

動力学に基づく震源インバージョン手法の非線形性に関する考察

Nonlinearity characteristic of a dynamic source inversion problem

後藤浩之*・澤田純男**・本田利器***

Hiroyuki GOTO and Sumio SAWADA and Riki HONDA

*学生会員 工修 京都大学 防災研究所(〒610-0011 京都府宇治市五ヶ庄)

**正会員 工博 京都大学助教授 防災研究所(〒610-0011 京都府宇治市五ヶ庄)

***正会員 工博 京都大学助手 防災研究所(〒610-0011 京都府宇治市五ヶ庄)

Dynamic rupture model was proposed to simulate source rupture processes based on physical relationship between the stress and strain field near the fault plane. However, if we use dynamic rupture model for inversion analysis, it is difficult to find a global minimum because of a high nonlinearity caused by the inversion method. We propose a stage by stage inversion process, in which the number of the estimated parameters increase as the stage proceeds, in order to give adequate initial values and to estimate the optimal resolution of the inversion problem.

Key Words : dynamic source inversion, nonlinear inversion, multiscale inversion

1. はじめに

近年、地震計網の充実と共に強震動記録を用いた震源断層の破壊過程が様々な地震について推定されている。推定された断層の破壊過程は、入力地震動の構成要素の一つである震源モデルの構築に有用である。

しかし、現在広く実施されている推定手法は運動学に基づいて断層の滑り分布を推定する手法であり、未知変数が多いために時空間上で平滑化フィルタを施した滑り分布が用いられる。一方で、動力学的な破壊を考慮した震源モデルでは、その支配パラメタが時間に依存しないため、未知変数が少なく平滑化フィルタを施さない手法の存在が期待される。この手法は運動学に基づく手法より高解像度な震源像が得られる可能性を含むため、耐震設計に有用な周波数帯域である比較的短周期成分を含む入力地震動の構成に有用な情報を与えると考えられる。

Payrat and Olsen¹⁾は動力学に基づく震源破壊現象を考慮した震源インバージョン手法を提案し、Neighbourhood Algorithm²⁾による最適解の探索を試みた。しかし、この手法は計算時間を要するため、これに対して鋭敏性を除去した高速化手法³⁾が提案されている。本論文では、鋭敏性を除去した定式化の概略を説明し、定式化された逆問題の非線形特性と段階的に領域分割数を増加させる手法がその問題の克服に有効であることを述べる。

2. 逆解析手法の定式化

動力学に基づく震源の破壊現象が境界積分方程式⁴⁾と断層の滑り弱型摩擦構成則⁵⁾とに支配されているとすれば、この2つの方程式から断層の滑り変位を陽に与える式を導出でき、これに表現定理を用いて地表面波形と関係付けることが可能である。ここで、初期表面力、降伏表面力、残留表面力、滑り弱型距離を破

壊現象の支配パラメタとすれば、この支配パラメタから地表面波形が直接計算できる。

しかし、破壊開始を支配するパラメタである降伏表面力は、その値の微小変化に対して滑り変位が鋭敏に変化する可能性がある。この機構を図-1に示す。滑り変位に含まれるこのような鋭敏性は、逆問題として構成された評価関数に不連続を引き起こすため、降伏表面力を直接推定するならばランダムサーチ法などの時間を要する逆解析手法を適用せざるを得ない。

そこで、降伏表面力に替えて破壊開始時刻を推定変数に用い、破壊開始の判定に破壊開始時刻を用いる。破壊開始時刻はその値の微小変化に対して滑り変位の変化が滑らかであるため、偏微分を要する逆解析手法が適用可能となる。破壊開始時間をパラメタとしたことにより、他の支配パラメタ間の独立性を再検討すると、集約動的パラメタと称する互いに独立な支配パラメタの組が構築できる。集約動的パラメタは破壊開始時刻、滑り弱型距離、動的応力降下量からなり、この集約動的パラメタを未知変数とした逆解析を行う場合、各要素の未知変数は3個となる。

定式化された逆問題を以下に示す。

$$J = \frac{1}{2}(\mathbf{u} - \mathbf{h}(\mathbf{x}))^T \cdot (\mathbf{u} - \mathbf{h}(\mathbf{x})) \rightarrow \min. \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{x}$ は集約動的パラメタから成る推定パラメタ、 $\mathbf{u}$ は地表面波形から成る観測量、 $\mathbf{h}$ は集約動的パラメタから計算される地表面波形を表す。本論文では、この目的関数 J に対する非線形最小化問題を共役勾配法を用いて数値的に解く。ただし、破壊開始点の位置とその時刻は既知であるとする。

3. 数値解析例

8×8の分割数を有する断層モデルを対象に、表-1に示す静的応力降下量 T_0 、動的応力降下量 T_C 、滑り

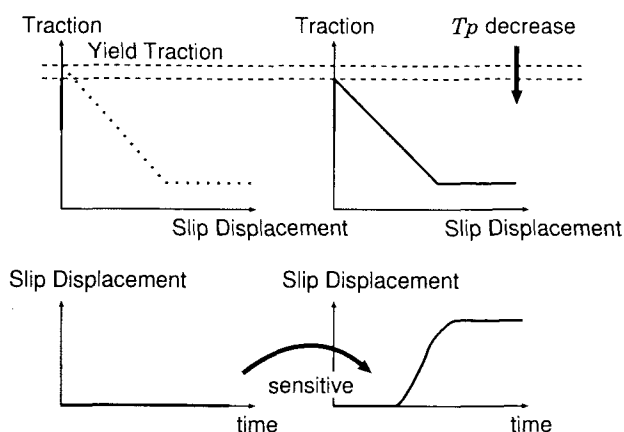


図-1 降伏表面力 T_p に起因する鋭敏性の機構

表-1 推定する断層パラメタ

	T_0 [MPa]	T_C [MPa]	D_C [m]
アスぺリティ	1.27	1.41	0.0325
背景領域	0.778	0.849	0.0325
発震点	1.48	1.41	0.0325

