

時系列解析を用いた出水時における河川橋梁の振動特性に関する研究

A Study on Characteristics of Oscillation during Flood by Time Series Analysis

松本健作*・宋東烈**・玉置晴朗***・藤田智之****・青木隆行*****・菅正信*****
 Kensaku MATSUMOTO, Dong-Yeul SONG, Haruo TAMAKI, Tomoyuki FUJITA,
 Takayuki AOKI and Masanobu SUGA

*正会員 博士(工学) 群馬大学助手 工学部建設工学科(〒376-8515 群馬県桐生市天神町1-5-1)

**非会員 工学博士 群馬産業技術センター独立研究員(〒379-2147 群馬県前橋市亀里町884-1)

, **非会員 (株)数理設計研究所(〒373-0019 群馬県太田市吉沢町1066 ぐんま産業高度化センター101)

****非会員 修士(工学) 鹿島建設株式会社(〒171-0052 東京都豊島区南長崎6-3-9-2811)

*****非会員 群馬産業技術センター主席研究員(〒379-2147 群馬県前橋市亀里町884-1)

Characteristics of oscillation of a bridge during the flood were examined by Time series analysis. The measurement results showed that a model for the vertical oscillation became ARMA(4,2). Natural frequency between the flow direction and the vertical direction showed agreement. A physical model for vertical direction of the bridge during the flood was built. Equations of correlation between parameters of time series model and parameters of physical model were built. A parameter function constructed by parameters of the time series analysis could show the good correlation with measured water level during the flood. It means that if we could obtain the output data as the measured acceleration, we can speculate the water depth during the flood. These results showed that the time series analysis was useful to examine the characteristics of the bridge during the flood.

Key Words: Time series analysis, flood, bridge, oscillation, ARMA model

1. 序論

昨今頻発する水災害によって、堤防を始めとする水防施設の安全性に対する関心は、我が国のみならず、世界的な関心事となっている。堤防の点検・補修を被災前に充分行っておくことが肝要であることは言を待たないが、同時に、出水や高潮・高波など破堤の危険性がある状況下において、リアルタイムでその安全性を監視することも重要な要素となる。すなわち、リアルタイム監視によって異常兆候をいち早く捉え、周辺住民に伝達することで、迅速な避難行動を促し、たとえ水害が発生したとしても、その被害を最小限に抑え、最悪でも人命を失うことの無いようにする、いわゆる「被害最小化」施策に資する為である。

この河川堤防の安全性を検証するシステムの構築に向けて、現在いくつか取り組みが始められており、海野ら¹⁾による変形監視用光ファイバセンサを河川堤防に適用した取り組みなどがある。海野らは、光ファイバセンサの歪によって堤体の浸透による変形を捉え得ること、V字型に配した光ファイバセンサの変形パターンから堤体の変形を検知できること、などを指摘し

ている。しかしながら、技術の確立を経て実用化に至るまでには、今後、より多くの研究が為され、知見やデータを集積していくことが必須であろう。

著者らも数年前より河川堤防の出水中のリアルタイム監視システムを構築することを目標に検討を進めてきた。河川堤防は構成部材や周辺の地盤特性などに大きく影響を受け、その内部構造がはっきりしない場合が多く、ある程度ブラックボックスとして取り扱う必要があることが予想される。また出水に伴って時々刻々変化する堤防の状態を捉え、そこから工学上有意な情報を引き出しうる手法の考案が必要となる。そこで時系列解析^{2), 3)}を用いた検討を行うことを試みた。時系列解析とはシステムや物理現象の特性を解明するための1つの手法であり、時系列(時刻の変化とともに値が変化するデータの集まり)を統計的に解析する手法である。分散分析や相関分析などの統計解析との最大の相違は、時系列解析には時間の概念がある、という点である。ここが出水に伴って時々刻々変化する河川堤防の状態を捉えリアルタイム診断を行ううえで有効であると考えられるポイントである。近年、情報量基準 AIC⁴⁾の導入とベイズモデル⁵⁾の実用化により時系列解析手法は飛躍的に発展し、工学のみならず経済

