

物質移動を考慮した不飽和土／水連成問題の数理モデルと有限要素解析手法

The Mathematical Modeling of Unsaturated Soil-Water Coupled Problem Considering Mass Transfer
and its FE formulation

藤川和彦*・飯塚敦**・河井克之***ティラポン・ピパットパンサー****

Kazuhiko FUJIKAWA, Atsushi IZUKA, Katsuyuki KAWAI, Thirapong PIPATPONGSA

* (株)ワークスアプリケーションズ (〒107-6019 東京都港区赤坂 1-12-32 アーク森ビル 19F)

**神戸大学教授 都市安全研究センター (〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)

***神戸大学助手 工学部建設学科 (同上)

****東京工業大学助教授 学術国際情報センター (〒152-8550 東京都目黒区大岡山 2-12-1)

This paper proposes a new mathematical formulation for the unsaturated soil-water coupled stress-deformation problem in which the advection and dispersion phenomena are taken into consideration. The conventional mathematical formulation for advection and dispersion phenomenon cannot take account of influence arising from the stress change and deformation of the ground. Therefore, if some construction works such as irrigation facilities and wells are planed as measures for some contamination damage, their influence on the advection and dispersion phenomena of the contaminant cannot be quantitatively examined by the conventional mathematical formulation. Then, in this paper, a new mathematical formulation for the advection and dispersion phenomena is rebuilt and a set of governing equations coupled with the soil deformation is presented. This new formulation is capable of introducing any constitutive model for unsaturated and saturated soil. In this paper, an elasto-plastic constitutive model for unsaturated and saturated soil proposed by Kawai et al. is employed together with the water retention model for the unsaturated soil considering the hysteresis response under wetting and drying processes. Finally, the performance of this new formulation for advection and dispersion phenomena is demonstrated through a numerical simulation of salt damage in an imaginary ground.

Key Words: *unsaturated soil-water coupled problem, water balance, advection and dispersion problem*

キーワード: 不飽和土／水連成問題, 移流分散問題, 塩害

1 はじめに

現在, 地球上では深刻な砂漠化が問題となっている。砂漠化の影響を受けている土地面積は約 36 億 ha と, 全乾燥地域 51 億 ha のうちの 7 割近くを占め, さらに毎年 6 万 km², 九州と四国を飲み込む速度で砂漠地面積は拡大を続けている。砂漠化の人為的要因は過放牧, 塩害, 過伐採などが列挙されるがそれらの要因同士, さらに自然的要因も加え, 複雑に相互影響を及ぼす事によって砂漠化へと繋がっている。そのため, 砂漠化に関する研究・対策も多面的なアプローチが必要とされている。タイ東北部では, 地下に存在する岩塩層による高塩分濃度地下水を

利用した塩田産業が古来より発達してきた。しかし最近では塩田産業による近隣の塩害, また植生伐採による水収支の不均衡による地下水上昇に伴う塩害, 塩田産業時の地下水汲み上げに伴う地盤陥没が多発している。これらの現象を工学的に捉えと, 蒸発散・降雨などの植生を介した地圏・気圏間の水収支, 土/水連成モデルによる地盤変状・安定問題, 地盤内溶解物質の移流・分散問題とみなせ, それらが複合して発生している事象とみなせる。そこで本研究では上記の問題に定量的にアプローチできる数理モデルの構築と解析手法の提案を目的として

いる。すなわち、気圏―地圏間の水収支、植生の影響、地盤の変状、そして地盤内の溶解物質の移流分散の連成問題としてのアプローチである。

従来、移流分散問題を解く際には、地下水の浸透現象を支配する浸透方程式と、地盤内溶解物質の移動を支配する輸送方程式を連立させるが、地盤変状を考慮する場合、Yeh¹⁾による浸透方程式、Owczarek²⁾による輸送方程式が用いられてきた。しかしこれらの理論では、等方応力に伴う弾性的な変形（体積変化）しか考慮できず、水分特性、応力履歴、ダイレタンシーなどにより複雑な挙動を示す不飽和地盤特有の非可逆的な変形と連成させることはできない。現在、不飽和地盤特有の変形を表現できる、より精緻な弾塑性構成モデルが、軽部ら^{3) 4) 5)}、Alonso ら⁶⁾、向後ら^{7) 8)}、河井ら⁹⁾により提案されている。そこで本論文では、任意に、土の構造骨格の構成モデルを選べるように、さらに不飽和状態にある土の力学特性を支配する水分特性モデルを、選択した構成モデルに整合して導入できるように、新たに浸透方程式と輸送方程式を導きなおし、不飽和・飽和状態の土の変形を考慮した移流分散支配方程式系を提案している。次いで、有限要素法を用いて初期値境界値問題として定式化し、土/水連成変形問題、及び移流分散問題を連成して解く数理モデルを示している。最後に、本論文で示した数理モデルを用いて、簡単な仮想地盤を対象に、降雨、蒸発散などの気圏・地圏間水収支による地盤変状、及び移流分散現象をシミュレーションし、数理モデルの有用性に関して検討を行っている。

