

地震応答解析結果に及ぼす地震動離散化の影響

Influence of Time Discretization of Recorded Seismic Motion on Earthquake Responses

酒井久和*, 吉田望**, 澤田純男***

Hisakazu SAKAI, Nozomu YOSHIDA and Sumio SAWADA

*工博, 防災科学技術研究所, 地震防災フロンティア研究センター (〒761-0073 神戸市中央区脇浜海岸通 1-5-2)

** 工博 東北学院大学教授, 工学部環境土木工学科 (〒985-8537 多賀城市中央 1-13-1)

*** 工博 京都大学教授, 防災研究所 (〒611-0011 京都府宇治市五ヶ庄)

We investigated the influence of time discretization of ground motions on their spectral characteristics, and response of multi-degree of freedom systems. Two interpolation functions are investigated; a piecewise linear interpolation, and a cubic spline interpolation. Response spectra of three earthquake motions indicate that difference appears for frequencies above 5 Hz. Similar earthquake response analyses of model ground show a very small difference in acceleration time history, but large differences in response spectra for frequencies above 20 Hz. The analyses show that the effect re-sampling of ground motions are negligible in the most frequency range of engineering interest. For some cases effect on high frequency range might be important.

Key Words: earthquake response analysis, seismic motion, cubic spline interpolation, piecewise linear interpolation

1. はじめに

地震時に観測された加速度記録は, ある時間間隔において離散的に取得されたデータである。しかし, 地震応答解析を行う場合には離散化されたデータのみでは運動方程式を解くことができないので, 離散点の間を適当に補間して用いている。たとえば, 離散点を直線で結べば, 自由度数が少ない問題に対しては厳密解を得ることができ, Nigham の方法として応答スペクトルの計算に用いられている¹⁾。しかし, この方法では自由度数が多くなると微分方程式を解くことが困難になる。そこで, 実用的な方法の多くでは応答値を仮定している。たとえば, 線形加速度法では応答加速度が離散点で線形であると仮定しているし, 平均加速度法では離散点の加速度が一定であるという仮定をもうけている。筆者らは, 実務で良く用いられる 1/100 秒程度の時間増分では積分手法により差があることを示し, さらに, 時間増分を小さくしていくとどの手法も同じ解に収束することを示した²⁾。ところで, この収束した値というのは, 離散化された時刻で与えられた入力加速度を離散点の間で直線補間したケースの解ということができる。しかし, 直線補間しているということも大きな仮定である。応答加速度の離散点間の補間方法が応答結果に影響を与えるのであれば, 当然, 入力加速度の補間方法も応答値に影響を与える可能性があることが考えられる。実際, 入力加速度時刻歴が時間軸上の離散点で折れ, その前後で

直線的に変化するような部分線形関数であると考えるのは明らかに不自然であり, 実際の地震波は離散点を挟んで滑らかに変化していると推定される。そこで, 本研究では, 一般的に用いられている地震記録の区間線形補間を用いた地震応答解析が応答結果に及ぼす影響を確認する。ここで, 本検討過程において, リサンプリングした補間後のデータについてはエイリアジングの影響が含まれることになる。しかし, 本論文で使用する観測記録 (50Hz 以上のサンプリング) の Nyquist 周波数以上の周波数成分については, 構造物の地震時性能評価において問題となる場合はほとんど無く, そのため, 地震応答解析では一般的に補間データに対するエイリアジング対策は行われない。したがって, 本論文では, 補間データをエイリアジング対策としての再処理は行わないこととする。

2. 地震動の補間方法

2.1 区間線形補間法

観測点間を線形補間すると, 入力加速度時刻歴は次のように表される。

$$u(t) = \sum_{i=1}^N u_i(t) \quad (1)$$

ただし,

$$u_i(t) = \frac{u_{i+1} - u_i}{\Delta t}(t - t_i) + u_i \quad (t_i \leq t \leq t_{i+1}) \quad (2)$$

$$u_i(t) = 0 \quad (t < t_i, t_{i+1} < t) \quad (3)$$

ここに、 u_i は時刻 t_i における絶対加速度の観測値、 Δt はサンプル時間間隔である。前述したように、この式は部分線形関数であり、観測時刻で加速度は連続しているが、1階微分は連続していない。

2.2 3次スプライン補間法

本研究では、より連続度の高い関数として、3次スプライン補間を採用する。この場合、前述の式(2)の代わりに時間 t_i と t_{i+1} の間の加速度は次のように表される。

$$u_i(t) = u_i + a_i(t - t_i) + b_i(t - t_i)^2 + c_i(t - t_i)^3 \quad (t_i \leq t \leq t_{i+1}) \quad (4)$$

ただし、係数 a_i 、 b_i 、 c_i は時刻 t_{i+1} で $u_i(t)$ と $u_{i+1}(t)$ が2階の導関数まで連続であるという条件で決定する。また、 $t=t_0$ と $t=t_N$ では2階の導関数は0であると設定する。この条件を満足させ、未知数 b_i について整理すると下式が得られる。

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta t & 2\Delta t & \Delta t & 0 & \dots \\ 0 & 0 & \Delta t & 2\Delta t & \Delta t & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & \ddots \\ 0 & 0 & 0 & \Delta t & 2\Delta t & \Delta t \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_{N-1} \\ b_N \end{Bmatrix} = \frac{3}{\Delta t} \begin{Bmatrix} 0 \\ -u_0 + u_2 \\ -u_1 + u_3 \\ \vdots \\ -u_{N-2} + u_N \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5)$$