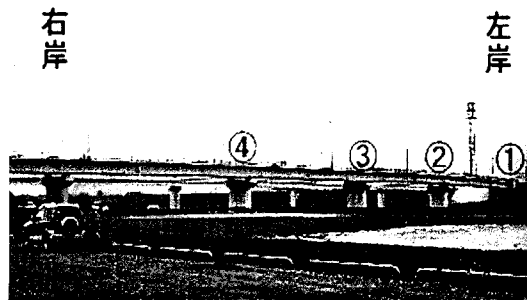


写真-1 葉鹿橋の概観と計測ポイント

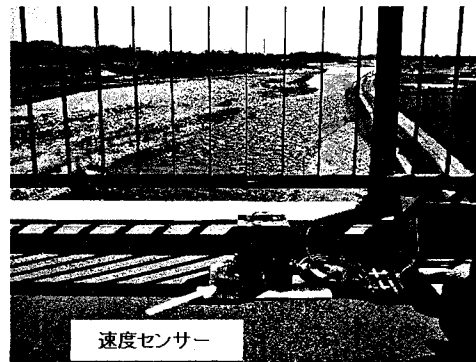


写真-2 センサー設置状況の概観

学・生物学など様々な分野で利用されており、水工学分野では日野・長谷部ら⁹⁾などによる水文分野への先駆的な適用例がある。本研究の最終目標は、出水中における河川堤防のリアルタイムでの異常兆候監視システムを構築することにある。しかしながら本研究で対象としている出水という大規模で取り扱いの難しい現象が河川堤防物に作用する場に対して、時系列解析がどの程度適用可能であるかについては、前例も無いことから十分な検討が必要であろうと思われる。そこで著者ら⁸⁾は、その端緒としての基礎的段階として、河川構造物として比較的取り扱いが容易である河川橋梁に、また出水を表わす物理諸量の中でこれも比較的データが得られ易い水位にそれぞれ着目し、時系列解析によってその変動を十分な精度で捉えることが可能であるかを検討することとした。結果として、出水の影響を受け振動する河川橋梁の、流下方向の振動信号に対して時系列解析を行い、時系列パラメータによって構築される関数が水位と良好な相関を示すことを明らかにした。本研究では引き続き河川橋梁を対象として、更に鉛直方向の振動も対象として加えた検討を行い、それら振動特性について考察を行うものである。尚、流下方向の検討に関しては既報⁸⁾であるが、本論文における考察にあたって必要最小限の再掲を行っている。

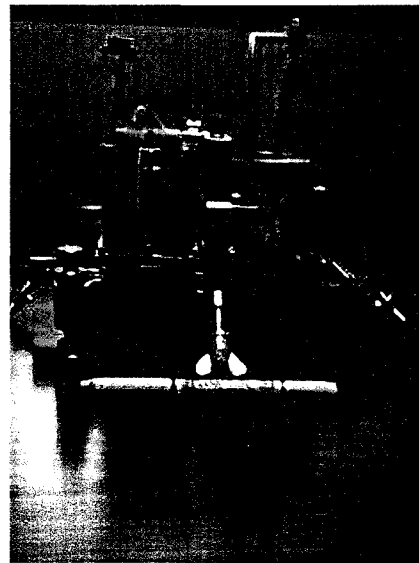


写真-3 鉛直方向速度センサー

2. 現地計測

2.1 計測方法

計測は、渡良瀬川にかかる葉鹿橋(栃木県足利市、利根川合流点より約42km)を対象として行った。写真-1は葉鹿橋を右岸下流側から見たもので、①から④は計測ポイントである。測点①は左岸の袂であり、測点④が橋の中央付近である。測点の構造的差異を減ずるため、測点①を除く他の測点は全て橋脚の鉛直上方にある橋桁の下流側歩道上に設定した。センサー設置状況の概観を写真-2に示す。



写真-4 計測状況

写真-3に示すのが、計測に使用したセンサーである。勝島製作所製速度型検出器 PMK-110(測定周波数範囲 1.5Hz~500Hz)で、鉛直の方向の速度信号を検出す

る。これを、写真-1 に示す①から④の各計測ポイントに順次設置して、計測を行った。計測状況を写真-4 に示す。サンプリング周波数は 8,192Hz とし、同一計測ポイントにおいて連続 30 秒間の計測を複数回行い、約 30 分間の計測を行った。

2. 2 計測条件

表-1 に計測を行った日時における河川の水位を示す。2004 年 9 月 30 日から 10 月 1 日にかけて関東地方を通過した台風 21 号による出水があり、9 月 30 日の 9:00 が水位のピークがやや過ぎた時刻で、2.7m の水位を記録した。その後 9 月 30 日 14:00 の時点では 1.92m まで水位が減少しており、翌 10 月 1 日には水位 1.06m と、ほぼ平常時における水位に戻っている。2.7m という

表-1 計測条件

計測日	時刻	水位(m)
2004/9/30	9:00	2.70
2004/9/30	14:00	1.92
2004/10/1	12:00	1.06

う水位は、当該地点における水位としては大きなものではなく、出水の規模も必ずしも大きなものではないが、以後これらをそれぞれ出水時、減水時、平水時として比較検討を行うこととする。尚、事前の検討で、強風や車両の運行などといった、出水以外の影響を完全に除去することが困難であったため、無風状態で車両の運行が無い条件での計測結果のみを用いて検討を行った。図-1、図-2 および図-3 に、測点④における、上記の出水時、減水時および平水時のそれぞれの計測された原信号の一例を示す。

3. 時系列解析

3. 1 ARMA モデルの構築

計測された出力信号を ARMA(Auto Regressive Moving Average: 自己回帰移動平均)モデルによって表現することを試みる。ARMA モデルとは、ある時点における出力が過去の出力の線形結合と、現在および過去の入力に対するインパルス応答の線形結合の和として得られるシステムを表すモデルであり、時系列解析を行う際に一般的に用いられている。AR モデルを p 次、MA モデルを q 次とすると、その伝達関数 H の一般式は

$$H(z) = \frac{1 - b_1 z^{-1} - b_2 z^{-2} - \dots - b_q z^{-q}}{1 - a_1 z^{-1} - a_2 z^{-2} - a_3 z^{-3} - \dots - a_p z^{-p}} \quad (1)$$

となる。ただし、 a は AR パラメータ、 b は MA パラメータである。次数 p および q の決定のために AIC(赤池情報規準)を算出し図-4 に示した。AIC は ARMA モデルの

