

ため池の越流破壊メカニズム

Failure Mechanism of an Embankment due to Overflowing from a Reservoir

藤澤和謙*・桃木昌平**・山本清仁***・小林晃****・青山咸康†

Kazunori FUJISAWA, Shohei MOMOKI, Kiyohito YAMAMOTO,

Akira KOBAYASHI and Shigeyasu AOYAMA

*非会員 京都大学大学院博士課程 農学研究科地域環境科学専攻 (〒 606-8502 京都市左京区北白川追分町)

**非会員 農修 飛島建設株式会社 (〒 102-8332 東京都千代田区三番町 2 番地)

***正会員 農博 京都大学大学院助手 農学研究科地域環境科学専攻 (〒 606-8502 京都市左京区北白川追分町)

****正会員 工博 京都大学大学院助教授 農学研究科地域環境科学専攻 (同上)

†正会員 農博 京都大学大学院教授 農学研究科地域環境科学専攻 (同上)

Studied herein is theoretical mechanism of the failure of an embankment caused by overflowing from a reservoir. An experiment has been conducted to observe the phenomenon, and the theory of the mechanism has been developed on the basis of the erosion and the stability of the slope subjected to the erosion. Shallow water equation considering the slope angle has been used to describe the erosion, and Mohr-Coulomb failure criterion has been applied to the stability analysis. The results allow the surface profile and the erosional speed to be determined as functions of imposed parameters. At the end of this paper, we have discussed the scope of application, and examined the theory by an additional experiment.

Key Words : failure of embankment, overflowing, erosion

1. はじめに

土構造物であるため池は水流に対して弱く、越流によって天端や下流側法面が浸食をうけ、堤体断面積が減少し、最終的には決壊に至る。平成 16 年 10 月には台風 23 号の通過に伴う豪雨によって淡路島では 180 個をこえるため池が決壊し、多くのため池が越流による被害を被った¹⁾。ため池は簡便な貯水が目的であるため、十分な排水能力を持つ洪水吐が設けられないことも多い。つまり、目的である貯水と越流対策は相反しており、ダムのように十分に安全な設計、施工が難しい現状を考慮にいとると、ため池の越流被害は今後も起こる可能性が高い。

しかしこれまでため池を対象にして越流破壊現象を取り扱った報告はほとんどなく、理論的に破壊メカニズムについて言及した報告は見あたらない。類似した現象として堤防やフィルダムの越流時の堤体挙動に関連した報告としては吉野ら²⁾、須賀ら³⁾、木村ら⁴⁾、Coleman ら⁵⁾などが挙げられるが、実験的観察にとどまっているのがほとんどであり、理論的な破壊メカニズムの解明には至っていない。

そこで本研究では、まず室内での模型実験により越流水によって堤体が浸食され決壊に至る過程を観察した。次に実験で得た知見をもとに、浅水方程式を用いた浸食に関する理論を急斜面の堤体法面に対して適用し、浸食面の力学的安定性を考慮することで、理論的に越流破壊メカニズムを明らかにした。さらに、模型実験との比較をすることで理論の検証を行った。

2. 室内模型実験

2.1 実験方法

越流による堤体への影響を観察するため、堤体模型を作製して室内実験を行った。堤体に用いた試料は最大粒径 2mm、粘土分 6%、シルト分 10%、砂分 84% (細砂 14%、中砂 30%、粗砂 40%) であり、細粒分質砂に分類される。均等係数は 37.5、土粒子密度は 2.73 g/cm³、最大乾燥密度 1.87g/cm³、最適含水比 10.2%であった。

実験装置の模式図 (立面図・平面図) を図-1 に示す。実験水槽の寸法は横幅 102cm、高さ 45cm、奥行き 10cm であり、給水タンクを接続し、タンクの水位によって水槽内の貯水位を調整できる。堤体模型の形状は図-1 に濃い灰色で示す。貯水タンクの水位を天端の高さよりも高くすることで越流を発生させることができ、水槽への水の供給量は、タンクの水位と貯水面との水位差によって求めることができる。また、水槽正面の壁は、厚さ 1cm の透明なアクリル板であり、内部における浸食の過程を観察できるようになっている。撮影機器を水槽正面と堤体下流側に配置し、浸食過程を観察した。堤体は試料を水槽内で図-1 での薄い灰色と濃い灰色を合わせた領域にランマーを用いて突き固め、ソイルナイフ等を用いて所定の大きさ (図-1 での濃い灰色) に整形することで作製した。堤体作製時の含水比や湿潤、乾燥密度などは締固めた領域のうち堤体には関係ない部分 (図-1 での薄い灰色) からサンブラーを用いて採取した試料によって測定した。

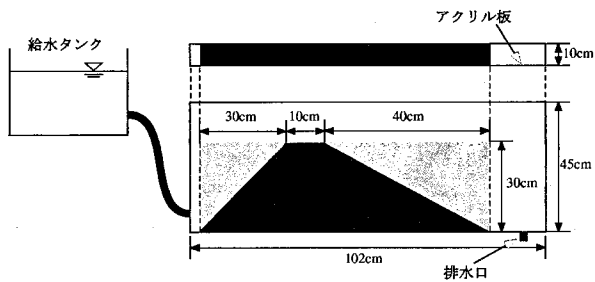


図-1 実験装置

2.2 実験結果

作製した直後の堤体模型の含水比は 10.3%，乾燥密度は $1.85\text{g}/\text{cm}^3$ であった。堤体のアクリル板側が越流水による浸食を受けるよう、アクリル板側の天端を僅かに低く整形した。本実験では浸透の影響を考慮せず現象を単純化するため、堤体内に浸潤が進んでいない状態で上流側の水位（図-1 左側）を 0 から徐々に上げて越流させた後、その状態を維持して崩壊状況を観察した。図-2 に堤体断面の時間変化を示す。図-2 は撮影した画像から破壊断面を抽出して作製したものである。同図の時刻は越流開始からの時間である。図-2(a) から図-2(b) は主に下流側法肩と法面が浸食を受け小さな凹凸が形成される。図-2(b) から図-2(c) では小さな凹凸が広がり浸食面はなめらかになるが、法尻付近では斜度が急になり、図-2(d) では完全に切立った形状へと移行する。図-2(d) から図-2(e) では高さを維持したままゆっくりと切立ち部分の浸食が上流側へ移動していく。図-2(e) から図-2(f) では堤体上面が下方に浸食され高さを失うことで決壊に至る。実験を通して、浸食された土粒子が再び堆積する現象は観察されなかった。また、図-2(d) 以降では堤体上面から噴流状態で落下する水流が確認された。

