

## 超音波リニアアレイ探触子のための逆散乱イメージング法の開発

Development of Inverse Scattering Imaging Technique for Linearly Arrayed Ultrasonic Transducer

中畠和之\*・廣瀬壯一\*\*

Kazuyuki NAKAHATA and Sohichi HIROSE

\*正会員 博(工) 愛媛大学助教授 大学院理工学研究科生産環境工学専攻(〒790-8577 愛媛県松山市文京町3)  
\*\*正会員 工博 東京工業大学教授 大学院情報理工学研究科情報環境学専攻(〒152-8552 東京都目黒区大岡山2-12-1)

Linearly arrayed ultrasonic transducer has the advantage of receiving flaw echoes simultaneously at various points on a flat surface of the specimen. We develop here a new imaging technique to reconstruct flaw shapes from waveforms measured by the arrayed transducer. The imaging technique is based on the linearized inverse scattering method and here an algorithm of the synthetic aperture focusing technique in the frequency domain is incorporated into the inverse method. Since we adopt 2D-FFT to the shape reconstruction process, the high-speed imaging of flaw shapes is possible at small computational cost. The performances of the inverse scattering imaging technique are demonstrated by numerical simulations using the boundary element method.

**Key Words :** Ultrasonics, Shape reconstruction, Inverse scattering imaging technique, Linearly arrayed transducer, BEM

### 1. はじめに

超音波を用いて非破壊的に金属材料の断面像を表示する技術として、探触子(センサー)を走査させながら、欠陥による後方散乱波(欠陥エコー)の振幅高さに色をつけて深さ方向にビーム路程をプロットしていくBスキャン<sup>1)</sup>が実際の探傷現場で用いられている。また、超音波イメージング法として広く認知されているものに開口合成法<sup>2)</sup>(Synthetic Aperture Focusing Technique: SAFT)がある。SAFTは探触子を走査し、各点で得られた欠陥エコーを深さ位置で集束するように、開口(ビームの拡がり)を考慮しながら欠陥像を合成していく技術であり、これまで、分解能向上のために開口幅<sup>3)</sup>やビーム経路補正<sup>4)</sup>に関する報告がなされている。一方、BスキャンやSAFTのようにエコーの到達時間と振幅高さだけを利用するのではなく、エコー波形の位相情報を有効に活用し、これを方位情報と組み合わせることにより欠陥形状の再構成を行う線形化逆散乱解析法<sup>5),6)</sup>が北原らによって提案されている。一般に逆散乱解析は非線形解析となるが、線形化逆散乱解析法は低周波数域で有効とされるボルン近似<sup>7)</sup>、および高周波数域において有効とされるキルヒホフ近似<sup>8)</sup>を導入し、計測散乱波形と欠陥形状がフーリエ変換を介して線形関係となるよう定式化されたものである。しかしながら、北原らの提案する線形化逆散乱解析法は欠陥を取り囲む円周上で欠陥エコーを計測する必要があるため、探触子のアクセス空間が被検体の一部の平面に限定されることが多い実際の探傷現場で線

形化逆散乱解析法をそのまま適用するには困難である。

そこで、本研究では線形化逆散乱法の逆解析プロセスを改良し、被検体の平らな一計測面で得られる欠陥エコーから逆に欠陥像の再構成を行う逆散乱イメージング法を開発した。本イメージング法は、2次元フーリエ変換を基本構造とした周波数域開口合成法<sup>9)</sup>(Fourier domain SAFT: FD-SAFT)の理論を線形化逆散乱解析法に応用したものである。基本的なアイデアはNagai<sup>10)</sup>やMayerら<sup>11)</sup>に基づいているが、本論文では金属材料中の弾性波動場を対象としているため、これらの手法とは計測する物理量および定式化が異なる。しかしながら、本イメージング法の最大の特徴は何よりも逆解析の高速処理にある。本イメージング法はK-空間<sup>12)</sup>にプロットされた波形データを基に、それをフーリエ変換することで欠陥像を再構成するが、ここでは2次元高速フーリエ変換を組み込むことによって高速逆解析を可能としている。近年、ハードウェアの分野では超音波アレイ探触子の制御技術が飛躍的に進歩している。アレイ探触子には様々な種類があるが、その中で、複数の小さな振動素子を直線上に配置し、これらを電子的に制御することによって超音波の送受信を行うリニアアレイ探触子がある<sup>13)</sup>。これは従来のように探触子を機械的に走査して波形を収集する必要が無いため、瞬時に広範囲の欠陥エコーが得られるのが利点である。このリニアアレイ探触子が有する高速波形計測技術と本イメージング法の高速画像処理技術を組み合わせることによって、欠陥形状のリアルタイム画像化が可能となると期待される。

リニアアレイ探触子と逆散乱イメージング法の融合を念頭に置き、本論文の前半で逆散乱イメージング法の理論と再構成される像の解像度について詳述する。後半では、数値的に得られた模擬欠陥エコーを基に欠陥像のイメージングシミュレーションを行い、本イメージング法の画像再構成能について考察する。解析では、面外横波(SH波)を発信するリニアアレイ探触子を利用することを想定し、金属内部に分布した複数の空洞欠陥やクラックからの散乱波を境界要素法を用いて数値計算することによって模擬欠陥エコーを作成する。これを逆散乱イメージング法にインプットすることによって、欠陥の再構成シミュレーションを行う。シミュレーションでは、超音波の送信周波数帯域やアレイ探触子の配置位置がイメージング結果に及ぼす影響について検討を行う。なお、本論文ではSH波動場に対する逆散乱イメージング法を示すが、2次元面内波動場(P波、SV波)や3次元波動場にも拡張は容易である。

## 2. 逆散乱イメージング法

### 2.1 等価散乱源

2次元直交座標を $(x_1, x_2)$ とし、角振動数を $\omega$ とする時間調和な波動場を考えると、SH波の運動を支配する変位 $u(\mathbf{x}, \omega)$ は次の運動方程式を満足する。

$$\mu [\Delta u(\mathbf{x}, \omega) + k_T^2 u(\mathbf{x}, \omega)] = 0 \quad (1)$$