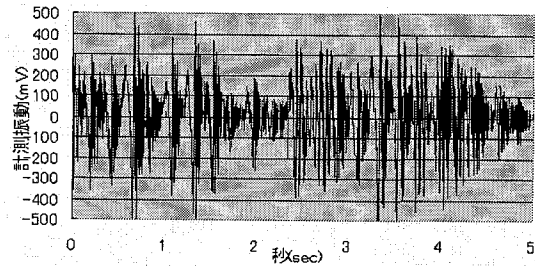


図-1 出水時の測点④における計測原信号

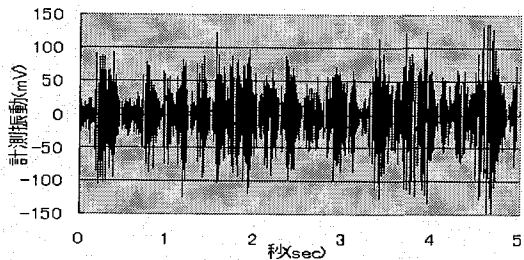


図-2 減水時の測点④における計測原信号

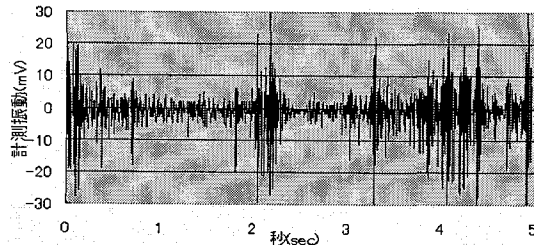


図-3 平水時の測点④における計測原信号

次数決定の為の指標の 1 つであり、最小なものが最適となる。AIC の定義を以下に示す。

$$AIC = 2L(\hat{\theta}) + 2(p+q) \quad (2)$$

$$\begin{aligned} L(\hat{\theta}) &= -\frac{N}{2} \ln(2\pi\hat{\sigma}_e^2) - \frac{1}{2\hat{\sigma}_e^2} S(\hat{\theta}) \\ &= const - \frac{1}{2} N \ln \hat{\sigma}_e^2 \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 σ_e^2 は予測誤差の分散、 $S(\theta)$ は予測誤差の 2

乗和で、 $\hat{\theta}$ および $\hat{\sigma}_e^2$ はそれぞれ最尤推定値である。

図-4 の横軸は MA モデルの次数であり、縦軸は図を見易くするために、AR モデルについて 2~5 次、MA モデルについて 0 から 4 次まで変化させて算出した AIC の値の最大値で除して無次元化したものである。因みに AIC の値は 230000 から 250000 程度であった。図中の 4

つのラインがARモデルの次数を2~5まで変化させたときのものである。AR2とAR3がほぼ重なっておりAR2がはっきりと見えないが、この両者は他に比べてAICの値が大きいようである。MAの次数が1のとき、AR5でAIC値が最小となり、MAの次数が2のときは、AR4でAIC値が最小となるようである。この両者を比較すると、僅かではあるがARモデルの次数が4、MAモデルの次数が2のときAIC値が最小となっている。よって今回の計測結果についてはARMA(4,2)モデルが最適である可能性が高い。なお、図-4に示したのは測点④における計測結果を用いたものである。橋桁上の測点である②から④に関しては、若干の値の変化はあるものの、およそ同様の傾向を示しARMA(4,2)モデルが最適となった。袂部である測点①の場合は測点②~④ほどの明瞭さがなく、後の展開で扱う物理モデルとも形状が異なるため、以下では測点②から④に対する考察を行うこととする。

ARMA(4,2)モデルは式(4)のように表される。時系列パラメータ値の同定にあたっては、ARモデルをYule-Walker方程式に変形し、Levinsonアルゴリズムで逐次解を求めARパラメータである $a_1 \sim a_4$ を同定し、その値からMAパラメータである b_1 および b_2 を同定する。これらは一般的な方法で、ここに著者ら独自の手法は取り入れていないので詳細は割愛する。

$$H(z) = \frac{1 - b_1 z^{-1} - b_2 z^{-2}}{1 - a_1 z^{-1} - a_2 z^{-2} - a_3 z^{-3} - a_4 z^{-4}} \quad (4)$$

選定されたモデルの精度を検証する為に、計測結果と得られたモデルの残差のACF(自己相関関数)を調べた結果を図-5に示す。横軸はタイムラグ(ms)、縦軸は自己相関関数の係数値である。このときACFの値に顕著なピークがなく、雑音に近いほど、構築されたモデルの精度が良いことになる。図-5を見ると、どのタイムラグについても顕著な係数値は見られず、ほとんどが信頼限界内に収まるほど微小な値になっている。このことは、残差、つまり構築された時系列モデルによって再現しきれない要素に有意な振動が残っていないことを意味しており、今回の計測結果に対して構築されたARMA(4,2)モデルが、計測結果を良好に再現していることが分かる。

3.2 物理モデルの構築

ここまで、計測されたデータ特性のみから時系列モデルの構築を試みたが、以下で物理モデルを表す運動方程式から同様の伝達関数を構築することを試みる。物理モデルを元にした伝達関数の構築を行うことによって、物理的根拠の捉えにくい時系列パラメータを比較的物理的根拠の明らかな物理パラメータによって再表現することができる。この時系列パラメータと物理パラメータの関係式が得られると、原理的には計測