表-2 断層の物性および計算条件

rake[deg]	ρ [t/m ³]	v_s [m/s]	v_p [m/s]
45	2.9	3800	6500
Δx [m]	Δt [s]	N_x	N_z
800	0.01	8	8

弱化距離 D_C を地表面波形から推定することを目的とした数値解析を行う。断層上には応力降下量の大きいアスぺリティ領域を配置する。断層面の傾斜角が 90° の場合と 0° の場合における断層モデルと観測点の位置関係、およびアスぺリティ領域の位置を図-2 に示す。断層上の要素数は 8×8 で、観測点を地表面に24個配置する。また、設定されたパラメタと断層モデルから計算される最終滑り量分布と静的応力降下量分布、動的応力降下量分布を図-3 に示す。推定結果に関する議論はこれと比較することで行う。さらに、与えた断層の物性および計算条件を表-2 に示した。

3.1 初期値と感度

各推定パラメタが地表面波形の長周期成分に及ぼす影響を確認するため、地表面波形の感度を比較する。破壊開始時刻 t_1 、滑り弱化距離 D_C 、動的応力降下量 T_C を真値に設定した場合とそれぞれを真値と異なる値に設定した場合の全ての組合せについて比較するため、図-2 中に示した観測点 A における x 成分(断層走向方向)に対し、 $0.01 - 1.0$ Hz の長周期成分から成る変位波形を計算し、図-4 に示した。図-4 (a) は真値

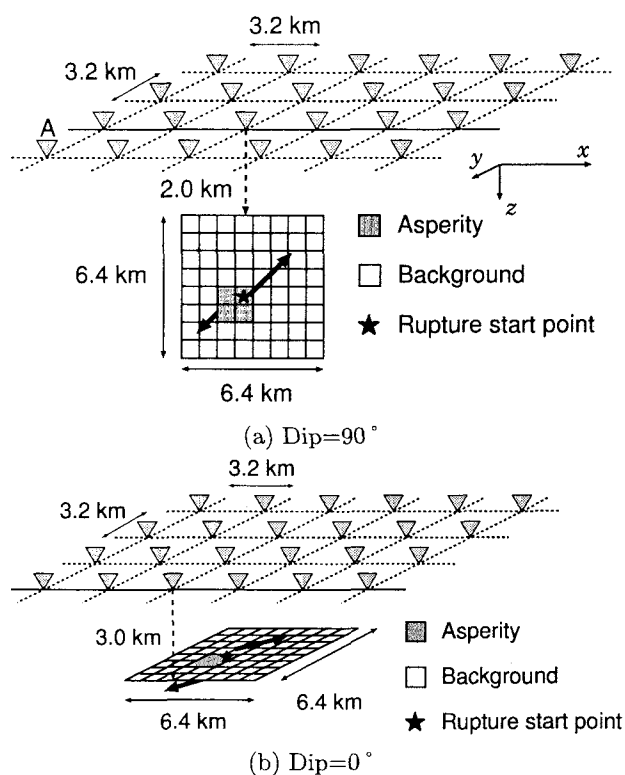


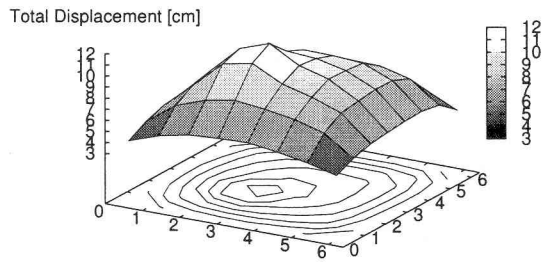
図-2 断層と観測点の位置関係

でない場合に破壊が S 波速度で伝播すると仮定した場合、図-4 (b) は S 波速度の 0.8 倍で伝播すると仮定した場合の比較である。真値でない場合の値として、滑り弱化距離は 0.025 m、動的応力降下量は 0.722 MPa を仮定した。