ここで、 $\mu$ はせん断弾性係数、 $k_T (= \omega/c_T)$ は横波の波数、 $c_T$ は横波の音速である。角振動数 $\omega$ は音速 $c_T$ を介して波数 $k_T$ に換算できるので、以下では変位を $u(\mathbf{x}, k_T)$ と表すこととする。本イメージング法で対象とする超音波の送受信概要を図-1に示す。ここでは、均質等方な弾性体 $D$ 内に散乱体 $D^c$ が存在しているものとする。ここで扱う逆散乱問題とは、アレイ状に配置された探触子の各振動素子から入射波 $u^{in}$ を送信し、散乱体 $D^c$ によって散乱された波動 $u^{sc}$ を送信素子と同じ位置で受信して、この散乱波形から散乱体(ここでは欠陥に相当)の形状を推定しようとするものである。

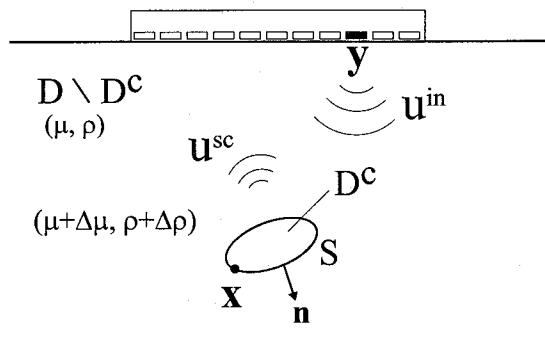


図-1 アレイ探触子による超音波の送受信概要

北原の論文<sup>5)</sup>によれば、点 $y$ に設置された素子で計測される散乱波 $u^{sc}$ は次のように積分表現できる。

$$u^{sc}(\mathbf{y}, k_T) = \int_D U(\mathbf{x}, \mathbf{y}, k_T) q(\mathbf{x}, k_T) dV(\mathbf{x}) \quad (2)$$

ここで、 $U$ は面外波動問題の基本解であり、次式で表すことができる。

$$U(\mathbf{x}, \mathbf{y}, k_T) = \frac{i}{4\mu} H_0^{(1)}(k_T r), \quad r = |\mathbf{y} - \mathbf{x}| \quad (3)$$

上式で、 $r = |\mathbf{y} - \mathbf{x}|$ 、 $H_0^{(1)}$ は第1種0次のハンケル関数である。また、式(2)中の $q$ は等価散乱源とよばれ、散乱体を2次波源としたときの等価な物体力に対応するものである。欠陥による散乱波はこの等価散乱源からの放射波とみなすことができる。等価散乱源は以下に示すように領域型と境界型の2通りの表現法がある。領域型の等価散乱源は、

$$q_\Gamma(\mathbf{x}, k_T) = \Gamma(\mathbf{x}) \{ \Delta\rho\omega^2 u(\mathbf{x}, k_T) - \Delta\mu \nabla u(\mathbf{x}, k_T) \cdot \nabla \} \quad (4)$$

となる。ここで、 $\Delta\rho$ と $\Delta\mu$ はそれぞれ母材-散乱体の密度差とせん断弾性係数値の差である。式(4)中の $\Gamma$ は散乱体 $D^c$ の領域内部でのみ値を有する特性関数であり、次式で定義される。

$$\Gamma(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & \mathbf{x} \in D^c \\ 0 & \mathbf{x} \in D \setminus D^c \end{cases} \quad (5)$$

また、境界型の等価散乱源は次式で表される。

$$q_\gamma(\mathbf{x}, k_T) = -\mu\gamma(\mathbf{x}) \times \{\nabla u(\mathbf{x}, k_T) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{x}) - u(\mathbf{x}, k_T) \mathbf{n}(\mathbf{x}) \cdot \nabla\} \quad (6)$$

ここで、 $\mathbf{n}$ は図-1に示すような $D$ の内部に向く法線ベクトルである。式(6)中の $\gamma$ は散乱体の境界 $S$ 上でのみ値を有する特異関数であり、任意の正則関数 $g$ に対して次式を満たす。

$$\int_D \gamma(\mathbf{x}) g(\mathbf{x}) dV(\mathbf{x}) = \int_S g(\mathbf{x}) dS(\mathbf{x}) \quad (7)$$

### 2.2 線形化

式(4)と(6)に示した等価散乱源 $q$ は特性関数 $\Gamma$ と特異関数 $\gamma$ をそれぞれ含んでおり、これらは欠陥の形状を表現しうるものである。アレイ上の点 $\mathbf{y} = (y_1, y_2)$ において散乱波が計測されたとき、式(2)の左辺は既知となる。従って、何らかの手法を用いてこの積分方程式を等価散乱源に含まれる $\Gamma$ か $\gamma$ について解くことができれば、欠陥形状の再構成が可能になる。しかし、等価散乱源には $\Gamma$ や $\gamma$ の欠陥形状に関する未知量だけでなく欠陥内部あるいは境界上の未知変位を含んでいるため、式(2)は非線形方程式であることが問題となる。ここでは、領域型等価散乱源 $q_\Gamma$ に含まれる変位にボルツマン近似を、境界型等価散乱源 $q_\gamma$ の変位にキルヒホフ

フ近似を導入することによって、式(2)を線形化して解くことを試みる。

### (1) ポルン近似

等価散乱源  $q_T$  を式(2)に代入すると次式を得る。

$$u^{sc}(\mathbf{y}, k_T) = \int_D \Gamma(\mathbf{x}) \{ \Delta\rho\omega^2 u(\mathbf{x}, k_T) U(\mathbf{x}, \mathbf{y}, k_T) - \Delta\mu \nabla u(\mathbf{x}, k_T) \cdot \nabla U(\mathbf{x}, \mathbf{y}, k_T) \} dV \quad (8)$$

ポルン近似を導入して上式を線形化する。ポルン近似では、変位  $u$  を入射波  $u^{in}$  で置き換える。本解析では、アレイ素子から送信される入射波は次に示すような円筒波であるとする。

$$u^{in}(\mathbf{x}, k_T) = \frac{iu_0}{4} H_0^{(1)}(k_T r) \quad (9)$$

ここで、 $u_0$  は振幅である。散乱波の受信点  $\mathbf{y}$  が欠陥から遠方に位置すると仮定すれば、ハンケル関数の遠方表現<sup>14)</sup> を用いて、入射波は次のように表される。

$$u^{in}(\mathbf{x}, k_T) \approx \frac{iu_0}{4} \sqrt{\frac{2}{i\pi k_T r}} \exp(ik_T r) \quad (10)$$