2 数理モデルの構築

2.1 支配方程式の誘導

溶解物質の飽和溶解度を γ (-)、溶液濃度を c ($0 \leq c \leq 1$: 飽和溶液濃度を $c=1$ として正規化) とおくと溶媒、溶質、溶液の質量 (M_w, M_c, M_f) 間に、

$$M_w : M_c : M_f = 1 : \gamma c : (1 + \gamma c) \quad (1)$$

なる比例式が成り立つ。溶質が水溶性物質である場合、溶液体積と溶媒体積が等しくなることから溶液密度 ρ_f と溶媒密度 ρ_w には、

$$\rho_f = (1 + \gamma c) \rho_w \quad (2)$$

が成り立つ。ここで、図-1 のような固・液・気相の3相モデルより任意の領域 V における固相、液相、溶解物質相について、質量保存則より、

$$\int_V (\dot{\bar{\rho}}_s + \bar{\rho}_s \nabla \cdot \mathbf{v}_s) dV = 0, \quad \bar{\rho}_s = (1-n) \rho_s \quad (3)$$

$$\int_V (\dot{\bar{\rho}}_f + \bar{\rho}_f \nabla \cdot \mathbf{v}_f) dV = 0, \quad \bar{\rho}_f = n S_r \rho_f \quad (4)$$

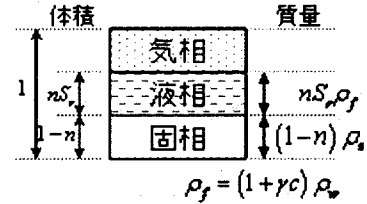


図-1 固・液・気相の3相系モデル

$$\int_V (\dot{\bar{\rho}}_c + \bar{\rho}_c \nabla \cdot \mathbf{v}_c) dV = 0, \quad \bar{\rho}_c = n S_r \rho_w \gamma c \quad (5)$$

が成り立たねばならない。ここで、式中のドットは時間微分を示している。また、 $\mathbf{v}_s, \mathbf{v}_f, \mathbf{v}_c$ と $\bar{\rho}_s, \bar{\rho}_f, \bar{\rho}_c$ はそれぞれ土粒子、間隙流体、溶解物質の速度と実質の密度、 ρ_s は土粒子密度、 n は間隙率、 S_r は飽和度を示す。(3)式を展開、整理すると、

$$\dot{n} = (1-n) \nabla \cdot \mathbf{v}_s \quad (6)$$

を得る。(4)式に代入し $\dot{\rho}_f = \{(1+\gamma c) \rho_w\}' = \gamma c \dot{\rho}_w$ 、また、圧縮側を正とし $\nabla \cdot \mathbf{v}_s = -\dot{\epsilon}_v$ (ϵ_v : 体積ひずみ) を考慮すると、

$$-\dot{\epsilon}_v S_r + n \dot{S}_r + n S_r \gamma c \frac{\dot{\rho}_w}{\rho_f} + n S_r \nabla \cdot (\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_s) = 0 \quad (7)$$

が導かれる。ここで、

$$\nabla \cdot \{n S_r \rho_f (\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_s)\} = \nabla (n S_r \rho_f) \cdot (\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_s) + n S_r \rho_f \nabla \cdot (\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_s) \quad (8)$$

と変形すると、(8)式右辺第1項は微小なベクトル同士の乗算であるため無視できる。さらに $(\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_s)$ は間隙流体の相対速度であるので左辺にダルシー則を適用すると、(7)式は、

$$\dot{\epsilon}_v S_r - n \dot{S}_r - n S_r \frac{\gamma}{1 + \gamma c} \dot{c} - \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (9)$$

となる。ここに $\mathbf{v} = -\mathbf{k} \cdot \nabla h$ はダルシー流速 [LT^{-1}] である。一方、(6)式を(5)式に代入し圧縮側を正とし $\nabla \cdot \mathbf{v}_s = -\dot{\epsilon}_v$ を考慮すると、

$$-\dot{\epsilon}_v S_r \gamma c \rho_w + n \dot{S}_r \gamma c \rho_w + n S_r \gamma c \dot{\rho}_w + n S_r \gamma c \rho_w \nabla \cdot (\mathbf{v}_c - \mathbf{v}_s) = 0 \quad (10)$$

が得られる。ここで、

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \{n S_r \gamma c \rho_w (\mathbf{v}_c - \mathbf{v}_s)\} \\ = \nabla (n S_r \gamma c \rho_w) \cdot (\mathbf{v}_c - \mathbf{v}_s) + (n S_r \gamma c \rho_w) \nabla \cdot (\mathbf{v}_c - \mathbf{v}_s) \end{aligned} \quad (11)$$

であるから、式(11)左辺第1項は微小項であるため無視し、式(10)左辺第4項は、

$$\begin{aligned} nS_r \gamma c \rho_w \nabla \cdot (\mathbf{v}_c - \mathbf{v}_s) &= \nabla \cdot \{ nS_r \gamma c \rho_w (\mathbf{v}_c - \mathbf{v}_s) \} \\ &= \nabla \cdot \left\{ nS_r (\mathbf{v}_c - \mathbf{v}_s) \frac{\gamma c}{1 + \gamma c} \rho_f \right\} \end{aligned} \quad (12)$$

となる。ここに、 $nS_r (\mathbf{v}_c - \mathbf{v}_s) \frac{\gamma c}{1 + \gamma c} \rho_f$ は溶解物質の輸送量（質量フラックス）を意味する。質量フラックスを移流現象と分散現象で表現すると、

$$\begin{aligned} nS_r (\mathbf{v}_c - \mathbf{v}_s) \frac{\gamma c}{1 + \gamma c} \rho_f &= \mathbf{v} \rho_f \frac{\gamma c}{1 + \gamma c} - \mathbf{D}^c \cdot \nabla (nS_r \rho_w \gamma c) \\ &= \mathbf{v} \gamma c \rho_w - \mathbf{D}^c \cdot \nabla (nS_r \rho_w \gamma c) \end{aligned} \quad (13)$$

