

流砂機構と移動床過程の力学

Mechanics of sediment transport and morphodynamics of fluvial processes

辻本哲郎*

Tetsuro TSUJIMOTO

*フェロー 工博 名古屋大学大学院教授, 工学研究科社会基盤工学専攻 (〒464-8603 名古屋市千種区不老町)

A variety of interesting phenomena such as dunes are observed in rivers. In order to enjoy the benefit of rivers, human beings have attempted to take control of rivers by understanding the mechanism underlying those phenomena. Since most of the phenomena are caused by the complex interaction among flow, sediment transport and stream morphology, it is not easy to understand physical processes involved in the phenomena. For the last several decades, mechanics relevant to rivers has been studied by a large number of researchers, and appropriate methodologies for describing and/or predicting the phenomena have been found. In response to recent increases in flood disasters, further efforts should be devoted to new challenges in river mechanics.

Key Words: mechanics of sediment transport, fluvial process, and river morphology

1. まえがき

自然河川の中には、力学的に興味ある現象が数多く見られる。有史以来、人間はそれらを制御することによって河川からさまざまな恩恵を受けてきた。河川に関連した「力学的現象」は、流れ、流砂、そして地形（河床や流路形態）の強い相互作用系のダイナミックスと言えるだろう。自然の河川では、流れも、運ばれる土砂も地形も多様であり、狭い料簡で力学的に立ち向かおうという立場の者には研究対象としたくもないほど複雑である。ただ先に述べたように、河川に関連した諸現象の制御は河川管理、国土管理という観点から極めて重要であるために、技術者、研究者たちは何とかこうした現象に取り組もうとしてきた。とはいえ、現象の複雑さのあまり乱暴な扱いが力学から離れたものになっていたり、力学で扱える対象にしたいがために本末転倒な理想化状態を誇らしげに扱ったりしてきた嫌いがあるのも事実であろう。

本文では、河川の「移動床現象」に注目して、河川工学の中で「力学」がどんな風に議論されてきたのか、水工学のこの 30 年の足跡を、若干著者の周辺に限られるが、たどってみたい。

2. 移動床過程

河川の力学現象の中心は「開水路乱流」である。自由表面が存在することで理論的な扱いは大きな制限を受け、それゆえに精緻な研究は管路に遅れをとった。また、流れの境界は移動床 (loose boundary, movable bed) であり、複雑な形

状を伴うこと、時間的に変化することなどが精緻な取り扱いにはなじみにくかったのであろう。初期の研究では固定床上乱流の構造の知見を利用して流砂運動を議論する、いわゆる one way method が広く行われた。砂が動けば地形が変わり、地形が変わると流れ構造も変化するという移動床過程の側面とともに、土砂を運ぶこと自体によって流れの構造が変化するという、いわゆる混相流の側面は後回しにされた。one way method を用いることで粒子運動の扱いは精緻化できるものの、流れが含有する流砂密度は推定に頼らざるを得ない。このような扱いでは、流砂量（流砂フラックス）と流れの精緻さに一貫性がないことは否めない。

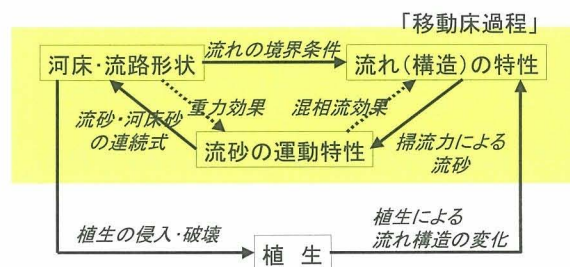


図1 河川景観にかかわる素過程と相互作用

移動床過程は、流砂フラックスのアンバランスに起因するものであり、流れの変化が明瞭な場合、流砂量はほとんど流れの変化によって支配される。ところが、流砂運動は重力にも大きな影響を受けるため、局所的な流れよりむしろ地形によって直接支配される場合もある。こうした移動床過程の系統的な理解とそれを意識した取り扱いについても、決して古くから定着していたわけではない。

最近では、このような移動床過程がもたらす多様な地形が、その上の植生の成長と関連しており、同時に植生が流れを大きく変化させること、そしてそれを介して地形変化をもたらすことが注目されている。とくに景観としての河道を意識するとその動態は植生の盛衰との関連なしには議論できない。その意味で、水流、流砂、地形に植生を加えた相互作用系（図1参照）の力学が、近年における河川水文学の対象となっている（Tsujimoto, 1999）。

先に述べたように、図1に示す相互作用系は非常に複雑であり、一般の力学対象としての「単純さ」や「きれい」さを持ち合わせてはおらず、定式化された力学をどう解くかという意味では扱いづらい対象かもしれない。しかし、現象をどのように捉えるか、どのようにすれば相互作用系のどこまでを記述できるかという観点からは、極めて興味深い対象と言えるだろう。また、移動床現象が流域の安全、資源そして環境に関わる様々な問題の鍵を握っていることも研究のモチベーションを高くしている。移動床水文学では、複雑な現象の素過程をどのように「単純化」すれば系全体を見通せるか、複雑さのどの部分を腕力で突破すべきかなどがポイントとなる。

3. 本質を捉えることで備えるモデルの透徹性

移動床上には砂面不安定によって河床波が発生するが、この不安定を引き起こす鍵の一つが、掃流粒子の確率的・間歇的な動き自体であることが明らかとなっている。複雑な掃流運動の本質を表現するモデルとして提示された Einstein の確率モデル（1937）は、掃流運動のもつ非平衡性を具備した最初のモデルである。流砂量 $q_B(x)$ および砂面高変化 (dy/dt) は、局所水理量（底面せん断応力）に対し一意的に決まる pick-up rate p_s と、確率的な分布（指数分布）を持った運動距離 step length の場所的な履歴を重量させることによって次のように決まる。

$$q_B(x) = q_{B0} \int_0^{\infty} p_s(x-\xi) \int_{-\infty}^{\infty} f_X(\zeta) d\zeta d\xi \quad (1)$$

$$\frac{dy(x)}{dt} = -\frac{A_2}{A_1} \frac{\partial q_B(x)}{\partial x} = -\frac{A_3 d}{A_1} \left[p_s(x) - \int_{-\infty}^x p_s(x-\zeta) d\zeta \right] \quad (2)$$

