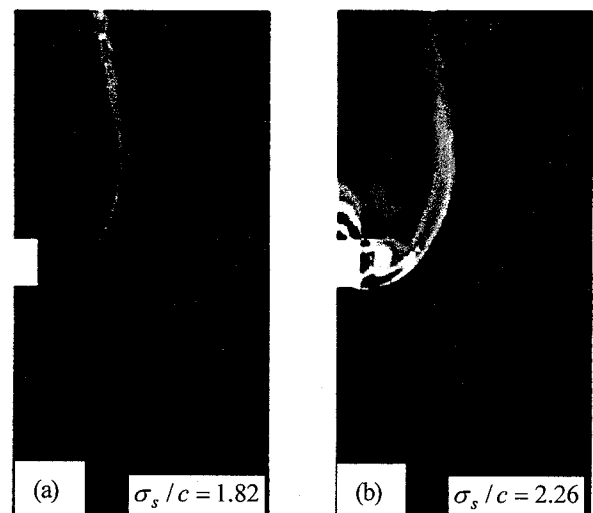


Fig. 14. Plastic zones and power dissipations for square tunnel ($H/D=5$, $\phi=10^\circ$, $\gamma D/c=1$, rough interface).

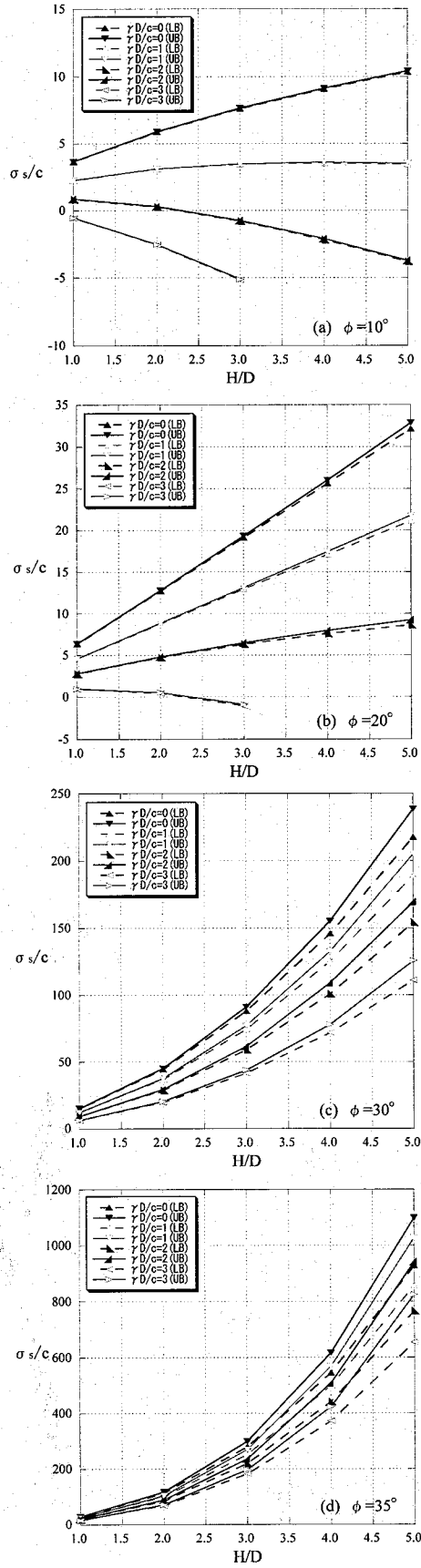


Fig. 15. Stability bounds for circular tunnel ($\phi=10, 20, 30, 35^\circ$, smooth interface).

