

気象要因の影響を考慮した音の伝播に関する有限要素解析法

Finite element analysis of sound propagation under influence of meteorological conditions

野村卓史*・高木耕平**

Takashi Nomura and Kohei Takagi

*工博 日本大学教授, 理工学部土木工学科 (〒101-8308 東京都千代田区神田駿河台1丁目)

**修 (工) 大日本コンサルタント株式会社 (〒170-0003 東京都豊島区駒込3丁目)

A finite element method is investigated for sound propagation through the air in which the influences of meteorological conditions are introduced. The basic equations are a coupled partial differential equation system with respect to the sound pressure and the acoustical velocity. The state and motion of the ambient air are assumed steady but spatially distributed. A modified Mur's outgoing boundary condition is incorporated. Several numerical examples show that the present method can simulate refractive effects of the sound waves through stratified air or wind.

Key Words: sound propagation, finite element method, meteorological condition

キーワード: 音, 有限要素法, 気象要因

1. はじめに

騒音は私たちの生活環境の快適さに関わる基本的な問題である¹⁾。多種多様な騒音問題の中には、超高速鉄道のトンネル突入に起因する衝撃音²⁾、橋梁の耐震補強に起因する低周波音^{3) 4)}、風力発電風車の風切り音⁵⁾など、社会の利便向上、防災対策、環境保全などを目的とする施策や技術開発が新たな騒音問題に直面する、という状況がある。しかもこれらの騒音は、音源から受信者までの空間スケールが大きい。そのため大気の大気温度分布や風などの気象要素が騒音の伝播に影響する、という特徴がある⁶⁾。

音の伝播に及ぼす気象要素の影響は、例えば「風上側に対して風下側で聞こえ易い」「日中と夜間とで気温の鉛直分布が逆転するために夜間にはより遠くで騒音が聞こえる」などの現象を典型とする。本研究は、このような気象要素の影響を考慮できる、音の伝播解析法を開発することを目的としている。

この問題は、音が伝わる媒質である大気の状態量(密度、気圧、気温、風速)が空間的・時間的に変化している中で音波が伝播する状況を扱う問題である。音波の時間スケールと大気変動の時間スケールが大きく異なるので、通常、大気の状態量は定常と仮定され、状態量の空間分布が考慮の対象とされる。よく用いられる方法は、気象要因の影響を音速で表現するもので、風の影響についても音速に風速を加算あるいは減算して与える。これを等価音速 (effective sound speed) という^{6) 7)}。等価音速の鉛直分布を仮定する有力な手法として、波線理論を適用する方法、水平な層ごとに Helmholtz 方程式を解く Fast Field Program (FFP)、高傾角

の伝播を無視して誘導される軸対称偏微分方程式を用いる Parabolic Equation (PE) 法などが知られている⁷⁾。特に PE 法は FFP では考慮できない地表面条件を考慮できる点で、大スケールの音の伝播問題によく用いられている⁸⁾が、軸対称の前提による限界がある。

著者らは、これまでに風速を考慮した音場の定常方程式¹⁰⁾、あるいは等価音速に基づく非定常方程式^{11) 12)}を有限要素法で解くことを試みてきた。しかし定常方程式を解く場合には計算境界を音波が通過する透過境界条件に困難があり、また等価音速に基づく場合には扱える大気の状態に制約がある。本研究では、大気の大気密度、気圧、風速および音速がいずれも空間分布する場合の基礎方程式⁹⁾を対象とした。大気の状態量は定常であるが、音の伝播に関しては非定常問題とした。この方程式に有限要素法を適用した解析過程は、節点変数が音圧だけでなく流速ベクトルも変数に加わるが、空間・時間の離散化過程、透過境界条件の扱いなどに関して大きな数値解析上の困難がなく、気象条件の影響が音の伝播に及ぼす基本的な作用を解析できることを具体的な解析例で示す。

2. 音の伝播の基礎方程式

空気中を伝わる音の伝播は空気の粗密運動であり通常は粘性の影響を無視することができる。その運動は、以下に示す圧縮性非粘性流れの基礎方程式に支配される⁹⁾。

$$[\text{連続方程式}] \quad \frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (1a)$$

$$[\text{運動方程式}] \quad \rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} + \nabla p = 0 \quad (1b)$$

$$[\text{状態方程式}] \quad p = p(\rho, s) \quad (1c)$$

$$[\text{エントロピーの輸送方程式}] \quad \frac{Ds}{Dt} = 0 \quad (1d)$$

ここで ρ は密度, $\mathbf{v}$ は流速ベクトル, p は圧力, s はエントロピーである。また, $D/Dt = \partial/\partial t + \mathbf{v} \cdot \nabla$ は実質微分を表す。

これらの変数を次のように2つのスケールに分離する。

$$\rho = \rho_0(\mathbf{x}) + \rho'(\mathbf{x}, t) \quad (2a)$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0(\mathbf{x}) + \mathbf{v}'(\mathbf{x}, t) \quad (2b)$$

$$p = p_0(\mathbf{x}) + p'(\mathbf{x}, t) \quad (2c)$$

$$s = s_0(\mathbf{x}) + s'(\mathbf{x}, t) \quad (2d)$$

ここで添え字0を付けた量は、媒質である空気の状態と運動を表す量で定常量であると仮定する。ダッシュを付けた量は音に対応する擾乱量である。いいかえれば $\mathbf{v}_0(\mathbf{x})$ は定常な風速分布を表している。

この2つの量のスケールに関しては、次のように音に起因する流体の運動が微小であることが仮定される。

$$\frac{|\rho'|}{|\rho_0|}, \frac{|\mathbf{v}'|}{|\mathbf{v}_0|}, \frac{|p'|}{|p_0|}, \frac{|s'|}{|s_0|} \ll 1 \quad (3)$$