ここで、 q_{B0} は平衡流砂量であり、次式で表わされる。

$$q_{B0} = \frac{A_3 p_s A}{A_2 d} \quad (3)$$

また、 A_1, A_2, A_3 は砂の形状係数、 $f_X(\xi)$ および A は、それぞれ step length の確率密度関数および平均値である。pick-up rate、平均 step length と底面せん断応力との関係づけから著名な Einstein の流砂量式（1950）が与えられており、他にもいくつかの掃流砂量式が提案されている。これらは、平衡平坦河床に対して適用されるものである。

平坦な河床にしばらく通水すると砂面に擾乱が現れ、dunes や ripples と呼ばれる河床波（小規模河床形態）が発生・発達して、移動床上の流水抵抗の大部分を担う。どういふ条件でそうした河床形態が形成されるのかを知るた

めの手法として、擾乱が発達する条件（砂面の不安定条件）に着目する線形安定解析がある。この線形安定解析の枠組みから、局所流砂量の砂面形状に対する位相差が複素平面上の第3象限にあれば上流に伝播する砂面波（antidunes）が発達し、第4象限にあれば下流に伝播する砂面波（dunes or ripples）が発達することが示唆された（Kennedy, 1963）。Kennedy は流砂量と水理量の間に「遅れ距離」 δ_B の存在を暗示したが、pick-up rate と step length を用いて非平衡性を考慮したモデルを用いると、これは次のように定量化できる（Nakagawa & Tsujimoto, 1980）。

$$\kappa \delta_B = \arctan(\kappa A) \quad (4)$$

ここに、 κ は擾乱の角周波数である。これは換言すれば、stochastic model とカテゴライズされたはずのモデルが、力学的不安定の鍵となる流砂機構に内在する位相遅れを deterministic に同定したことを意味する。これを可能としたのは、モデルの枠組みが持つ「透徹性」に他ならない。

なお、この研究はその後、初期完全不規則（white noise）砂面からの擾乱の選択的増幅という視点での実験と、安定解析をスペクトルに置き換えた解析結果との比較という方向で展開されている（Nakagawa & Tsujimoto, 1984）。小規模河床形態では、線形安定解析結果が示唆する最大増幅率を持った波長が平衡状態における波長とは大きく異なるため、発生後の発達過程の解明が必要となったのである。線形安定解析という力学的手段を手に入れた小規模河床形態の研究は、発達過程あるいは河床波の変形過程の研究へと再び脱皮しなければならなかった。

スペクトルの発達（spectral evolution）でみた小規模河床波の発達（図2）は、波数成分ごとの増幅・減衰だけでなく波数成分間干渉がみとれる（逆カスケード過程＝スペクトル成分の低波数側への移行）。安定解析の枠組みでは解析の非線形化もひとつのアプローチであるが、個々の河床波のスケールによる運動特性の違いから生じる波の合体等の現象は、スペクトルから見るとより明らかである。

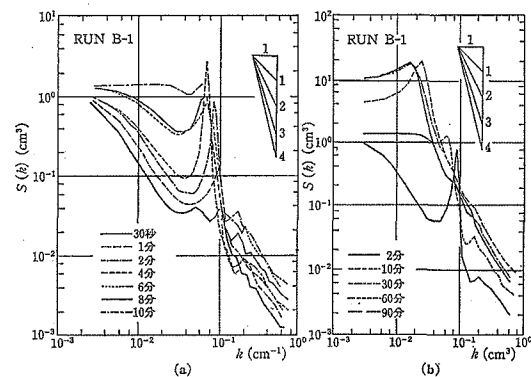


図2 スペクトルで見た小規模河床形態の発達過程

流れと流砂の位相遅れに起因する不安定現象は、砂面高のそれである小規模河床形態だけにとどまらない。たとえば、表層における粗砂占有割合の不安定現象として、縦断交互分級の形成がある（Tsujimoto, 1990）。混合砂の問題は流砂力学の中で今後の焦点となり得る一つの重要なトピ

ックでもある。

4. アプローチの枠組みの比較がもたらすもの

前節の例では, stochastic model を用いた掃流過程へのアプローチによって, stochastic な特徴に基づいてうまれる砂面の不安定機構を, 「力学的に」明らかにした。確かに掃流砂の運動には, 流れの情報がそのまま反映されない「固有性」があり, そのためにこうしたアプローチが功を奏したのであろう。

掃流砂の運動に比べると, 浮遊砂の運動は流体運動とより直接的に関連しており, 慣習的な方法がなお効果的である。それが, 個々の粒子ではなく濃度 C に着目した拡散モデルである。拡散モデルでは等流・平衡状態における濃度分布 $(C(y), y \text{ は水深方向座標})$ は次式で記述される。

$$\varepsilon_s \frac{dC}{dy} = -w_0 C \quad (5)$$

ここで, ε_s は浮遊砂の乱流拡散係数, w_0 は粒子の沈降速度である。開水路での浮遊砂の乱流拡散係数はしばしば水の運動量拡散係数 (渦動粘性係数) ν_t と同一視される。その比 $(1/\beta = \varepsilon_s/\nu_t$; 乱流 Schmidt 数) は気になるところだが, たいていは実験定数として扱われてきた。

stochastic hydraulics が注目を集めた 1970 年代, 浮遊砂についても掃流砂と同様な確率モデルが議論された (Yalin & Finlayson, 1973)。そこでは, 一つの粒子が存在する高さの確率密度関数 $f(y)$ が議論される。確率論的検討からその支配方程式は次のように表わされる。

$$f(y; t + \Delta t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(y - \eta; t) g(\eta) d\eta \quad (6)$$

ここに, $f(y; t)$ は粒子が時刻 t における高さ y に存在する確率密度, $g(\eta)$ は時間間隔 Δt の間に η だけ位置変化する遷移確率密度である。この式によって, stochastic simulation をすればよいのであるが, こうしたシミュレーションでは, 結果が刻み時間 Δt に大きく依存する。