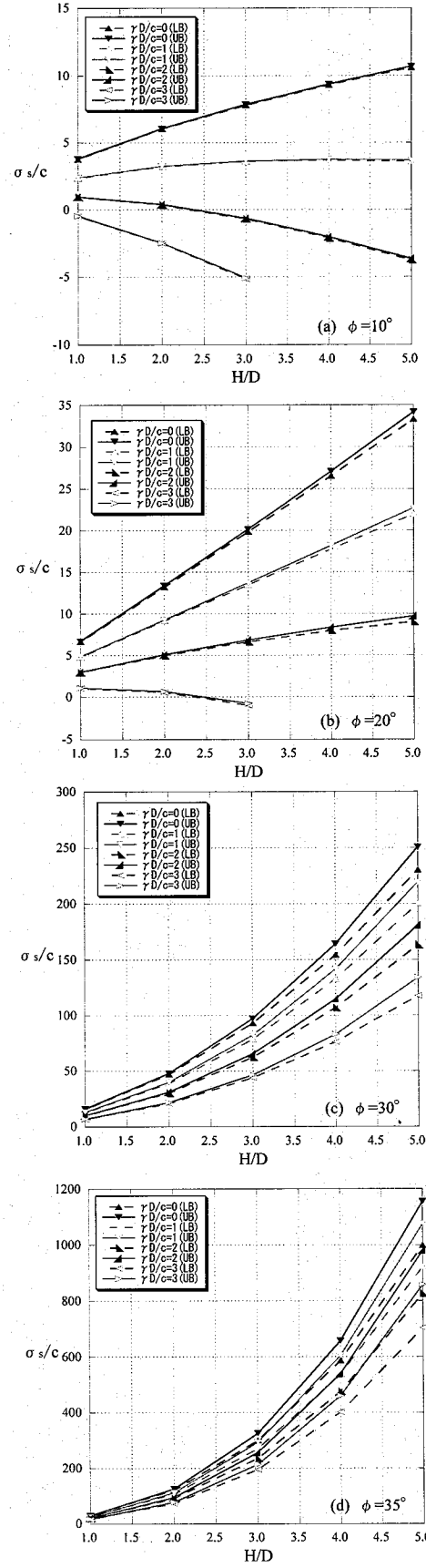


Fig. 16. Stability bounds for circular tunnel ($\phi=10, 20, 30, 35^\circ$, rough interface).

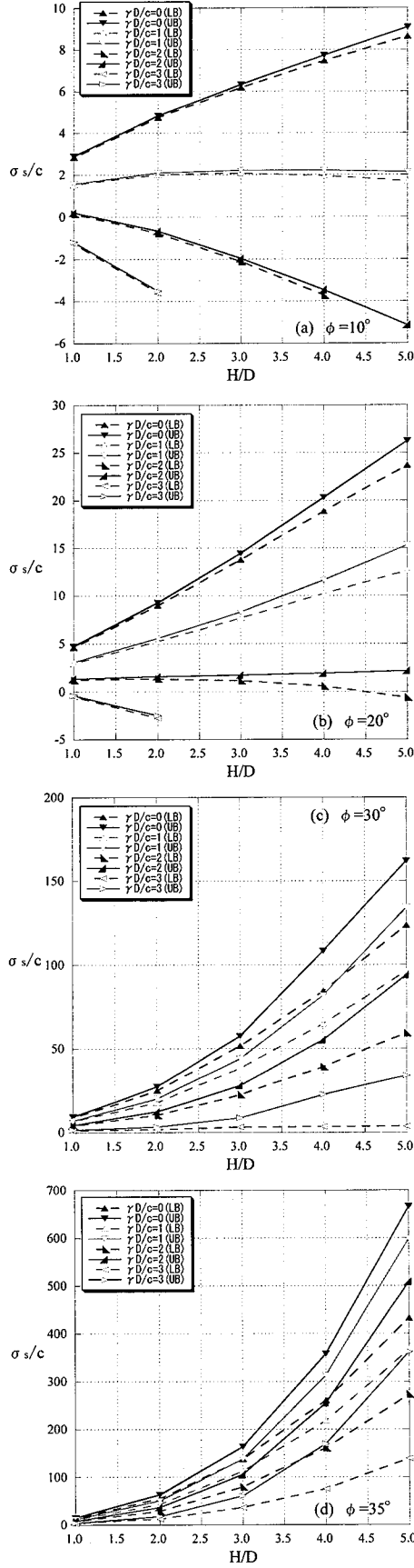


Fig. 17. Stability bounds for square tunnel ($\phi=10, 20, 30, 35^\circ$, smooth interface).