となる。ここに $\mathbf{D}^c$ は分散係数テンソル $[\text{L}^2\text{T}]$ である。(13)式を(10)式に代入すると、最終的に、

$$-\dot{\varepsilon}_v S_r c + n\dot{S}_r c + nS_r \dot{c} + \nabla \cdot (\mathbf{v} c) + nS_r \nabla J = 0 \quad (14)$$

を得る。ここに、 $\mathbf{J} = -\mathbf{D}^c \cdot \nabla c$ である。

(9)式、(14)式がそれぞれ浸透方程式、輸送方程式である。この2式はどちらにおいても、変形をひずみで一般化して表現することによって、不飽和地盤特有の変形挙動を表現する構成モデルの自由な選定を可能としている点に特徴がある。

2.2 有限要素法への定式化

前節までに導かれた基礎方程式を含み、飽和・不飽和状態での変形を考慮した移流分散問題の支配方程式を増分形にて書き下すと、以下のようなものである。

・ 釣合式

$$\dot{\sigma}_{\mu,j} = 0, \quad \dot{\sigma}_{ij} = \dot{\sigma}_{ji} \quad (15)$$

・ 分応力

$$\dot{\sigma}'_{ij} = \dot{\sigma}'_{ij}{}^N + \dot{p}_s \delta_{ij}, \quad \dot{\sigma}'_{ij}{}^N = \dot{\sigma}_{ij} \quad (16)$$

・ 構成式

$$\dot{\sigma}'_{ij} = D_{ijkl} \dot{\varepsilon}_{kl} - c_{ij}^{kw} \dot{C}_m \quad (17)$$

・ ひずみ～変位関係式

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = -\frac{1}{2} (\dot{u}_{i,j} + \dot{u}_{j,i}) \quad (18)$$

・ 浸透方程式

$$-\dot{\varepsilon}_v S_r + n\dot{S}_r + \frac{\gamma c}{1 + \gamma c} nS_r \dot{c} + v_{i,i} = 0 \quad (19)$$

・ Darcy 則

$$v_i = -k_{ij} g_j, \quad g_i = h_{,i}, \quad h = \frac{p_w}{\rho_w g} + \Omega \quad (20)$$

・ 輸送方程式

$$-\dot{\varepsilon}_v S_r c + n\dot{S}_r c + nS_r \dot{c} + (v_i c)_{,i} + nS_r J_{i,i} = 0 \quad (21)$$

・ Fick 則

$$J_i = -D_{ij}^c c_{,j} \quad (22)$$

ここに σ'_{ij} : 応力テンソル, $\sigma'_{ij}{}^N$: 分応力テンソル (net 応力), p_s : サクシオン応力, D_{ijkl} : 弾塑性剛性テンソル, ε_{ij} : ひずみテンソル, C_m : 不飽和土における剛性に寄与するパラメータ, c_{ij}^{kw} : 構成係数テンソル, u_i : 変位ベクトル, v_i : 土粒子と間隙流体の相対速度ベクトル, n : 間隙率, ε_v : 体積ひずみ, k_{ij} : 透水係数テンソル, g_i : 動水勾配ベクトル, h : 全水頭, p_w : 間隙水圧, Ω : 位置水頭, D_{ij}^c : 分散係数テンソル, c : 濃度である。上記の支配方程式に課される初期条件と境界条件は、

初期条件

$$\text{・ 初期応力} \quad \sigma'_{ij|i} = \sigma'_{ij|i=0} \quad (23)$$

$$\text{・ 初期水頭} \quad h_i = h_{i=0} \quad (24)$$

$$\text{・ 初期飽和度} \quad S_{r|i} = S_{r|i=0} \quad (25)$$

$$\text{・ 初期間隙比} \quad e_{i|} = e_{i=0} \quad (26)$$

$$\text{・ 初期濃度} \quad c_{i|} = c_{i=0} \quad (27)$$

境界条件

$$\text{・ 変位境界} \quad \bar{u}_i = \dot{u}_i \quad \text{on} \quad S_u \quad (28)$$

$$\text{・ 応力境界} \quad \bar{t}_i = \dot{\sigma}_{ji} n_j \quad \text{on} \quad S_\sigma \quad (29)$$

$$\text{・ 水頭境界} \quad \bar{h} = h \quad \text{on} \quad S_h \quad (30)$$

$$\text{・ 流量境界} \quad \bar{q} = v_i n_i \quad \text{on} \quad S_q \quad (31)$$

$$\text{・ 濃度境界} \quad \bar{c} = c \quad \text{on} \quad S_c \quad (32)$$

・ 濃度フラックス境界

$$\bar{Q} = (v_i c) n_i + J_i n_i \quad \text{on} \quad S_Q \quad (33)$$

であり、これらの境界は、

$$S = S_u + S_\sigma = S_h + S_q = S_c + S_Q \quad (34)$$

を満たしている。なお、本論文では、流量境界、濃度フラックス境界において、流量、濃度フラックス量がゼロの境界をそれぞれ非排水境界、非透過境界と呼ぶことにする。

ここで、式(16)中のサクシオン応力の増分 $\dot{p}_s$ は次

のように求められる。

$$\begin{aligned}\dot{p}_s &= \frac{\dot{S}_r - S_{rc}}{1 - S_{rc}} s + \frac{S_r - S_{rc}}{1 - S_{rc}} \dot{s} \\ &= \frac{1}{1 - S_{rc}} \left(\frac{\partial S_r}{\partial s} s + S_r - S_{rc} \right) \dot{s}\end{aligned}\quad (35)$$