須賀ら³⁾は堤防を対象として堤高 2.5m、天端幅 4m、表・裏法勾配 2 割と大型の堤体模型を作製し、越流破壊実験を行った。以上の結果は須賀らの報告と非常によく似ており、今回行った模型実験結果は規模は小さいながらも、実際の堤体で起こる越流破壊現象と本質的には同じ現象と考えられる。

3. 越流破壊の理論

3.1 越流破壊現象の理論的考察

降雨によって自然地形に生じる浸食では地表面が浸食されるにつれて段差のある水路が形成され、その形状を保ったまま上流方向に移動していく現象が見られる。この現象を Parker、泉⁶⁾は浅水流方程式を用いて理論的に説明することに成功し、非常に詳しく理論展開している。2.2 節で述べた実験結果においても、越流

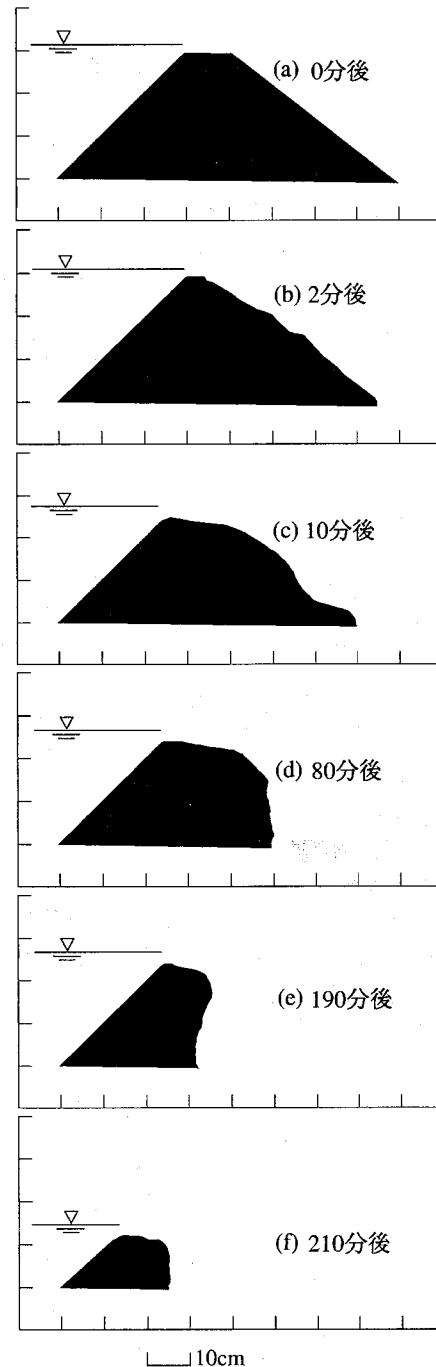


図-2 堤体断面の時間変化

水によって堤体断面が浸食され、切立った断面が上流方向へ移動していく現象が確認された。このことから、越流破壊現象においても同様の理論によって説明できる部分があると考えられる。しかし、図-2(d) 以降のように堤体上面からの噴流状態で切立った面が形成されているため、越流破壊には越流水による浸食だけでなく、浸食面の力学的安定性も関係していると考えられる。そこで、浸食の影響だけでなく浸食面の表層すべ

りを考慮することで堤体断面の越流破壊過程を理論づけることを試みる。

3.2 支配方程式

本研究では斜面の傾斜を考慮した浅水流方程式を用い、基本的な理論展開や無次元化等において Parker, 泉⁶⁾を参考にして解析を行った。Parker, 泉⁶⁾とは流速に関する境界条件を跳水現象から与えるのではなく、幾何学的関係（斜面の傾斜）から与えた点と斜面傾斜を考慮した際の式展開が異なっている。

浸食は浸食面の土粒子が直接的に流体力を受けて流体中に取り込まれる現象であり、取り込まれた土粒子の再堆積を考慮しない浸食の支配方程式は、矩形水路を仮定すれば

$$u_d h_d \frac{\partial u_d}{\partial s_d} = g h_d \sin \theta - \frac{1}{2} g \frac{\partial}{\partial s_d} (h_d^2 \cos \theta) - \frac{\tau_b}{\rho} \quad (1)$$

$$u_d h_d = q_w \quad (2)$$

$$\frac{\partial \eta_d}{\partial t_d} (1 - \lambda_p) \cos \theta = -E \quad (3)$$

で与えられる⁶⁾。式(1)～式(3)はそれぞれ浅水流方程式、連続式、浸食面の浸食速度を表す方程式である。 u_d , η_d , t_d は平均流速、浸食面（底面）の高さ、時間であり、 h_d は底面から垂直に測った水深、 s_d は底面の長さ、 τ_b は底面に加わるせん断応力、 θ は水平面と底面のなす角をあらわす（図-3参照）。 g , q_w , λ_p , ρ は重力加速度、単位幅流量、浸食面の間隙率、水の密度である。従って θ には x_d を水平方向の長さとするれば、

$$\sin \theta = -\frac{\partial \eta_d}{\partial s_d} \quad (4)$$

$$\cos \theta = \frac{\partial x_d}{\partial s_d} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\partial \eta_d}{\partial x_d}\right)^2}} \quad (5)$$

$$\tan \theta = -\frac{\partial \eta_d}{\partial x_d} \quad (6)$$

の関係がある。

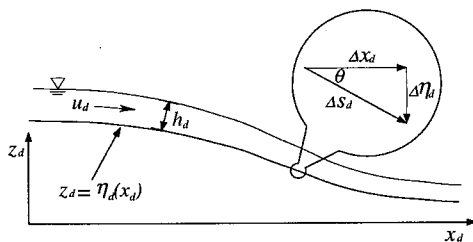


図-3 変数の関係

式(3)に現われる E は浸食速度を表し、通常底面せん断応力 τ_b の関数として与えられる。既往の研究によ

れば粘着性を有する土の場合

$$E = \begin{cases} \alpha \left(\frac{\tau_b}{\tau_{th}} - 1 \right)^\gamma & \tau_b \geq \tau_{th} \\ 0 & \tau_b < \tau_{th} \end{cases} \quad (7)$$