式(5)より $b_i(i=0,1,2,\dots,N)$ を求め、次の式(6)、(7)に代入することにより、全ての a_i 、 c_i が求められる。

$$a_i = \frac{1}{\Delta t}(u_{i+2} - u_i) - \frac{\Delta t}{3}(2b_i + b_{i+1}) \quad (6)$$

$$c_i = \frac{b_{i+1} - b_i}{3\Delta t} \quad (7)$$

この補間法では前述のように、加速度は観測時刻で1階と2階微分が連続している。本研究ではこの二つの方法を比較する。

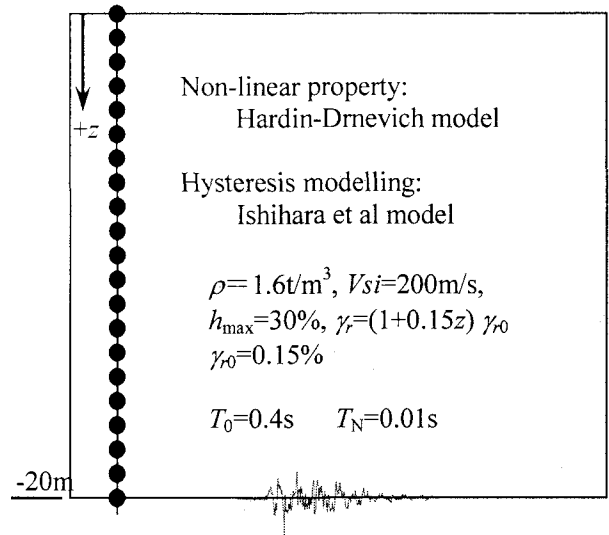


図-1 解析地盤モデル

3. 数値計算例

ここでは、地震波を区間線形補間した場合と、スプライン補間した場合について、数値計算例に基づく地震応答解析結果を比較し、補間方法が応答結果に及ぼす影響を検討する。

3.1 地盤

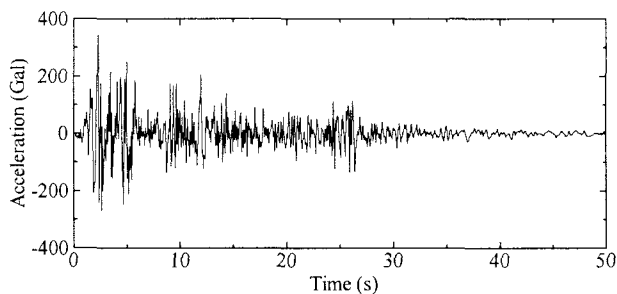
数値解析例で使用する地盤は、層厚 20m の均一の非液状化層が工学基盤上に堆積しているとする。地盤の復元力特性は、骨格曲線を双曲線モデルとし、履歴曲線は $h-\gamma$ (減衰定数-せん断ひずみ) 曲線に適合するよう仮定の初期せん断剛性を変化させて、Masing 則を適用する石原ら³⁾のモデルを採用する。また、地盤を層厚 1m で細分化し、集中 20 質点系にモデル化する。地盤モデルを図-1に示す。ただし、図中の ρ は密度、 V_{si} は初期せん断弾性波速度、 h_{max} は減衰定数の最大値、 γ_r は規準ひずみ、 T_0 、 T_N はそれぞれ1次と最高次の弾性固有周期である。また、 $h-\gamma$ 関係は、骨格曲線の割線剛性 G 、初期せん断弾性係数 G_0 を用いて、次式で計算する⁴⁾。

$$h = h_{max}(1 - G/G_0) \quad (8)$$

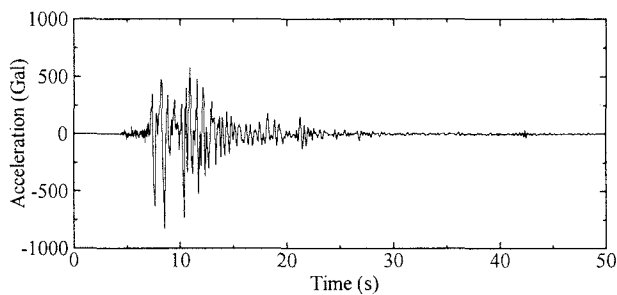
3.2 数値積分法

時刻歴応答解析における時間積分法は、Newmark の β 法($\beta=1/4$)を採用する。非線形系の応答計算は、比較的大きな計算時間間隔に対しても良好な解を与えるために、次の条件に従う方法²⁾を採用する。ただし、本解析手法の精度、他の計算手法との比較等、詳細については、文献2)を参照されたい。

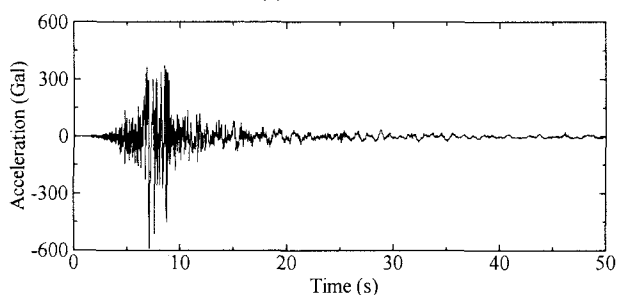
- ①予測子、修正子とも Newmark の β 法。
- ②非線形剛性は初期応力法に基づく。



(a) ELCT



(b) JMAK



(c) KWNS

図-2 入力地震動

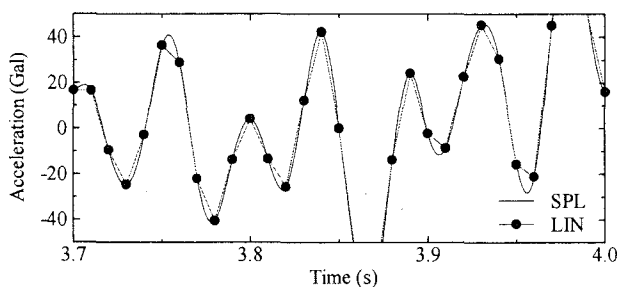


図-3 区間線形、スプライン補間による入力地震動 (ELCT)

表-1 入力地震動の最大、最小値 (Gal)

補間方法	ELCT		JMAK	
	最大値	最小値	最大値	最小値
区間線形	342	-263	579	-818
スプライン	345	-270	580	-825

③非線形不釣り合い力を解消するための収束回数4回.

④残った不釣り合い力を次のステップに持ち越す.