式(10)を式(8)に代入して整理すると次式を得る。

$$\begin{aligned} u^{sc}(\mathbf{y}, k_T) &= \int_D \frac{-u_0 \Gamma(\mathbf{x})}{8} \left( \frac{\Delta\rho}{\rho} + \frac{\Delta\mu}{\mu} \right) k_T^2 \\ &\times \left( \frac{1}{i\pi k_T r} \right) \exp(2ik_T r) dV \end{aligned} \quad (11)$$

上式では基本解  $U$  にもハンケル関数の遠方表現を用いた。散乱体として空洞欠陥を想定すれば、 $\Delta\rho = -\rho$ 、 $\Delta\mu = -\mu$  となるので、式(11)中の被積分項の係数は  $(\Delta\rho/\rho + \Delta\mu/\mu)k_T^2 = -2k_T^2$  となる。再び、ハンケル関数の遠方表現を式(11)に適用すれば次式となる。

$$u^{sc}(\mathbf{y}, k_T) = \frac{u_0 k_T^2}{4} \int_D \Gamma(\mathbf{x}) \frac{1}{\sqrt{i\pi k_T r}} H_0^{(1)}(2k_T r) dV \quad (12)$$

ここで、以下に述べるようなFD-SAFTのアルゴリズム<sup>10)</sup>を採用して、特性関数  $\Gamma$ について解くことを試みる。いま、探触子が  $y_2 = \text{一定}$  の面上に置かれ、いくつかの異なる座標点  $y_1$ において散乱波が観測されたとして、座標  $y_1$ に関する散乱波  $u^{sc}$  のフーリエ変換を考える。式(12)の両辺をフーリエ変換すると

$$\bar{u}^{sc}(k_1, y_2, k_T) = \frac{u_0 k_T^2}{4} \int_D \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma(\mathbf{x}) \frac{1}{\sqrt{i\pi k_T r}} H_0^{(1)}(2k_T r) \times \exp(-ik_1 y_1) dy_1 dV \quad (13)$$

となる。ここで、ハンケル関数の積分表現<sup>15)</sup>：

$$\begin{aligned} H_0^{(1)}(k_T |\mathbf{y} - \mathbf{x}|) &= \\ \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp[i p_1(y_1 - x_1) + i \sqrt{k_T^2 - p_1^2} |y_2 - x_2|]}{\sqrt{k_T^2 - p_1^2}} dp_1 \end{aligned} \quad (14)$$

を式(13)に代入すると、次式を得る。

$$\begin{aligned} \bar{u}^{sc}(k_1, y_2, k_T) &= \frac{u_0 k_T^2}{4\pi \sqrt{|y_2|}} \int_D \int_{-\infty}^{\infty} \exp[-i(k_1 - p_1)y_1] \\ &\times \Gamma(\mathbf{x}) \frac{\exp(-ip_1 x_1 + i \sqrt{4k_T^2 - p_1^2} |y_2 - x_2|)}{\sqrt{i\pi k_T} \sqrt{4k_T^2 - p_1^2}} dp_1 dy_1 dV \end{aligned} \quad (15)$$

上式で、欠陥とアレイ探触子の距離は十分離れているとして、 $1/\sqrt{r} \approx 1/\sqrt{|y_2|}$  を用いた。式(15)は4重積分であり複雑に見えるが、Diracのデルタ関数

$$\delta(k_1 - p_1) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp[-i(k_1 - p_1)y_1] dy_1 \quad (16)$$

を適用すれば、式(15)は

$$\begin{aligned} \bar{u}^{sc}(k_1, y_2, k_T) &= \\ \frac{u_0 k_T^2}{4\pi \sqrt{|y_2|}} \int_D \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma(\mathbf{x}) \frac{\exp(-ip_1 x_1 + i \sqrt{4k_T^2 - p_1^2} |y_2 - x_2|)}{\sqrt{i\pi k_T} \sqrt{4k_T^2 - p_1^2}} \\ &\times \delta(k_1 - p_1) dp_1 dV \\ &= \frac{u_0 k_T^2}{4\pi \sqrt{|y_2|}} \int_D \Gamma(\mathbf{x}) \frac{\exp(-ik_1 x_1 + i \sqrt{4k_T^2 - k_1^2} |y_2 - x_2|)}{\sqrt{i\pi k_T} \sqrt{4k_T^2 - k_1^2}} dV \end{aligned} \quad (17)$$

となり、2重積分の形で記述できる。

### (2) キルヒホフ近似

等価散乱源として境界型の式(6)を採用し、キルヒホフ近似を導入して式(2)を線形化する。等価散乱源  $q_\gamma$  を式(2)に代入すると次式を得る。

$$\begin{aligned} u^{sc}(\mathbf{y}, k_T) &= - \int_D \mu \gamma(\mathbf{x}) \{ U(\mathbf{x}, \mathbf{y}, k_T) \nabla u(\mathbf{x}, k_T) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{x}) \\ &- u(\mathbf{x}, k_T) \mathbf{n}(\mathbf{x}) \cdot \nabla U(\mathbf{x}, \mathbf{y}, k_T) \} dV \end{aligned} \quad (18)$$

いま、図-2に示すような探触子  $\mathbf{y}$  から  $\mathbf{x}$  に向く単位ベクトルを  $\mathbf{p}^{in}$  と定義する。この単位ベクトル  $\mathbf{p}^{in}$  を用いれば、探触子と欠陥の距離は

$$r = |\mathbf{y} - \mathbf{x}| = \mathbf{p}^{in} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{y}) \quad (19)$$

と表すことができる。従って、欠陥への入射波は次のように書ける。

$$u^{in} \approx \frac{iu_0}{4} \sqrt{\frac{2}{i\pi k_T r}} \exp(ik_T r) = \bar{u}^0 \exp(ik_T \mathbf{p}^{in} \cdot \mathbf{x}) \quad (20)$$

ここで、 $\bar{u}^0 = \frac{iu_0}{4} \sqrt{\frac{2}{i\pi k_T r}} \exp(-ik_T \mathbf{p}^{in} \cdot \mathbf{y})$  とおいた。