となることが知られている⁷⁾。ここで τ_{th} は浸食の発生する限界値であり、底面せん断応力がこの値よりも小さければ浸食は起こらない。また α は速度の次元を持つパラメータ、 γ は無次元のパラメータであり、 γ は0.5～2.0程度の値をとることが知られている⁷⁾。浅水流では

$$\tau_b = \rho C_f u_d^2 \quad (8)$$

と与えられるため

$$\tau_{th} = \rho C_f u_t^2 \quad (9)$$

とし、 u_t を浸食限界流速とすれば式(7)は

$$E = \begin{cases} \alpha \left(\frac{u_d^2}{u_t^2} - 1 \right)^\gamma & u_d \geq u_t \\ 0 & u_d < u_t \end{cases} \quad (10)$$

と変形される^{6),7)}。式(10)から γ が大きくなるほど流速 u_d の変化に対して浸食速度が速くなる。 γ は流速 u_d の変化に対する浸食速度の変化率に関わるパラメータである。 C_f は無次元量でありシェジの係数 C とは

$$C_f = \frac{g}{C^2} \quad (11)$$

の関係がある。シェジの係数 C は河床が流体にとってどれだけ流れやすいかを表す指標である。シェジの係数 C が大きい河床ほど流体は速い速度で流れることができる。そのため式(11)より、 C_f が大きい河床ほど流体は遅い速度で流れ、 C_f は流体の流れにくさを表す指標と言える。

3.3 斜面上の定常解

一様な斜面上に等流が作用する場合、一様な速度で斜面は浸食を受け、下方または上流方向に一定速度で斜面が移動していく様子がみられるはずである。

u_d , h_d , θ が一定であるとして式(1)を整理すると

$$g h_d \sin \theta - C_f u_d^2 = 0 \quad (12)$$

式(2)と式(12)より

$$u_d = u_{nd} \equiv \sqrt[3]{\frac{g q_w \sin \theta}{C_f}} \quad (13)$$

となる。 u_{nd} は等流の流速である。 $u_{nd} \geq u_t$ であれば、式(3)、式(10)、式(13)より

$$\frac{\partial \eta_d}{\partial t_d} = \frac{-\alpha}{(1 - \lambda_p) \cos \theta} \left(\frac{u_{nd}^2}{u_t^2} - 1 \right)^\gamma \quad (14)$$

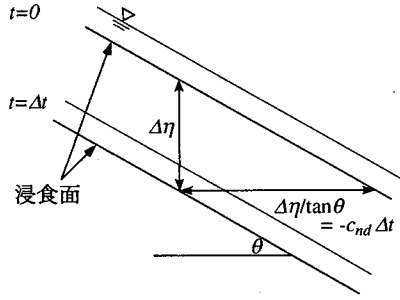


図-4 斜面の浸食速度と上流への移動速度の関係

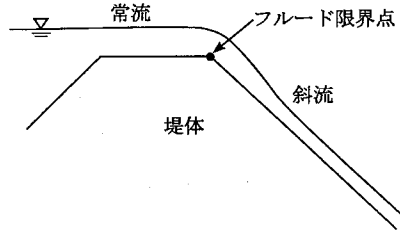


図-5 越流水の水面形

となり、図-4を参考すると、斜面が上流方向へ移動する水平方向の速度 c_{nd} は

$$c_{nd} = -\frac{\partial \eta_d}{\partial t_d} / \tan \theta = \frac{\alpha}{(1 - \lambda_p) \sin \theta} \left(\frac{u_{nd}^2}{u_t^2} - 1 \right)^\gamma \quad (15)$$

と求まる。

堤体を越流する水流は、図-5のように法肩でフルード限界点をむかえ、下流側法面では射流となる。下流側法面は勾配が急であるためフルード限界点をむかえた後、速やかに近似的な等流状態に移移すると考えられる。しかし、図-4に示したような斜面が一樣に浸食される様子は図-2からは確認できず、図-2(b)では凹凸が形成が見られた。この理由は線形安定解析を行うことで説明できる。Parker, 泉⁶⁾が行った線形安定解析によれば式(13)の u_{nd} が射流であれば、浸食斜面や流速の擾乱が拡大し図-4のような様な浸食は起きない。そのため、図-2(b)に示すように凹凸が形成され、その凹凸が広がり、図-2(c), (d)のような形状になると考えられる。Parker, 泉⁶⁾の線形安定解析は式(1)～式(3)において $\theta \approx 0$ と近似し行われているが、斜面の傾斜を考慮しても本質的には同じである。

3.4 切立った鉛直面を伴う浸食過程

模型実験では図-2(d)から図-2(e)に示すような切立った鉛直面（以後、切立ち面と称する）が高さを維持したまま上流方向へ移動していく様子が観察された。そのため

$$u_d(x_d, t_d) = u_d(x_d + c_{sd} t_d) \quad (16)$$

$$\eta_d(x_d, t_d) = \eta_d(x_d + c_{sd} t_d) \quad (17)$$

と表される。ここに、 c_{sd} は浸食面が上流方向へ移動していく速度である。式(2)、式(5)、式(8)を用い、浸食面の曲率が小さいとして、

$$\begin{aligned} \frac{g}{2} \frac{\partial}{\partial s_d} (h_d^2 \cos \theta) &= g h_d \frac{\partial h_d}{\partial s_d} \cos \theta - \frac{g}{2} h_d^2 \frac{\partial \theta}{\partial s_d} \sin \theta \\ &\approx h_d \frac{\partial h_d}{\partial s_d} \cos \theta \end{aligned} \quad (18)$$

と近似する⁶⁾と、式(1)は

$$\left(q_w \cos \theta - \frac{g q_w^2}{u_d^3} \cos^2 \theta \right) \frac{du_d}{d\tilde{x}_d} = -\frac{g q_w}{u_d} \frac{d\eta_d}{d\tilde{x}_d} \cos \theta - C_f u_d^2 \quad (19)$$