式(2a)–(2d)を基礎方程式(1a)–(1d)に代入し、式(3)に基づいて高次の微小項を無視すると、以下の方程式が得られる。

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla \rho' + \mathbf{v}' \cdot \nabla \rho_0 + \rho' \nabla \cdot \mathbf{v}_0 + \rho_0 \nabla \cdot \mathbf{v}' = 0 \quad (4a)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial t} + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla \mathbf{v}' + (\mathbf{v}' \cdot \nabla) \mathbf{v}_0 + \frac{1}{\rho_0} \nabla p' - \frac{\rho'}{\rho_0^2} \nabla p_0 = 0 \quad (4b)$$

$$p' = c^2 \rho' + \left(\frac{\partial p}{\partial s} \right)_0 s' \quad (4c)$$

$$\frac{\partial s'}{\partial t} + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla s' + \mathbf{v}' \cdot \nabla s_0 = 0 \quad (4d)$$

式(4c)の $c = c(\mathbf{x})$ は音速である。

式(4a)–(4d)から密度とエントロピーの擾乱 ρ' , s' を消去すると、音圧変動 p' と流速変動 $\mathbf{v}'$ に関する次の連立偏微分方程式が得られる⁹⁾。

$$\frac{\partial p'}{\partial t} + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla p' + \mathbf{v}' \cdot \nabla p_0 + \rho_0 c^2 \nabla \cdot \mathbf{v}' + c^2 p' \nabla \cdot \frac{\mathbf{v}_0}{c^2} = 0$$

(5a)

$$\frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial t} + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla \mathbf{v}' + (\mathbf{v}' \cdot \nabla) \mathbf{v}_0 + \frac{1}{\rho_0} \nabla p' - \frac{p'}{(\rho_0 c)^2} \nabla p_0 = 0 \quad (5b)$$

この式(5a), (5b)が本研究で離散化の対象とした方程式である。

無風状態($\mathbf{v}_0 = 0$)で、かつ密度分布が一定($\rho_0 = \text{const.}$)、圧力勾配がゼロ($p_0 = \text{const.}$)の均一媒質内の音の伝播問題では、式(5a)と(5b)は次式に帰着する。

$$\frac{\partial p'}{\partial t} + \rho_0 c^2 \nabla \cdot \mathbf{v}' = 0 \quad (6a)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \nabla p' = 0 \quad (6b)$$

ここで音速 c は一定($c = \text{const.}$)である。式(6a), (6b)は電磁場問題のFDTD法(the finite difference time domain method)の方程式と同じ形の方程式である^{13)–15)}。さらにこれらをまとめると、次の波動方程式が得られる。

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 p' = 0 \quad (7)$$

このように、式(5a), (5b)は音の伝播方程式(7)を不均一で定常運動をする媒質に一般化した方程式である。

3. 有限要素法による離散化

式(5a), (5b)の重み付き残差式は以下のように表せる。

$$\iint_{\Omega} w_p \left[\frac{\partial p'}{\partial t} + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla p' + \mathbf{v}' \cdot \nabla p_0 + \rho_0 c^2 \nabla \cdot \mathbf{v}' + c^2 p' \nabla \cdot \frac{\mathbf{v}_0}{c^2} \right] d\Omega = 0 \quad (8a)$$

$$\iint_{\Omega} \mathbf{w}_v^T \left[\frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial t} + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla \mathbf{v}' + (\mathbf{v}' \cdot \nabla) \mathbf{v}_0 + \frac{1}{\rho_0} \nabla p' - \frac{p'}{(\rho_0 c)^2} \nabla p_0 \right] d\Omega = 0 \quad (8b)$$

ここで w_p は音圧 p' に対応する重み関数, $\mathbf{w}_v$ は流速 $\mathbf{v}'$ に対応する重み関数のベクトル, Ω は解析対象領域である。

本研究では2次元解析を対象とし、線形3角形要素によって変数 p' , $\mathbf{v}'$ および重み関数 w_p , $\mathbf{w}_v$ を離散化した。また、パラメータ p_0 , $\mathbf{v}_0$ を要素内線形分布, ρ_0 , c を要素内一定分布と仮定した。

変数 p' , $\mathbf{v}'$ と重み関数 w_p , $\mathbf{w}_v$ を同じ補間関数で離散化するので、本研究の扱いはGalerkin法に基づくものといえる。式(5a)と(5b)の第2項はいわゆる移流項なので、何らかの上流化手法を適用する必要性が予想されるが、本研究では、数値解の基本的振る舞いを確認することに主眼

を置いて、Galerkin 法に基づく離散化を採用した。

離散化の結果、次式で表される 1 階の線形連立常微分方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_p & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_v \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{p}} \\ \bar{\mathbf{v}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{pp} & \mathbf{A}_{pv} \\ \mathbf{A}_{vp} & \mathbf{A}_{vv} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{p}} \\ \bar{\mathbf{v}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (9)$$

ここで、 $\bar{\mathbf{p}}, \bar{\mathbf{v}}$ は音圧、および流速の節点変数のベクトル、 $\mathbf{M}_p, \mathbf{M}_v$ は質量マトリックスである。また係数マトリックス $\mathbf{A}_{pp}, \mathbf{A}_{pv}, \mathbf{A}_{vp}, \mathbf{A}_{vv}$ は非対称定数係数マトリックスである。

時間積分法には Crank-Nicolson 法と後退 Euler 法を適用した。式 (9) を次式

$$\mathbf{M}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{0} \quad (10)$$

のようにまとめると 2 つの時間積分法を適用したときの時刻 t_n から $t_{n+1}(=t_n + \Delta t)$ に関する漸化関係式はそれぞれ次のように表される。