上式右辺の被積分項を η について Taylor 展開し高次項を無視し, 定常状態では, $f(y; t + \Delta t) = f(y; t)$ であることを考慮すると次式が得られる。

$$\frac{1}{2} E[\eta^2] \frac{df}{dy} = E[\eta] f \quad (7)$$

η の統計的性質は, 流れの鉛直方向の乱れに乗った沈降する粒子運動から与えられる。拡散問題としての濃度分布と個々の粒子に着目した存在確率密度分布が (粒子干渉を無視すれば) 相似であることを利用すれば, 次式が得られる (辻本, 1986)。

$$\varepsilon_s = \frac{E[\eta^2]}{2\Delta t} = \frac{\Delta t}{2} \left\{ k_\eta^2 \left(\frac{v_{rms}}{u_*} \right)^2 + \left(\frac{w_0}{u_*} \right)^2 \right\} \quad (8)$$

ここで, u_* は摩擦速度, v_{rms} は水流の乱れの鉛直方向強度で, k_η は 1.0 に近い係数である。 $(w_0/u_*) \rightarrow 0$ のとき, 浮遊砂は水流の乱れに充分追従すると考えられ, このとき浮遊砂の拡散係数と水の運動量の乱流拡散係数が一致するとすれば次式が成立する。

$$\Pi_T = \frac{u_* \Delta t}{h} = \frac{2\nu_t}{u_* h} \left\{ k_\eta \left(\frac{v_{rms}}{u_*} \right) \right\}^{-2} \quad (9)$$

これは stochastic simulation を行なうときの時間ステップの標準時間を与えるものである。経験的に知られた値を代入すると $\Pi_T = 0.2$ となり, 乱れの Lagrange 的スケール程度となる。またこれらより, 浮遊砂の拡散係数の (w_0/u_*) による変化が次のように定式化されることになる (辻本, 1986)。

$$\frac{\varepsilon_s}{\nu_t} = 1 + k_\eta^{-2} \left(\frac{v_{rms}}{u_*} \right)^{-2} \left(\frac{w_0}{u_*} \right)^2 \approx 1 + 1.56 \left(\frac{w_0}{u_*} \right)^2 \quad (10)$$

このような浮遊砂の拡散係数の (w_0/u_*) による変化については Kerssen ら (1979) が Enoree 川や実験室で集められた多くのデータを分析し以下の回帰式 (11) を得ているが, それは式 (10) と極めて良く一致している (図 3)。

$$\beta = \frac{\varepsilon_s}{\nu_t} = 1 + 1.54 \left(\frac{w_0}{u_*} \right)^{2.12} \quad (11)$$

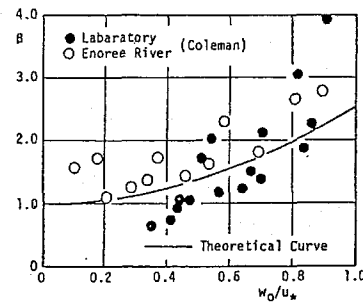


図3 浮遊砂の乱流 Schmidt 数

5. なぜ掃流砂と浮遊砂を区別するのか

力学では多くの場合, 様々な現象をできる限り統一的に説明できることが重要視される。河川の流砂も, 海岸の漂砂も, 風による飛砂も飛雪もすべて統一の枠組みで (モデル) で表現できることが望ましい。しかし, 場合によってはあまりこだわらないことも必要であろう。上記のように, それぞれを分けて特徴を生かしながら扱うことがもたらしたメリットは大きい。

ここではさらに, 掃流砂と浮遊砂の違いを際立たせる仕組みに着目しよう。それは, 水流と流砂の干渉である。流砂が開水路流れの特徴・構造をどう変えるかについて考えてみよう。

掃流過程の仕組みは次の通りである。床面近傍の粒子は流れによって加速されるが, いずれ重力によって落下し, やはり砂から形成される河床面に衝突する。小さな角度で侵入してくる粒子は, 粒子で出来た河床面突起に衝突するが, 衝突面は上流に傾いているため, 反射角は入射角より大きい。そのため, 流下方向の運動量の多くは鉛直上向きに変換される。つまり, 河床面との衝突によって砂粒子が持っていた流下方向の運動量の多くは上向きの運動量に変換されるが, 砂粒子は跳躍時に再び水流によって加速さ

れるため運動が継続する（図 4）．これは継続跳躍 (successive saltation) と呼ばれる．個々の跳躍が決定論的力学過程であっても床面との衝突面の不可避な確率的分布のため、不規則継続跳躍となる（辻本・中川, 1984）．これは水流の乱れに追従して不規則運動する浮遊砂と大きく異なる特性である．浮遊砂が個別粒子として重要な働きをすることはめったにないが、掃流砂粒子の場合、個々の粒子への着目が重要となる．粒子運動の不規則性が砂面不安定の鍵になるのは、この好例であろう．

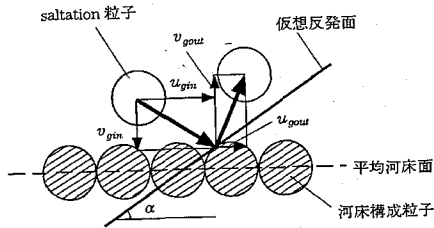


図 4 Successive saltation を支える不規則反発

流れ場が決まっているときの掃流粒子の運動は、流下および鉛直方向の運動方程式で記述され、河床面に衝突する際の反発面を stochastic simulation（入射位置の一様分布）で与えた反発過程のモデルを介して、繰り返される跳躍運動の計算が行われる．必要な個数の粒子軌跡の計算を基に、粒子が存在する高さの分布密度関数 $f_B(y)$ が求められる．

研究初期においては、まず清水流での解析が行われた（中川・辻本, 1984）．その結果から、流砂が水流からどのように運動量を奪うかが解析され、流砂が流れの構造に及ぼす影響が調べられた．清水流近似の掃流過程特性量（存在高さ確率密度分布、各位置での粒子速度など）が既知の状況では、粒子流を负荷として背負った流れは解くことができて、次のようになる．

$$\rho g I - F_x + \frac{d}{dy} \left[\rho (v + v_t) \frac{du}{dy} \right] = 0 \quad (12)$$

$$F_x = n_g D(y) = n_g f_B \cdot \frac{1}{2} \rho C_D A_2 d^2 (u - u_p) \sqrt{(u - u_p)^2 + v_p^2} \quad (13)$$