となる。ここに

$$\tilde{x}_d = x_d + c_{sd} t_d \quad (20)$$

である。 u_t を用いて無次元化を行うため式(13)に習い

$$u_t = \sqrt[3]{\frac{g q_w \sin \theta_t}{C_f}} \quad (21)$$

とする。 θ_t は流速 u_t の等流が流れる斜度である。無次元化された流速 u 、浸食面の高さ η 、水平距離 x を

$$u_d = u_t u, \eta_d = \frac{q_w}{u_t} \eta, \tilde{x}_d = \frac{q_w}{u_t \sin \theta_t} x \quad (22)$$

と定義する。式(21)、式(22)⁶⁾を用いて式(19)を無次元化すると

$$\left(Fr_t^2 u - \frac{\cos \theta}{u^2} \right) \frac{du}{dx} \cos \theta = -\frac{d\eta}{dx} \cos \theta - u^3 \quad (23)$$

となる。ここに

$$Fr_t^2 = \frac{u_t^3}{g q_w} \quad (24)$$

である。式(3)においては、式(17)により

$$\frac{\partial \eta_d}{\partial t_d} = c_{sd} \frac{d\eta_d}{d\tilde{x}_d} \quad (25)$$

となり、式(10)を考慮し、式(22)を用いて無次元化を行うと、 $u_d \geq u_t$ ($u \geq 1$) のとき

$$c \frac{d\eta}{dx} \cos \theta = -(u^2 - 1)^\gamma \quad (26)$$

$$c = \frac{(1 - \lambda_p) c_{sd} \sin \theta_t}{\alpha} \quad (27)$$

となる。ここで式(1)～式(3)は式(23)、式(26)の連立常微分方程式を解くことに帰着する。

式(5)、式(22)により、式(26)は

$$\frac{\frac{d\eta}{dx}}{\sqrt{1 + \left(\frac{d\eta}{dx} \right)^2 \sin^2 \theta_t}} = -\frac{1}{c} (u^2 - 1)^\gamma \quad (28)$$

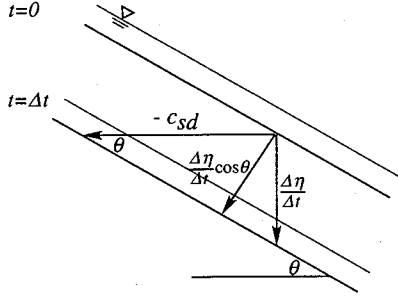


図-6 斜面の浸食速度と上流への移動速度の関係

とでき, $\frac{d\eta}{dx}$ について解くことで

$$\frac{d\eta}{dx} = -\frac{A}{\sqrt{1-A^2 \sin^2 \theta_t}} \quad (29)$$

$$A = -\frac{1}{c}(u^2 - 1)^\gamma \quad (30)$$

が得られる. 式(5), 式(29)により式(23)は

$$\frac{du}{dx} = \frac{A - u^3}{\left(Fr_t^2 u - u^{-2} \sqrt{1 - A^2 \sin^2 \theta_t}\right) \sqrt{1 - A^2 \sin^2 \theta_t}} \quad (31)$$

と変形される. ここで式(29)の分母について考える. $1 - A^2 \sin^2 \theta_t \geq 0$ が要求されるが, 式(10), 式(27), 式(30)より

$$1 - A^2 \sin^2 \theta_t \geq 0 \Leftrightarrow c_{sd} \geq \frac{\alpha}{1 - \lambda_p} \left(\frac{u_{nd}^2}{u_t^2} - 1 \right)^\gamma \quad (32)$$

がわかる. 式(3), 式(10)から

$$\frac{\alpha}{1 - \lambda_p} \left(\frac{u_{nd}^2}{u_t^2} - 1 \right)^\gamma = -\frac{\partial \eta_d}{\partial t_d} \cos \theta \quad (33)$$

であるので, 図-6を参考にする, 斜度が θ であれば

$$c_{sd} \sin \theta = \frac{\alpha}{1 - \lambda_p} \left(\frac{u_{nd}^2}{u_t^2} - 1 \right)^\gamma \quad (34)$$

となり, 式(32)は満たされる. 等号は $\theta = \frac{\pi}{2}$ のときに成立する. なお式(5), 式(29)より

$$\cos \theta = \sqrt{1 - A^2 \sin^2 \theta_t} \quad (35)$$

なので, 確かに $\theta = \frac{\pi}{2}$ のとき $1 - A^2 \sin^2 \theta_t = 0$ となる.

(1) 特異点解析

式(31)を解くには c を決定する必要があるが, 同式の特異点を分析することで c は決定される. 今考えている流れは, 図-5から浸食の進んだ流れであり, 図-7のように常流から射流へ変わるフルード限界点が存在すると考えられる. その点における流速 u_d は限界水深での流速であり, 式(31)の分母は0となるため, 特

異点となる. しかし, 常流から射流へ変わる支配断面において式(31)は発散することはない. したがってフルード限界点では $du/dx = 0/0$ が成立し, ある値に収束する. 従って式(31)より

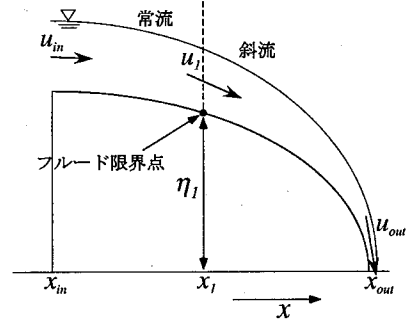


図-7 浸食面上の流れ

$$Fr_t^2 u - u^{-2} \sqrt{1 - A^2 \sin^2 \theta_t} = 0 \quad (36)$$

$$A - u^3 = 0 \quad (37)$$

が同時に成立する. 式(36), 式(37)を連立して解くことで

$$u = u_1 \equiv \frac{1}{\sqrt[6]{Fr_t^2 + \sin^2 \theta_t}} \quad (38)$$

$$c = \frac{(u_1^2 - 1)^\gamma}{u_1^3} \quad (39)$$

が求まる. u_1 はフルード限界点での流速である. ここで c が正値をとるためには $u_1^2 - 1 \geq 0$ でなければならない.

$$Fr_t^2 \leq \sqrt{1 - \sin^2 \theta_t} \quad (40)$$

が満たされる必要がある. 式(39)を式(31)に代入すると, フルード限界点では $u = u_1$ とであるため, $du/dx = 0/0$ となる. ロピタルの定理を用いることで

$$\left. \frac{du}{dx} \right|_{u=u_1} = \frac{-3u_1^2 + \frac{2\gamma u_1^4}{u_1^2 - 1}}{\frac{3(1 - u_1^6 \sin^2 \theta_t)}{u_1^3} + \frac{2\gamma u_1^5 \sin^2 \theta_t}{u_1^2 - 1}} \quad (41)$$

と決定される. $\left. \frac{du}{dx} \right|_{u=u_1}$ は常流から射流へ変わる際の流速の変化率であるため正でなくてはならない. 式(41)の分母は常に正であり, 分子が $u_1 \geq 1$ を満たすすべての u_1 に対して正になるには $\gamma \geq 1.5$ が要求される.