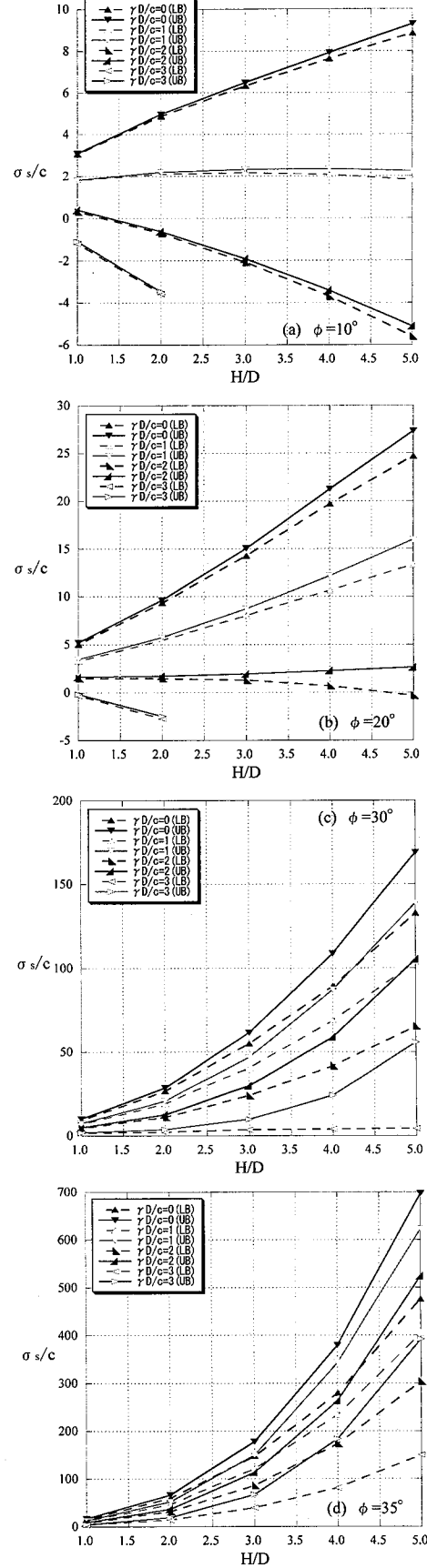


Fig. 18. Stability bounds for square tunnel ($\phi=10, 20, 30, 35^\circ$, rough interface).

かつ特異点を有する空洞形状のために誤差が増加する傾向を示した。土被りが深く ϕ も大きく、かつ地盤も軟弱な $H/D=4, 5$, $\phi=35^\circ$, $\gamma D/c=2, 3$, smooth と rough の両方のケースにおいては誤差が 20% を超えた。

5. 2 載荷幅 L が有限の場合

ここでは、 $H/D=3$ で載荷幅 L が有限 ($L/D=3, 4, 5$) の時のケースを示す。載荷幅が有限の場合は無限の場合と異なり、解析領域や有限要素メッシュの設定は直接基礎の支持力問題と同様となる。すなわち、荷重端部においては特異点処理がうまく行われるように、3 角形状の領域を組み合わせた。また、空洞周辺部においては載荷幅が無限大の場合と同様に、ある程度メッシュが細くなるようにした。荷重端部と空洞から離れるに従い、メッシュは大まかになるように設定した。よって、3 角形と 4 角形状の領域から全体の有限要素メッシュが構成されている。ここから示す解析結果は考慮した有限要素 half mesh の全体であり、メッシュの一部ではない。5. 1 の場合の有限要素 half mesh と比較して、かなり解析領域の縦横比が異なり、空洞下の領域も狭くしている。これは破壊メカニズムを捉えることができるまで解析領域を小さくし、その分、メッシュを細かく設定したためである。なお、下端の境界が σ_s/c に影響を与えないことも確認している。

Figs. 19~21 には円形空洞の各々のケースに対する (a) 下界解析からの塑性領域とその下界値並びに、(b) 上界解析からの内部消散とその上界値を示す。Figs. 22~24 は Figs. 19~21 までの円形空洞に対応する正方形空洞の場合を示す。有限要素メッシュは 5. 1 で示された載荷幅が無限大の場合と比べて、3 角要素と不連続線の数も半分以上となっており、非常に細くなるようには設定していない。Figs. 19~21 を見ると、まず円形空洞の中心線下と荷重端部を結ぶすべり面と荷重端部から右下側に向かってすべり面が生じていることがわかる。また、円形空洞の中心線上の空洞上部から右上方向に向かって、大きなすべり面が生じていることが顕著である。円形空洞周辺部ではアーチ効果のために、ほぼ一様に塑性領域と内部消散が大きい領域が見られた。Figs. 19~21 において、円形空洞の中心線から地表面に到達する大きなすべり面までの水平距離はおおよそ 10D, 12D, 14D であった。これより ϕ または L/D が大きくなるほど ($L/D=3, 4, 5$)、極限支持力と円形空洞の存在が地表面に及ぼす影響範囲が大きくなることがわかった。誤差もそれぞれ 5.0, 6.3, 7.0% であり、十分に精度を有することがわかる。なお、5. 1 では載荷幅 L を $L=2H+D$ と設定することにより、破壊メカニズムが解析領域内に完全におさまっている。このことから本論文で対象とした解析ケースにおいては、 $L/D=2(H/D)+1$ の載荷幅を考慮すれば、工学的に載荷幅 L を無限大と見なしてよいと考えられる。