3.3 地震動

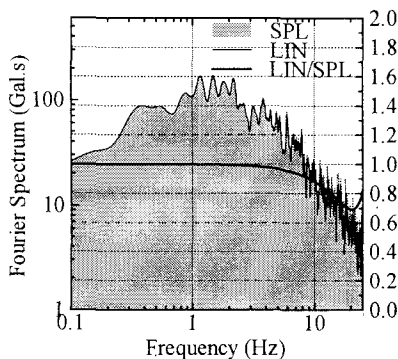
解析に用いる地震動は、El Centro (1940) NS 波 (ELCT) と神戸海洋気象台 (1997) NS 波 (JMAK)、新潟県中越地震 (2004) の川西のEW 波 (KWNS) とする。図-2にそれぞれの地震動を示す。ただし、ELCT と JMAK のサンプル時間間隔は 1/50 秒、KWNS は 1/200 秒である。本研究では、それぞれの地震動に対して、サンプル時刻以外の加速度を区間線形補間およびスプライン補間の 2 種類の関数で補間する。図-3に El Centro (1940) NS 波を補間した地震動の概念図を示す。図中の●は観測記録を、LIN は区間線形補間、SPL はスプライン補間を意味する。また、参考のため、表-1に、上記 2 種類の方法により 1/1,000 秒間隔で補間した場合の地震動の最大、最小加速度を示す。

4. 解析結果と考察

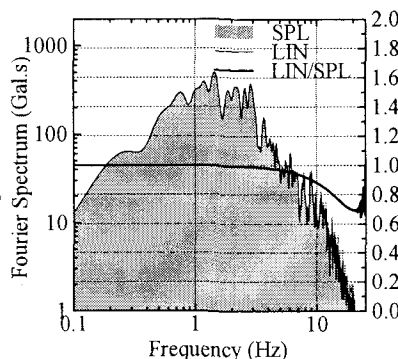
4.1 地震動の周波数特性

本節ではまず、区間線形補間およびスプライン補間された 2 種類の地震動の周波数特性を調べる。図-4に各補間ケースの入力地震動のフーリエスペクトルおよびその振幅比 (LIN/SPL)、図-5に線形加速度応答スペクトル (減衰定数 5%) をそれぞれ示す。ただし、補間した場合のサンプル時間間隔は 1/1,000 秒である。

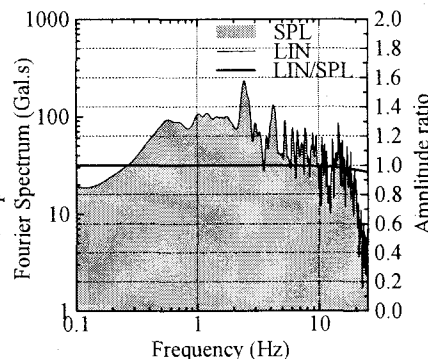
図-4より、サンプル時間間隔 1/50 秒の ELCT、JMAK については、補間方法の違いで 3Hz 以上の高周波数領域でフーリエスペクトルに若干の違いが見られ、LIN と SPL の振幅比は、10Hz で LIN は SPL の約 9 割、20Hz で 7 割



(a) ELCT



(b) JMAK



(c) KWNS

図-4 入力地震動のフーリエスペクトル

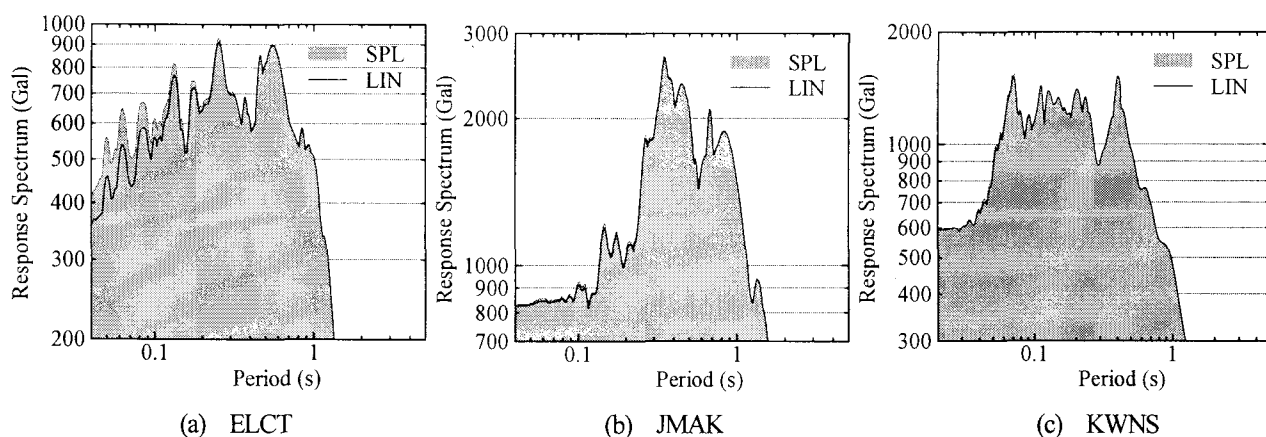
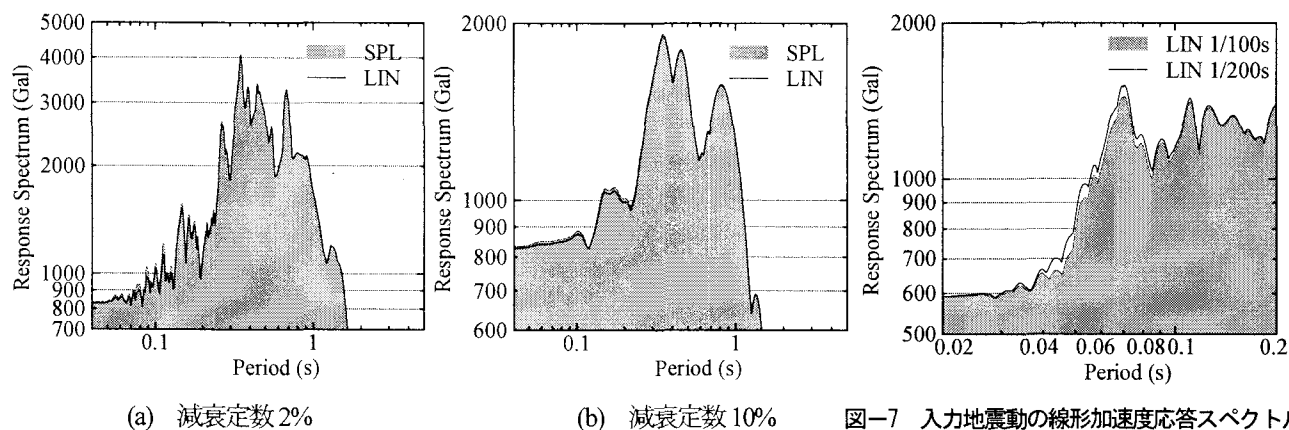