ここで、 s : サクシオン、 S_{rc} : $s \rightarrow \infty$ 時の収束飽和度である。

以上の式を有限要素法による初期値境界値問題に適用するための定式化の手順を次に示す。

2.2.1 弱形式の誘導

次式で示される試験関数を与える

$$\forall \delta \dot{u}_i \in \left\{ \delta \dot{\varepsilon}_{ij} = -\frac{1}{2} (\delta \dot{u}_{i,j} + \delta \dot{u}_{j,i}) : \delta \dot{u}_i = 0 \text{ on } S_v \right\} \quad (36)$$

この試験関数を増分方釣合式(15)の両辺に乘じ、領域 V で体積積分し、部分積分とガウスの発散定理を適用する。また、応力テンソルの対称性と、 $\dot{s} = -\dot{p}_w$ である事を考慮し、式(35)を代入すると、

$$\begin{aligned}\int_V \dot{\sigma}'_{ij} \delta \dot{\varepsilon}_{ij} dV + \int_V \frac{1}{1 - S_{rc}} \left(\frac{\partial S_r}{\partial s} s + S_r - S_{rc} \right) \dot{p}_w \delta \dot{\varepsilon}_v dV \\ = - \int_{S_e} \bar{i}_i \delta \dot{u}_i dS\end{aligned}\quad (37)$$

を得る。

一方、式(38)で示される試験関数を与える。

$$\forall \delta h \in \{ \delta g_i = \delta h_i : \delta h = 0 \text{ on } S_h \} \quad (38)$$

この試験関数を浸透方程式(19)の両辺に乘じ、領域 V で体積積分し、式(33)と式(34)を代入する。また飽和度はサクシオンのみの関数と仮定すると、

$$\dot{S}_r = \frac{\partial S_r}{\partial s} \dot{s} = - \frac{\partial S_r}{\partial s} \dot{p}_w \quad (39)$$

だから、浸透方程式の弱形式が、

$$\begin{aligned}\int_V \dot{\varepsilon}_v S_r \delta h dV + \int_V n \frac{\partial S_r}{\partial s} \dot{p}_w \delta h dV - \int_V \frac{\gamma c}{1 + \gamma c} n S_r \dot{c} \delta h dV \\ - \int_{S_q} \bar{q} \delta h dS + \int_V v_i \delta g_i dV = 0\end{aligned}\quad (40)$$

と得られる。

2.2.2 有限要素離散化

$h, s, S_r, S_{rc}, n \frac{\partial S_r}{\partial s}, c$ は要素内で一定とし。支配方程式を、有限要素法を用いて離散化する。以後、表記の便宜のために、 $\sigma'_{ij}, \varepsilon_{ij}, D_{ijkl}$ などのテンソル表示を、適切に格納し、 $\{\sigma'\}, \{\varepsilon\}, [D]$ のようにベクトルまたはマトリックスで表記することにする。

まず、節点変位と全水頭、濃度に関する内挿関数マトリックスをそれぞれ $[N], [N_h], [N_c]$ と表す。すなわち、

$$\{u\} = [N] \{u^n\}, \quad h = [N_h] h^m, \quad c = [N_c] c^m \quad (41)$$

を仮定する。ここに、

$\{u^n\}, h^m, c^m$: 要素の代表位置における節点変位、
全水頭、濃度
 $[N], [N_h], [N_c]$: 節点変位、全水頭、濃度に関する
内挿関数マトリックス

である。これらを式(32)に代入すると、最終的に、有限要素離散方程式が、

$$\begin{aligned}[K] \{ \Delta u^n \} + (R_s [K_v] + R_m [G]) \rho_w g h_{t+\Delta t}^m \\ = (R_s [K_v] + R_m [G]) \rho_w g h_t^m - [\Delta F]\end{aligned}\quad (42)$$

と導かれる。

ここに、 $[K] = \int_V [B]^T [D] [B] dV$

$$[K_v] = \int_V [B_v] dV$$

$$[\Delta F] = \Delta t \int_{S_e} [N]^T \{ \bar{i} \} dS$$

$$\{G\} = \int_V [B]^T \{ c^{kw} \} dV$$

$$R_s = \frac{1}{1 - S_{rc}} \left(\frac{\partial S_r}{\partial s} s + S_r - S_{rc} \right)_{t=t}$$

$$R_m = \frac{1}{1 - S_{rc}} \left(\frac{\partial S_r}{\partial s} s + S_{rm} \right)_{t=t}$$