Figs. 22~24 には Figs. 19~21 に示された円形空洞を有する地盤に対応する正方形空洞の場合の解析結果を示す。これらを見ると、円形空洞の場合と比べて全体的におおまかな傾向は同様であるが、空洞周辺部でのすべり面の発生状況に差異が見られた。空洞周辺部においては、特異点を有する空洞形状のために円形空洞の場合と比べて、塑性領

域と内部消散ともに生じ方が一様でないことがわかる。また、アーチ効果が期待できないため、円形空洞の場合と比べて極限支持力は小さくなる。正方形空洞の中心線から地表面に到達する大きなすべり面までの水平距離はおおよそ 8D, 9.6D, 11D であった。よって、円形空洞の場合と比べて、空洞の存在が地表面に及ぼす影響範囲も小さくなる。誤差もそれぞれ 11.8, 13.5, 14.5% と 10% を超え、円形空洞の場合と比べて誤差が増加する傾向があることがわかった。ただし、載荷幅が $L/D=3, 4$ と小さいこともあり、空洞形状の違いによる極限支持力への大きさの差異は載荷幅が無限大の場合と比べて、かなり大きくは表れなかった。

Figs. 25, 26 には円形または正方形空洞に対して、 $H/D=3$, $\phi=20, 30, 35^\circ$, $\gamma D/c=1$, rough interface における無次元化した極限支持力 σ_s/c と L/D との関係を示す。すべてのケースにおいて、正解値は下界値と上界値とで挟み撃ちにされている。正解値が下界値と上界値の間に存在することを考えると、 L/D の増加とともに σ_s/c が増加し、円形空洞を有する地盤の極限支持力が正方形空洞の場合と比較して明らかに大きくなる。両図ともに ϕ と L/D が大きくなるほど、誤差が大きくなる傾向を示した。また、載荷幅が無限大の場合と同様に、円形空洞の場合と比べて正方形空洞では誤差が大きく表れた。Fig. 25 の円形空洞に対するチャートでは最大の誤差でも 10% 以内となり精度が良いことがわかる。一方、Fig. 26 の正方形空洞に対するチャートではたいいてい誤差が 10% 台となったが、最大の誤差でも 20% 以内にはおさまった。全体的に載荷幅が有限の場合は、荷重端部における特異点処理や有限要素メッシュの形成パターンによりある程度、誤差などが変動するものと考えられる。

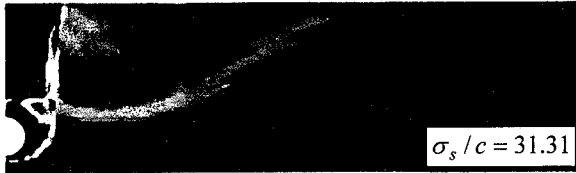
6. 結論

本論文では地下に円形または正方形の空洞を有し、排水条件下における砂質土地盤の極限支持力並びに破壊メカニズムを数値シミュレーションにより求めることを目的に、数値極限解析の適用を試みた。そして、解析結果である塑性領域と内部消散をビジュアル的にわかりやすく図化した。また、解析結果である上下界値は実務に対しても有用となるように、設計チャートの形で取りまとめた。本論文から得られた主な結論は以下の通りである。

- 1) 載荷幅が無限大の場合、円形空洞を有する地盤の極限支持力はアーチ効果により正方形空洞の場合よりも大きくなった。また、荷重と地盤との境界面の影響に関しては、rough の方が smooth よりも極限支持力が大きい。全体的に、 $\gamma D/c$ の増加あるいは ϕ の減少とともに極限支持力は小さくなる。 ϕ が小さく $\gamma D/c$ が大きい特定の場をを除いて、 H/D の増加とともに極限支持力が大きくなる傾向を示した。
- 2) 載荷幅が無限大の場合のすべり面形状に関して、 ϕ が小さい場合には空洞の下端からすべり面を生じ、ほぼ真つすぐに地表面に達する。一方、 ϕ が大きい場合に



(a) plastic zones



(b) power dissipations

Fig. 19. Plastic zones and power dissipations for circular tunnel with $L/D=3$ ($H/D=3$, $\phi=30^\circ$, $\gamma D/c=1$, rough interface).