[Crank-Nicolson 法]

$$\left(\mathbf{M} + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{A} \right) \mathbf{x}^{n+1} = \left(\mathbf{M} - \frac{\Delta t}{2} \mathbf{A} \right) \mathbf{x}^n \quad (11a)$$

[後退 Euler 法]

$$(\mathbf{M} + \Delta t \mathbf{A}) \mathbf{x}^{n+1} = \mathbf{M} \mathbf{x}^n \quad (11b)$$

両者による解の比較については後述する。係数マトリックス $\mathbf{A}$ が非対称なので連立一次方程式の解法には Bi-CG 法¹⁶⁾を用いた。

4. 透過境界条件

境界条件は固体境界、自由表面境界および透過境界の 3 種類が考えられる。固体境界と自由表面境界の境界条件は次のように与えられる。

[固体境界] 境界直交方向の流速成分がゼロ：

$$\mathbf{v}'_n = 0, p: \text{free} \quad (12a, b)$$

[自由表面境界] 音圧がゼロ： $p' = 0, \mathbf{v}: \text{free}$ (13a, b)

これらはいずれも音波を完全反射する境界条件である。固体境界条件で境界に接する方向の流速成分を拘束していないのは非粘性流体を扱っているためである。固体境界条件としては材質による音の吸収性・散乱性を考慮する必要があるが、本研究ではまだそれを検討する段階には到っていない。

限られた計算領域の境界で音波を透過させる透過境界条件（無限境界条件、無反射境界条件などとも呼ばれる）にはさまざまな手法が提案されている^{14), 17), 18)}が、本研究では基本的な方法の一つである Mur の方法¹⁴⁾を採用し、風速の影響を導入する形に修正して適用した。本研究で適用した透過境界条件は次式で表される。

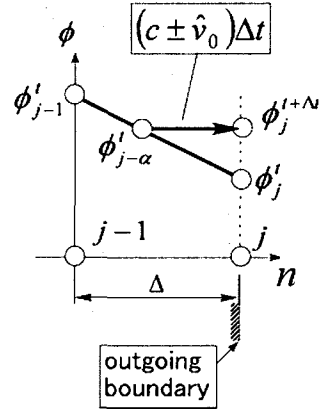


図-1 風速 $\hat{v}_0$ を考慮した透過境界条件
(波が右向きに進行している状態の図)

$$\frac{1}{(c \pm \hat{v}_0)} \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \quad (14)$$

ここで ϕ は境界を透過する音波を記述する変数 $p', \mathbf{v}'$ の両方あるいは $p', \mathbf{v}'$ のいずれかを単独を表している。第 2 項の n は境界直交方向を表し、第 1 項分母の $\hat{v}_0$ は境界直交方向の風速成分を表している。正号は $\hat{v}_0$ が境界から外向きの場合、負号は境界から内向きの場合に対応している。なお、透過境界条件を適用する変数の選択に関しては解析例 5.2 で検討する。

式 (14) に基づく波の透過計算アルゴリズムを、1 次元差分イメージに簡略化して図-1 に示す。

図-1 は透過境界上の節点 j と、境界直交方向 (n 軸方向) に距離 Δ だけ内部に入った節点 $j-1$ を例にとって示している。時刻 t におけるこれら 2 つの節点の節点値を ϕ'_j, ϕ'_{j-1} とする。2 つの値の間には線形分布が仮定されている。積分時間間隔を Δt とすると、1 つの時間ステップあたりに波が進む距離は図-1 の n 軸方向 (右方向) に $(c \pm \hat{v}_0) \Delta t$ と見積もることができる。そこで線形補間上の節点 j から距離 $(c \pm \hat{v}_0) \Delta t$ だけ隔たった位置の値 $\phi'_{j-\alpha}$ を次の時刻 $t + \Delta t$ の節点 j の値 $\phi'^{t+\Delta t}_j$ とする。これが Mur の透過境界条件に基づくアルゴリズムである。積分時間間隔 Δt が十分小さければ距離 $(c \pm \hat{v}_0) \Delta t$ が要素寸法 Δ を上回らないので、透過境界に接する要素の節点値情報だけで内挿により $\phi'_{j-\alpha}$ を算出できる。

この方法は、波が平面波あるいは平面波に近い波面を有し、その入射方向が n 軸 (透過境界に直交する軸) 方向であるときには十分な精度を有するが、斜めの方向から入射する場合には精度が落ちると指摘されていて、精度を改善する方法が提案されている¹⁴⁾。本研究では式 (14) に基づく基本的なアルゴリズムを用いたが、後述のように本研究の解析例の範囲では良好な透過効果が得られる結果となった。

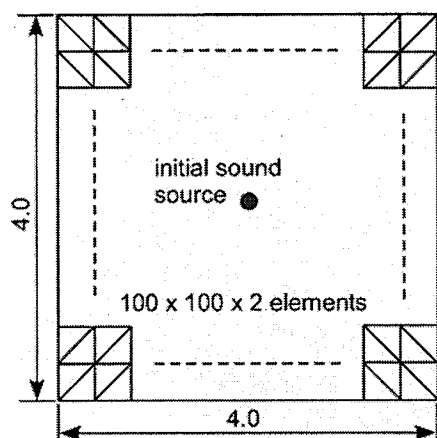


図-2 解析法の特徴検討に用いた有限要素メッシュ

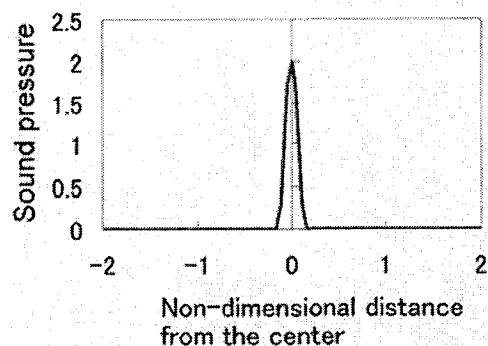


図-3 初期音圧分布の断面形状

5. 解析法的基本的な特性の検討

5.1 時間積分法の比較

Crank-Nicolson 法と後退 Euler 法の 2 つの時間積分法で同一の問題を解析して解を比較した。対象とした問題は図-2 に示す正方形領域の中心に円形状の初期音圧分布を与えてその伝播過程を解析する問題である。