である。

一方、浸透方程式(40)の有限要素離散方程式は、

$$\begin{aligned}S_r [K_v] \{ \Delta u^n \} \\ + \left(\alpha n \frac{\partial S_r}{\partial s} + \Delta t \sum_{i=1}^4 (\beta_h^i) \right) \rho_w g h_{t+\Delta t}^m - \Delta t \sum_{i=1}^4 (\beta_h^i \rho_w g h^{mi}) \\ = \alpha n \frac{\partial S_r}{\partial s} \rho_w g h_t^m + \alpha n S_r \frac{\gamma c^m}{1 + \gamma c^m} \Delta c^m\end{aligned}\quad (43)$$

と導かれる。ただし、水頭の離散化には、赤井・田村の方法¹⁰⁾を用いた。

ここに、 $[K_v] = \int_V [B_v] dV$, $\alpha = \int_V dV$,

$$\beta_h^i = \frac{k_{xx}}{\rho_w g} \frac{b_{iy}}{l_{ix}} + \frac{k_{yy}}{\rho_w g} \frac{b_{ix}}{l_{iy}}$$

であり、添え字 i は要素 M の i 辺を意味する。また、 b_x, b_y, l_x, l_y は i 辺、要素重心距離の x, y 方向の長さである (図-2 参照)。

さらに、溶解物質の輸送方程式を解析領域で体積積分すると、

$$\begin{aligned}- \int_V \dot{\varepsilon}_v S_r c dV + \int_V n \dot{S}_r c dV + \int_V n S_r \dot{c} dV \\ + \int_V (v_i c)_{,i} dV + \int_V n S_r J_{i,i} dV = 0\end{aligned}\quad (44)$$

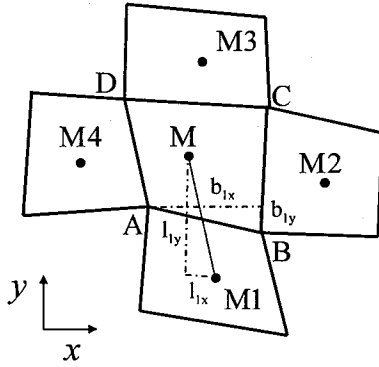


図-2 隣接する有限要素の関係

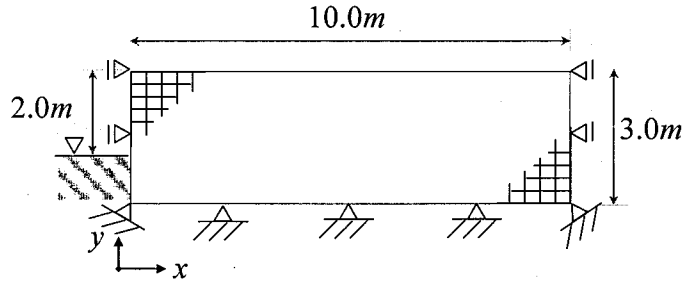


図-4 解析メッシュ

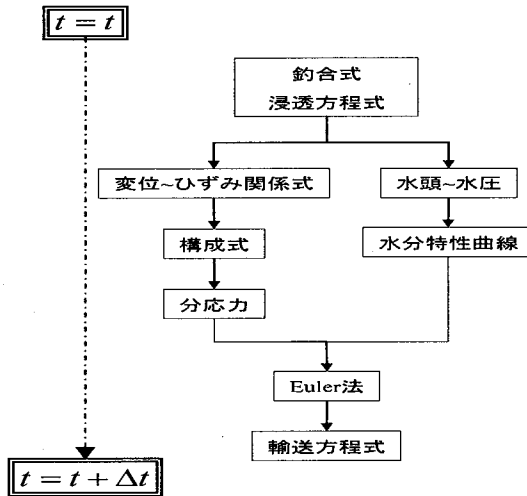


図-3 数理モデル計算手順

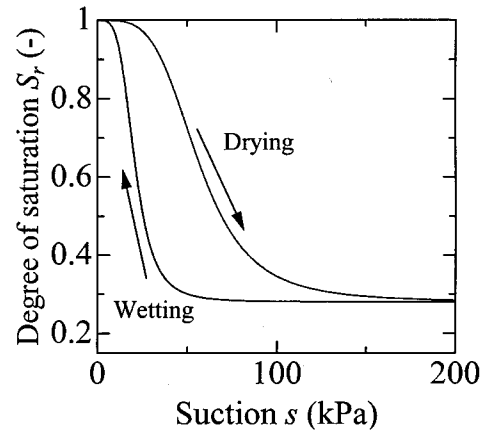


図-5 水分特性曲線

であるから、式(44)の左辺第4項にダルシー則を適用し、

$$\therefore \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial c}{\partial y} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} (hc) - \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} c - \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} h \right) \quad (45)$$

なる恒等式を考慮して(式(45)を式(44)に代入して)、離散化を行うと、

$$\begin{aligned} & -S_r [K_v] \{ \Delta u^n \} c_t^m - \alpha n \frac{\partial S_r}{\partial s} \rho_w g h_{t+\Delta t}^m c_t^m + \alpha n S_r \Delta c^m \\ & + \frac{\Delta t}{2} \left[\sum_{i=1}^4 (\beta_h^i) \cdot \rho_w g h_{t+\Delta t}^m c_t^m - \sum_{i=1}^4 (\beta_h^i \rho_w g h_{t+\Delta t}^{mi} c_t^{mi}) \right] \\ & - \rho_w g h_{t+\Delta t}^m \left[\sum_{i=1}^4 (\beta_h^i) \cdot c_t^m - \sum_{i=1}^4 (\beta_h^i c_t^{mi}) \right] \\ & - \Delta t n S_r \left[\sum_{i=1}^4 (\beta_c^i) \cdot c_t^m - \sum_{i=1}^4 (\beta_c^i c_t^{mi}) \right] = 0 \quad (46) \end{aligned}$$