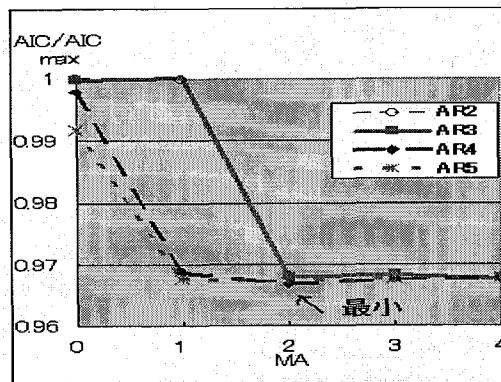


図-4 AICの比較

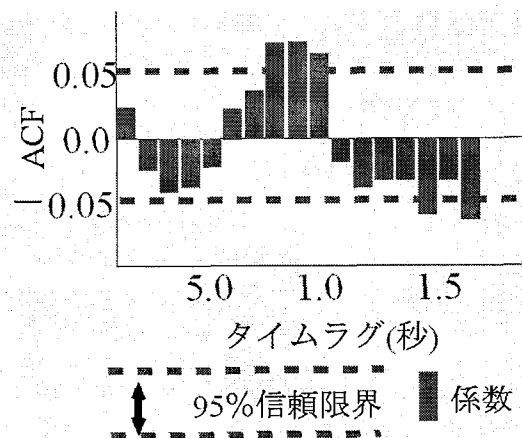


図-5 残差の自己相関関数

結果として得られる時系列パラメータの値から、この関係式を通して物理パラメータ値を算出でき、そこから運動方程式を経て、物理モデルで表現される種々物理量の推定を行うことができるようになる。本研究では、物理量として水位に限定しており、運動方程式にまでフィードバックさせる取り組みまでは行わないが、この時系列パラメータと物理パラメータの関係式の導出は本研究において重要要素である。物理モデルは質量、バネおよびダンパシステムから構築することとした。出水中に流水の影響を受け、それによって鉛直方向に振動する河川橋梁の状態を適切かつ極力簡易なモデルとして表現することが肝要である。簡易さが重要となるのは、構築されたモデルを表現する運動方程式から伝達関数を導出する手続きを、できるだけ簡便にするためである。また、2.1節で示したように、実測結果からはARMA(4,2)モデルが最適であるという結果を得ているため、物理モデルを元に導出される伝達関数が、それと矛盾なくARMA(4,2)モデルとなるよう、本研究では図-6のような物理モデルを構築した。m

が質量, k がバネ定数, c が粘性減衰定数である. x_1 および x_2 はそれぞれ質量 m_1 および m_2 の変位である. m_1 が橋梁であり, m_2 が橋梁に衝突し鉛直方向の振動を与える流水である. よって k_2 および c_2 の付されている接続部は水衝部を表現している. 橋梁 m_1 は両端部で袂と固定されているとし, k_1 および c_1 の付された接続部で表現している. 橋梁の上部に袂部が有り多少奇異な感じがあるが, 鉛直方向の振動に対して端部で固定されているというイメージであり図上の上下関係に意味は無い. 一方で橋梁は橋脚によって河床と固定されている. その接続部が k_3 および c_3 を付した接続部である.

3. 3 物理モデルに基づく伝達関数の導出

図-6 において, 橋梁の運動を表わす運動方程式は次式で表される.

$$m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} + c_1 \frac{dx_1}{dt} + k_1 x_1 + c_3 \frac{dx_1}{dt} + k_3 x_1 + c_2 \left(\frac{dx_1}{dt} - \frac{dx_2}{dt} \right) + k_2 (x_1 - x_2) = 0 \quad (5)$$

ここで入力 f による出水の変位 x_2 は橋梁の変位 x_1 と比較して近似的に $x_2 \gg x_1$ とおくことが出来る. したがって式(5)は次式で表される.

$$m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} + c_1 \frac{dx_1}{dt} + k_1 x_1 - c_2 \frac{dx_2}{dt} - k_2 x_2 + c_3 \frac{dx_1}{dt} + k_3 x_1 = 0 \quad (6)$$

一方, 水衝部の運動方程式は次式で表される.

$$m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} + c_2 \left(\frac{dx_2}{dt} - \frac{dx_1}{dt} \right) + k_2 (x_2 - x_1) = f \quad (7)$$

ただし, f は流水が橋脚に当たることによって及ぼされる水衝部に作用する流体力である.

同様に, 出水の変位 x_2 は橋梁の変位 x_1 と比較して近似的に $x_2 \gg x_1$ とおくことが出来るため,

$$m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} + c_2 \frac{dx_2}{dt} + k_2 x_2 = f \quad (8)$$

式(6)および式(8)より物理モデルの運動方程式は次式となる.

$$\begin{cases} m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} + c_1 \frac{dx_1}{dt} + k_1 x_1 - c_2 \frac{dx_2}{dt} \\ -k_2 x_2 + c_3 \frac{dx_1}{dt} + k_3 x_1 = 0 \\ m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} + c_2 \frac{dx_2}{dt} + k_2 x_2 = f \end{cases} \quad (9)$$

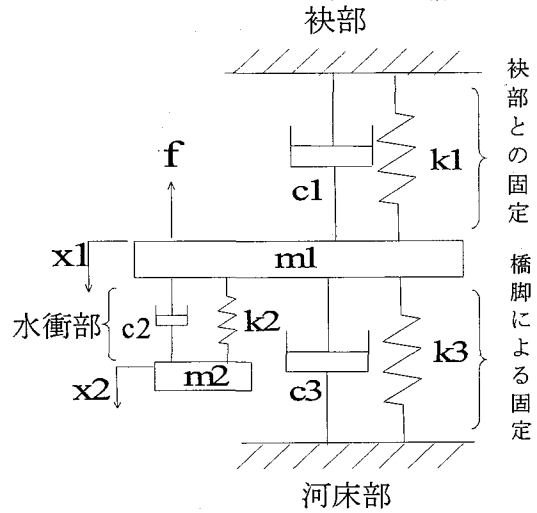


図-6 鉛直方向の振動に対する出水時における河川橋梁の物理モデル

式(7)のラプラス変換により, 入力を f , 出力を $\frac{dx_1}{dt}$ と

した物理モデルの伝達関数 $H(s)$ は次式のようになる.