ここで、 ρ は水の密度、 g は重力加速度、 F_x は単位体積あたりの掃流粒子に作用する流体力、 n_g は掃流粒子数密度（単位面積上の水柱あたりの掃流粒子個数）、 f_B は掃流層内の粒子存在確率密度、 C_D は砂粒子の抵抗力係数、 (u_p, v_p) は粒子の流下・鉛直方向速度である． f_B と (u_p, v_p) は先に粒子運動の解析で求められており、 n_g はここでは仮定することとする．粒子運動を伴うときの渦動粘性係数の変化も気になるところであり、 k - ϵ モデルを用いた解析も試みられている（後藤・辻本・中川, 1994）．当時、著者らは植生を伴う乱流構造の研究を始めており（清水・辻本・中川, 1992）、解析では、固定した植生要素についてのモデルを、流体と相対速度を持って移動している流砂粒子を伴う流れに拡張している．

k - ϵ モデルによる解析では、次の 2 式 (k と ϵ についての輸送方程式) が支配方程式に加えられる．

$$\frac{d}{dy} \left[\left(v + \frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{dk}{dy} \right] + P_k - \epsilon + C_{\beta k} F_x u = 0 \quad (14)$$

$$\frac{d}{dy} \left[\left(v + \frac{v_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{d\epsilon}{dy} \right] + \frac{\epsilon}{k} [C_1 (P_k + C_{\beta \epsilon} F_x u) - C_2 \epsilon] = 0 \quad (15)$$

なお、

$$P_k = v_T \left(\frac{du}{dy} \right)^2 \quad (16)$$

$$v_t = \frac{C_\mu k^2}{\epsilon} \quad (17)$$

である．ここで、 P_k は乱れエネルギー生成、 k および ϵ はそれぞれ乱れエネルギーおよびその散逸率である．これらの式に含まれる k - ϵ モデルのパラメータについては、植生を伴う流れの研究での考え方に基づき $C_{\beta k} = C_{\beta \epsilon} = 1.0$ 、 $C_{\beta \epsilon} = 1.3$ とした．その他のパラメータは標準値を用いた．

その結果によると、掃流砂を含んでも乱れ特性量（渦動粘性係数など）の変化は掃流層に限定され、流れの構造の変化は、掃流層での抗力に見合う Reynolds 応力の欠損（図 5）というかたちでしか現れない．言い換えれば、乱流構造 = 渦動粘性係数の変化の見積もり精度が低くても、Reynolds 応力の欠損、流速分布などの精度への影響は小さいことがわかった．

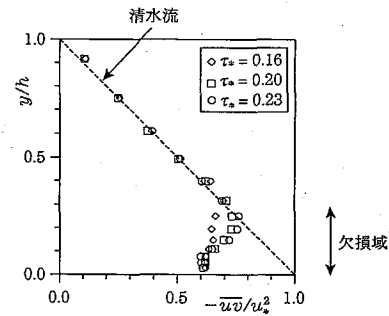


図 5 掃流層での Reynolds 応力の欠損

上記のような流れと掃流砂の計算を繰り返し行い、それを収束させることによって、混相流としての掃流砂特性と流れの特性を解析することが可能となった（後藤・辻本・中川, 1994）．ただし、ここまでのモデリングでは掃流砂濃度を決め得ないので、これを仮定して計算を進めることになる．

個々の粒子と水流の間での運動量交換がその本質であるにも関わらず、その定量的評価はこれまで重要な研究課題とはならなかった．流砂においては移動床平坦河床と固定床砂面での抵抗、あるいは床面近傍の乱流構造の違いが計測でほとんど検出できないレベルであったためである．ところが、砂の相対密度が 1000 倍以上になる「飛砂」では、水流と粒子群の運動量交換はきわめて重要である．飛砂を含む風速分布は明確に特異な括れを示す．Reynolds 応力は底面付近で欠損し、それが限界掃流力に落ち込むまで砂を飛砂層に取り込む．このことによって、最大飛砂密度を評

価することが可能となり、平衡飛砂量式の導出につながる (辻本・赤城, 1994)。

これまでの議論は浮遊砂の場合どのようなようになるであろうか。浮遊砂は水流の乱れに追従した運動をすることで定義されている。つまり水流と粒子の相対速度は少なくとも平均的にはゼロで、それゆえに水の運動量の直接的欠損はない。ということは浮遊砂を含む流れでは Reynolds 応力分布はほとんど欠損しない。乱流構造の変化なしには流速分布の変化もないはずであるが、現実には、みかけの Karman 定数の変化 (日野, 1963) や wake-strength parameter の増加 (Coleman, 1981) が計測結果から指摘されてきた。

浮遊砂を伴う流れでは乱れによって抗力項は変動する。これを考慮して粒子運動を解析するとすれば、流れの支配方程式にも考慮されなければならない。運動量、乱れエネルギー、そしてその散逸率は次のように表わされる。

$$gI - \frac{\sum F_{dx}}{\rho} + \frac{d}{dy} \left[(v + v_T) \left(\frac{du}{dy} \right) \right] = 0 \quad (18)$$

$$\frac{d}{dy} \left[\left(v + \frac{v_T}{\sigma_k} \right) \frac{dk}{dy} \right] + P_k - \varepsilon + G - \frac{\sum (u' f_{dx} + v' f_{dy})}{\rho} = 0$$

$$\frac{d}{dy} \left[\left(v + \frac{v_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{d\varepsilon}{dy} \right] + \frac{\varepsilon}{k} \left\{ C_{1\varepsilon} [P_k + (1 - C_{3\varepsilon})G] - C_{2\varepsilon}\varepsilon - C_{4\varepsilon} \frac{\sum (u' f_{dx} + v' f_{dy})}{\rho} \right\} = 0$$

(19, 20)

ここで、 f_{dx}, f_{dy} は抗力項の変動成分であり、

$$G = \beta_S v_T (\sigma / \rho - 1) g \frac{dC}{dy} \quad (21)$$

である。モデルパラメータについては標準値を基本とした。ここでも、粒子解析については乱数発生に基づく乱れを考慮したシミュレーションを行い、その結果を流れの解析に適用している。さらに、変化した流れでの粒子解析を行うという繰り返し計算を行った。掃流砂と同様、粒子解析・流れ解析の繰り返し計算は速く収束する。解析結果の例を流速分布で見ると (図 6)、浮遊砂を含む流れの乱流構造変化は、式(22)の Π で定義される wake-strength parameter によつて的確にあらわされることがわかる。また、 Π が浮遊砂濃度とともに増加する傾向も図 7 に示すとおり良好に説明できている (Tsujimoto, Gotoh & Nakagawa, 1995)。