音場の条件は、無風($\mathbf{v}_0 = \mathbf{0}$)、単位密度($\rho_0 = 1.0$)、圧

力勾配ゼロ($p_0 = 0$)、単位の音速($c = 1.0$)とした。事実上、式(6a), (6b)を解くことに相当している。解析領域は辺長の無次元長さ 4.0 の正方形領域で、大きさが同一の三角形要素 20,000 個 ($100 \times 100 \times 2$)によって図-2 に示したパターンで分割した。ここで無次元長さとは、単位時間に音波が進む距離を 1 単位とする長さのことである。境界条件は 4 辺とも透過境界条件としたが、透過境界条件の設定の詳細に関しては次節に述べる。

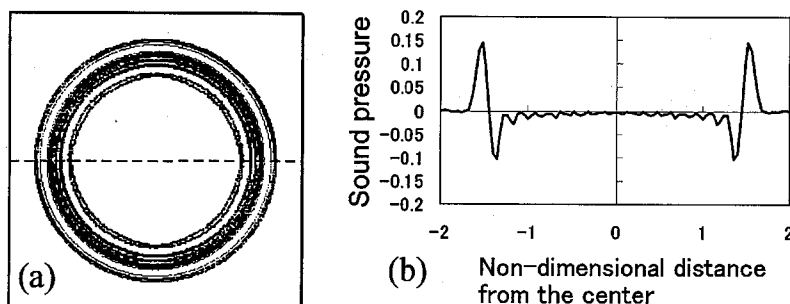


図-4 Crank-Nicolson 法による解析結果 ($t=1.5$) : (a) 音圧コンター, (b) 破線の断面における音圧分布

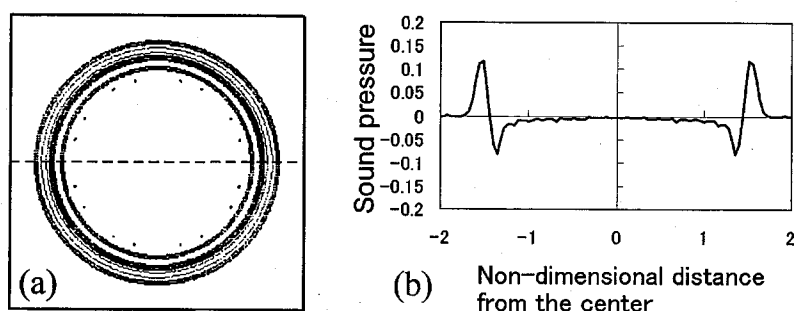


図-5 後退 Euler 法による解析結果 ($t=1.5$) : (a) 音圧コンター, (b) 破線の断面における音圧分布

図-3に初期音圧分布の断面形状を示す。中心の音圧値は無次元量で2.0、分布の径は無次元長さで0.24とした。Cos関数を回転させた錐形を6要素×6要素の範囲の節点値として与えている。時間積分間隔は無次元時間で $\Delta t=0.01$ である。これより長い時間積分間隔ではBi-CG法が収束しなかった。

図-4と図-5は、それぞれ、Crank-Nicolson法と後退Euler法で解いた場合の、無次元時間 $t=1.5$ における音圧分布のコンター図と中心を通る断面(図中の破線)における断面図である。Crank-Nicolson法では空間的な数値振動が生じているのに対し、後退Euler法では数値振動はわずかである。後退Euler法の波の高さはCrank-Nicolson法の波の高さよりわずかに低いが、波面の到達位置はほとんど変わらない。すなわち2つの時間積分法を比較すると、後退Euler法はCrank-Nicolson法と比べて、わずかに数値減衰が大きく、そのことが数値安定性に寄与している。また、解の位相に関しては差が認められない、ということができる。

図-6は図-5(a)の音圧コンターに対応する流速ベクトル図である。音圧分布の勾配方向に流速ベクトルが向いている。

3章で述べたように、有限要素法で離散化するとき本研究ではGalerkin法を用いている。波面が移流する問題を解いているが、図-4と図-5の結果からは移流に起因する数値不安定性は特に認められない。

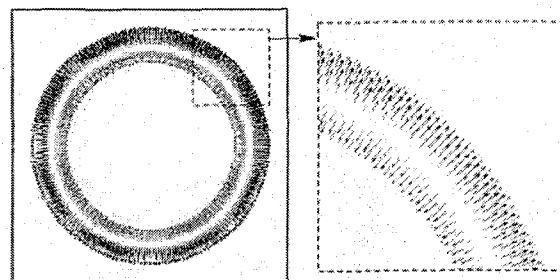


図-6 流速ベクトルの分布(後退Euler法)

5.2 透過境界条件に関する検討

4章に述べた透過境界条件を具体的に適用するに当たって、次の3つのケースをそれぞれ試みた。

- Case 1: 音圧 p' のみに式(14)を適用し、流速 $\mathbf{v}'$ は何も処理せず、節点値を未知数としておく場合。
- Case 2: 流速 $\mathbf{v}'$ の境界直交成分のみに式(14)を適用し、境界に接する方向の成分と音圧 p' は未知数としておく場合。
- Case 3: 音圧 p' と流速 $\mathbf{v}'$ の境界直交成分の2つの変数に対して式(14)を適用する場合。