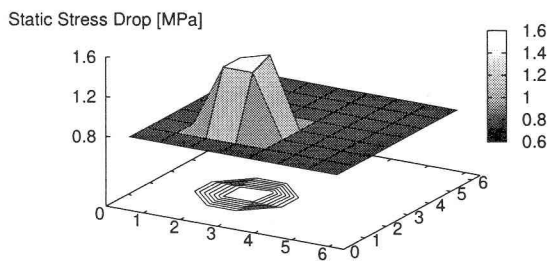
真値でない場合に破壊が S 波速度で伝播するとした場合、全てのパラメタに真値を与えて計算した変位波形と、それぞれのパラメタに真値と異なる値を与えて計算した変位波形とを比較すると、動的応力降下量 T_C が真値であれば、全て真値を与えて計算された波形と T_C が真値でない場合と比較して振幅が似ていることがわかる。これは、図-4 (a) の波形 1, 2, 3, 7 がそれぞれ波形 4, 5, 6 よりも似ていることに対応する。しかし、動的応力降下量 T_C に真値を与えない場合でも、全てのパラメタが真値でないとした波形 8 に限り、波形 4, 5, 6 よりも波形 1 と似ている。すなわち、破壊速度が速くて滑り弱化距離、動的応力降下が小さいケースと破壊速度が遅くて滑り弱化距離、動的応力降下量が大きなケースでは、長周期成分からなる変位波形で区別することが難しいことを示唆する。

動的応力降下量が大きな値を有する場合、滑り関数の立ち上がりは鋭くなり、小さな値の場合は緩くなることから、長周期成分で比べた場合に両者の違いを検出することは難しい。これを図-5 に示す。破壊開始時刻が早く、滑り関数の立ち上がりが緩い場合(図-5, 左図)と、破壊開始時刻が遅く、滑り関数の立ち上がりが鋭いケース(図-5, 右図)では、最終滑り量に大きな違いが生じなければ区別しにくいと考えられる。

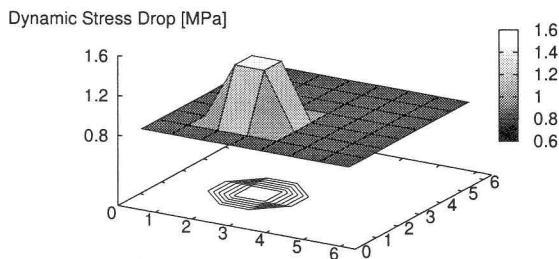
そこで、破壊が S 波速度の 0.8 倍とした場合について、同様の検討を行う。図-4 (b) に示した結果では、全



(a) 最終滑り量分布



(b) 静的応力降下量分布



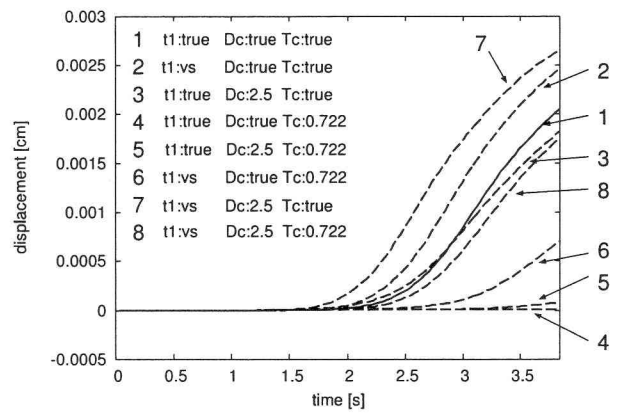
(c) 動的応力降下量分布

図-3 設定した真値の分布

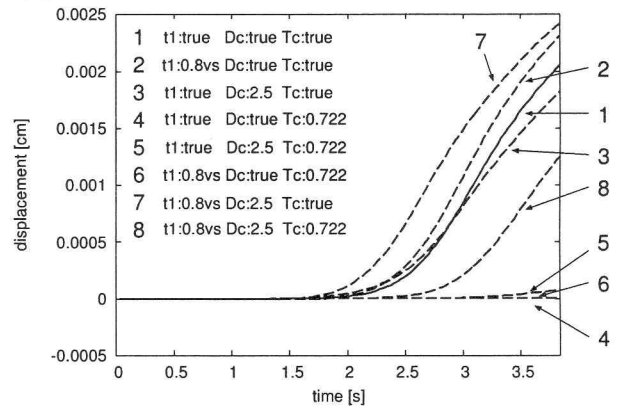
てが真値でないとした波形 8 が全て真値を与えて計算した波形 1 と振幅が似ていないことがわかる。一方で、波形 1, 2, 3, 7 が似ている傾向は、図-4 (a) と同じである。すなわち、破壊伝播速度が真値付近に設定されているという条件付きであるが、長周期成分からなる変位波形は動的応力降下量のみ依存すると仮定する。

3.2 長周期成分からなる変位波形で推定された結果

長周期成分からなる変位波形を観測量として、動的応力降下量のみを推定パラメタとした推定を初期値 $T_C = 0.722$ MPa に対して試みる。ここで、残る集約動的パラメタである t_1 と D_C を真値でない初期値に固定し、その値は破壊が S 波速度の 0.8 倍で伝播するとした場合の破壊開始時刻、 $D_C = 0.025$ m とした。図-6 に推定された最終滑り量分布、静的応力降下量分布、動的応力降下量分布を示す。それぞれの真値と比較すると



(a) 破壊開始時刻が S 波速度で伝播すると設定した場合



(b) 破壊開始時刻が S 波速度の 0.8 倍で伝播すると設定した場合

図-4 集約動的パラメタに対する変位波形 (0.01 - 1.0 Hz) の感度 (Case Dip=90°)