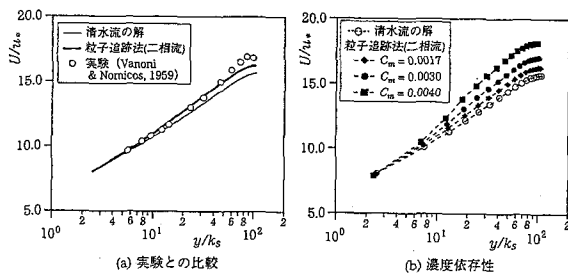


図6 浮遊砂を伴う流れの流速分布

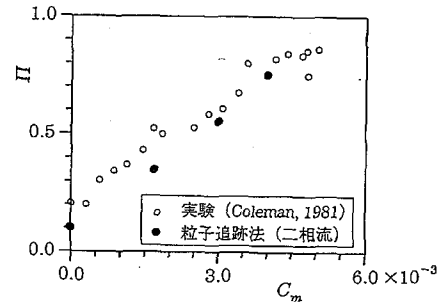


図7 浮遊砂を伴う流れの流速分布

$$\frac{u_{\max} - u(y)}{u_*} = -\frac{1}{\kappa} \ln \frac{y}{h} + \frac{2\Pi}{\kappa} \left[1 - \sin^2 \left(\frac{\pi y}{2h} \right) \right] \quad (22)$$

以上のように、混相流として流砂を考えると、掃流では粒子と流体の相対速度が存在するため、流れの構造は抗力による掃流層内の Reynolds 応力欠損によって特徴づけられる。粒子は水流から奪った運動量によって加速された後、河床面との衝突で上向きの運動量を得て継続跳躍を呈する。これに対し、浮遊砂は乱れによって抗力は変動するが平均はゼロで Reynolds 応力分布に変化はない。ところが k と ε の輸送式において相関項が残り、乱れ構造を変質させるため流速分布が水深全体にわたって歪む。こうした混相流としての違いからもこれらの統一的な記述を求めるよりも違いを際立たせるアプローチの方が有効であることがわかるであろう。

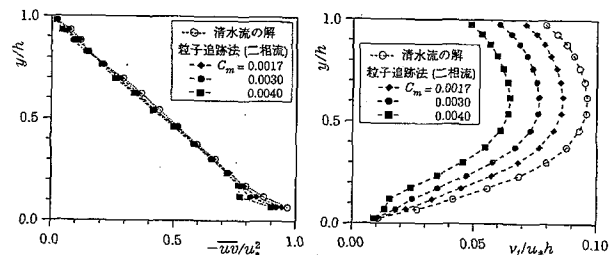


図8 浮遊砂を伴う流れの Reynolds 応力と滑動：粘性係数

6. 構成要素の非均質性

難しい章題であるが、本章では流砂力学である粒状体について取り上げたい。一般に砂礫は様々な粒径を持った粒子の集合体である。河床は、現在の流砂過程の影響 (分級現象, sorting process) を直接受ける表層 (surface layer) と、あまり影響を受けない内部 (貯累層 substratum) に分けて考える。貯累層も過去に分級をされている場合が多く、完全な一般化は困難であるが、とにかく様々な粒径の様々な混合状況にあるとしよう。このような混合状況を体積占有率 (粒度分布) で表し、クラスごとに扱うアプローチがよく用いられるが、これは、特に表層の分級が興味の対象となってきたからであろう。それほど精密な議論が必要になれば、代表的なサイズを考えることもある。たとえば、流砂量の総量が問題になるような場合、混合砂河床上の流れ

を想定すると個々の粒径より代表粒径で考えるのが合理的であり、工学的にも有益であろう。この場合、単なる平均粒径ではなく、対象とする現象に応じた均一径粒子群で考える場合の等価径 (equivalent size) を考える必要がある。流砂・移動床水理の等価砂粗度の概念もそれである。

混合砂の問題が注目されるようになった一つのきっかけは、Egiazaroff (1965) による粒径別の限界掃流力に関する研究であろう。等価径の問題も粒径別に考えてはじめて適切に決められるものである。表層分級が河床変動・流路変動を規定することから河床変動と表層分級を同時に扱うことは以前より重要な課題であったが、近年、生態系まで含んだ河川環境保全の問題に河床表層分級そのものが密接に関係していることが明らかになり、その重要性はさらに増している。表層分級を考える際、移動材料と表層材料さらには貯累層が、表層においてどのように混合するのかがポイントであり、これに初めて基礎を与えたのが「交換層」の考え方である (平野, 1971)。

著者は、上述のような交換層の考え方に、掃流砂の非平衡性を加味したモデルを提案し、縦断交互分級や横断交互分級 (分級縦筋)、植生を伴う流路の分級過程など、様々な分級過程を説明している (Tsumimoto 1999 参照)。

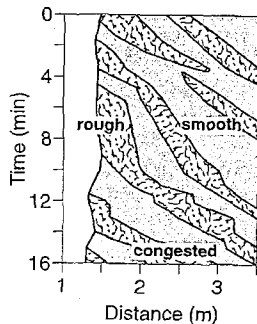


図9 Diffuse gravel sheet (縦断交互分級)

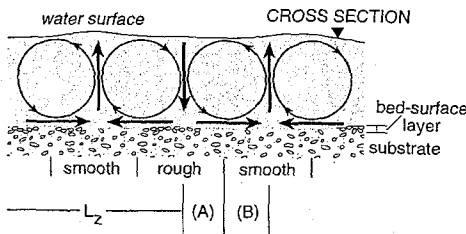


図10 横断交互分級 (分級縦筋)

標準的な「交換層」モデルを用いて、実河川を含む河床変動計算が行われるようになったが、ダム貯水池からの排砂を設計する際、どの成分が海岸まで達するのかや、途中の河道のどの部分にどのようにストックされるのか、などを正確に予測しようとする、この「交換層」モデルには、さらに改良が必要である (辻本・藤田, 2004)。

ここでは混合砂の流砂問題が主な話題であったが、砂粒子に限らず現象を構成する要素が様々なサイズを持っていることはよくある。その例が河床波を伴う流れである。中規模河床形態 (交互砂州など) にくらべると、そのサイズの統計的ばらつきはかなり広いが (変動係数で 0.5 程度)、