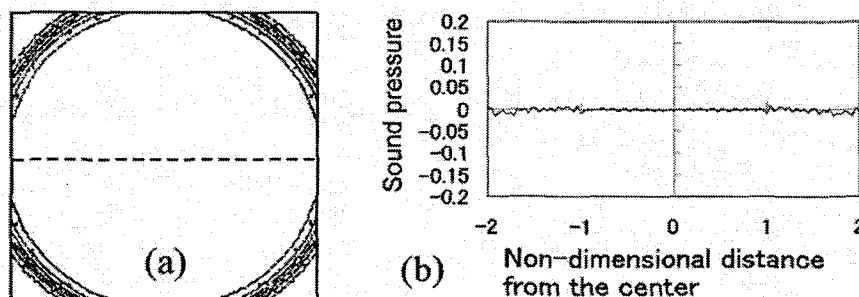


図-7 音圧の透過境界条件の解析結果 [Case 1] ($t=2.25$) [後退Euler法]:
(a) 音圧コンター, (b) 破線の断面における音圧分布

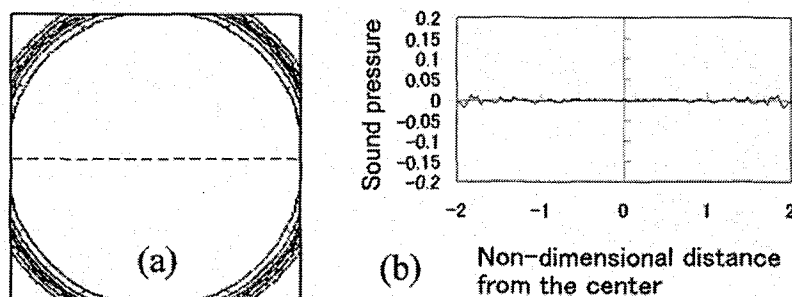


図-8 流速の透過境界条件の解析結果 [Case 2] ($t=2.25$) [後退Euler法]:
(a) 音圧コンター, (b) 破線の断面における音圧分布

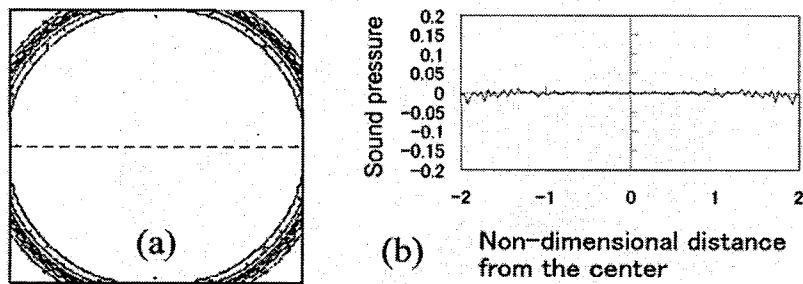


図-9 音圧と流速の透過境界条件の解析結果 [Case 3] ($t=2.25$) [後退 Euler 法] :
(a) 音圧コンター, (b) 破線の断面における音圧分布

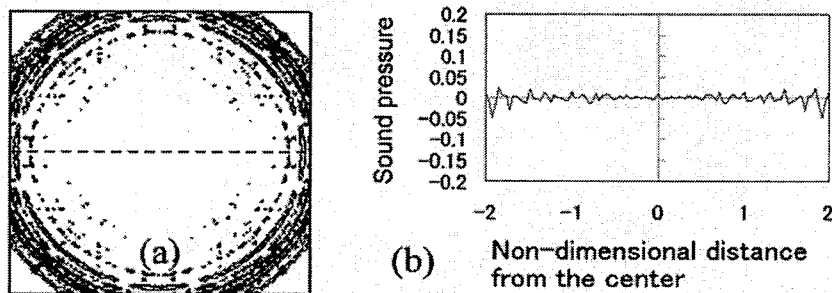


図-10 流速の透過境界条件の解析結果 [Case 2] ($t=2.25$) [Crank-Nicolson 法] :
(a) 音圧コンター, (b) 破線の断面における音圧分布

4章に述べた Mur の透過境界条件は、簡単にいえば、1 ステップ後に境界に到達すると予測される値を境界値に代入する、という直接的で単純な方法なので、波動を表現している節点変数のすべてに適用することが考えられる。しかし、固体境界条件 [式 (12a, b)] や自由表面境界条件 [式 (13a, b)] の変数の組み合わせが示すように、音圧と流速とは両方同時に拘束しない関係にある。その意味で音圧と流速の一方だけを拘束する Case 1 と Case 2 も検討した。

図-7～図-9 は、5.1 節の解析で波が透過境界を越えるところまで時間が経過した、無次元時間 $t=2.25$ のときの音圧コンターとその断面分布である。いずれも時間積分に後退 Euler 法を用いている。Case 1 から Case 3 のいずれの扱いの場合でも、波が計算境界を透過している。しかし Case 3 の結果は他の 2 つの場合に比べて数値振動が比較的顕著である。音圧と流速の両方に式(14)のような拘束を与えることがわずかながら過拘束であることを示唆する結果といえることができ、音圧か流速の一方だけに透過境界条件を適用することで十分である、といえることができる。