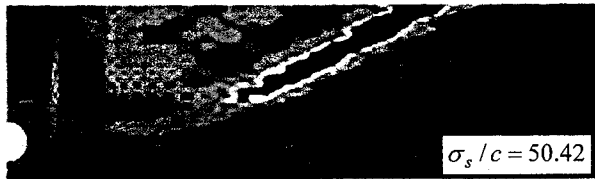


(a) plastic zones



(b) power dissipations

Fig. 22. Plastic zones and power dissipations for square tunnel with $L/D=3$ ($H/D=3$, $\phi=30^\circ$, $\gamma D/c=1$, rough interface).



(a) plastic zones



(b) power dissipations

Fig. 20. Plastic zones and power dissipations for circular tunnel with $L/D=3$ ($H/D=3$, $\phi=35^\circ$, $\gamma D/c=1$, rough interface).



(a) plastic zones



(b) power dissipations

Fig. 23. Plastic zones and power dissipations for square tunnel with $L/D=3$ ($H/D=3$, $\phi=35^\circ$, $\gamma D/c=1$, rough interface).

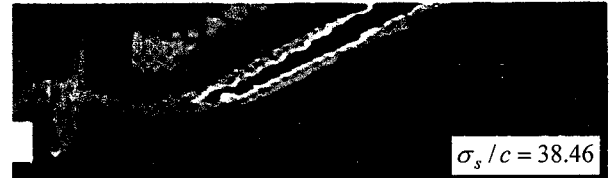


(a) plastic zones



(b) power dissipations

Fig. 21. Plastic zones and power dissipations for circular tunnel with $L/D=4$ ($H/D=3$, $\phi=35^\circ$, $\gamma D/c=1$, rough interface).



(a) plastic zones



(b) power dissipations

Fig. 24. Plastic zones and power dissipations for square tunnel with $L/D=4$ ($H/D=3$, $\phi=35^\circ$, $\gamma D/c=1$, rough interface).

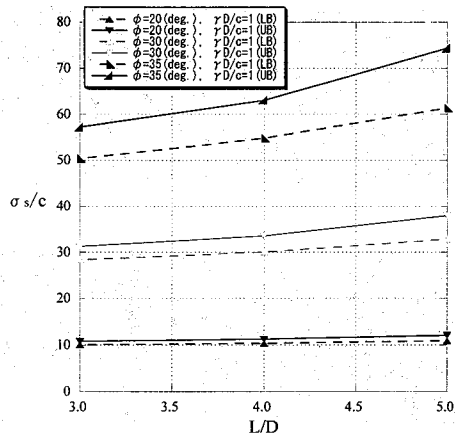


Fig. 25. Stability bounds for circular tunnel with increase of L/D ($H/D=3$, $\phi=20, 30, 35^\circ$, $\gamma D/c=1$, rough interface).

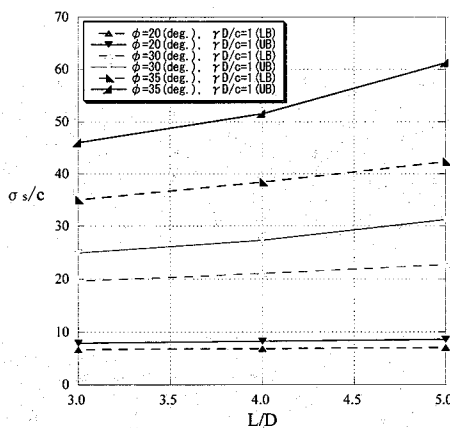


Fig. 26. Stability bounds for square tunnel with increase of L/D ($H/D=3$, $\phi=20, 30, 35^\circ$, $\gamma D/c=1$, rough interface).