図-5 入力地震動の線形加速度応答スペクトル (減衰定数 5%)



(a) 減衰定数 2%

(b) 減衰定数 10%

図-7 入力地震動の線形加速度応答スペクトル (KWNS, 減衰定数 5%)

であるが、3Hz より低周波数領域では振幅比はほぼ 1 で補間方法による差が半別できない。また、サンプル時間間隔 1/200 秒の KWNS では図示した 10Hz 以下の領域ではほとんど差は見られず、20Hz での振幅比も 95%程度に収まっている。

図-5より、線形加速度応答スペクトルにおいては、JMAK と KWNS では補間方法の違いによる差異はほとんど見られないが、ELCT では 0.2 秒以下の周期領域で顕著な差が見られている。ただし、JMAK についても短周期領域に着目し、ELCT と同程度のスケールで図化した場合には、ELCT ほどではないが同様の傾向が見られている。したがって、サンプル時間間隔 1/50 秒の地震動では、検討対象とする構造物の固有周期が 0.2 秒以下の場合に、補間方法の差異により線形応答に無視できない差が生じるケースがあることが分かる。参考のため、JMAK のケースについて、減衰定数が 2% と 10% の線形加速度応答スペクトルを図-6に示す。

図-6より、加速度応答スペクトルは、減衰が小さい場合に 0.1 秒付近の周期域で補間法の違いによる振幅の差が若干大きくなっているが、0.3 秒以上の周期成分では側では振幅差はほとんど見られない。

ここで参考のため、サンプル時間間隔 1/200 秒の KWNS の記録からひとつ飛ばしにデータを抽出し、サンプル時間間隔 1/100 秒で記録が得られていると仮定する。この場合

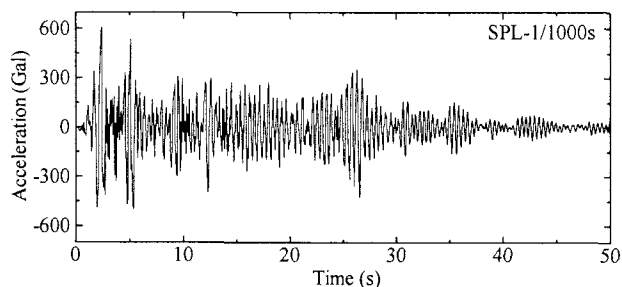
の入力地震動の加速度応答スペクトルを、オリジナルのものと比較して図-7に示す。

図-7より、線形加速度応答スペクトルは 0.1 秒から 0.04 秒の周期帯で最大で 1 割程度の差が見られることが分かる。

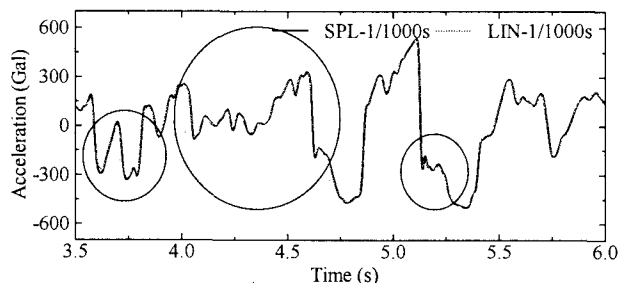
4.2 地表面の応答加速度波形

本節では、図-1で示した地盤モデルに対して時刻歴応答解析を行った場合の地表面の応答波形について検討する。解析は、補間方法の異なる地震動に対して、1/1000 秒、1/200 秒、1/100 秒の 3 種類の計算時間間隔 (Δt) で行った。ELCT、JMAK を入力とした場合について、(a)にスプライン補間した $\Delta t=1/1000$ 秒のケースの全解析時刻における地表面の加速度応答波形、(b)~(d)に $\Delta t=1/1000$ 秒~1/100 秒で補間方法の異なるケースについて、時刻 3.5~6.0 秒、時刻 10.0~12.5 秒の加速度波形をそれぞれ、図-8、図-9に示す。

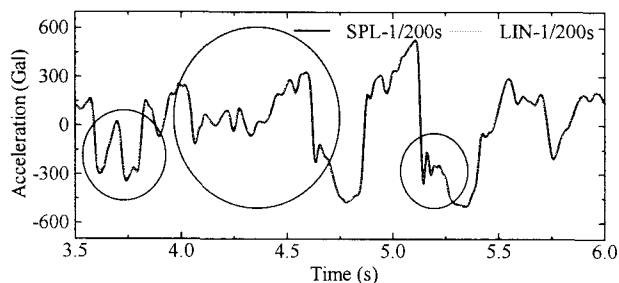
図-8および図-9の(b)~(d)において、同一の計算時間間隔を用いた場合には、補間方法の違いにより図中に○印内で微小な差が見られるが、ほとんど問題とならないレベルである。しかし、いずれの入力地震動においても○印の部分に着目すると計算時間間隔が異なることにより高周波数成分の応答に違いが見られることが分かる。