これにより, フルード限界点での流速を初期値として式(31)を解くことができ, 式(29)を積分することで浸食面の形状である η を求めることができる.

(2) 境界条件

図-7に示すように, 堤体上流端の x 座標と流速を x_{in} , u_{in} , 浸食面下端での x 座標と流速を x_{out} , u_{out} とする. またフルード限界点の x 座標を x_1 とする.

常流側ではフルード限界点から上流に向かって式(31)を積分する。堤体上流端における流速は x_1, u_1 が与えられれば式(31)を、 x_{in} まで積分を実行することで u_{in} ($1 \leq u_{in} \leq u_1$)を求めることができる。

しかし、浸食面下端の x 座標 x_{out} は堤体上流端の x 座標 x_{in} のように必然的に決定されるものではない。式(31)のパラメータである $Fr_t, \gamma, \sin \theta_t$ が変われば浸食面下端の x 座標、つまり x_{out} は変わり、 u_{out} も変化する。 u_{out} は $u_{out} \geq u_1$ を満たし、 u_{out} が大きくなればフルード限界点での流速 u_1 との差が広がるため、落差(図-7における η_1)の大きな浸食面が形成される。浸食面の落差が大きくなれば、その分多くの土砂が流出し、堤体の被る被害も大きくなる。そのため浸食面の落差は工学的興味の対象でもある。式(35)から浸食面の傾斜角と流速は1対1対応するため、幾何学的に u_{out} を定めることを考える。実験的観測により、浸食面下端の形成は傾斜がかなり大きくなりながら進むこと、また x_{out} において傾斜角 θ が最大の $\pi/2$ のとき u_{out}, η_1 は最大値をとることから、 $\theta = \pi/2$ となる流速を u_{out} とする。式(30)、式(35)から

$$u_{out} = \sqrt{1 + \left(\frac{c}{\sin \theta_t}\right)^{\frac{1}{\gamma}}} \quad (42)$$

と求まる。なお、 $\cos \theta$ は式(30)、式(35)から u ($u \geq 1$)増加に対して単調に減少する。

$$\cos \theta|_{u=u_1} = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \theta_t}{Fr_t^4 + \sin^2 \theta_t}} > 0 \quad (43)$$

となるので $u_1 < u_{out}$ は常に成立する。射流域では下流に向かって式(31)を u_1 から u_{out} まで積分することで x_{out} を求めることができる。

以上のようにして式(31)から $u(x)$ が求まると、式(29)を積分することで浸食面の形状が求まる。従って浸食面下端 $x = x_{out}$ において $\eta = 0$ とすれば

$$\begin{aligned} \eta(x) &= \int_{x_{out}}^x \frac{d\eta}{dx} dx \quad (x_{in} \leq x \leq x_{out}) \\ &= \int_x^{x_{out}} \frac{A}{\sqrt{1 - A^2 \sin^2 \theta_t}} dx \end{aligned} \quad (44)$$

を計算することによって求めることができる。 $x = x_{out}$ では式(44)の被積分関数は発散し、 $\eta(x)$ は広義積分となるが、式(44)は広義積分可能である。

3.5 計算例

式(31)を4次のRunge-Kutta法によって解き、得られた u と x の関係から台形則を用いることで式(29)を積分し、浸食面の高さ η を算出した⁸⁾。式(31)をRunge-Kutta法によって解く際、常流域ではフルード限界点を $x = 0$ とし、その点での流速 $u = u_1$ から $u = 1(u_d = u_t)$ となる上流側の x の地点まで上流に向

かって積分した。射流域ではフルード限界点($x = 0$)での流速 $u = u_1$ から最大流速 $u = u_{out}$ とする x の地点まで下流に向かって積分した。

γ, C_f, Fr_t をパラメータとして解の比較を行った。式(31)からは $\gamma, \sin \theta_t, Fr_t$ をパラメータにとるのが自然であるが式(21)、式(24)より

$$\sin \theta_t = C_f Fr_t^2 \quad (45)$$

となるため、 $C_f, \sin \theta_t$ のどちらもパラメータとして採用できる。ここでは物理的な意味のわかりやすい C_f をパラメータとして採用した。表-1に計算結果を一覧にして示す。表-1にある c_n は c_{nd} (式(15)参照)を式(27)に習って

$$c_n = \frac{(1 - \lambda_p)c_{nd} \sin \theta_t}{\alpha} \quad (46)$$

と無次元化したものである。式(13)、式(15)、式(21)、式(45)、式(46)より、

$$c_n = \frac{\sin \theta_t}{\sin \theta} \left(\left(\frac{\sin \theta}{\sin \theta_t} \right)^{\frac{2}{\gamma}} - 1 \right)^{\gamma} \quad (47)$$

と表される。 c_n の計算では実験に対応するよう(図-1参照) $\sin \theta = 3/5$ を与えた。表-1において*のあるものは図-8~図-11に浸食面の形状をフルード限界点を原点として示す。同図において右側が下流側、実線が浸食面形状で、実線上の点はフルード限界点を示している。

表-1からは c に比べて c_n は大きく、図-8~図-11のように段差のある断面形状の方が上流への進行速度は遅くなることがわかる。図-8と図-9から γ が大きくなると、傾斜の大きく、落差の小さな浸食面が形成されることがわかる。これは流速の増加に伴ってより浸食速度が増加するため、早く $\pi/2$ に達するのである。図-8と図-10を比較すると Fr_t が大きくなるほど浸食