$$H(s) = L \left[\frac{\frac{dx_1}{dt}(t)}{f(t)} \right] = \frac{B_1 s + B_2 s^2}{A_0 + A_1 s + A_2 s^2 + A_3 s^3 + s^4} \quad (10)$$

ただし, 物理モデルの伝達関数の係数 A_i, B_i は物理モデルの力学パラメータ m_i, k_i, c_i によって次のように表される.

$$\begin{cases} A_0 = \omega_{01}^2 \omega_{02}^2 \\ A_1 = 2\zeta_{01} \omega_{01} \omega_{02}^2 + 2\zeta_{02} \omega_{02} \omega_{01}^2 \\ A_2 = \omega_{01}^2 + \omega_{02}^2 + 4\zeta_{01} \zeta_{02} \omega_{01} \omega_{02} \\ A_3 = 2\zeta_{01} \omega_{01} + 2\zeta_{02} \omega_{02} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \omega_{01} = \sqrt{\frac{k_1 + k_3}{m_1}} \\ \omega_{02} = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}} \\ \zeta_{01} = \frac{c_1 + c_3}{2\sqrt{m_1(k_1 + k_3)}} \\ \zeta_{02} = \frac{c_2}{2\sqrt{m_2 k_2}} \end{cases} \quad (11)$$

式(9)の ω_{01}, ω_{02} は共に固有振動数を意味しているが, ここで実際の計測結果を図-7に示し検討を行う.

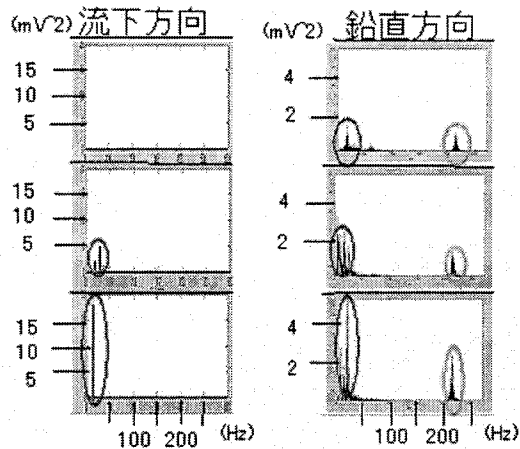


図-7 計測結果のパワースペクトルの比較

図-7 には上から順に平水時、減水時および出水時における計測結果のパワースペクトルを示した。比較の為、流下方向の振動信号を計測した結果も併せて示した。流下方向、鉛直方向共に測点④における計測結果を用いており、30秒間の計測結果に対してFFTを行った。実際にはデータ量が膨大となる為、原データの1/10に間引きしたデータを用いて解析を行っている。顕著なパワースペクトルのピークは楕円で囲ってある。パワースペクトルの値は水位の上昇に連動して大きくなっていることが分かる。鉛直方向の振動信号では、約20Hzと約220Hzの周波数帯に一貫してピークが見られた。実測結果のデータ特性から得られた時系列モデルはARMA(4,2)モデルであり、それと整合性を取るべく構築された物理モデルから、2つの ω_{01} 、 ω_{02} という固有振動数を表す式が導出され、実測結果としても20Hzおよび220Hzに2つの顕著な周期性が見られている。これらの知見を総合すると20Hz、220Hzという周波数が、 ω_{01} 、 ω_{02} のどちらかの固有振動数となっていることが考えられる。ここで、流下方向のパワースペクトルの結果を見ると、平水時には顕著なピークが見られていないものの、減水時および出水時には、やはり同様に約20Hzの周波数帯に一貫したピークが見られることが分かる。出水時における河川橋梁の流下方向の振動について検討した著者ら⁸⁾のこれまでの検討で得られた物理モデルを図-8に示す。ただし、Mは橋梁の質量、Fは流水による作用力V、は流速、Kはバネ定数、Cは粘性減衰定数、Xは変位である。またそこから導出された固有振動数を式(12)示す。

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{M}} \quad (12)$$

流下方向の振動信号を対象として検討を行った際には時系列モデルはARMA(2,1)モデルが最適となった。このため図-8のような物理モデルを構築し、式(12)のよ

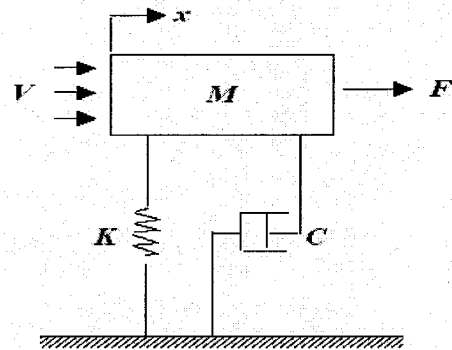


図-8 流下方向の振動に対する出水時における河川橋梁の物理モデル

うな固有振動数の式を得た。ここで、式(12)が表す固有振動は質量Mを有する橋梁の固有振動であることは図-8からも明らかである。実測結果に見られるスペクトルのピークを示すのは約20Hzの周波数帯のみであり、よって、この約20Hzの周波数帯が橋梁の固有振動数であると考えられる。このことを踏まえると、鉛直方向の振動信号が示す2つのピーク周波数は、約20Hzの周波数帯のものが橋梁の固有振動数 ω_{01} であり、約220Hzの周波数帯のものが、橋梁に衝突する流水をイメージして構築した質量 m_2 の固有振動数であると考えられる。つまり、 $\omega_{01} = 20$ 、 $\omega_{02} = 220$ とおける。これらの情報は、今後物理パラメータの値を設定する際に有益な知見となり得るものであると考えられる。