河床波が抵抗に与える影響は平均波長や波高と関係づけることが多い。平均値が必ずしも代表サイズとは限らないが、こうした代表サイズに限って議論することは頻繁に行なわれる。しかし、やはりその分布との関連で検証しておくのは重要であろう。第3章で述べたように、小規模河床形態の線形不安定に基づく波数選択的増幅過程の後の発達過程は、進行速度の速い小さいサイズの河床波が、遅い大きな波に追いつき、合体することによって進むことが知られている。それを直接モデル化の方が、不安定機構の非線形化で議論を進めるより具体的である (中川・辻本, 1976)。またこうした仕組みが、実験での単なる観察だけでなく、スペクトル形の変化で捉えられることも先に述べたとおりである。

本章では、非均質な場をどう見るかを議論し、個々の要素の違いが全体の性質に影響を与えていることを強調した。一方、植生を伴う流れや、流砂粒子を伴う流れでは個別要素周辺の局所性は無視した扱いが推奨される。このような使い分けが重要であることは論を待たないだろう。たとえば、植生を伴う流れでも同じような均質化を行い、「透過域」として扱う。比較的疎な場合、固有流速はエネルギー勾配の平方根に比例し、その比例定数 (透過係数) は植生の幹径、抗力係数、密度と関係づけることができる。しかし興味深いのは、穂波現象が起こると、この植生の粗密に組織的变化が生まれ (図11 参照)、流れの構造変化が植生揺動を促す。この系の不安定が穂波の形成機構であるとも言える (辻本・北村・中川, 1995)。

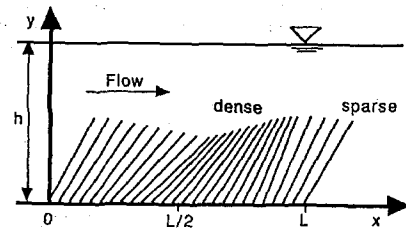


図11 植生層密度の非均質と穂波形成

7. もう一度不安定問題

第3章では砂面の不安定現象について述べた。このような不安定が生じると、ある臨界点を境にして現象はドラスティックに変化し、大きく異なる力学的特性を示すようになる。力学が背景にある様々な現象の中に、このような現象が度々見られることは興味深い事実である。

ただし、先に示した小規模河床形態を対象とした安定解析の結果を見ると、増幅率の「負」から「正」への変化はそれほど際立っていない。ましてや卓越する現象が現実に出現するほど増幅率が突出しているとは考えられない場合もある。現実小規模河床形態の発生過程に現れる初期の卓越波数は、むしろ増幅率を与える式の分母をゼロにする条件で出現している。こうした特異点にも着目することが重要ではないだろうか。

卓越的な現象の特性を予測する以上に、異なる過程への

研究では、saltation の基本的軌跡が想定され、それからの偏倚量 ξ (鉛直方向の偏倚) に注目している。何らかの要因で初期偏倚 ξ_0 が与えられたあと、それ以降の粒子運動の、元の軌跡からのずれ ξ が減衰するか増幅するかが議論されている。初期偏倚 ξ_0 は bursting などによる軌跡からの逸脱で不規則に起こりうるものと仮定される (図 12 参照)。このとき、元の軌跡からの偏倚速度 $d\xi/dt$ は偏倚量の関数 $f(\xi)$ として与えられるが、それが 2 次式で近似できる (式 (23)) として、その量の安定性を議論することによって掃流から浮遊への遷移を扱った。この遷移は掃流砂量と関連付けて浮遊砂濃度 (基準点濃度) を決めるときに役立つことが予想される。

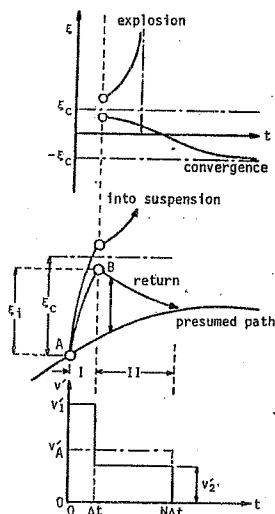


図12 乱れによる Saltation 粒子軌跡の偏倚の不安定

$$\frac{d\xi}{dt} = a + b\xi + c\xi^2 \quad (23)$$

ここで

$$a = f(\xi) - \xi f'(\xi) + \frac{\xi^2}{2} f''(\xi);$$

$$b = f'(\xi) - \xi f''(\xi); \quad c = \frac{f''(\xi)}{2} \quad (24)$$

$$\xi_c = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2c} \quad (25)$$

8. 複雑な現象に腕力で挑戦—数値解析

一方で、数値解析の手法とそれを扱うハードが整備され、現象を複雑なまま直接扱うことが出来るようになってきている。線形化や低次非線形レベルの議論より手っ取り早く数値計算が可能になってきている例もある。植生層の不安定現象としての穂波形成機構の研究(辻本・北村・中川, 1995)は、植生周辺の流れについては数値解析が先行し、微小振幅条件への外挿によって線形安定解析を全うした特異な例である。

掃流機構の研究では、数値シミュレーションによる単一粒子の挙動に関する情報を用いて掃流砂密度に応じて効果を引き伸ばし、乱流計算とカップリングさせる手法を5章で紹介した。しかし、数値計算容量という束縛からの解放は、複数粒子を同時に数値シミュレーションすることを可能にしたし、複数粒子間の衝突による干渉効果までとりこんだ掃流特性を計算によって明らかにすることも可能となった(中川ら, 1993)。

移動床過程についても様々な条件で数値解析が進んできた。これには平面流解析と河床変動解析とのカップリングや、微地形や植生、様々な表層の粒度に応じた水深平均流が比較的容易に解析できるようになったのが大きい。また、流砂量式の2次元への拡張（底面流向と床面勾配に規定される掃流砂の運動方向の評価とそれによる流砂量の

方向成分への配分, 底面流向評価における流れの湾曲による平均流向からの補正), 粒径別成分の考慮, そして交換層モデルと崩落成分の扱い (安息角を越える起伏の平滑化) が標準となっている. 特に砂州スケールでの移動床過程の記述に有効性を発揮しており (図 13 参照), 砂州の挙動に絡む河道防御, 河道生息環境管理などへ情報が蓄積されつつある (寺本・辻本, 2003, 2006).