表-1 計算結果一覧

γ	C_f	Fr_t	c	$x_{out} - x_1$	η_1	c_n
*1.5	0.02	0.3	0.714	0.0881	8.590	0.969
1.5	0.02	0.5	0.468	0.1194	4.600	0.939
1.5	0.02	0.7	0.233	0.0975	2.228	0.905
*1.5	0.05	0.3	0.714	0.0755	4.502	0.943
1.5	0.05	0.5	0.468	0.1004	2.334	0.889
*1.5	0.05	0.7	0.232	0.0793	1.070	0.828
2.0	0.02	0.3	1.425	0.0197	1.535	6.648
2.0	0.02	0.5	0.577	0.0393	1.279	4.535
2.0	0.02	0.7	0.182	0.0377	0.754	3.450
*2.0	0.05	0.3	1.424	0.0177	0.926	4.725
2.0	0.05	0.5	0.577	0.0346	0.731	3.105
2.0	0.05	0.7	0.181	0.0323	0.404	2.256

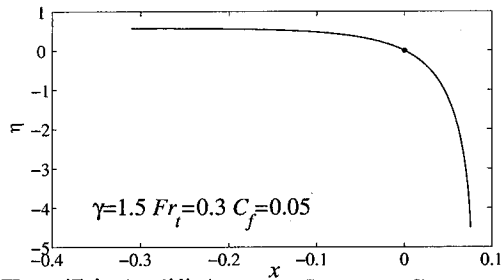


図-8 浸食面の形状 ($\gamma = 1.5, Fr_t = 0.3, C_f = 0.05$)

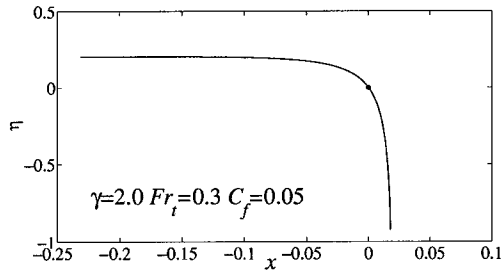


図-9 浸食面の形状 ($\gamma = 2.0, Fr_t = 0.3, C_f = 0.05$)

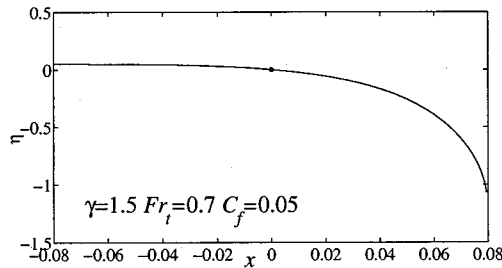


図-10 浸食面の形状 ($\gamma = 1.5, Fr_t = 0.7, C_f = 0.05$)

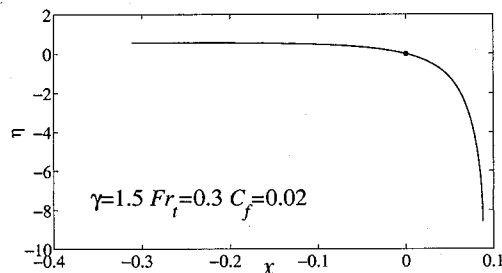


図-11 浸食面の形状 ($\gamma = 1.5, Fr_t = 0.3, C_f = 0.02$)

面の傾斜が緩やかになることがわかる。これは式 (24) からわかるように、 Fr_t は q_w が一定であれば浸食限界流速 u_t が大きくなるほど大きな値をとり、 Fr_t が増加するほど浸食されにくいと考えられる。図-8 と図-11 からは C_f が小さくなると落差の大きな浸食面が形成されることがわかる。これは式 (21), 式 (24), 式 (42) から Fr_t が変わらなければ、 C_f が小さいほど u_{out} が大きくなるためであるが、物理的には C_f は流れにくさを表し、 C_f が小さいほど流れやすくなるため流速も増加し浸食が進み易いと考えられる。

図-8～図-11 を見るとき、 x と η には無次元化によるスケールの違いがあることに気をつけなくてはなら

ない。式 (22) より

$$\eta = \frac{u_t}{q_w} \eta_d, x = \frac{u_t \sin \theta_t}{q_w} x_d \quad (48)$$

となるので、横軸 x の方が縦軸 η よりも $\sin \theta_t$ 倍縮小されているのである。一見したところ図-9 は実験結果である図-2(d) に類似しているように思われるが、実は図-9 での浸食面の傾斜変化は緩やかであり、実験で現れる図-2 に示したような切立った堤体の浸食断面を表してはいない。

3.6 せん断すべりの考慮

そこで、もう一つのメカニズムとして図-2 のように堤体の浸食断面が切立つ理由は浸食面の力学的安定性に関係すると考えられる。図-12 に示すような浸食面が形成されたとすると、浸食面の傾斜が急なところでは浸食面の表層は力学的安定性を失いすべりを生じる。その結果、図-12 で灰色で示した領域が欠損し図-2 のように堤体の浸食断面が切立つと考えられる。図-12 における θ_c はせん断すべりが生じはじめる傾斜角を表している。図-13 には斜面における応力状態を示す。図-13 の W は土塊に働く物体力、 σ , τ はすべり面に働く垂直応力、せん断応力である。斜面における土塊の飽和時の密度を ρ_{sat} 、すべり面の厚さを H とすれば、つりあいの関係と式 (8) から

$$\sigma = H(\rho_{sat} - \rho)g \cos \theta \quad (49)$$

$$\tau = H(\rho_{sat} - \rho)g \sin \theta + \rho C_f u_d^2 \quad (50)$$

となる。Mohr-Coulomb の破壊基準を適用すれば

$$\tau \geq \sigma \tan \phi + c_h \quad (51)$$

が成り立つとき、すべりが生じる。ここに ϕ , c_h は土の内部摩擦角、粘着力である。なお、 θ_c は式 (51) において等号が成立するときの斜面傾斜角である。

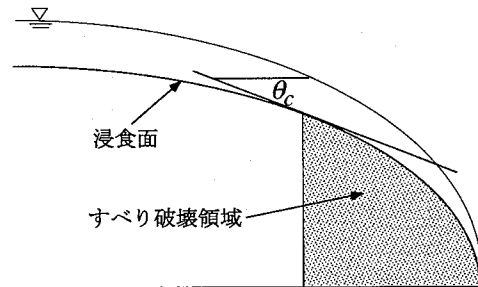


図-12 すべり破壊の領域

ϕ , c_h などの材料定数が与えられれば、式 (35) より、浸食面の傾斜角 θ と流速は 1 対 1 対応しているため、式 (51) の等号が成り立つ浸食面の傾斜角 θ_c はすべり面の