3.4 時系列パラメータと物理パラメータの関係式の導出

観測される加速度・速度時系列信号の時系列モデルパラメータと物理モデルの力学パラメータ m_b 、 k_b 、 c_b がどのような関係であるか示す為には物理モデルの離散時間モデルを導出する。以下のように、物理モデルの離散化を行い、離散時間モデルの伝達関数を導出した。図-6の物理モデルの伝達関数 $H(s)$ は式(10)で表され、次式に変換できる。

$$\begin{aligned} H(s) &= L \left[\frac{dx_1(t)}{dt} \right] \\ &= \frac{B_1 s + B_2 s^2}{A_0 + A_1 s + A_2 s^2 + A_3 s^3 + s^4} \\ &= \frac{P(s)}{s^2 + 2\zeta_{01}\omega_{01}s + \omega_{01}^2} + \frac{Q(s)}{s^2 + 2\zeta_{02}\omega_{02}s + \omega_{02}^2} \\ &= \left(\frac{P_1}{s + \alpha_1} + \frac{P_2}{s + \alpha_2} \right) + \left(\frac{Q_1}{s + \beta_1} + \frac{Q_2}{s + \beta_2} \right) \end{aligned} \quad (13)$$

ここで P_1, P_2, Q_1, Q_2 は定数である。

$$\begin{cases} \alpha_1 = \zeta_{01} \omega_{01} + \omega_{01} \sqrt{\zeta_{01}^2 - 1} \\ \alpha_2 = \zeta_{01} \omega_{01} - \omega_{01} \sqrt{\zeta_{01}^2 - 1} \\ \beta_1 = \zeta_{02} \omega_{02} + \omega_{02} \sqrt{\zeta_{02}^2 - 1} \\ \beta_2 = \zeta_{02} \omega_{02} - \omega_{02} \sqrt{\zeta_{02}^2 - 1} \end{cases} \quad (14)$$

とおくと、式(13)の逆ラプラス変換より、 $H(s)$ のインパルス応答 $h(t)$ は次式で表される。

$$h(t) = P_1 e^{-\alpha_1 t} + P_2 e^{-\alpha_2 t} + Q_1 e^{-\beta_1 t} + Q_2 e^{-\beta_2 t} \quad (15)$$

ここで $t = nT$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) として離散化することにより式(15)は次式となる。ただし、 T はサンプリング周期。

$$h(nT) = P_1 e^{-\alpha_1 nT} + P_2 e^{-\alpha_2 nT} + Q_1 e^{-\beta_1 nT} + Q_2 e^{-\beta_2 nT} \quad (16)$$

さらに式(16)の Z 変換により物理モデルの離散時間モデル伝達関数 $H(z)$ は式(17)で表される。以上で離散時間モデル伝達関数が得られたわけであるが、引き続き時系列パラメータと物理パラメータの関係式の導出を行う。

$$\begin{aligned} H(z) &= \sum_{n=0}^{\infty} h(nT) \cdot z^{-n} \\ &= \frac{\theta_0 - \theta_1 z^{-1} - \theta_2 z^{-2}}{(1 - \phi_1^{(1)} z^{-1} - \phi_1^{(2)} z^{-2})(1 - \phi_2^{(1)} z^{-1} - \phi_2^{(2)} z^{-2})} \end{aligned} \quad (17)$$

ここで式(12)より

$$\begin{cases} \phi_1^{(1)} = 2e^{-\zeta_{01} \omega_{01} T} \cosh \left\{ \omega_{01} \sqrt{\zeta_{01}^2 - 1} \right\} T \\ \phi_1^{(2)} = -e^{-2\zeta_{01} \omega_{01} T} \\ \phi_2^{(1)} = 2e^{-\zeta_{02} \omega_{02} T} \cosh \left\{ \omega_{02} \sqrt{\zeta_{02}^2 - 1} \right\} T \\ \phi_2^{(2)} = -e^{-2\zeta_{02} \omega_{02} T} \end{cases} \quad (18)$$

である。

ARMA(p,q)モデルの一般式は式(1)のように表わされる。一方、前述の式(14)より物理モデルの離散時間モデルの伝達関数 $H(z)$ は次のように表される。

$$H(z) = \frac{\theta_0 - \theta_1 z^{-1} - \theta_2 z^{-2}}{\gamma} \quad (19)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \gamma &= 1 - (\phi_1^{(1)} + \phi_2^{(1)}) z^{-1} - (\phi_1^{(2)} + \phi_2^{(2)} - \phi_1^{(1)} \phi_2^{(1)}) z^{-2} \\ &\quad - (-\phi_1^{(1)} \phi_2^{(2)} - \phi_1^{(2)} \phi_2^{(1)}) z^{-3} - (\phi_1^{(2)} \phi_2^{(2)}) z^{-4} \end{aligned}$$

ここで式(18)は式(11)より力学パラメータ m_i, k_i, c_i を用いて次式で表される。

$$\begin{cases} \phi_1^{(1)} = 2e^{-\frac{c_1+c_3}{2m_1} T} \cosh \left(\sqrt{\left(\frac{c_1+c_3}{2m_1}\right)^2 - \left(\frac{k_1+k_3}{m_1}\right)} \cdot T \right) \\ \phi_1^{(2)} = -e^{-\frac{c_1+c_3}{m_1} T} \\ \phi_2^{(1)} = 2e^{-\frac{c_2}{2m_2} T} \cosh \left(\sqrt{\left(\frac{c_2}{2m_2}\right)^2 - \left(\frac{k_2}{m_2}\right)} \cdot T \right) \\ \phi_2^{(2)} = -e^{-\frac{c_2+c_3}{m_2} T} \end{cases} \quad (20)$$