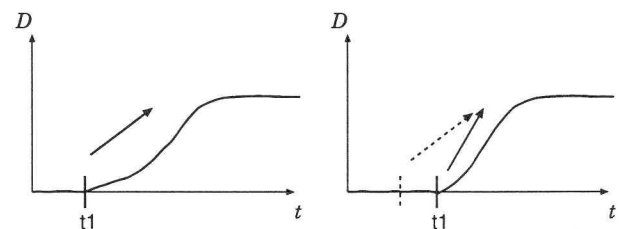
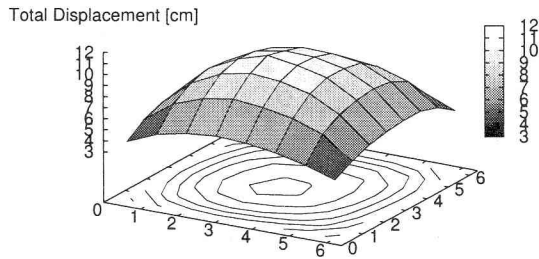


図-5 破壊開始時刻と滑り関数の立ち上がりとの関係

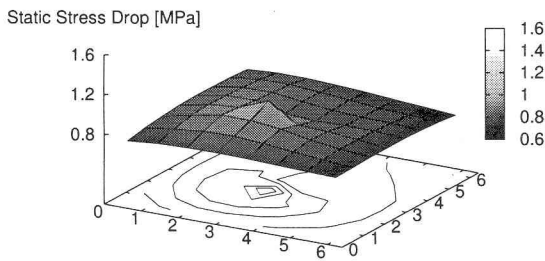
応力分布についてその形状が大きく異なることがわかる。やや大きな応力降下量が設定したアスペリティ位置に再現されているものの、その値は真値のものと異なる。

一方、0.01 - 1.0 Hz の長周期の変位波形で構成される観測量と、推定された値から計算された値との比較を図-7 に示した。応力分布形状は大きく異なるものの、波形の再現性がよいことが確認できる。これは、図-6 に示された推定結果がこの 0.01 - 1.0 Hz の長周期成分による推定の解像度上の限界であることを示している。

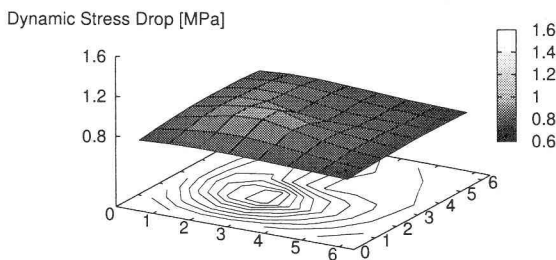
そこで、この推定値を用いて各観測点における加速度波形を計算し、より短周期成分である 0.3 - 5.0 Hz 成分に対して Wavelet 変換を施して得られた各時間周波数領域の値である Scalogram を計算する。地表面波形に対しても同様に計算し、その Scalogram により構



(a) 最終滑り量分布



(b) 静的応力降下量分布



(c) 動的応力降下量分布

図-6 長周期成分 (0.01 – 1.0 Hz) からなる変位波形による推定結果 (Case Dip=90°)

成された観測量を推定値により構成されたものと比較して図-8に示す。図-7の変位波形と異なり、観測量と完全に一致しない部分があることから、この観測量は長周期成分のものより推定パラメタに対する情報を有している可能性がある。

3.3 短周期成分を導入して推定された結果

短周期成分からなる地表面波形が長周期成分のものより震源の情報を有している可能性があることから、0.3 – 5.0 Hzの加速度波形のWavelet変換によるScalogramと0.01 – 1.0 Hzの変位波形を共に観測量として推定を行う。

長周期成分からなる変位波形から推定された動的応力降下量の分布をその初期値として、全ての集約動的パラメタを推定した。図-9に推定された最終滑り量分

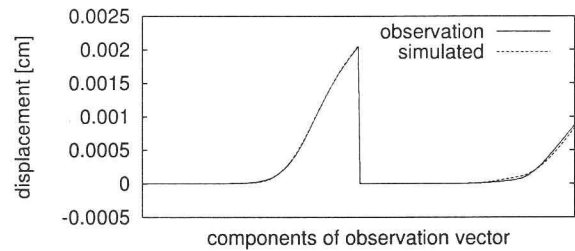


図-7 長周期成分 (0.01 – 1.0 Hz) からなる変位波形で構成された観測量の比較 (Case Dip=90°)

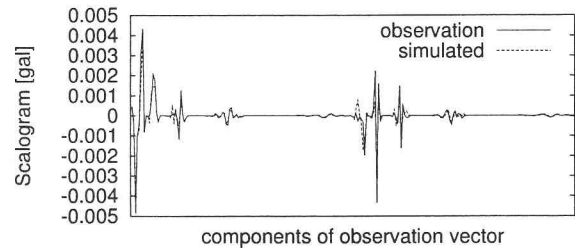


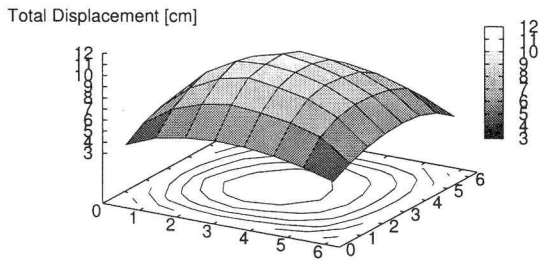
図-8 加速度波形のWavelet変換によるScalogramで構成された観測量の比較 (Case Dip=90°)