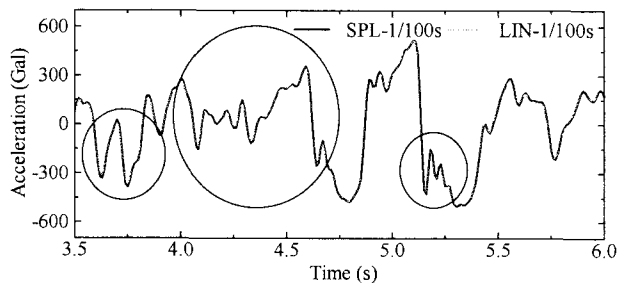
(a) $\Delta t=1/1000s$ の時刻歴応答波形 (全解析時刻)



(b) $\Delta t=1/1000s$ の時刻歴応答波形 ($t=3.5\sim6.0$ 秒)

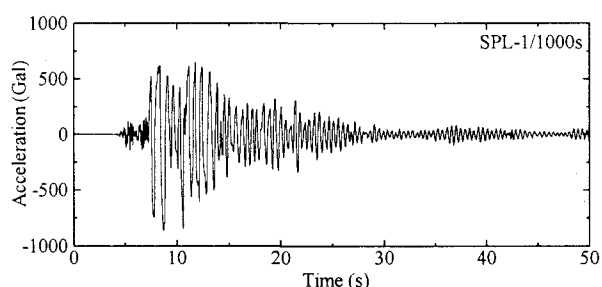


(c) $\Delta t=1/200s$ の時刻歴応答波形 ($t=3.5\sim6.0$ 秒)

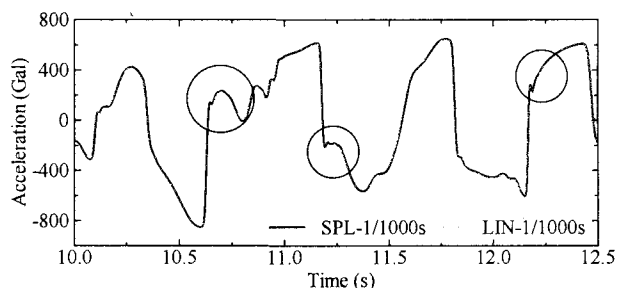


(d) $\Delta t=1/100s$ の時刻歴応答波形 ($t=3.5\sim6.0$ 秒)

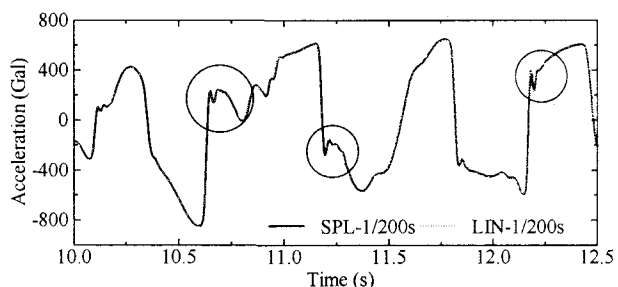
図-8 地表面の応答加速度波形 (ELCT)



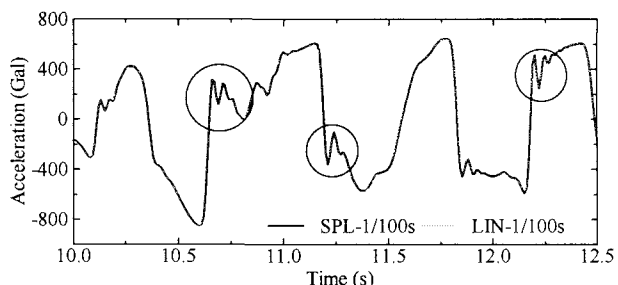
(a) $\Delta t=1/1000s$ の時刻歴応答波形 (全解析時刻)



(b) $\Delta t=1/1000s$ の時刻歴応答波形 ($t=10.0\sim12.5$ 秒)



(c) $\Delta t=1/200s$ の時刻歴応答波形 ($t=10.0\sim12.5$ 秒)



(d) $\Delta t=1/100s$ の時刻歴応答波形 ($t=10.0\sim12.5$ 秒)

図-9 地表面の応答加速度波形 (JMAK)

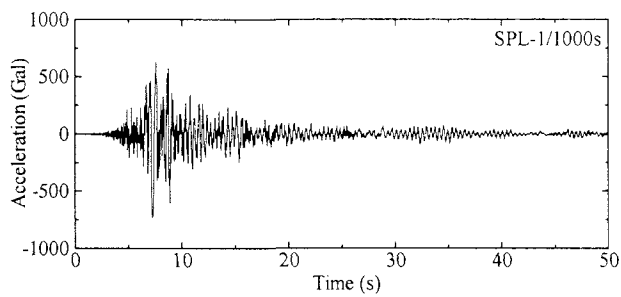
図-10に KWNS を入力とした場合について、全解析時刻および時刻 6~10 秒の応答加速度波形を示す。この場合も、ELCT、JMAK と同様に、補間方法の違いによる応答波形への影響はほとんどないが、計算時間間隔が異なることにより高周波数成分で応答に差が生じている。ここに、KWNS については、サンプル時間が 1/200 秒であり、計算時間間隔 1/100 秒、1/200 秒のケースで地震動の補間方法による差がないことから、それらの比較は行っていない。

4.3 加速度の応答倍率

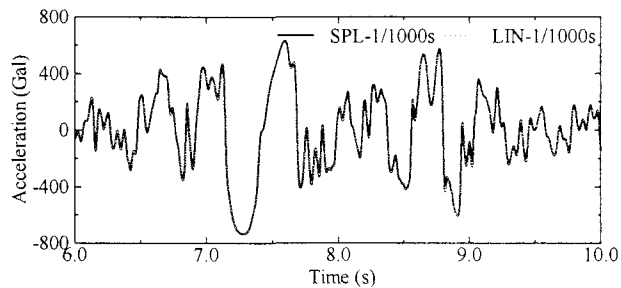
次に、地表面と基盤との加速度の応答倍率について検討する。ELCT、JMAK、KWNS について、2 つの補間方法で計算時間間隔を 1/1000 秒、1/200 秒、1/100 秒としたケ