図-10 は Crank-Nicolson 法を用いたときの結果である。数値振動が大きく、良好な結果ではない。

6. 気象要因の影響に関する基本的な検討

6.1 音速分布による屈折に関する検討

音の伝播に及ぼす気象要因の一つは、高さ方向の温度分布に起因する音波の屈折である。本研究の基礎方程式 [式 (5a), (5b)] には温度 T は陽には含まれていないが、温度 $T[^\circ K]$ は空気密度 ρ と次式 (15) の関係

$$\rho = \frac{1.293}{1 + 0.00366T} \text{ [kg/m}^3\text{]} \quad (15)$$

にあり、さらに音速 c が次式 (16) のように温度 T の関数として表される。

$$c = 331.5 \times \sqrt{\frac{273 + T}{273}} \text{ [m/s]} \quad (16)$$

式(15), (16)を用いて温度分布の影響を取り込むことができる。

ここでは、密度は一定として音速のみに分布を与えたときのモデル解析例を示す。解析モデルは図-2 と同じである。音速以外の音場の条件は、無風 ($\mathbf{v}_0 = \mathbf{0}$)、単位密度 ($\rho_0 = 1.0$)、圧力均配ゼロ ($p_0 = 0$) として、音速 c には図-11、図-12 に示すように y 方向に変化する分布を与え

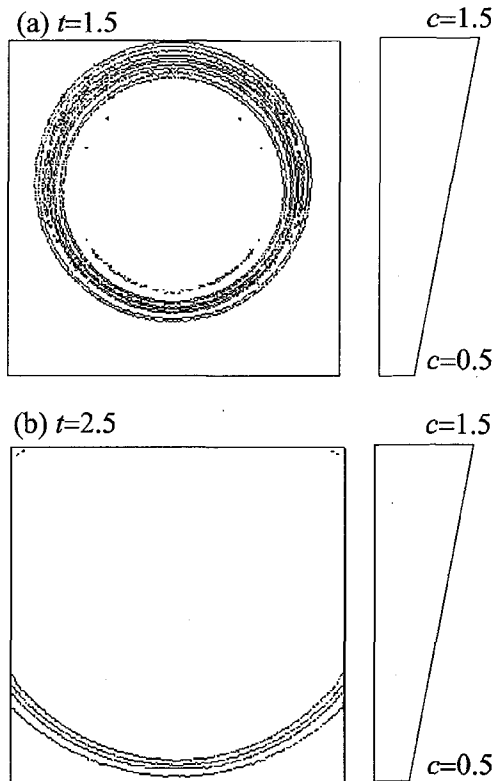


図-11 音速が線形分布する媒質内の屈折：
(a) $t=1.5$, (b) $t=2.5$

た。音速の値は、三角形要素の図心の y 座標値を音速分布を表す関数 $c(y)$ に代入し、その音圧値が要素内で一定分布するものとして有限要素法の係数マトリックスを求めている。時間積分は後退Euler法を用いた。

図-11に示した音速が線形分布する場合では、上方ほど音速が早いことから上下方向の音波の伝播距離に差が生じ、あわせて連続的な屈折の効果により、上方ほど波面が広がる傾向が得られている。音速分布が一定($c=1.0$)の条件で計算した同じ時刻の音圧分布[図-5(a)]と比較すると音速が分布していることによる屈折の効果が明らかである。なおこの解析の透過境界条件には、5.2節に示したCase 2(流速に透過境界条件を適用する場合)を適用したが、図-11(b)に示すように問題なく音波は計算境界を透過した。Case 1(音圧に透過境界条件を適用する場合)を用いた場合もほとんど区別のつかない結果が得られている。

一方、図-12に示した音速が階段状に変化している場合では、音速差に伴う屈折が明瞭である。図-12には次式(17)で表されるスネルの屈折の法則に基づく波線方向の例を重ねて示した。

$$\frac{\sin \theta_1}{c_1} = \frac{\sin \theta_2}{c_2} = \frac{\sin \theta_3}{c_3} \quad (17)$$

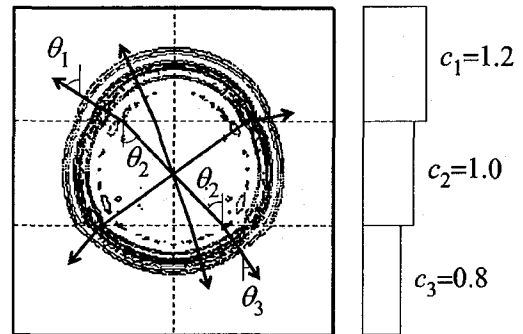


図-12 ステップ状の音速分布を有する媒質内の屈折とスネルの屈折の法則 [$t=1.25$]

図-12では波線方向と波面とがほぼ直交しており、音速変化に伴う屈折現象が解析できていることが確認できる。

6.2 等分布の風の中での伝播に関する検討

図-13に示すように、 x の正の方向に一定分布の風が吹いているときの音の伝播解析を行った。解析モデルは図-2と同じである。風速の大きさは音速の0.2倍とした。すなわち $\mathbf{v}_0^T = \langle u_0, v_0 \rangle = \langle 0.2c, 0 \rangle$ である。風速以外の音場の条件は、単位密度($\rho_0=1.0$)、圧力勾配ゼロ($p_0=0$)とし、音速は一定($c=1.0$)とした。時間積分法は後退Euler法を用いた。

図-13は無次元時間 $t=1.0$ のときの音圧分布である。図中には、初期音圧分布の中心から x の正方向に無次元距離1.2の位置、および x の負方向に無次元距離0.8の位置を示す破線を重ねている。この解析条件では、風下側の領域では見かけの音速 $c=1.2$ で音が伝播し、風上側の領域では見かけの音速 $c=0.8$ で音が伝播する。図-13に示されるように $t=1.0$ における波面の到達距離は、これら見かけの音速に対応した位置になっており、本解析法が音の伝播に与える風の影響を考慮できることを示している。

なお、この解析では、透過境界条件の変数を音圧とした場合、すなわち5.2節のCase 1の透過境界条件を用いた場合、図-14(a)に示すように、右側の計算境界では音波が問題なく透過したのに対して、左側の計算境界では解が数値振動を起こし、さらに計算を進めるとこの境界から解の発散が生じた。図-14(b)に示すように、透過境界条件の変数に流速を用いた場合(5.2節のCase 2の透過境界条件)にはそのような問題は生じなかった。数値振動の理由はいまのところ不明であり、今後の検討課題である。