欠陥の境界が十分に滑らかで、かつ入射波の波長が欠陥境界の曲率半径より十分に短い高周波とすると、等価散乱源  $q_\gamma$  に含まれる境界上の変位場  $u$  は入射波と反射波の和  $u^{lit}$  として近似できる。

$$u^{lit} = \bar{u}^0 \exp(ik_T \mathbf{p}^{in} \cdot \mathbf{x}) + \bar{u}^0 R \exp(ik_T \mathbf{p}^{ref} \cdot \mathbf{x}) \quad (21)$$

上式の右辺第1項は入射波、第2項は反射波を表しており、入射波が直達する境界でのみ  $u = u^{lit}$  が成り立つものとする。また、 $\mathbf{p}^{ref}$  は反射波の進行方向を表す

単位ベクトルであり、 $R$  は SH 波が半無限境界に入射した場合の SH 波の反射係数<sup>16)</sup>を表す。入射波が直達する境界面上の各点で接平面を考えれば、接平面上でスネル則が成立するので、式(21)は次式となる。

$$u^{\text{lit}} = \bar{u}^0(1+R) \exp(i k_T p^{\text{in}} \cdot x) \quad (22)$$

キルヒホフ近似が成立するような高周波域では、式(18)の積分の主要項は法線  $\mathbf{n}$  が  $\mathbf{n} = \mathbf{p}^{\text{ref}} (= -\mathbf{p}^{\text{in}})$  なる条件を満足する停留点(stationary phase point)からの寄与として評価することができる。従って、キルヒホフ近似を導入した散乱波は次のように表現できる。

$$\begin{aligned} u^{\text{sc}}(\mathbf{y}, k_T) &= \int_D \bar{u}^0(1+R) \gamma(x) \frac{i}{4\mu} \sqrt{\frac{2}{i\pi k_T r}} \\ &\quad \times (ik_T) \exp(ik_T \mathbf{p}^{\text{in}} \cdot x) \exp(ik_T r) dV \end{aligned} \quad (23)$$

散乱体として空洞欠陥を想定すれば  $R = 1$  であるから、式(23)は

$$u^{\text{sc}}(\mathbf{y}, k_T) = \int_D \frac{u_0 i k_T}{4\mu} \gamma(x) \left( \frac{1}{i\pi k_T r} \right) \exp(2ik_T r) dV \quad (24)$$

となる。再び、ハンケル関数の遠方表現を式(24)に適用すると次式を得る。

$$u^{\text{sc}}(\mathbf{y}, k_T) = \frac{u_0 i k_T}{4} \int_D \gamma(x) \frac{1}{\sqrt{i\pi k_T r}} H_0^{(1)}(2k_T r) dV \quad (25)$$

キルヒホフ近似を導入して線形化した式(25)とボルン近似を導入した式(12)は、係数を除いて同じ積分構造を有している。従って、ボルン近似と同様に FD-SAFT の画像合成のアルゴリズムを採用すれば次式を得る。

$$\begin{aligned} \bar{u}^{\text{sc}}(k_1, y_2, k_T) &= \\ &\frac{u_0 i k_T}{4\pi \sqrt{|y_2|}} \int_D \gamma(x) \frac{\exp(-ik_1 x_1 + i\sqrt{4k_T^2 - k_1^2} |y_2 - x_2|)}{\sqrt{i\pi k_T} \sqrt{4k_T^2 - k_1^2}} dV \end{aligned} \quad (26)$$

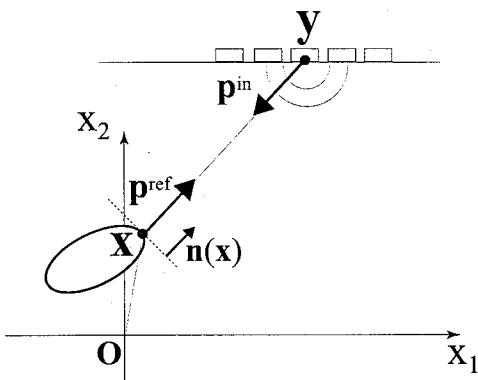


図-2 キルヒホフ近似における欠陥境界上の超音波の入射と反射

## 2.3 逆解析法

### (1) ボルン逆散乱イメージング法

いま、波数空間  $\mathbf{K} = (k_1, k_2)$  と像空間  $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$  の間のフーリエ変換を次のように定義する。

$$\tilde{\Gamma}(k_1, k_2) = \iint_{-\infty}^{\infty} \Gamma(x_1, x_2) \exp[-i(k_1 x_1 + k_2 x_2)] dx_1 dx_2 \quad (27)$$

これを、式(17)に適用すると、

$$\begin{aligned} \bar{u}^{\text{sc}}(k_1, \pm y_2, k_T) &= \\ &\pm \frac{u_0 k_T^{3/2} \exp[i\sqrt{4k_T^2 - k_1^2} y_2]}{4\pi \sqrt{|y_2|} \sqrt{i\pi} \sqrt{4k_T^2 - k_1^2}} \tilde{\Gamma}\left(k_1, \pm \sqrt{4k_T^2 - k_1^2}\right) \end{aligned} \quad (28)$$

となる。上式の  $\bar{u}^{\text{sc}}$  は再述すると、

$$\bar{u}^{\text{sc}}(k_1, \pm y_2, k_T) = \int_{-\infty}^{\infty} u^{\text{sc}}(y_1, \pm y_2, k_T) \exp(-ik_1 y_1) dy_1 \quad (29)$$