ースに対する応答倍率、およびその振幅比 (LIN/SPL) をそれぞれ図-11~図-13に示す。ただし、応答倍率は Parzen のラグ・ウィンドウ (バンド幅 0.2Hz) により平滑化している。

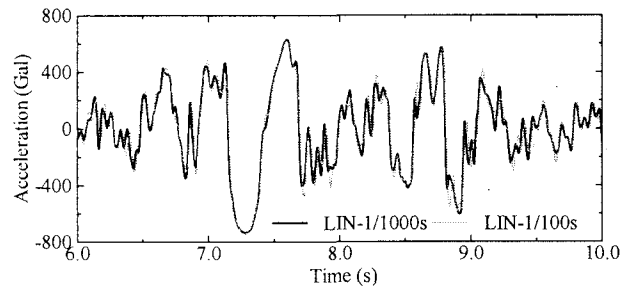
図より、サンプル時間間隔 1/50 秒の ELCT、JMAK のケースでは、使用する計算時間間隔に関わらず 5Hz 以下の応答倍率はほぼ同じであるが、10Hz 以上の高周波数領域では、SPL は LIN より応答倍率が最大で 5 割ほど大きくなる傾向があることが分かる。これに対し、地震動のサンプル時間間隔が 1/200 秒の KWNS のケースでは、図に示した 25Hz 以下の周波数領域では計算時間間隔に関わらず、補間関数の違いによる差はほとんど見られず、振幅比もほぼ 1 になっている。ただし、KWNS のケースでは、サン



(a) $\Delta t=1/1000$ s の時刻歴応答波形 (全解析時刻)

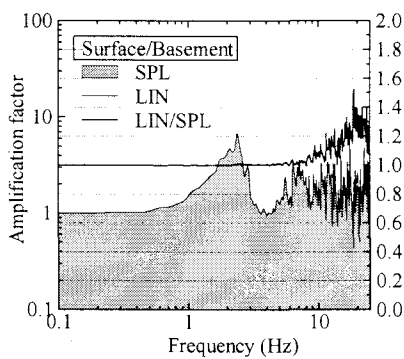


(b) $\Delta t=1/1000$ s の時刻歴応答波形 ($t=6.0\sim 10.0$ 秒)

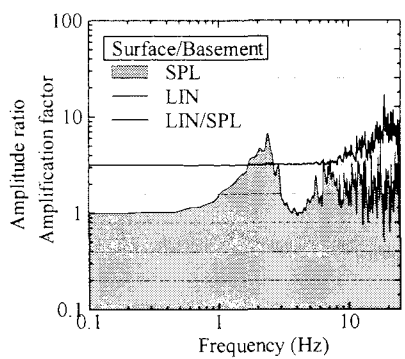


(c) $\Delta t=1/1000$ s, $1/100$ s の時刻歴応答波形 ($t=6.0\sim 10.0$ 秒)

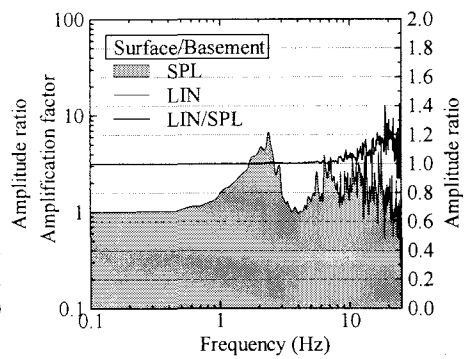
図-10 地表面の応答加速度波形 (KWNS)



(a) $\Delta t=1/1000$ s

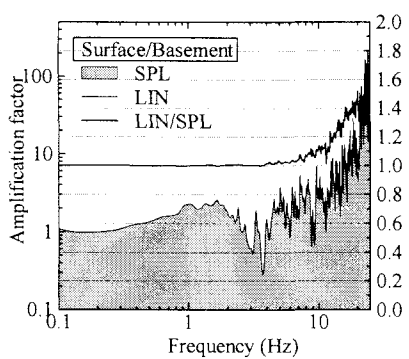


(b) $\Delta t=1/200$ s

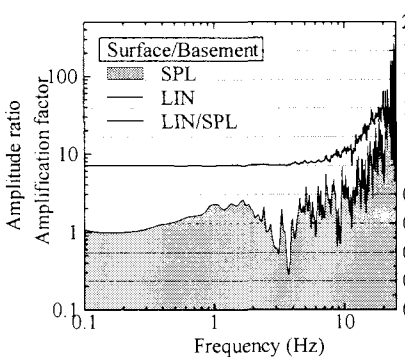


(c) $\Delta t=1/100$ s

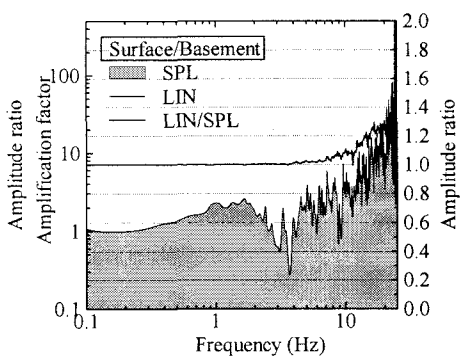
図-11 加速度の応答倍率 (地表面/基盤) (ELCT)



(a) $\Delta t=1/1000$ s



(b) $\Delta t=1/200$ s



(c) $\Delta t=1/100$ s

図-12 加速度の応答倍率 (地表面/基盤) (JMAK)

プル時間間隔以上の計算時間間隔である $1/100$ 秒, $1/200$ 秒の場合, SPL と LIN の結果は全く同一となる。

一方, 計算時間間隔の影響を見ると, 3 種類のいずれの地震動に対しても, 計算時間間隔が大きくなると高周波数領域の応答倍率が小さくなり, 特に区間線形補間の場合に