布、静的応力降下量分布、動的応力降下量分布を示す。図-3に示した真値の分布形状と比較すると、静的応力降下量および動的応力降下量が已然として異なることが確認できる。しかし、図-10に示した観測量の比較では、両者がほとんど一致していることから、推定された図-9の分布が地表面波形に含まれる情報下で真値と区別できないことを示している。

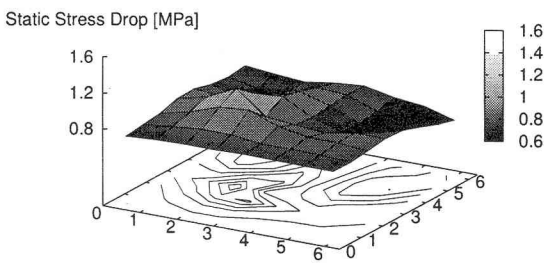
また、推定された最終滑り量分布と真値の最終滑り量分布に大きな違いが見られず、アスペリティに設定した領域に表れるやや滑り量の大きな部分が推定結果から得られた分布に見られないだけである。この差が静的応力降下量と動的応力降下量の分布形状の違いを示しており、地表面波形からこの違いが検出できる程度の情報を有していなければ、真値の応力降下量分布を再現することができない。すなわち、地表面波形に含まれる震源の情報量と推定パラメタの解像度は密接な関係があると考えられる。そこで、この解像度の限界が観測点の配置により引き起こされたのかを確認するために、解像度の増加が期待される断層傾斜角0°の場合について同様のパラメタ推定を行う。

3.4 傾斜角0°の断層に対する推定結果

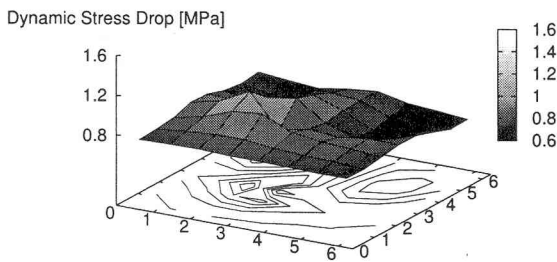
図-2(b)に示すような傾斜角が0°の断層を対象にパラメタの推定を行う。まず、傾斜角90°の場合と同様に0.01 – 1.0 Hzの変位波形からなる観測量に対し、破壊開始時刻と滑り弱化解距離を固定して動的応力降下量の値を推定する。得られた動的応力降下量の分布を用いてさらに、0.3 – 5.0 Hzの加速度波形にWavelet変換を施して得られたScalogramを観測量に加え、全てのパラメタを推定した。その結果得られた最終滑り量分布、静的応力降下量分布、動的応力降下量分布を図-11に、観測量と推定結果から計算されたものとの比較を図-12に示す。推定された応力分布の形状は真



(a) 最終滑り 量分布



(b) 静的応力降下量分布



(c) 動的応力降下量分布

図-9 短周期成分を導入した推定結果 (Case Dip=90°)

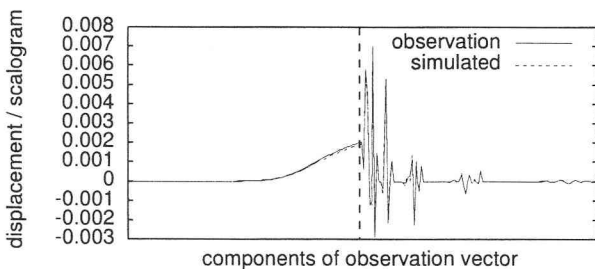
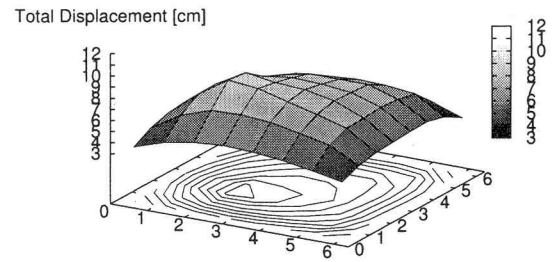


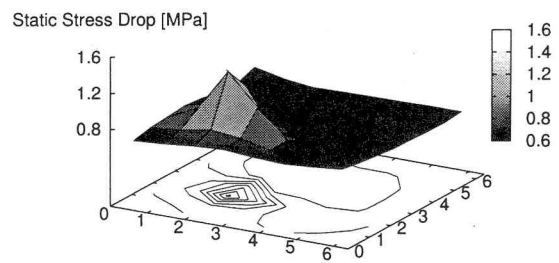
図-10 短周期成分を導入した場合の観測量の比較 (Case Dip=90°)

値を完全に再現していないものの、傾斜角が 90°の場合における推定結果と比べて、設定した矩形アスペリティの部分に高い応力降下量を有する領域の存在が得られた。

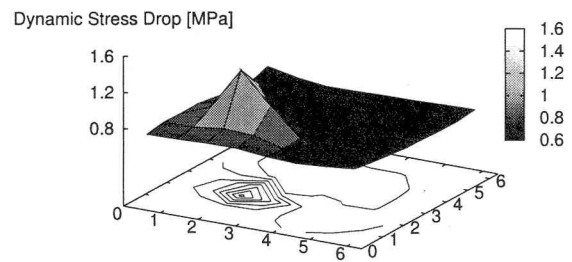
傾斜角の違いにより得られる応力降下量分布が異な



(a) 最終滑り 量分布



(b) 静的応力降下量分布



(c) 動的応力降下量分布

図-11 推定結果 (Case Dip=0°)