また式(19)は式(4)の ARMA(4,2)モデルに相当し、したがって式(4)と式(19)の比較により時系列モデルパラメータと力学パラメータの関係は、次式で表されることとなる。

$$\begin{cases} a_1 = \phi_1^{(1)} + \phi_2^{(1)} \\ a_2 = \phi_1^{(2)} + \phi_2^{(2)} - \phi_1^{(1)} \cdot \phi_2^{(1)} \\ a_3 = -\phi_1^{(1)} \cdot \phi_2^{(2)} - \phi_1^{(2)} \cdot \phi_2^{(1)} \\ a_4 = -\phi_1^{(2)} \cdot \phi_2^{(2)} \end{cases} \quad (21)$$

この式(21)が導出されたことによって時系列パラメータと物理パラメータの関係を示すことができた。

3. 5 時系列パラメータの感度分析

次に得られた時系列モデルパラメータと物理モデルパラメータの感度分析を行う。最も出水の影響をダイレクトに受ける水衝部に注目し、その力学パラメータである k_2, c_2 が時系列パラメータの変動に伴ってどのような挙動を示すのか検証を行った。MA パラメータに関しては比較的相関性が低かったため、ここでは時系列パラメータとして AR パラメータのみを示す。図-9 から図-12 は、 k_2, c_2 以外の物理パラメータの値を固定して、AR パラメータである a_1 から a_4 の値を変化させたときの k_2, c_2 の挙動を示している。横軸に k_2 および c_2 をとっており、縦軸がそれぞれ a_1 から a_4 の値である。図-9 から図-12 を見ると、 a_2 が最も敏感であり、続いて a_1 に強い相関性が見られる。 a_3 にも相関はあるようであるが、 c_2 に対しては反応しているものの、 k_2 に対してはほぼ一定値となっており、相関性は比較的低い。 a_4 に関しては k_2, c_2 ともに相関性が低い。よって水衝部における物理パラメータ k_2, c_2 は AR パラメータの中では特に a_1 と a_2 に対して強い相関関係にあるようである。水衝部におけるバネ定数 k_2 や粘性減衰定数 c_2 といったものが、実際の現象においてどのような意味を有するのかを明らかにすることは極めて重要であると考えているが、本研究ではそこまでの取り組みには至っておらず、これに関しては今後の課題とした。

4. 時系列パラメータと水位の相関性解析に関する検討

式(21)が一旦得られると、計測された出力信号から時系列パラメータの値を同定し、そこから式(21)を経て、物理パラメータの値を算出できる。その物理パラメータの値を元の運動方程式にフィードバックすることで、運動方程式で記述される種々物理量の推定を行うことができることになる。本論文では運動方程式へのフィードバックまでは行わず、まず時系列モデルがどの程度出水による水位変動を捉えているかの検証を行うこととする。時系列パラメータは、AR パラメータとして $a_1 \sim a_4$ の4つ、MA パラメータとして b_1 および b_2 の2つが用いられているが、これらの中で、水衝部の物理パラメータである k_2, c_2 と強い相関性を示した a_1 および a_2 を用いて、スカラー値 a_1 および a_2 の積の絶対値として、

$$X = |a_1 \times a_2| \quad (22)$$

なる時系列パラメータ関数 X を考えた。 a_1 および a_2 の値は、30秒間の連続計測の平均値を求め、更にこの10回分の計測結果の平均値として算出した。式(22)に示す関数形は試行錯誤で様々な形を検討した結果、もっともシンプル且つ相関性を示し易いものとして考えたものである。この X を、同一測定ポイントにおける計測結果の最大値 X_0 でそれぞれ除して無次元化したものと水位の相関性を図-13 から図-15 に示す。縦軸に無次元化した時系列パラメータ関数を、横軸に水位をとった。図-13 から図-15 はそれぞれ袂付近の測点②から桁中央付近にあたる④に対応するものである。各ポイント共に水位の上昇に伴って減少する傾向が見られる。流下方向について同様の検討を行うと、水位上昇に伴って増加する傾向を示し、対象とする振動方向によって傾向が異なるようである。ポイント②において最も比例関係が明瞭なようにも見られるが、データも充分ではなく、現時点では詳細な検討を加えることは難しい。しかし、これらの3つの図において共通して、時系列パラメータ関数と水位との間には明瞭な逆相関が見られることが分かる。この相関性が得られると、以後、橋梁の振動信号を実測することによって、2.1節で述べた方法で時系列パラメータの値を同定し、その値から式(20)の算定を行うことによってその水位を推定することが出来ることになる。