この傾向が顕著であることが分かる。

4.4 地中部の応答

本節では, 地中部の最大加速度分布と最大せん断ひずみ分布について検討する。ELCT, JMAK, KWNS を入力と

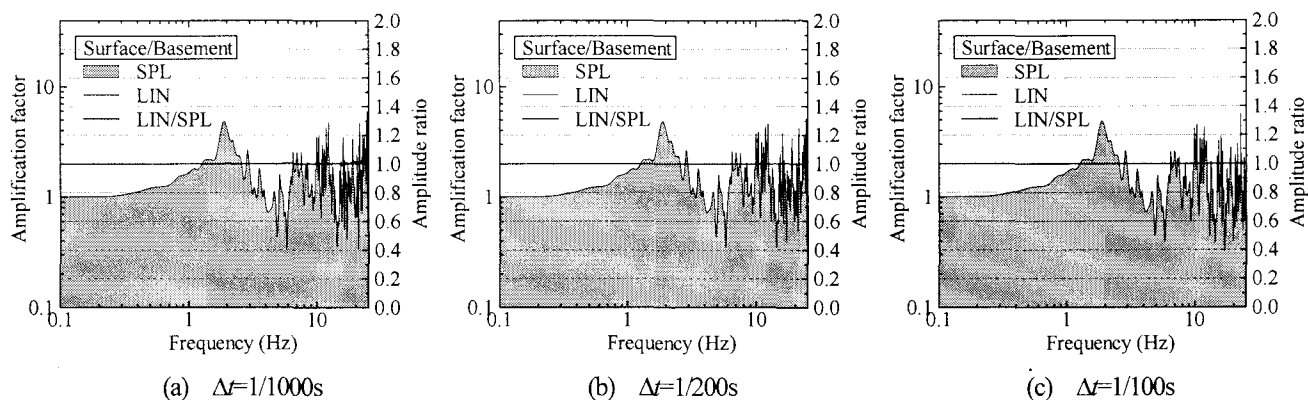


図-13 加速度の応答倍率 (地表面/基盤) (KWNS)

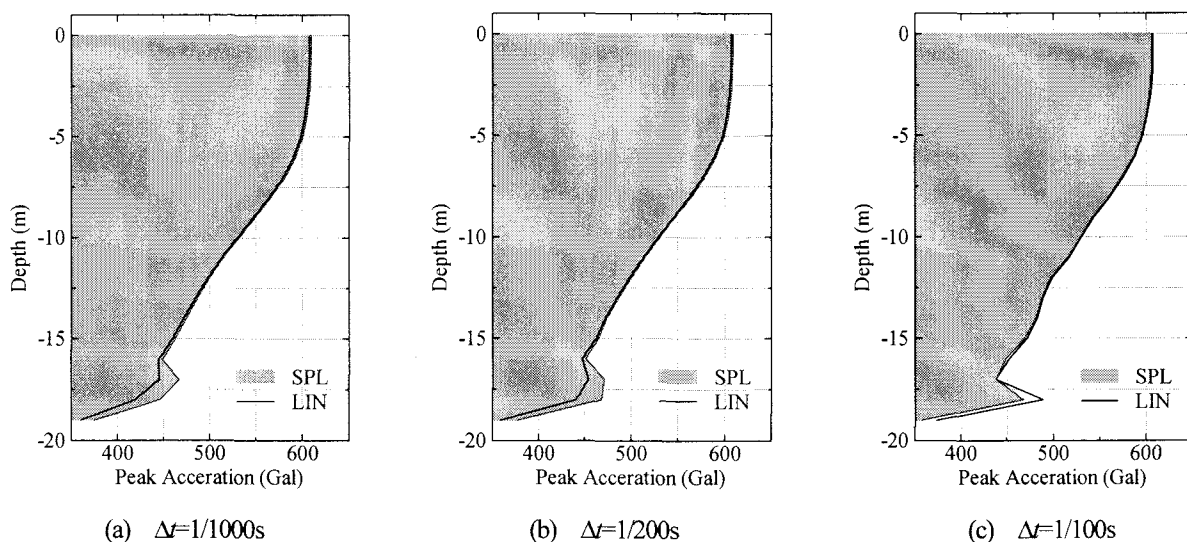


図-14 最大応答加速度分布 (ELCT)

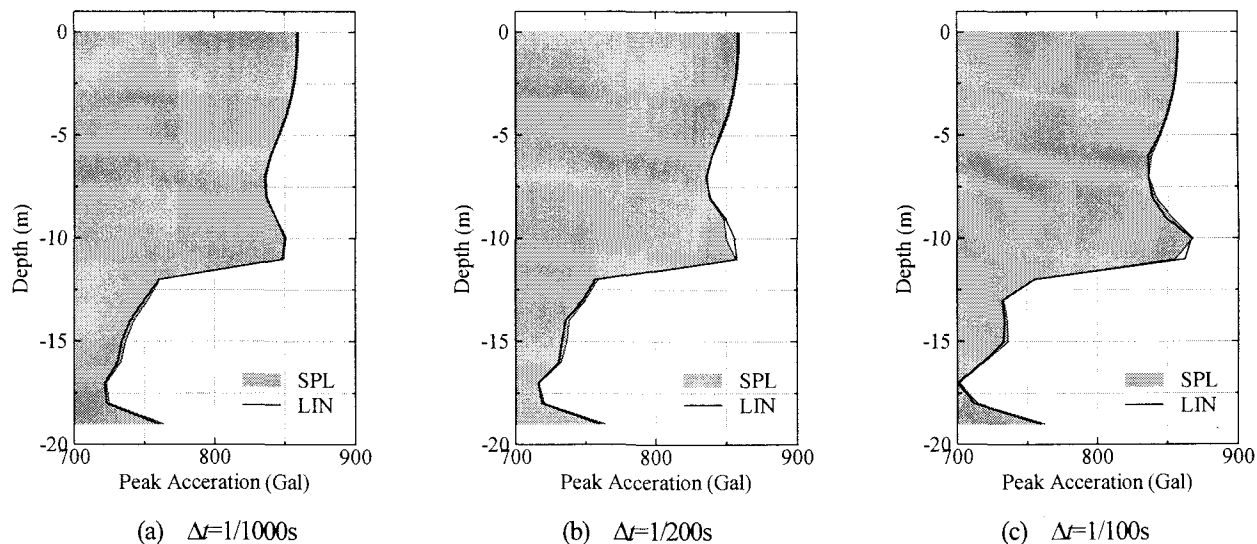
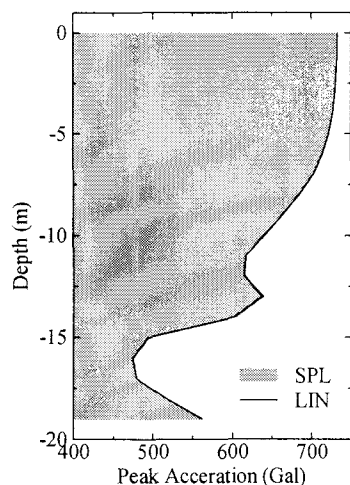