が導かれる。

ここに $[K_v] = \int_V [B_v] dV$, $\alpha = \int_V dV$,

$\beta_h^i = \frac{k_{xx}}{\rho_w g} \frac{b_{iy}}{l_{ix}} + \frac{k_{yy}}{\rho_w g} \frac{b_{ix}}{l_{iy}}$, $\beta_c^i = D_{xx}^c \frac{b_{iy}}{l_{ix}} + D_{yy}^c \frac{b_{ix}}{l_{iy}}$ である。

2.2.3 連立方程式の計算手順

未知数は $\{ \Delta u^n \}$, $\{ h_{t+\Delta t}^m \}$, $\{ \Delta c^m \}$ であり釣合式、連続式、移流分散方程式を同時に連立させると移流分散方程式が二次式になり容易には解けない。そこで、釣合式、連続式の連立解として得られた $\{ \Delta u^n \}$, $\{ h_{t+\Delta t}^m \}$ を移流分散方程式に代入することで $\{ \Delta c^m \}$ を求めることにした。この時、式(43)中の $\{ \Delta c^m \}$ は、 $\{ \Delta c^m \} = \{ c_t^m \} - \{ c_{t-\Delta t}^m \}$ と解釈する。図-3に計算手順を示す。

3 例題

3.1 解析条件

図-4に示すような一様地盤を考える。地下水位は地表面下2mにあり、地下水位より上部の地盤は、初期に不飽和状態にある。この地下水にのみ、濃度0.5%のうすい塩分が溶解しているものとし、このような地盤に、季節変動を考慮した、降雨による水供

表-1 塩析出、地盤変状シミュレーションの解析条件 (要素数: 816 節点 750 要素 要素分割 0.2m×0.2m)

材料定数: 表-2 に示す材料定数を全要素に用いる. 水分特性曲線モデルを図-5 に示す. 変位境界: 解析領域下端で水平方向, 鉛直方向共に固定. 左端及び右端は水平方向のみ固定. 水理境界: 解析領域右下端は非排水境界, 左端は水頭境界, 上端は蒸発・降雨を与えるため流量境界とする.	物質境界: 解析領域右上端は非透過境界, 左端は濃度境界. 初期水位以下に境界濃度 $c = 0.005$ を与え, 水位以上の境界には $c = 0.0$ を与えた. 初期条件: 初期の鉛直応力 σ_v は各要素の上載荷重分を与えている. 先行圧密は 98kPa とした. 初期間隙比は $e_0 = 1.152$ とした. 初期飽和度, 初期サクシオン, 初期濃度の分布を図-6 に示す.
---	--

表-2 材料パラメータ

λ	κ	M	ν	$k(\text{m/day})$	a	m	
0.06	0.01	1.33	0.33	0.0864	60	0.5	
A_d	B_d	A_w	B_w	S_{rc}	S_{rf}	$R(\text{m})$	$D^c(\text{m}^2/\text{day})$
-16.13	4.0	-12.13	4.0	0.28	1.0	0.000004	0.0001

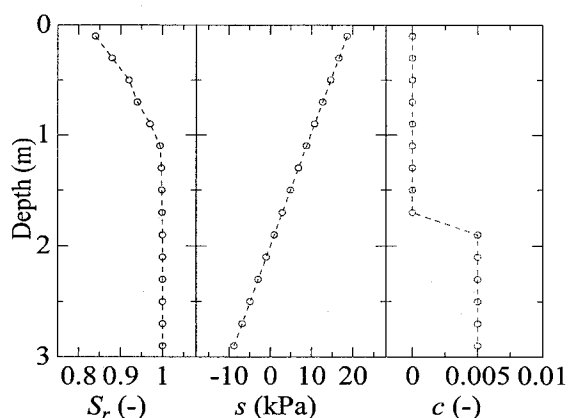


図-6 飽和度・サクシオン・濃度の初期深度分布

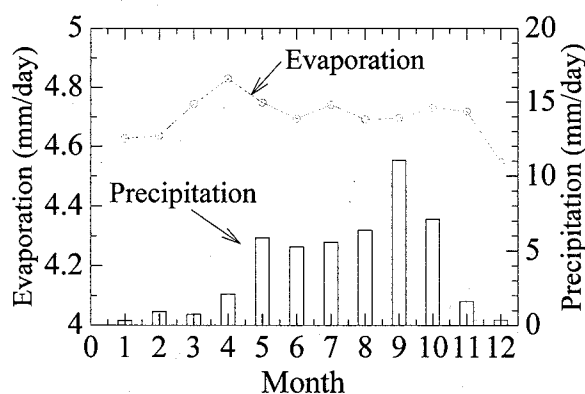


図-7 降雨・蒸発量月別データ

給や地表面からの蒸発を, 10 年間にわたって作用させる. このときの地盤内の応力変化や変形, 塩分の移動と地表面への析出を解析する. 表-1 は解析条件の一覧である. 表-2 中材料定数は, λ , κ : 飽和状態における圧縮, 膨張指数, M : 限界状態における応力比, ν : ポアソン比, a : 初期降伏状態を表すパラメータ, m : 不飽和透水係数を表す Mualem¹¹⁾ のパラメータ, A_d , B_d , A_w , B_w , S_{rf} : 河井ら¹²⁾ の水分特性曲線モデルに用いられるパラメータ(図-5), R : 50%粒径の半分である. このシミュレーションで与えた月毎の降雨・蒸発量を図-7 に示す. タイ国バンコクにおける気象データを参考にしている.