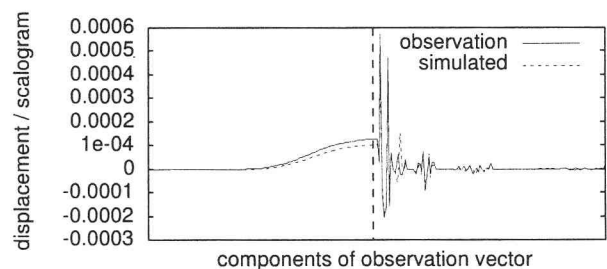
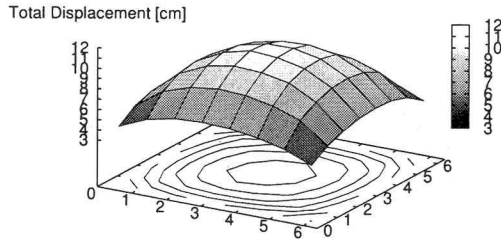
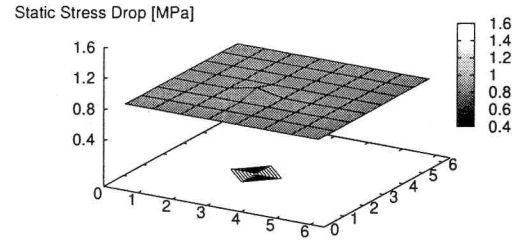


図-12 観測量との比較 (Case Dip=0°)

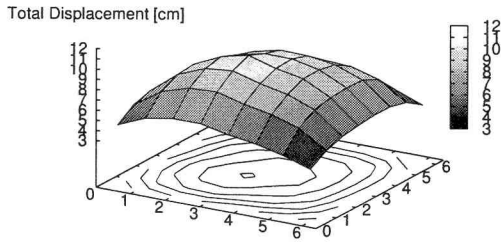
るという結果は、観測に含まれる震源の情報を傾斜角 0°の方がより有しているためと考えられる。理由の1つとしては、傾斜角 90°における観測点のうち断層面を対称面として独立でないものが存在し、独立な観測点が 0°の場合より少ないこと。また、もう1つとしては、観測点が断層面を取り囲むようにして配置されて



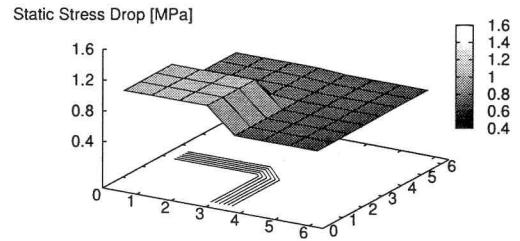
(a) 1×1



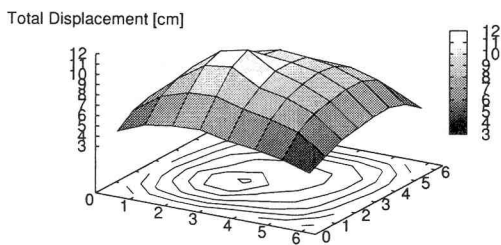
(a) 1×1



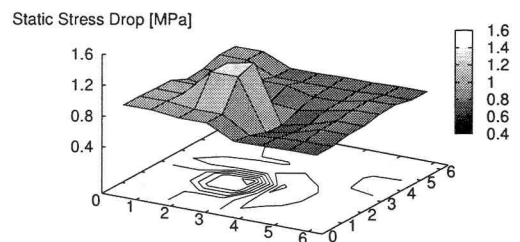
(b) 2×2



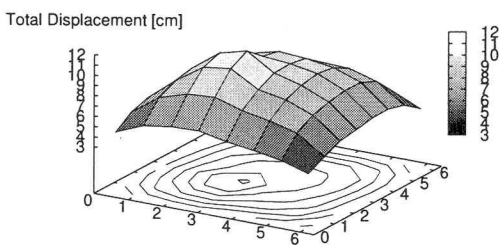
(b) 2×2



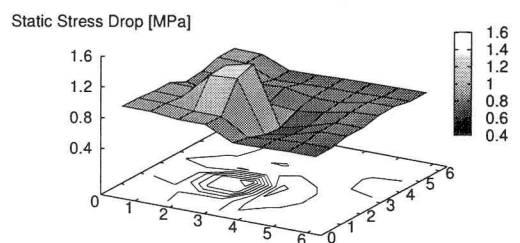
(c) 4×4



(c) 4×4



(d) 8×8



(d) 8×8

図-13 最終滑り量分布 (Dip= 90°)

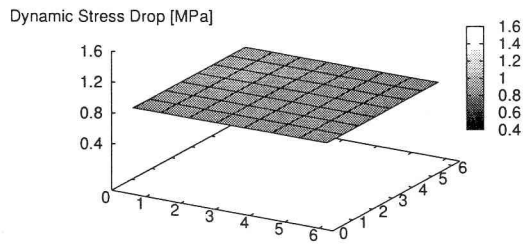
図-14 静的応力降下量分布 (Case Dip= 90°)