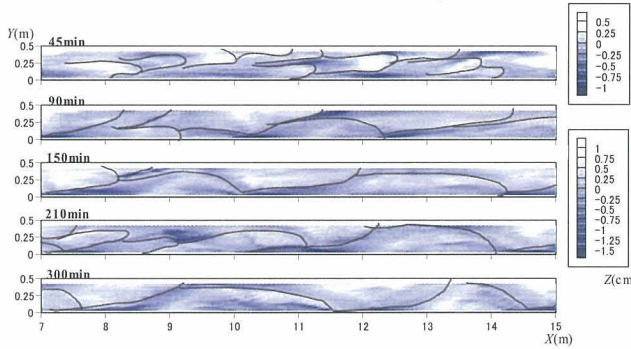


図 13 砂州形成実験ケース B における河床高時間変化

また面白いのは, 中規模河床形態にかかわる砂面不安定解析は非線形解析のレベルに入っている (Pomprommin and Izumi, 2001) が, このプロセスを砂州の発達過程の数値模擬と比較してみた例がある (Pomprommin et al., 2002). 十分な議論は出来ていないが, 異なるアプローチで同じ課題に取り組み, そこから何を学べるかが大事であろう.

今後取り組まなければならない問題としては, これまでの移動床水理学の成果を水系一貫レベルへ拡張する問題や, 逆に局所的な生息場に絡んだマイクロスケールでの非平衡現象に関する問題が残っているが, 現象の概略を知り, 管理に生かすという視点では, 既に高いレベルに到達したといえるだろう. このレベルでは, 現象に固有な問題の克服による精度確保への努力が必要である一方で, ある種の「冒険」も必要であろう. 後者では, 最近, 河道, 堤防, 氾濫原全体を一体化して移動床場として扱い, 破堤時の地形変化, 氾濫流の伝播を計算してみた例がある (図 14, 15 参照, 辻本ほか, 2005). いかにとも乱暴ではあるが, 防災力の向上に向けて, 堤防強化, 堤防周辺対応などの施策比較などには充分耐えるものと期待される.

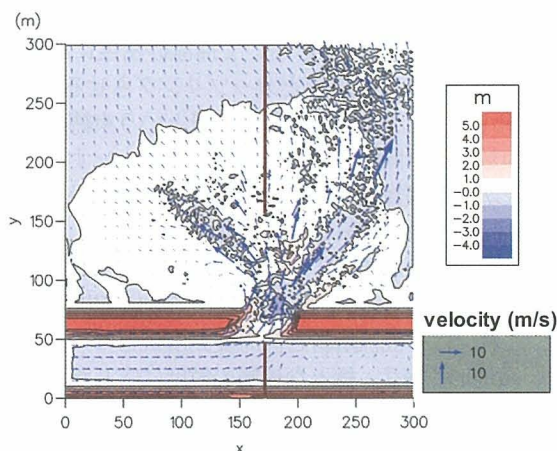


図 14 破堤と氾濫流

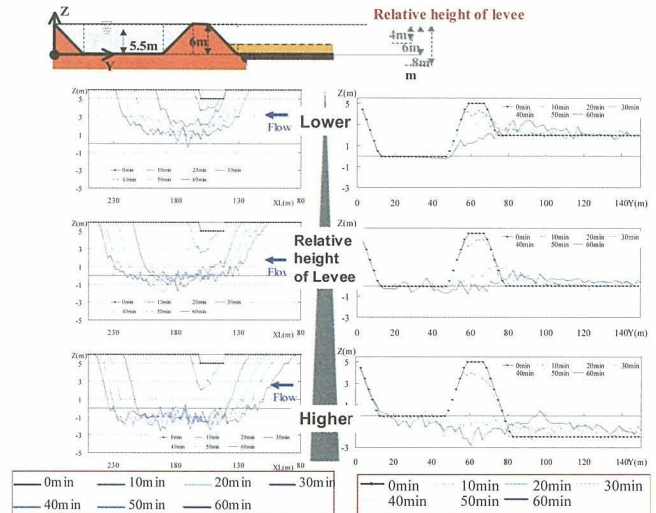


図 15 破堤部の拡大過程

9. もう一度線形化の視点

最後にもう一度, 線形化のような基本的な手法の重要性について述べておきたい. ささまざまな現象は, 入力に対するシステムの出力と捉えることができる. たとえば, 出水という流量変化に対する流砂量の応答について考えてみよう. 定常問題では, 流量と流砂量の間には 1 対 1 の関係がある. もし, 流れの非定常性が流砂現象に大きな影響を与えるとすれば, 非定常な流砂量は線形近似によって次のように書けるだろう.

$$Q_B = \alpha Q + \beta \frac{\partial Q}{\partial t} \quad (26)$$

流量波形を

$$Q(t) = a \sin \omega t \quad (27)$$

と正弦波表示し ($\omega = 2\pi/T_f$, T_f は洪水の時間スケール), これに対する流砂量時間波形を

$$Q_B(t) = r_1 \alpha a \sin(\omega t - \phi_1) \quad (28)$$

と表すと

$$r_1 = \sqrt{\alpha^2 + (\beta\omega)^2}; \quad \arctan \phi_1 = -\frac{\beta\omega}{\alpha} \quad (29)$$

となり, 定常流砂量式を使った解析の結果 ($Q_B(t) = \alpha a \sin \omega t$) に比べると, 増幅かつ位相の進みが認められる.