3.2 解析結果・考察

シミュレーション結果を図-8 に示す. 領域最右端 (図-4 参照) における, 地表面から 0.1m, 1.1m, 2.1m の深度でのサクシオン, 飽和度, 濃度の時系列変化を示している. サクシオン, 飽和度は降雨・蒸発に伴い年毎に規則正しい周期的な変化を示す. それぞれの位置での濃度変化 (塩分濃度) を見てみる. 1 年目から 5 年目 (図-9) に注目すると,

地表面から 2.1m の地下水面に近い要素での濃度は地下水濃度とほぼ等しくあまり変化は見られない. しかし地表面から 0.1m, 1.1m の地下水位より上の要素での濃度は, 乾季 (10 月から 3 月) に増加, 雨季 (4 月から 9 月) に減少している. これは, 地表面からの蒸発による濃度前線の上昇, 及び降雨浸透による濃度前線の下降によるものである. ところが, 4 年目になると, 乾季には地表面付近の要素の濃度が地下水濃度を上回ってくるのが見てとれる. これは濃度前線が地表面まで到達し, さらに蒸発によって, 要素内の水分が減少したことによるものである. 地表面下 1.1m 位置にある要素の 7 年目以降の濃度変化 (図-10) に注目すると, それまでとは逆に, 雨季に上昇, 乾季に濃度が減少する傾向が見てとれる. これは地表面で濃度を増した塩分が, 雨季に降雨浸透とともに地盤内へ移動したためであると考えられる. このように, もともと (初期には) 塩分濃度がゼロであった地盤内において, 雨季, 乾季の繰り返しの伴い, 塩分濃度が上昇してゆき, 最終的には地表面付近で高濃度の集積が停滞する現象がシミュレーションされている. このような高濃度の塩分は, 乾季に, 飽和溶解度を超過して再結晶化

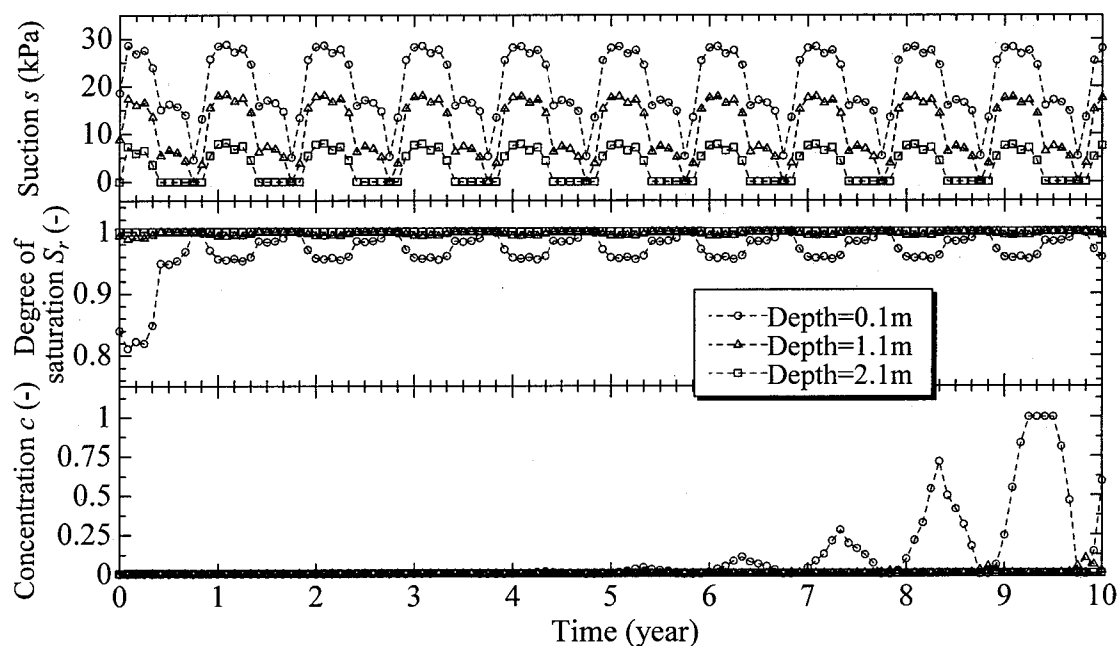


図-8 サクション, 飽和度, 濃度の時系列変化

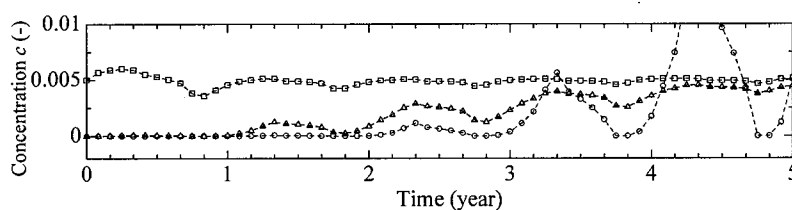


図-9 濃度変化 (1～5年目)