である。式(28)からわかるように、特性関数  $\Gamma(x_1, x_2)$  のフーリエ変換  $\tilde{\Gamma}$  が計測データ  $\bar{u}^{\text{sc}}$  から得られる。このとき、図-3 の上側に示すように、 $\tilde{\Gamma}$  が得られる点の集合は、 $\mathbf{K}$ -空間  $(k_1, k_2)$  において半径  $2k_T$  の円周上となる。送信する超音波の波数(周波数)を変えることによって、波数に応じた半径  $2k_T$  の円周上に  $\tilde{\Gamma}$  がプロットされていく(図-3 下側)。被検体の上側に置かれたアレイ探触子で計測されたエコーからは  $\mathbf{K}$ -空間の上半面の  $\tilde{\Gamma}$  (実線) が構成される。被検体の下側にもアレイ探触子が配置されれば、 $\mathbf{K}$ -空間の下半面の  $\tilde{\Gamma}$  (波線) もプロットできる。最終的に、 $\mathbf{K}$ -空間上において最大波数  $2k_T^{\max}$  までの円の範囲で  $\tilde{\Gamma}$  がプロットできるので、これに次式のフーリエ逆変換を施せば欠陥の領域形状  $\Gamma$  が再構成されることになる。

$$\Gamma(x_1, x_2) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \tilde{\Gamma}(k_1, k_2) \exp[i(k_1 x_1 + k_2 x_2)] dk_1 dk_2 \quad (30)$$

### (2) キルヒホフ逆散乱イメージング法

式(26)と式(17)は同じフーリエ変換構造を有しているから、ボルン逆散乱イメージング法と同様の手順によって、欠陥の境界形状  $\gamma$  は再構成できる。アレイ探触子で計測されたデータと特異関数  $\gamma$  のフーリエ変換  $\tilde{\gamma}$  の関係は次式のように示される。

$$\begin{aligned} \bar{u}^{\text{sc}}(k_1, \pm y_2, k_T) &= \\ &\pm \frac{u_0 k_T^{1/2} \exp[i\sqrt{4k_T^2 - k_1^2} y_2]}{4\pi \sqrt{|y_2|} \sqrt{i\pi} \sqrt{4k_T^2 - k_1^2}} \tilde{\gamma}\left(k_1, \pm \sqrt{4k_T^2 - k_1^2}\right) \end{aligned} \quad (31)$$

これを、逆フーリエ変換すれば、 $\gamma(x_1, x_2)$  が得られる。

$$\gamma(x_1, x_2) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \tilde{\gamma}(k_1, k_2) \exp[i(k_1 x_1 + k_2 x_2)] dk_1 dk_2 \quad (32)$$

### (3) 解像度

2次元高速フーリエ変換(2D-FFT)を用いれば式(30)と(32)は高速に計算することができる。2D-FFTを用いて  $\mathbf{K}$ -空間から像空間へ変換するための離散化およびデータシフトの方法については筆者らの前論文<sup>17)</sup>に詳細が記載されている。式(30)と(32)のフーリエ積分を数値的に実行する際の実際の  $\mathbf{K}$ -空間は、図-3 の下側の図の塗りつぶした領域となる。これは、 $k_1$ に関して  $-k_1^{\max}$  から  $k_1^{\max}$  まで、 $k_2$  は  $-k_2^{\max}$  から  $k_2^{\max}$  までとなる。この  $k_1^{\max}$  は、式(29)を1D-FFTを用いて実行するときに決定される。すなわち、ナイキスト数の制約から  $k_1$  に関する積分範囲の最大値はアレイ素子の間隔  $\Delta y_1$  に依存し、 $k_1^{\max} = \pi / \Delta y_1$  となる。また、 $k_2$  に関する積分範囲の最大値は、 $k_2^{\max} = \sqrt{4(k_T^{\max})^2 - (k_1^{\max})^2}$  で決定される。ここで、受信超音波の最大周波数を  $f^{\max}$  と書けば、 $k_T^{\max} = 2\pi f^{\max} / c_T$  と表すことができる。以上より、2D-FFTを用いて  $\mathbf{K}$ -空間 ( $k_1, k_2$ ) から像空間 ( $x_1, x_2$ ) を求めるにあたって、構成される欠陥像の画素の大きさ(解像度)は、 $\Delta x_i = \pi / k_i^{\max}$ , ( $i = 1, 2$ ) で決定される。つまり、 $x_1$  方向の解像度はアレイ素子の間隔  $\Delta y_1$  に、 $x_2$  方向は受信周波数  $f^{\max}$  によって決定されることがわかる。

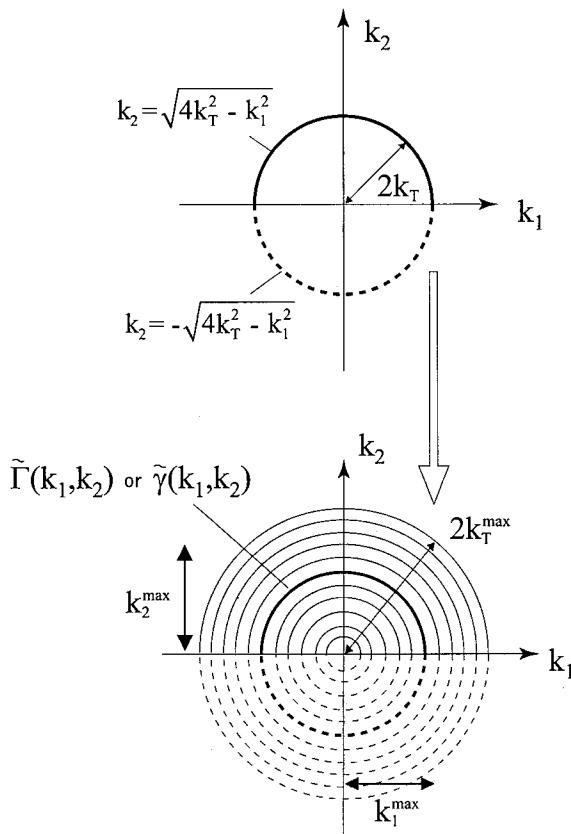


図-3 上下面のアレイ素子で計測される散乱波データから  $\tilde{\Gamma}$  または  $\tilde{\gamma}$  が得られる点の集合(上)、波数  $k_T$  を変化させた場合に  $\tilde{\Gamma}$  または  $\tilde{\gamma}$  が得られる領域(下)