一方, もし河床形態などが洪水時の水理条件に対する応答に遅れが生じるような状況があれば, そのインパルス応答を $f_R(\tau)$ と書くと

$$Q_B(t) = \alpha \int_{-\infty}^0 Q(t-\tau) f_R(\tau) d\tau \quad (30)$$

のように表される. このときの流砂量時間波形を

$$Q_B(t) = r_2 \alpha a \sin(\omega t - \phi_2) \quad (31)$$

と表し, 指数関数型のインパルス応答を仮定すると

$$r_2 = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega T_R)^2}}; \quad \arctan \phi_1 = \omega T_R \quad (32)$$

となり、定常流砂量式を使った解析の結果に比べてピークの抑制かつ位相の遅れが認められる。

実際に、礫床の急勾配流路では前者のパターンが、砂床流路で河床波が形成される場合には後者のパターンが現れる (Tsujiimoto and Graf, 1988)。

このように、現象の奥に潜むキーマニズムはしっかり見通すことが必要であり、そのような見通しに対して線形化のような基本的な手法は今なお有効である。

10. あとがき

本文では、流砂・移動床現象を題材に、現象に着目した応用力学の問題について様々な視点からのアプローチを紹介した。河川は、力学の対象としても興味深いし、現実の問題を認識することによって様々な広がりを見出すこともできる。また問題が複雑で多様であるから、ひとつの視点にこだわったとしても、まだまだ十分な研究課題が見つかるであろう。今後とも、多くの研究者が河川の力学問題に取り組むことが望まれる。

最後に、応用力学の分野での「河川現象」へのチャレンジが、一面的な視点に縛られて萎縮するようなことがあってはならないことを強調して筆を擱きたい。

参考文献

- 1) Tsujimoto, T.: Fluvial processes in streams with vegetation, *J. Hydraul. Res.*, IAHR, Vol.4, No.6, 1999.
- 2) Einstein, H.A.: Der Geschiebetrieb als Wahrscheinlichkeitsproblem, *Mit. VW*, ETH, 1937.
- 3) Einstein, H.A.: The bed load function for sediment transportation in open channel flows, *Tech. Bull.* No.1026, USDA, SCS, 1950.
- 4) Nakagawa, H. and Tsujimoto, T.: Sand bed instability due to bed load motion, *J. Hydraul. Div.*, ASCE, Vol.106, HY12, 1980.
- 5) Kennedy, J.F.: The mechanics of dunes and antidunes in erodible-bed channels, *J. Fluid Mech.*, Vol.16, Part 4, 1963.
- 6) Nakagawa, H. and Tsujimoto, T.: Sand bed instability due to bed load motion, *J. Hydraul. Eng.*, ASCE, Vol.110, No.4, 1984.
- 7) Tsujimoto, T.: Instability of longitudinal distribution of fluvial bed-surface composition, *J. Hydrosience & Hydraul. Eng.*, JSCE, Vol.7, 1990.
- 8) Yalin, M.S. and Krishnappan, B.G.: A probabilistic method for determining the distribution of suspended solids in open channels, *Proc. Int. Sym. River Mech.*, Bangkok, Thailand, Vol.1, 1973.
- 9) 辻本哲郎: 乱流による土砂輸送—浮遊砂の拡散係数に関する検討, 第30回水理講演会論文集, 1986.
- 10) Kerstens, P.J.M., Prins, A. and van Rijn, L.C.: Model for suspended sediment transport, *J. Hydraul. Div.*, ASCE, Vol.105, HY5, 1979.
- 11) 辻本哲郎・中川博次: 掃流粒子の Saltation の確率過程論的解析, 土木学会論文集, No.345/II-1, 1983.
- 12) 後藤仁志・辻本哲郎・中川博次: 流体・粒子相互作用系としての掃流層の数値解析, 土木学会論文集, No. 485/II-26, 1994.
- 13) 清水義彦・辻本哲郎・中川博次: 直立性植生層を伴う流れ場の数値計算に関する研究, 土木学会論文集, No. 447/II-19, 1992.
- 14) 辻本哲郎・赤城里至: 不規則継続跳躍モデルと $k-\epsilon$ 乱流モデルを用いた飛砂の運動と風の解析, 海岸工学論文集, Vol.41, 1994.
- 15) 日野幹雄: 固体粒子を浮遊した流れの乱流構造の変化, 土木学会論文集, No. 92, 1963.
- 16) Tsujimoto, T., Gotoh, H. and Nakagawa, H.: Open-channel flow with suspended sediment particles, *Proc. XXVth Congress of IAHR*, London, U.K., Vol.2, 1995.
- 17) Egiazaroff, I.V.: Calculation of nonuniform sediment concentration, *J. Hydraul. Div.*, ASCE, Vol.91, HY4, 1965.
- 18) 平野宗夫: Armoring を伴う河床低下について, 土木学会論文報告集, No.195, 1971.
- 19) Tsujimoto, T.: Sediment transport processes and channel incision: Mixed size sediment transport, degradation and armouring, *Incised River Channels*, Chap.3, edited by S.E. Darby & A. Simon, Wiley, 1999.
- 20) 辻本哲郎・藤田光一: 流砂系管理にむけての学術・技術の展開の方向, 河川技術論文集, Vol.10, 2004.
- 21) 中川博次・辻本哲郎: 河床波の発達過程に関する実験的考察, 京大防災研究所年報, No.19B2, 1976.
- 22) 辻本哲郎・北村忠紀・中川博次: 植生層構造の不安定現象としての穂波の形成機構, 水工学論文集, Vol.39, 1995.
- 23) Tsujimoto, T.: Suspension and transition from saltation to suspension, *Proc. Euromech* 215, 1987.
- 24) 中川博次・辻本哲郎・後藤仁志・渡辺幹広: 粒子間干渉を考慮した掃流層の数値シミュレーション, 水工学論文集, Vol.37, 1993.
- 25) 寺本敦子・辻本哲郎: 砂州を伴う河道の低水路河岸侵食に関する数値解析, 水工学論文集, Vol.47, 2003.
- 26) 寺本敦子・辻本哲郎: 砂州形状の特性と平水時の流路構造, 水工学論文集, Vol.50, 2006.
- 27) Pompromin, A. and Izumi, N.: Nonlinear stability analysis of alternate and multiple bars, *Proc. RCEM 2001*, IAHR, Obihiro, Japan, 2001.
- 28) Pompromin, A., Teramoto, A., Izumi, N., Kitamura, T. and Tsujimoto, T.: Alternate and multiple bars simulation by NHSED2D model, *Jour. Applied Mech.*, JSCE, Vol.5, 2002.
- 29) 辻本哲郎・鷺見哲也・寺本敦子・前田和: 破堤拡大過程と河川特性の関係について, 河川技術論文集, Vol.11, 2005.
- 30) Tsujimoto, T. and Graf, W.H.: Bed-load transport in unsteady flow, *Proc. 6th Cong. APD-IAHR*, Kyoto, Japan, 1988.

(2006年5月24日 受付)