いるか否かによると考えられる。断層面上の要素からの観測点に対する方向に違いが少なければ、地表面波形に含まれる震源の情報が観測点毎にほぼ同じとなり、推定可能な解像度が下がると想像できる。いずれにせよ、その断層位置や傾斜と観測点の配置に依存した、推定パラメタの解像度が存在していると考えられる。断層の傾斜角が 0° の場合は 8×8 の断層分割数に対して

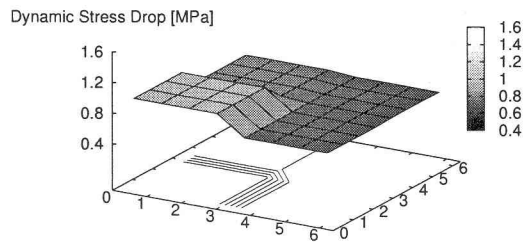
もある程度の解像度を有しているが、傾斜角が 90° の場合では明らかに 8×8 の動的パラメタ全てを真値付近に推定できるほどの情報を地表面波形が有していない。

3.5 分割数を段階的に増加させる手法

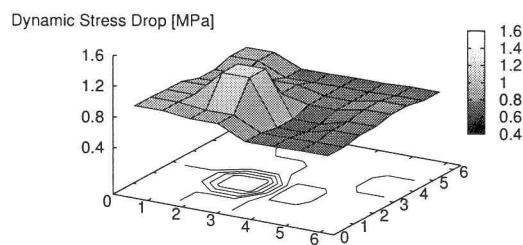
設定された断層位置、傾き、観測点の配置によって推定することの出来るパラメタの次元が異なる可能性が



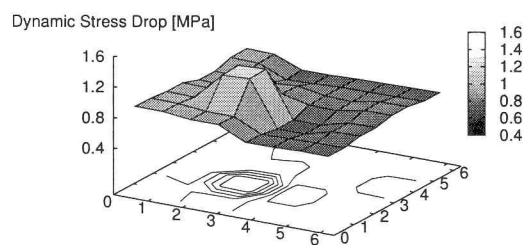
(a) 1 × 1



(b) 2 × 2



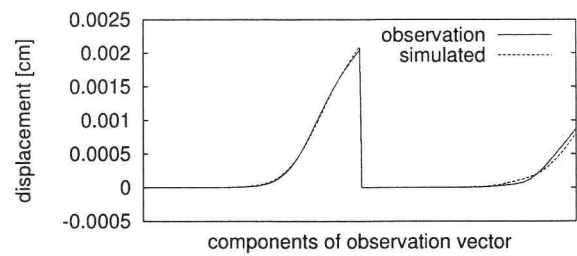
(c) 4 × 4



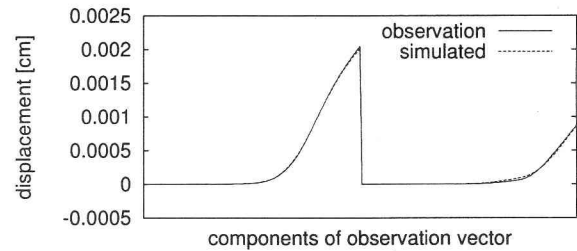
(d) 8 × 8

図-15 動的応力降下量分布 (Case Dip=90°)

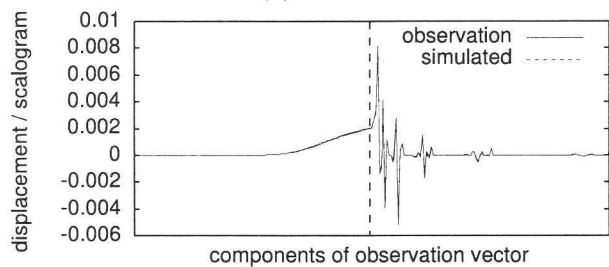
あることを述べた。その解像度を確認しながら推定することができれば、その問題設定における解像度を上回る自由度で推定を行うことを防ぐことができる。そこで、推定パラメタが断層上に存在する小領域内で一定値をとると仮定し、それを徐々に細かくしながら改善が見られなくなるまで続ける手法を考える。分割数毎に推定を行うことからそれぞれをステージと称し、あ



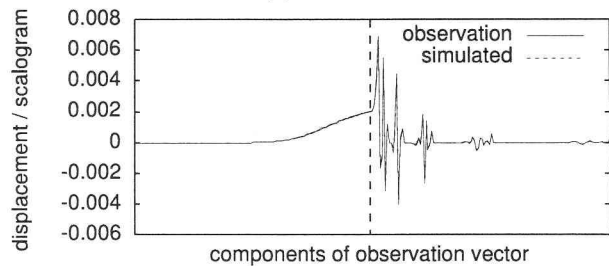
(a) 1 × 1



(b) 2 × 2



(c) 4 × 4



(d) 8 × 8

図-16 観測量と各ステージの推定結果から計算された値の比較 (Case Dip=90°)

るステージのパラメタ推定においては、前ステージの推定結果を推定パラメタの初期値として用いる。あるステージでその問題設定では推定できない解像度に達した場合、前ステージの推定結果がすでに局所的最適解を与えるため、解の改善が行われず、適切な最適解像度で推定が終了すると考えられる。