5. まとめ

河川橋梁の鉛直方向振動信号に対して時系列解析を行い、その振動特性、時系列および物理モデルの誘導

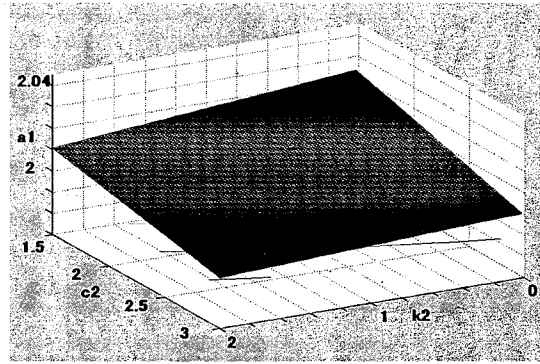


図-9 a_1 と k_2 および c_2 の相関

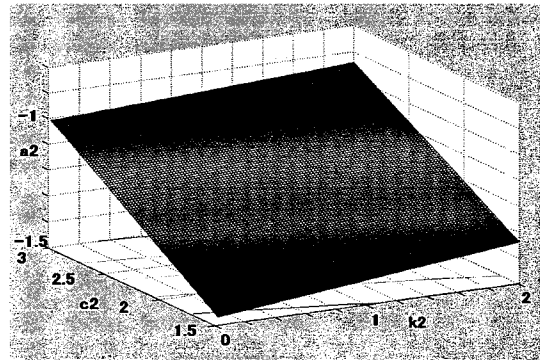


図-10 a_2 と k_2 および c_2 の相関

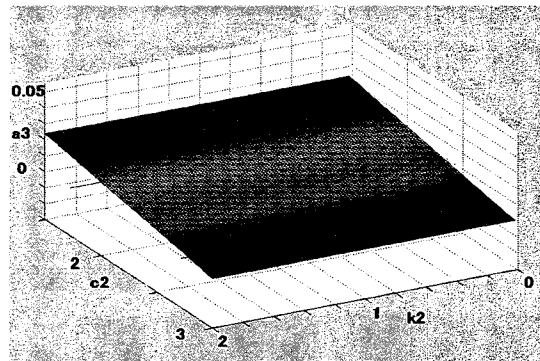


図-11 a_3 と k_2 および c_2 の相関

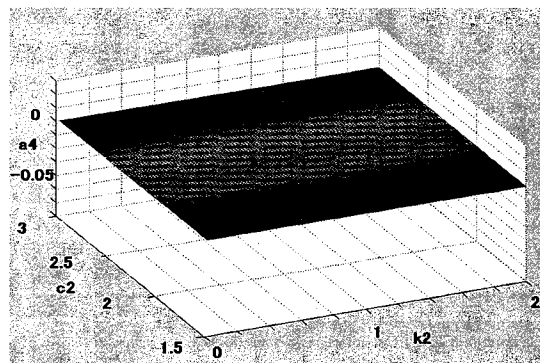


図-12 a_4 と k_2 および c_2 の相関

を行った。また得られた時系列パラメータの関数と水位との相関性に関して検討を行い、時系列解析によって、出水時における河川橋梁の振動モードの変化をどの程度捉え得るかを検討した。以下に、本研究において得られた主要な結論を示す。

①：出水時における河川橋梁の鉛直方向振動信号を表わす時系列モデルとして、本研究で対象とした橋梁に関しては ARMA(4, 2) が最適であった。

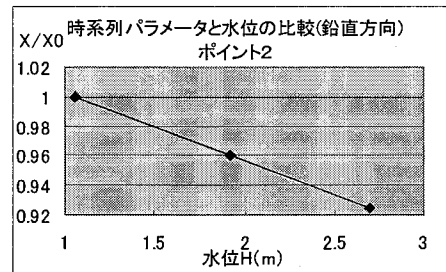
②：物理モデルを用いた伝達関数の導出を行い、時系列パラメータと物理パラメータの関係式を導くことができた。

③：時系列パラメータを用いた関数によって出水による水位の変動を推定できることを明らかにした。

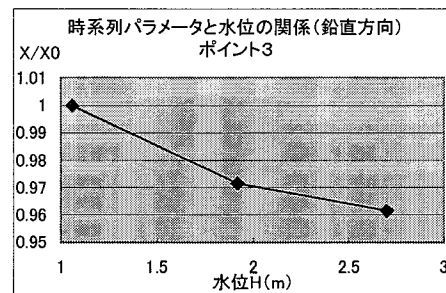
参考文献

- 1) 海野修二, 石井武司, 斎藤邦夫, 望月恵: 変形監視用光ファイバセンサの河川堤防への適用性に関する実大模型実験, 河川技術論文集, 第9集, pp.115—120, 2003.
- 2) P.J.ブロックウェル, R.A.デービス著: 時系列解析と予測, シーエービー出版, 2004.
- 3) A.C.ハーベイ著: 時系列モデル入門, 東京大学出版会, 1985.
- 4) 赤池弘次: 情報量基準とは何か, 特集: 情報量基準モデルの尤度を計る, 数理科学, No.153, pp.5—11, 1976.
- 5) Higuchi, T., K. Kita and T. Ogawa, "Bayesian statistical inference to remove periodic noise in optical observations aboard a spacecraft", Applied Optics, Vol. 27, No. 21, 4514—4519, 1988.
- 6) 日野幹雄, 長谷部正彦: 流量時系列のみによる流出解析について, 土木学会論文報告集, No.300, pp.43—56, 1980.
- 7) 日野幹雄, 長谷部正彦著: 水文流出解析, 1985.
- 8) 松本健作, 宋東烈, 玉置晴朗, 青木隆行, 藤田智之, 菅正信: 時系列解析を用いた出水時における河川橋梁の振動と水位の相関性に関する研究, 水工学論文集, 第50巻, CD-ROM, 2006.

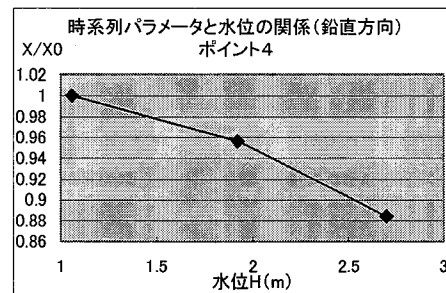
(2006年4月13日受付)



図—13 時系列パラメータ関数と水位(ポイント2)



図—14 時系列パラメータ関数と水位ポイント3



図—15 時系列パラメータ関数と水位(ポイント4)