### 3. 欠陥像のイメージングシミュレーション

本論文では、平らな表面をもつ軟鋼 ( $c_T = 3000\text{m/s}$ ,  $\rho = 7800\text{kg/m}^3$ ) の内部に欠陥が存在する場合について、数値解析によって得られた波形データを用いてイメージングシミュレーションを行った。本解析では、素子同士の中心間距離が  $\Delta y_1 = 0.8\text{mm}$ 、素子幅が  $0.4\text{mm}$  の計 64 個の素子から成るリニアアレイ探触子を想定しており、64 個の素子がそれぞれ独立に超音波を送受信するものとする。以下のイメージング結果では、ボルン逆散乱イメージング法は特性関数  $\Gamma$  を、キルヒホフ逆散乱イメージング法は特異関数  $\gamma$  を再構成するため、これらの関数値に濃淡を付けてプロットしている。なお、再構成式を導出する過程において、基本解の遠方近似や線形化のための各種近似を導入する際に定数倍に相当する項を欠落させているので、散乱波データを用いて式(30)と(32)の右辺の積分を実行して得られる関数  $\Gamma$  や  $\gamma$  は定義どおりの値に再構成されると限らない。重要なのは、空間に分布するこれらの関数値の変化である。従って、ここではイメージング結果を各々の関数値の最大の値で割ることによって正規化して表現している。

本イメージング法は数値解析ツールである Matlab<sup>18)</sup> でコーディングされている。図-3 に示すように、はじめは  $\mathbf{K}$ -空間の離散データは放射状にプロットされるが、2D-FFTのために必要となる格子状のデータは Matlab の組み込み関数による内挿補間<sup>17)</sup> を実行することによって求めている。本解析では正方形の格子を使用し、散乱波のデータが無い格子はゼロを代入した。この内挿補間によってデータ数が増えたように見えるが、最大波数  $k_i^{\max}$ , ( $i = 1, 2$ ) は変化しないので解像度の実質的な増加にはならない。なお、 $\mathbf{K}$ -空間から像空間への逆解析に要する時間はわずか数秒であった。

また、シミュレーションには欠陥からの散乱 SH 波が必要となるが、ここでは境界要素法(BEM)を利用して数値的に求めた<sup>19)</sup>。以下の数値解析における要素分割は欠陥形状に対してのみ行われている(一定要素)。なお 1 要素の大きさは入射する超音波の  $1/8$  波長程度と同等になるように設定した。

#### 3.1 最大周波数が異なる場合のイメージング結果

先ず、受信する超音波の最大周波数を  $f^{\max} = 5.0\text{MHz}$  とし、被検体の上側にリニアアレイ探触子を設定した場合の内部欠陥イメージング結果を図-4 に示す。欠陥の配置パターンは図-4 の上部に示すように 5 つの直径 2mm の円形空洞欠陥が分布するモデルを考える。図-4 にはボルン逆散乱イメージング法(中側)とキルヒホフ逆散乱イメージング法(下側)による結果を示している。この結果では、ボルン、キルヒホフ逆散乱イメージ

グ法共に5つの欠陥の位置が確認でき、ボルン逆散乱イメージング法では欠陥の内部領域が、キルヒホフ逆散乱イメージング法では欠陥境界部が再現されている。被検体の上側表面でのみ超音波を送受信しているため、欠陥の上側部分が再構成されており、欠陥の位置が表面から深くなれば欠陥像がぼやけるのがわかる。

次に、超音波の受信最大周波数を  $f^{\max}=2.5\text{MHz}$ とした場合のイメージング結果を図-5に示す。 $f^{\max}=5.0\text{MHz}$ の場合と比べて、ボルン逆散乱イメージング法は欠陥の内部領域が若干濃くなり、キルヒホフ逆散乱イメージング法では欠陥境界部が太くなっているものの、精度的には劣ることなく欠陥が再現されている。 $f^{\max}=2.5\text{MHz}$ のときの軟鋼中の超音波の波長  $\lambda$ は、 $\lambda = c_T/f^{\max}$ より約 1.2mm となることを考えれば、欠陥半径と同程度の波長をもつ超音波を送信することで、工学的に十分な精度で欠陥イメージングが可能であるといえる。

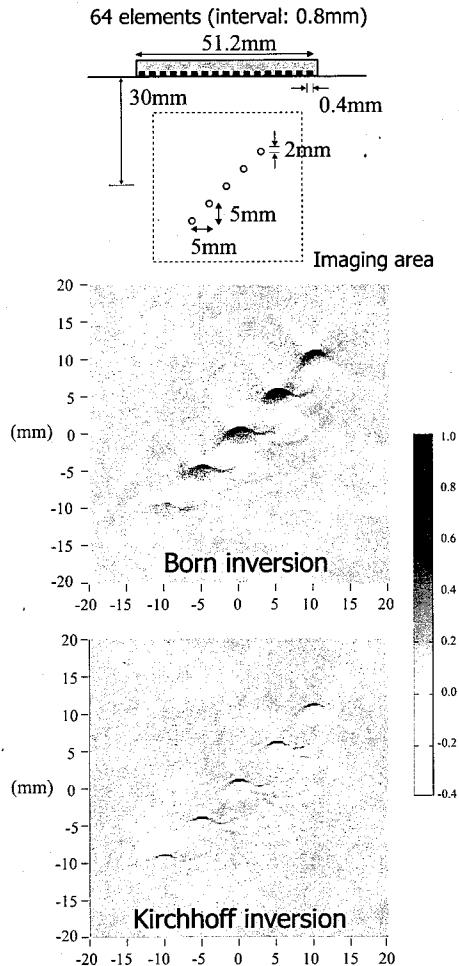


図-4 リニアアレイ探触子による複数欠陥像のイメージング結果 (最大周波数  $f^{\max}=5.0\text{MHz}$ )

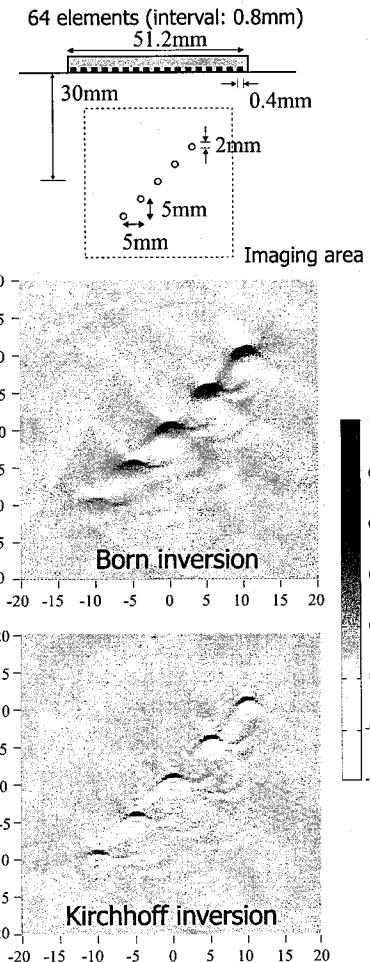


図-5 リニアアレイ探触子による複数欠陥像のイメージング結果 (最大周波数  $f^{\max}=2.5\text{MHz}$ )