は、空洞周辺において塑性領域と内部消散が大きく表れる。すべり面は空洞の中心線下から右上に向かって広がり、空洞の右斜め上方においてカーブし地表面に達する。smoothはroughに比べて、空洞中心線に向かって大きくカーブし、すべり面形状の幅が大きくなる傾向を示した。また、正方形空洞の場合には特異点を有する空洞形状のために、円形空洞の場合と比べて空洞周辺部からの塑性領域と内部消散の発生状況が一樣でないことがわかった。

- 3) 荷重幅が無限大の場合、下界値と上界値の誤差は ϕ , $\gamma D/c$ あるいは H/D が増加する場合に大きくなる傾向を示した。一般的に、正方形空洞の場合には円形空洞と比べてアーチ効果がなく、特異点を有する空洞形状のために誤差が顕著に増加する傾向を示した。
- 4) 数値極限解析に対する非線形計画法の適用は計算時間の大幅な短縮化を可能とし、実務的な問題への適用に関して大きな改善点と考えられる。実用性に関しては、地盤が本来有するパラメータ(c, ϕ, γ)だけを扱い、荷重-沈下曲線によらず極限支持力を求めることが

できる。そして、下界解析からは下界値と塑性領域、上界解析からは上界値と内部消散が得られ、それらを相互に比較することにより解の妥当性も検証できる。

- 5) 砂質土地盤においては粘性土地盤と異なり、 ϕ が大きくなると支持力がかなり増加する。また、 ϕ が大きい場合にはダイレイタンシーなどの影響を受け、解の収束が悪くなる傾向が見られた。さらに、下界値と上界値の誤差も粘性土地盤と比較すると増加した。

参考文献

- 1) 清住真、彭芳樂、大内正敏、日下部治: 空洞を有する地盤の支持力特性に関する数値解析、構造工学論文集 Vol.50A, pp.1251-1260, 2004.
- 2) Atkinson, J. H. and Cairncross, A. M.: Collapse of a shallow tunnel in a Mohr-Coulomb material, In A. C. Palmer (ed.), *Role of plasticity in soil mechanics*, Cambridge, pp.202-206, 1973.
- 3) Atkinson, J. H. and Potts, D. M.: Stability of a shallow circular tunnel in cohesionless soil, *Geotechnique*, 27(2), pp.203-215, 1977.
- 4) Davis, E. H., Gunn, M. J., Mair, R. J. and Seneviratne, H. N.: The stability of shallow tunnels and underground openings in cohesive material, *Geotechnique*, 30(4), pp.397-416, 1980.
- 5) Leca, E. and Dormieux, L.: Upper and lower bound solutions for the face stability of shallow circular tunnels in frictional material, *Geotechnique*, 40(4), pp.581-606, 1990.
- 6) Assadi, A. and Sloan, S. W.: Undrained stability of shallow square tunnel, *J. Geotech. Eng.*, ASCE, 117(8), 1152-1173, 1991.
- 7) Sloan, S. W. and Assadi, A.: Undrained stability of a square tunnel in a soil whose strength increases linearly with depth, *Comput. Geotech.*, 12, pp.321-346, 1991.
- 8) Sloan, S. W. and Assadi, A.: Stability of shallow tunnels in soft ground, In G. T. Houlsby and A. N. Schofield (eds.), *Predictive soil mechanics*, Thomas Telford, London, pp.644-663, 1992.
- 9) Lyamin, A. V. and Sloan, S. W.: Stability of a plane strain circular tunnel in a cohesive-frictional soil, In D. W. Smith and J. P. Carter (eds.), *Developments in theoretical geomechanics*, Balkema, Rotterdam, pp.139-153, 2000.
- 10) 田村武・足立紀尚・小西真治・辻鉄也: 剛塑性有限要素法によるトンネル切羽の安定性評価について、土木学会論文集 No.638/III-49, pp.301-310, 1999.
- 11) 杉本知史・落合英俊・安福規之・大嶺聖: 円形空洞周りの地盤内応力に関する推定手法の提案と妥当性検証、土木学会論文集 No.792/III-71, pp.175-184, 2005.
- 12) Lyamin, A. V. and Sloan, S. W.: Lower bound limit analysis using non-linear programming, *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, 55, 573-611, 2002.
- 13) Lyamin, A. V. and Sloan, S. W.: Upper bound limit analysis using linear finite elements and non-linear programming, *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, 26(2), 181-216, 2002.
- 14) Abbo, A. J. and Sloan, S. W.: A smooth hyperbolic approximation to the Mohr-Coulomb yield criterion, *Comput. Struc.*, 54(3), pp.427-441, 1995.

(2006年4月13日受付)