また、3.2, 3.3で述べたように、長周期成分による推定結果を短周期成分による推定の初期値として用いることで局所的最適解に陥ることを避けてパラメタを推定することができた。これは、観測量として用いられる周波数成分によって非線形性の影響が異なり、長周期成分からなる観測量は推定パラメタに対する非線形性が比較的弱いため、その有する情報は少ないものの安定した推定が行えたためと考えられる。そこで、ステージが進むにつれて用いる観測量に段階的に短周期成分を加えていく。

傾斜角 90° の断層モデルを対象としてこの手法を適用する。まず、推定パラメタが断層上で一定であると仮定した 1×1 の小領域数のモデルに対して、 $0.01 - 1.0$ Hz の変位波形を観測量としてパラメタを推定した。この推定結果を初期値として 2×2 のパラメタ推定を、そして同様に順次 4×4 , 8×8 の小領域数の推定を実行した。それぞれのステージにおける観測量として、ステージ 2×2 では $0.01 - 1.0$ Hz の変位波形、ステージ 4×4 では $0.01 - 1.0$ Hz の変位波形と $0.01 - 2.0$ Hz の加速度波形に Wavelet 変換を施して得られた Scalogram、ステージ 8×8 では $0.01 - 1.0$ Hz の変位波形と $0.01 - 3.0$ Hz の加速度波形の Scalogram とした。ただし、動力学に基づく破壊現象は全て 8×8 の要素分割により計算し、破壊を支配する集約動的パラメタが小領域内で一定であるとして計算している。

図-13, 14, 15 に各ステージで推定された最終滑り量分布、静的応力降下量分布、動的応力降下量分布を示す。ここで、図-14 に示す静的応力降下量が小領域内で一定値を示さない理由は、静的応力降下量が破壊開始時刻だけでなく、滑り変位時刻歴に依存するためである。

静的応力降下量と動的応力降下量では 1×1 から 4×4 とパラメタの自由度を徐々に増加させるに伴い、解像度の改善が見られる。しかし、 4×4 から 8×8 と変化させても分布形状がほぼ変化しないことから、この断層位置、傾き、観測点配置により可能な推定パラメタの解像度は多くて 4×4 であることがわかる。すなわち、図-9 に示したように真値と異なる応力分布形状に収束してしまう要因として、その解像度を越える分割数で推定パラメタの未知数を設定したことの影響があると考えられる。また、図-16 に示した観測量との比較から、各ステージで局所的最適解に陥らずに推定されていることもわかる。

4. まとめ

本論文では、鋭敏性を除去して定式化された動力学に基づく震源インバージョン手法と集約動的パラメタの概略を述べた上で、数値解析を通じてこの手法の有する非線形特性について述べた。従来の空間的に平滑化を施して震源像を推定する手法では、滑らかな応力分布が得られるが、応力分布が滑らかである根拠はない。本提案手法のように平滑化の条件を除けば、より一般的な解を得ることが可能である。

集約動的パラメタに含まれる動的応力降下量は、地表面波形の長周期成分に寄与することを示した。また、地表面波形の短周期成分は長周期成分と異なる震源の

情報を有しており、長周期成分を用いた逆解析の結果を初期値とすることで局所的最適解ではない推定結果を得た。

しかし、真値と異なる応力分布であるにも関わらず同じ地表面波形を再現できる可能性が示された。断層の傾きが異なるケースで考察することにより、それが設定された断層の位置・傾き、地表面観測点の配置に依存した解像度レベルの存在に依るものであることを明らかにした。また、地表面波形に含まれる情報のみを増加させただけでは適切な解像度のモデルであることが保証されず、推定パラメタの自由度が高く設定されている場合に適切な解が得られないことが数値解析例から示唆された。

さらに、問題設定に依存する解像度を確認可能な手法として、推定パラメタが一定値をとる小領域の数を段階的に増加させながら推定する手法を提案した。この手法による推定結果は真値の応力分布の再現にほぼ成功した。これは、各ステージの推定結果が局所的最適解に達していないことから、局所的最適解を避けながら徐々に解像度を上げることに成功したためと考えられる。

総じて、大まかなモデルを大まかな情報の下で推定し、その推定結果に基づいてモデル解像度と観測に含まれる情報を徐々に上げて推定することで、非線形最適化問題に含まれる局所的最適解の回避ができる一例を示した。

参考文献

- 1) Payrat, S and K. B. Olsen: Nonlinear dynamic rupture inversion of the 2000 Western Tottori Japan, Earthquake, *Geophysical Research Letters*, Vol.31, L05604, 2004.
- 2) Sambridge, M.: Finding acceptable models in nonlinear inverse problems using a neighbourhood algorithm, *Inverse Problems*, Vol.17, pp.387-403, 2003.
- 3) 後藤浩之・澤田純男: 断層破壊動力学に基づく震源インバージョン解析の鋭敏性除去による高速化, 土木学会第60回年次学術講演会, 2005.
- 4) Fukuyama, E. and R. Madariaga: Rupture dynamics of a planar fault in a 3D elastic medium: rate- and slip-weakening friction, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol.88, pp.1-17, 1998.
- 5) Ida, Y.: Cohesive force across the tip of a longitudinal-shear crack and Griffith's specific surface energy, *J. Geophys. Res.*, Vol.77, pp.3796-3805, 1972.

(2005 年 4 月 15 日 受付)