### 3.2 リニアアレイ探触子を被検体の上下面に設置した場合のイメージング結果

ここでは、4つの円形空洞欠陥が被検体内部に分布するモデルを検証する。このとき、被検体の上下にアレイ探触子を配置し、超音波の最大周波数を  $f^{\max}=5.0\text{MHz}$ とした場合の欠陥イメージング結果を図-6に示す。また、比較のため被検体の上側にのみアレイ探触子を配置した場合のイメージング結果を図-7に示す。図-6の両逆散乱法の結果から、真円の空洞欠陥が細長く歪んでいるのがわかる。この原因として、アレイ探触子の全幅が 51.2mm であるために、欠陥形状を詳細に再構成するのに必要な  $k_1$  方向のデータが不足していることが挙げられる。しかし、実際にはアレイ探触子の全幅を大きくするのはコストの観点から実用的ではないため、再構成の精度を上げるために、アレイ探触子をずらして複数の位置で超音波送受信を実行するのが効果的であると考える。また、図-6のキルヒホフ逆散乱イメージング法において欠陥が近接する部分に偽像が現れているが、これは欠陥同士の多重散乱の影響であ

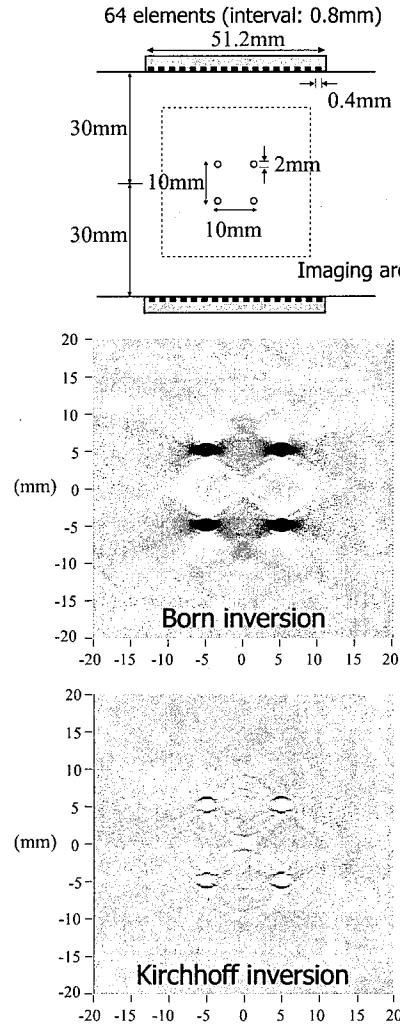


図-6 被検体の両側に配置されたリニアアレイ探触子による複数欠陥像のイメージング結果

ると推測できる。キルヒホフ逆散乱イメージング法は高周波近似に基づくものであるために多重散乱の影響が再構成図に偽像として現れやすいが、低周波近似に基づくボルン逆散乱イメージング法はこれらの影響をうけにいアルゴリズムであるため、偽像が生じることなく4つの空洞形状が良好に再構成できることを考える。

### 3.3 クラックのイメージング結果

次に、欠陥としてクラックが存在する場合を考える。クラックの長さは10mmであり、クラック面上では応力が0であるとする。ここでは、超音波の最大周波数を $f_{\max} = 2.5\text{MHz}$ とした。図-8の上側の図はクラックの真上にアレイ探触子の中心を設定した場合(配置A)の結果であり、下側の図は配置Aよりもアレイ探触子を10mm左に移動した場合(配置B)の結果を表している。ボルン逆散乱イメージング法はクラックのような体積がない欠陥は理論的に再構成できないため、ここではキルヒホフ逆散乱イメージング法の結果のみを示

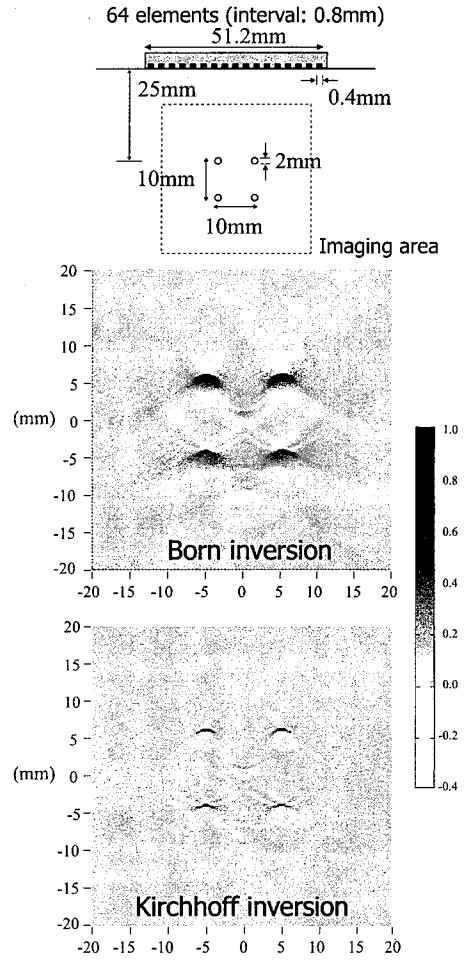


図-7 被検体の片側に配置されたリニアアレイ探触子による複数欠陥像のイメージング結果

している。図-8から、配置Bの方がクラック像が鮮明に得られているのがわかる。この理由として、ここではパルスエコーモード(超音波の送受信が同一素子)で送受信しており、配置Bの方が入射波がクラック面に対して垂直に入射する成分が多く、クラック面の再構成に寄与する散乱波が計測されるためであると考える。