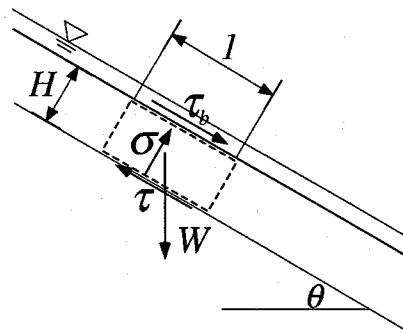


図-13 斜面すべりの力学的関係

厚さ H をパラメータにして求めることができる。図-9に示した $\gamma = 2.0$, $Fr_t = 0.3$, $C_f = 0.05$ の計算結果を例にして試算を行い、すべり面の厚さ H の効果を考える。ここでは簡単のため $c_h \approx 0$ とし、 $\phi = \pi/6$ を与えた。計算にあたっては次元を考慮する必要があるため、 $q_w = 0.01 \text{ m}^2/\text{s}$, $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{sat} = 2170 \text{ kg/m}^3$, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ とした。 $q_w = 0.01 \text{ m}^2/\text{s}$ は第2節で述べた実験装置において可能な単位幅流量の一つである。図-14にすべり面の厚さ $H[\text{m}]$ とすべりのはじまる位置 ($\theta = \theta_c$ となる位置) $\hat{x}$ の関係を示す。 $\hat{x}$ は縦軸と横軸のスケールを同じにするため

$$\hat{x} = \frac{x}{\sin \theta_t} \quad (52)$$

としたものである。図-14(a)からはすべり面の厚さが薄くなるほど、すべりのはじまる位置 $\hat{x}$ は小さくなることがわかる。これはすべり面の厚さが薄くなれば、浸食面に加わる流体によるせん断力の影響が大きくなるため、より小さな傾斜角ですべりを生じるのである。図-14(b)には図-14(a)に対応して、浸食面の形状とすべりのはじまる位置 $\hat{x}$ が示されている。すべりのはじまる位置から浸食断面は欠損し、切立った形状に変化する。図-14(b)の縦線は欠損部分の開始位置を示したものである。実際の浸食を受ける断面の形状は、式(29)、式(31)から得られる η のうち斜面の安定性が保たれる部分に限られる。したがって、パラメータ H は堤体の土砂損失量に大きく関わるもので、堤体への被害を予測する上で重要である。

4. 理論の適用範囲

これまでの理論が越流破壊現象にどの程度適用可能であるかを考える。図-15に越流破壊の進行過程を示す。まず堤体は越流によって浸食され図-15(a)から図-15(b)のように浸食される。この過程でフルード限界点は上流方向に移動する。また図-15(b)は、その断面形状を保ったまま上流方向に移動する式(29)、式(31)の解であり、図-15(c)は図-15(b)が上流方向に移動

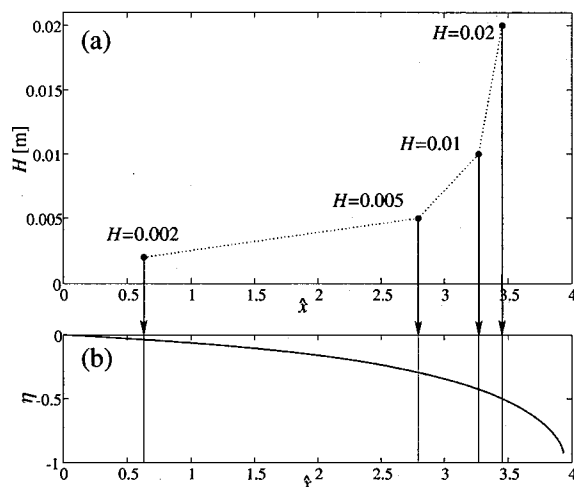


図-14 表層すべり厚さと浸食面の切立つ位置

したものである。しかし、さらに浸食断面が上流方向に移動すれば、いつかフルード限界点は上流側法面に到達し、図-15(d)のようになる。その後は、フルード限界点は常に上流側法面上に存在し図-15(d)から図-15(e)のように浸食をうける。つまり、これまでの議論は図-15(d)までの浸食過程に対して適用可能であり、図-15(d)以降の議論については図-15(d)の浸食断面を形状の初期条件とし、上流側法面上のフルード限界点を境界条件として数値計算する必要がある。

また、堤体の幅が小さい場合には図-15(b)に達する前に、フルード限界点は上流側法面に到達し図-15(d)のようになる可能性がある。そのような場合、浸食断面が上流方向へ移動する図-15(b)から図-15(c)についての理論を適用することはできず、図-15(d)の断面形状を正確に求めることはできない。しかし、図-15(a)から一気に図-15(d)に移行する過程を解析することは非常に困難である。また、越流破壊の進行速度についてはこれまでの議論により図-15(a)における初期の進行速度と、図-15(b)から図-15(d)に移動する速度については、式(15)と式(39)によって理論的な算出が可能である。

5. 実験による検証

図-8～図-11や表-1の計算結果からわかるように、越流する流量を減らすことで形成される浸食面の落差 η_1 (図-7参照) は小さくなる。なぜなら、 u_t は浸食の対象である材料が同じ限り変化しないため、越流流量 q_w が小さくなれば、式(24)で表される Fr_t が大きくなるためである。そこで流量を減らし、2.1節で述べた実験装置と同じものを用いて実験を行った。模型堤体の作製に利用した材料も同じであり、作製された直後の堤

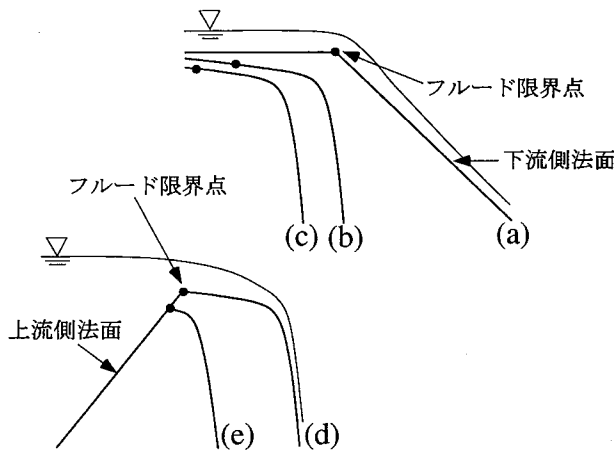


図-15 堤体の浸食過程

体の含水比は10.7%，乾燥密度は 1.86g/cm^3 であった。図-16に浸食を受ける堤体の時間変化を示す。図-16からわかるように，浸食面の落差は小さくなり，堤体底部の土が浸食を受けずに残っていることがわかる。