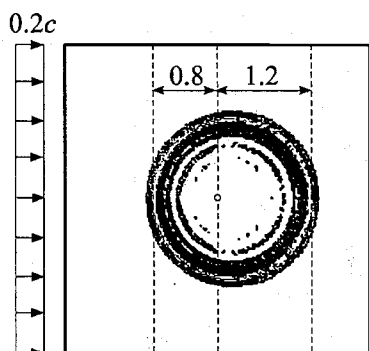


図-13 一様分布の定常風が吹いているときの音の伝播（音圧コンター図） $[t=1.0]$

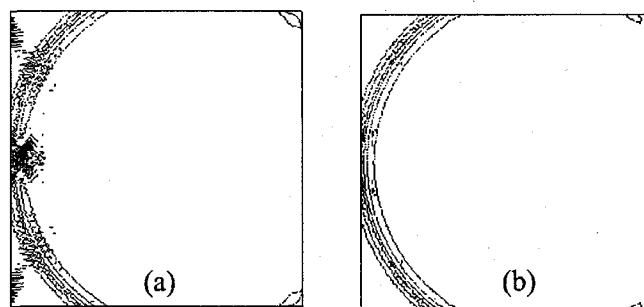


図-14 透過境界条件に用いた変数の影響 $[t=2.5]$:
(a) 音圧を用いる透過境界条件 [Case 1]
(b) 流速を用いる透過境界条件 [Case 2]

7. すべてのパラメータを分布させた解析例

以上、本研究の基礎方程式 (5a), (5b) で考慮している媒質の運動や状態を表すパラメータが、個別に音の伝播に及ぼす影響に関する解析例により、妥当な解析結果が得られていることを示した。最後に、これらのパラメータすべてが空間的に分布している状態の解析例を示す。

図-15 に解析条件を示す。対象とする空間は、地表面上の水平方向 15km、高さ方向 15km の正方形領域で、地表面の中央に半円形の初期音圧分布を設定した。初期音圧分布の径は水平方向にさし渡し 900m で、その分布は図-3 に相似である。地表面は剛な固体壁 ($v_y' = 0$)、他の 3 辺の計算境界は流速を用いた透過境界条件 (5.2 節の Case 2 の透過境界条件) を与えた。

媒質である空気のパラメータは、地上から高度 15km の間のスケールの大気に関する気圧、気温、空気密度の高度分布の標準的な分布を参考にして、図-15 中に示すようにそれを単純化した線形分布として与えた。また風速分布は上空 1 km の風速が 40m/s のべき乗則とした。解析に用いた有限要素メッシュは図-2 と同じである。時間積分法は後退 Euler 法を用い、時間積分間隔は 0.001s とした。

図-16 は時刻 $t=10.0s$ および $t=18.75s$ における音圧分布である。図中には均一な媒質内を音速 340m/s で音が伝わったときの半円形の波面位置を比較のために破線で記入した。わずかながら鉛直方向に波速が遅くなっていること、および風の影響で風上側に比べて風下側への波速が速く、風下側により遠くに波面が到達している結果となっている。また、図-16 に記入した破線の矢印は、地上付近の風速勾配による局所的な屈折のパターンを表すもので、解析結果の音圧分布にもその傾向を認めることができる。

8. おわりに

本研究は、大気中を伝わる音の伝播に対して風や温度成

層などの基本的な気象要因が与える影響を考慮した音の伝播解析を行うことを目的とするもので、大気の運動や状態を表す諸パラメータの空間分布が定常状態である場合を対象とする基礎方程式を採用し、有限要素法を適用した。

基本的な 2 次元の解析例として、温度分布を音速分布に置き換えた扱いにおける音の伝播解析、および定常風における音の伝播の解析を行い、それぞれの要因の影響が妥当に反映した解を得ることを確認した。また、採用した基礎方程式が考慮できるすべての大気パラメータを同時に扱う解析も可能であることを確認した。これらの検証解析を実施した数値解析法は、Galerkin 有限要素法、線形三角形要素、後退 Euler 時間積分法、BiCG 法、および Mur の方法に基づく透過境界条件によって構成したもので、特段に高度な数値的扱いを必要としなかったことから、本研究で採用した基礎方程式が、音の伝播に気象要因の影響を反映させる基礎方程式として、有用なものであるということができる。

しかし数値解析技法の面で、本研究で採用した諸技法が最良で改善の余地がないというわけではない。時間積分法に関して、本研究の解析例の範囲では後退 Euler 法による解析結果が、Crank-Nicolson 法による解析結果に比べて特に精度低下は認められなかったが、時間積分精度が高い Crank-Nicolson 法を採用できるようにするためには、単純な Galerkin 法ではない何らかの安定化対策によって空間的な波面の振動を抑制することを検討する必要があると考えられる。また、透過境界条件に関しては、本研究の解析例においても、風が吹いている場合に音圧に対して透過境界条件を適用すると境界から数値的発散を生じる問題が認められた。他の妥当に波が計算境界を透過した解析例も、いずれも計算境界は座標系に平行であり、有限要素メッシュも直交性を有する規則的なメッシュパターンのもを用いている。より一般的な状況に対して、さらに高度な透過境界条件を導入することを検討する必要性があるものと予想している。これらの数値技法の改良、および解析過