## 4. 結論

本研究では、リニアアレイ探触子で得られる後方散乱波(欠陥エコー)を基に、構造部材内部の欠陥形状を再構成する逆散乱イメージング法を提案し、そのパフォーマンスを数値シミュレーションによって検証した。逆解析の過程に高速フーリエ変換(2D-FFT)を適用することで、欠陥像のイメージングが短時間で可能である。シミュレーション結果から、ボルン逆散乱イメージング法は欠陥の内部を、キルヒホフ逆散乱イメージング法は欠陥の境界を再現することが示された。以下に、本イメージング法の特徴を整理する。

- アレイ探触子を被検体の片側表面に置いた場合、探触子を設置した側の欠陥形状が再構成され、被検体の両側から超音波を送受信すれば、欠陥の全体像を再構成することができる。
- 本イメージング法では対象とする欠陥半径と同程度の波長を有する超音波を送信すればよく、必要以上に高周波域の超音波を用いることなく欠陥像の再構成が可能である。
- クラックの形状を明確に再現するためには、クラック面の再構成に寄与する散乱波が多く計測されるようにアレイ探触子を適切な位置に移動すればよい。

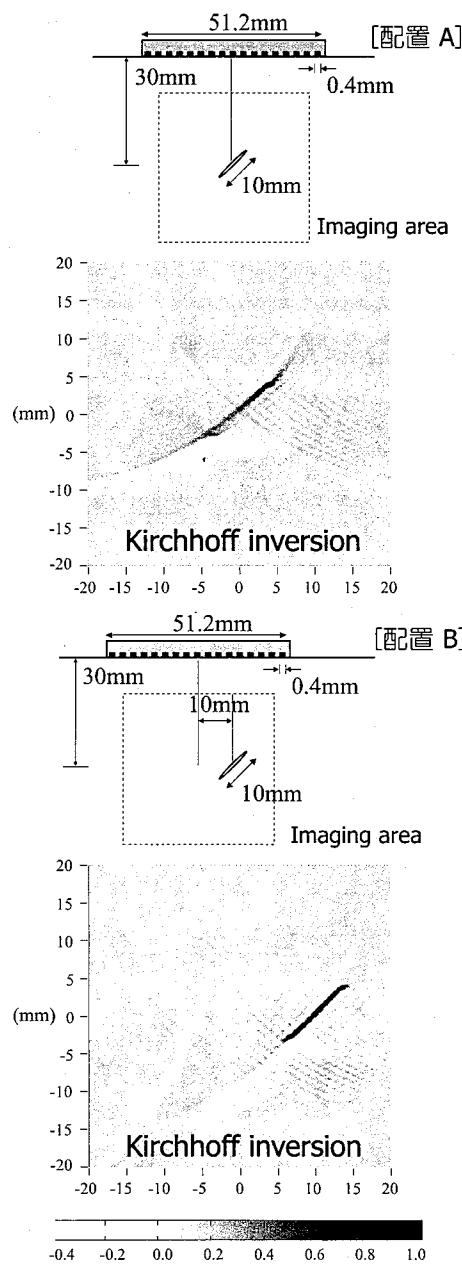


図-8 リニアアレイ探触子の配置位置を変化させた場合の内部クラックのイメージング結果

今後は、本イメージング法をアレイ探傷システムに実装すること、また、フェーズドアレイ探触子による超音波ビームのステアリング・フォーカシングを取り入れ、より高精度な欠陥イメージング法を提案したい。

#### 謝辞

本研究は、住友財団 2004 年度基礎科学的研究助成の補助を受けて行われました。

#### 参考文献

- 日本規格協会: JIS ハンドブック 43 非破壊検査, 2005.
- 非破壊検査協会(編): 新非破壊検査便覧, 日刊工業新聞社, 1992.
- 岩立次郎ら: 回転探触子を用いた開口合成システムによる超音波探傷の分解能向上の試み, 土木学会論文集, No.507/I-30, pp.121-127, 1995.
- Kimura, T. et al.: Approximation expression of far field generated by ultrasonic angle probe and its application to synthetic aperture focusing technique, *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation*, Vol.18, pp.1123-1130, Plenum Publishers, 1999.
- 北原道弘ら: 線形化逆散乱解析法の欠陥位置と形状再構成能に関する一検討, 応用力学論文集, Vol.1, pp.167-174, 1998.
- Kitahara, M. et al.: Elastodynamic inversion for shape reconstruction and type classification of flaws, *Wave Motion*, Vol.36, pp.443-455, 2002.
- Rose, J.H.: Elastic wave inverse scattering in nondestructive evaluation, *J. Pure Appl. Geophys.*, Vol.131(4), pp.715-739, 1989.
- Cohen, J.K. and Bleistein, N.: The singular function of a surface and physical optics inverse scattering, *Wave Motion*, Vol.1, pp.153-161, 1979.
- Busse, L.J.: Three-dimensional imaging using a frequency-domain synthetic aperture focusing technique, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr.*, Vol.39(2), pp.174-179, 1992.
- Nagai, K.: A new synthetic-aperture focusing method for ultrasonic B-scan imaging by Fourier transform, *IEEE Trans. Sonics Ultrason.*, Vol.32(4), pp.531-536, 1985.
- Mayer, K. et al.: Three-dimensional imaging system based on Fourier synthetic aperture focusing technique, *Ultrasonics*, Vol.28, pp.241-255, 1990.
- Langenberg, K.J.: Introduction to the special issue on inverse problems, *Wave Motion*, Vol.11, pp.99-112, 1989.
- 小島 正: アレイ型探触子, 非破壊検査, Vol.51(11), pp.705-709, 2002.
- 森口繁一ら: 岩波 数学公式 III, 岩波書店, 1987.
- Morse, P.M. and Feshbach, H.: *Method of Theoretical Physics*, McGraw-Hill, New York, 1953.
- Achenbach, J.D.: *Wave Propagation in Elastic Solids*, Elsevier, Amsterdam, 1973.
- 中畠和之ら: 線形化逆散乱解析の高速化と欠陥形状再生への適用, 応用力学論文集, Vol.5, pp.67-74, 2002.
- <http://www.mathworks.com/>
- 中畠和之ら: 厚肉円管内の散乱波動場の可視化と内側表面き裂の深さ推定, 構造工学論文集, Vol.49A, pp.153-160, 2003.

(2006 年 4 月 13 日 受付)