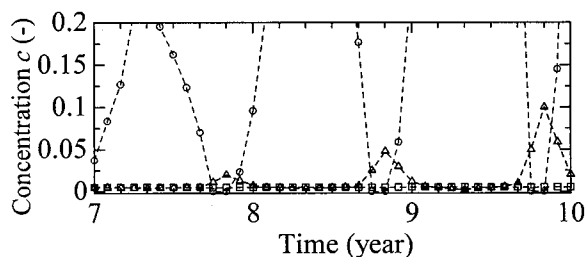


図-10 濃度変化 (7～10年目)

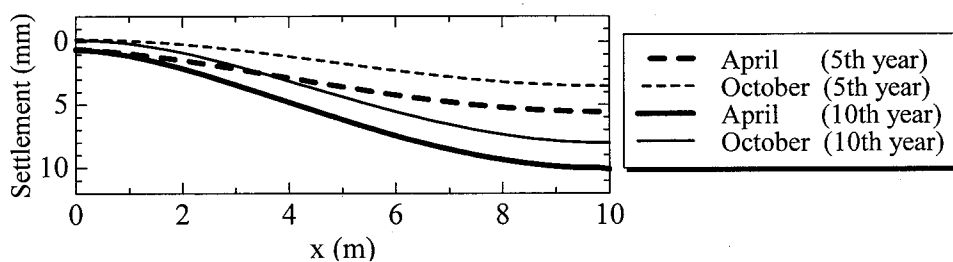


図-11 地表面変位

し、地表面に析出し、塩害を引き起こすことになる。ひとたび、地表面に塩分が固体化して析出すると、もはや植生の育成は期待できず、荒涼と砂漠化の道をたどることとなる。図-11には地表面変位が示されている。破線が5年後、実線が10年後で、それぞれ太線が雨季、細線が乾季の終季節における地

表面沈下である。乾季には地盤内水分の損失により地表面が沈下し、雨季には降雨の浸透に伴い、微少な隆起が確認される。このような沈下と隆起を繰り返しながらも、年を経るに従って、地表面の沈下が進行していくのが分かる。変形を解として得ることができるため、塩害化を止めるための何らかの方策、

例えば、用水路の建設などの影響も定量的に検討できるものとなっている。

4 おわりに

本論文では、既往の移流分散解析では取り扱うことができなかった地盤の変形・変状の発生をも考慮できる移流分散問題の支配方程式を導き、さらに有限要素法による解析手法解析を提案した。さらに降雨・蒸発散による地圏・気圏間の水収支を想定し、数値シミュレーションを行った。その結果、地下水に希薄な塩分が溶解していても、気象条件によっては、地表面に高濃度に集積した塩分の析出がみられることを示した。このような塩害の発生に対して、阻止・防止の対策を検討する際、用水路を建設する、樹木を植える、揚水・注水用の井戸を掘るなどの効果だけでなく、建設に伴う力学的作用の影響も、定量的に検討することができるものとなっている。

参考文献

- 1) Yeh, G.T. (1992).: "Class notes , CE597C , Computational subsurface hydrology Part II", Spring Semester 1992, The Pennsylvania State University Park, PA..
- 2) Owczarek, J.A (1964) . *Fundamentals of gas dynamics*. International 神野健二編著：地下水中の物質輸送数値解析，九州大学出版会，pp.8～10, 2001.
- 3) 軽部大蔵，加藤正司，浜田浩一，本田道識：不飽和土の間隙水状態と土塊の力学的挙動の関係について，土木学会論文集，No.535 /III-34, pp.83-92, 1996.
- 4) 加藤正司，軽部大蔵，本田道識，藤原照幸：不飽和土の圧縮特性に及ぼす間隙水分布の影響に関する研究，土木学会論文集，No.554/ III -37, pp.57-69, 1996.
- 5) Karube, D., S. Kato, M. Honda, and K. Kawai: A constitutive model for unsaturated soil evaluating effects of soil moisture distribution, *Proc. 2nd International Conference on Unsaturated Soils*, pp.485-490, 1998.
- 6) Alonso, E.E., A. Gens and A. Jose: A constitutive model for partially saturated soils, *Geotechnique*, Vol.40, No.3, pp.405-430, 1990.
- 7) Kohgo, Y., M. Nakano and T. Miyazaki: Theoretical aspects of constitutive modeling for unsaturated soils, *Soils and Foundations*, Vol.33, No.4, pp.49-63, 1993.
- 8) Kohgo, Y., M. Nakano and T. Miyazaki: Verification of the generalized elasto-plastic model for unsaturated soils, *Soils and Foundations*, Vol.33, No.4, pp.64-73, 1993.
- 9) 河井克之，軽部大蔵，嘉戸善胤，加藤正司：不飽和土の非排水三軸圧縮試験における変形強度特性および水分特性，土木学会論文集，No.715/III -60, pp.287-296, 2002.
- 10) 赤井浩一，田村武：弾塑性構成式による多次元圧密の数値解析，土木学会論文報告集，No.269, pp.95-104, 1978.
- 11) Mualem, Y.: A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media, *Water Resources Research* 12, No.3, pp.513-522, 1976.
- 12) 河井克之，軽部大蔵，芦田渉，嘉戸善胤：間隙比の影響を考慮した水分特性曲線モデル，土木学会論文集，No.666/III-53, pp.291-302, 2000.

(2006年4月13日 受付)