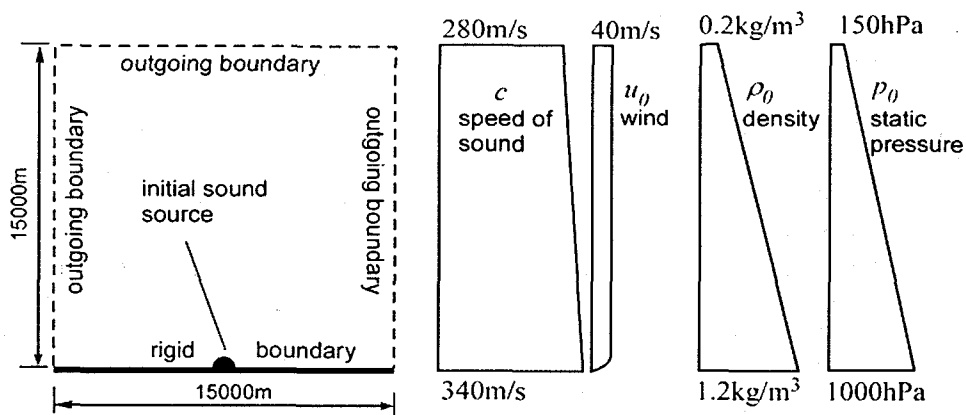


図-15 大気中を伝わる音の伝播に関する解析の解析条件

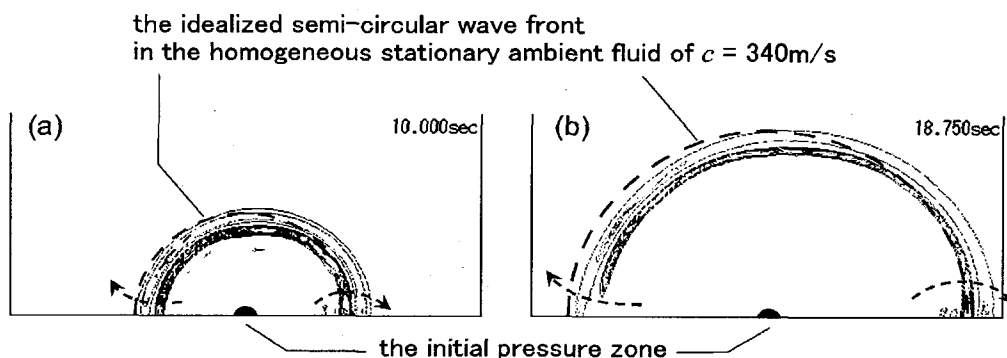


図-16 大気中を伝わる音の伝播に関する解析の音圧分布
(破線の矢印は地表面付近の音速分布による屈折のイメージ)

程の 3 次元化と大規模計算を扱うための並列処理が今後の当面の課題である。その上で、地表面の材質による音の吸収・散乱、大気乱流等に起因する伝播過程での音の減衰、などの物理的特性を反映していきたいと考えている。

謝辞

本研究は、平成 17 年度文部科学省科学研究費補助金（萌芽研究）No.17656150 の補助を受けて行った。記して謝意を表するものである。

参考文献

- 1) 日本騒音制御工学会編：地域の音環境計画，技報堂出版，1997.
- 2) 山崎幹男，若原敏裕，永長隆昭，上野眞，藤野陽三：超高速鉄道トンネル内に生じる圧力変動評価，土木学会論文集，No. 738/I-64，pp.171-189，2003.
- 3) 謝旭，山口宏樹，山下幹夫，国分修一：単純鋼橋から放射される低周波音に関する一考察，橋梁コロキウム'01 論文集，pp.175-180，2001.

- 4) 深田幸史，梶川康男：短スパン PC 橋の環境振動特性，橋梁コロキウム'01 論文集，pp.167-174，2001.
- 5) 野村卓史：風車騒音の伝播におよぼす風の影響について，第 55 回理論応用力学講演会講演論文集，pp.49-50，2006.
- 6) Pierce, A. D.: Acoustics, Acoustical Society of America, 1991.
- 7) Salomons, E. M.: Computational Atmospheric Acoustics, Kluwer Academic Publishers, 2001.
- 8) Jensen, F. B., W. A. Kuperman, M. B. Porter and H. Schmidt: Computational Ocean Acoustics, Springer, New York, 2000.
- 9) West, M, K. Gilbert and R. A. Sack: A tutorial on the parabolic equation (PE) model used for long range sound propagation in the atmosphere, Applied Acoustics, Vol 37, pp.31-49, 1992.
- 10) 野村卓史，石川潤：風が音の伝播に与える影響に関する有限要素解析，第 17 回風工学シンポジウム論文集，pp.89-94，2002.

- 11)金井 大明, 野村 卓史, 金野 貴憲, 小室 有輝: 橋桁に起因する低周波音の空間伝播特性に関する基礎的検討, 土木学会第 59 回年次学術講演会講演概要集, 1-459, 2004.
- 12)野村卓史, 金井大明, 金野孝憲, 長谷部寛: 橋桁からの低周波音の伝播解析, 日本計算工学会計算工学講演会論文集, Vol.9, pp.453-456, 2004.
- 13)Yokota, T., S. Sakamoto and H. Tachibana: Visualization of sound propagation and scattering in rooms, Acoust. Sci. & Tech., Vol.23, No.1, pp.40-46, 2002.
- 14)宇野亨: FDTD 法による電磁界およびアンテナ解析, コロナ社, 1998.
- 15)佐藤雅弘: FDTD 法による弾性振動・波動の解析入門, 森北出版社, 2003.
- 16)藤野清次, 張紹良: 反復法の数理, 朝倉書店, 1996.
- 17)Givoli, D.: Numerical Methods for Problems in Infinite Domains, Elsevier, Amsterdam, 1992.
- 18)Berenger, J.-P.: Perfectly matched layer for the FDTD solution of wave-structure interaction problems, IEEE Trans. Antennas and Propagation, Vol. 44, No. 1, pp.110-117, 1996.

(2006 年 4 月 13 日 受付)