図-2(d)で表される形状になったときの単位幅越流量は $0.010\text{ m}^2/\text{s}$ であった。ここでは $\gamma = 1.5$, $Fr_t = 0.3$, $C_f = 0.45$ として解析を行った。 C_f については実験での観測より越流水の水深を $h_d = 0.02\text{m}$ とし，マンニングの係数 $n = 0.035$ と与えることで， $C = (h_d)^{1/6}/n$, $g = 9.8\text{m/s}^2$ として式(11)から求めた。 $Fr_t = 0.3$ を仮定することで式(21)，式(45)より $u_t = 0.21\text{m/s}$ を仮定したことになる。水深 0.02m で単位幅流量 $0.01\text{m}^2/\text{s}$ の流れが生じると流速は 0.5m/s となる。実験ではこの条件で浸食が起きていることから $u_t < 0.5\text{m/s}$ となり， $u_t = 0.21\text{m/s}$ の仮定は妥当である。 γ については $\gamma \geq 1.5$ の範囲で式(10)の関係が線形に近くなるものを選んだ。解析の結果， $\eta_1 = 4.86$ となり式(22)より浸食面の落差 η_{1d} は 23.5cm となる。図-2(d)においては上流側法面の頂点がフルード限界点と考えられ，上流側法面の頂点から底面までの距離は 24.0cm であった。

越流量を減らした実験での図-16(d)では単位幅越流量は $0.0064\text{ m}^2/\text{s}$ であった。堤体の材料は同じため u_t は変わらず $u_t = 0.21\text{m/s}$ であり，式(24)から $Fr_t = 0.375$ と求められる。この結果から， $\gamma = 1.5$, $Fr_t = 0.375$, $C_f = 0.45$ として解析を行ったところ， $\eta_1 = 3.78$ となった。このとき $\eta_{1d} = 11.7\text{cm}$ となる。観測値は 15.0cm であったので，越流量が減少することによる，計算値と実測値の切立ち面高さの減少割合はほぼ一致していることがわかる。 u_t , γ に仮定はあるものの，流量の変化に対して形成される切立ち面の落差を表現できることにより，本論で展開した浸食と斜面すべりを

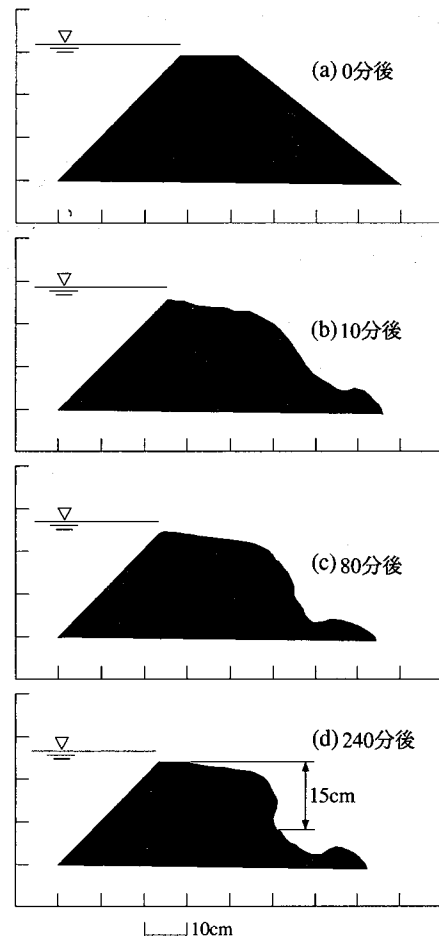


図-16 堤体断面の時間変化

融合したメカニズムでため池下流側法面の崩壊を説明できることがわかった。

6. 結論

本論文では，実験的観測を基にして越流破壊現象の理論的なメカニズムを解明し，得られた理論の適用範囲を分析した。その結果以下の点が明らかとなった。

- 越流による堤体の破壊は，浸食作用と浸食面表層のすべりによって進行する。浸食作用については浅水流方程式を用いた理論から浸食速度，浸食断面の形状を求めることができるが，切立ち面の形成を理解するには浸食面表層のすべりを考慮する必要がある。
- 本論文で展開した浸食作用に関する議論はフルード限界点が上流側法面に達するまでの破壊過程に適用可能であり，その一部で浸食による堤体の破壊速度を算出することができる。

参考文献

- 1) 平成 16 年台風 23 号による淡路ため池被害調査団: 平成 16 年台風 23 号による淡路ため池被害調査報告書, 農業土木学会京都支部, 2005.
- 2) 吉野文雄, 土屋昭彦, 須賀堯三: 越流水による堤防法面の破壊特性, 第 24 回水理講演会論文集, pp.351-355, 1980.
- 3) 須賀堯三, 石川忠晴, 葛西敏彦: 越流水による堤防法面の破壊特性 その 3, 第 25 回水理講演会論文集, pp.355-359, 1981.
- 4) 木村勝行, 重野輝貴, 成田国朝: 越流に伴う堤体破壊現象に関する研究, ダム工学, Vol.9, No.3, pp.215-222, 1999.
- 5) Coleman, S.E., Andrews, D.P. and Webby, M.G: Overtopping Breaching of Noncohesive Homogeneous Embankments, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol.128, No.9, pp.829-838, 2002.
- 6) Parker, G. and Izumi, N.: Purely erosional cyclic and solitary steps created by flow over a cohesive bed, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.419, pp.202-238, 2000.
- 7) 泉典洋: 水路崩発生の線形安定論-斜面下流端からの発生理論-, 土木学会論文集, No.616, pp.65-75, 1999.
- 8) Press, W.H., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T. and Flannery, B.P.: *Numerical recipes in FORTRAN*, 2nd Eds, Cambridge University Press, New York, 1992.

(2006 年 4 月 13 日 受付)