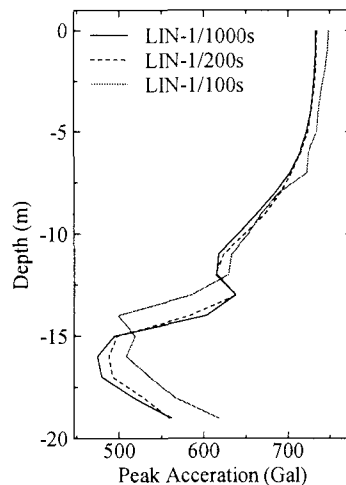
図-15 最大応答加速度分布 (JMAK)

した場合について、図-14～図-16に地中部の応答加速度の最大値分布を示す。ただし、KWNS については、前述のようにサンプル時間が 1/200 秒であり、計算時間間隔 1/100 秒、1/200 秒のケースで地震動の補間方法による差が

ないことから、区間線形補間法で計算時間間隔の異なる 3 ケースの結果を図-16(b)に示す。図-14～図-16より、ELCT の場合の深度-18m 以深で SPL と LIN に差が見られるが、他の深度、入力動の場合にはほとんど差は見られな



(a) $\Delta t=1/1000s$



(b) $\Delta t=1/1000 \sim 1/200s$ (LIN)

図-16 最大応答加速度分布 (KWNS)

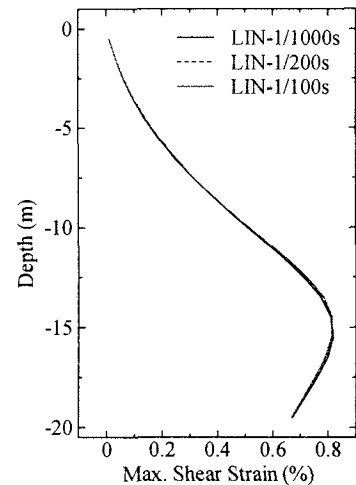


図-17 最大せん断ひずみ分布 (KWNS)

い。JMAK の場合には、全深度にわたってその差が小さい。しかし、地表面における応答加速度波形や応答倍率と同様に、地中部の最大加速度分布も採用した計算時間間隔の違いにより、分布形状が異なるような差を生じていることが分かる。参考のため、KWNS を入力とした場合の地中部の最大せん断ひずみ分布を図-17に示す。図より、計算時間間隔の違いにより、最大加速度分布には分布形状が異なるような差があるが、最大せん断ひずみ分布はほぼ一致している。

5. まとめ

地震観測記録を入力地震動とし、地震動のサンプル時間よりも小さな計算時間間隔で解析する場合には、サンプル時刻間の地震動を何らかの補間を行い解析することになる。本研究では、その補間方法として、一般的に使用されている区間線形補間 (LIN) と、より連続的な補間法としてスプライン補間 (SPL) の2種類の方法を採用し、応答結果等に及ぼす影響を検討した。用いた地震動は、El Centro (1940) NS 波 (ELCT)，神戸海洋気象台 (1997) NS 波 (JMAK)，新潟県中越地震 (2004) の川西の EW 波 (KWNS) である。

検討の結果、サンプル時間間隔 1/50 秒の入力地震動を採用した場合、入力地震動のフーリエスペクトルで 3Hz 以下の周波数領域では補間法の違いはほとんどないが、10Hz で振幅比 (LIN/SPL) が約 0.9、20Hz で約 0.7 と大きな差が生じた。また、線形加速度応答スペクトル (減数定数 5%) では、補間方法の違いで 0.1 秒以下の周期帯域に最大で 1 割程度の差が見られた。しかし、その他の周期帯やサンプル時間間隔 1/200 秒の地震動の場合には、補間方法による差異はほとんど見られなかった。また、層厚 20m の地盤に対する非線形地震応答解析では、サンプル時間間

隔 1/50 秒の地震動を採用した場合に、10Hz 以上の高周波数領域で地表面と基盤の加速度応答倍率に、補間方法の違いによる顕著な差が見られ、20Hz 付近では振幅比が最大で 50% の差が生じた。また、一部の地震動で地中部の最大応答加速度分布に差が生じる場合があった。

これらをまとめると、入力地震動の補間方法は応答に与える影響が小さく、数 Hz より低振動数の問題を扱う場合には従来行われている区間線形補間で十分であるといえよう。ただし、精密機械に対する耐振性検討など、高振動数成分が問題となる様なケースでは、入力動の精度も考慮した上で、より詳細な補間方法の検討を行う必要があると考えられる。

謝辞

本研究の一部は科学振興調整費基盤研究 B (2) (研究代表：酒井久和、No.16310130) の補助を受けた。ここに記して謝意を表す。

参考文献

- 1) 大崎順彦：新・地震動のスペクトル解析入門，鹿島出版会，1994。
- 2) 酒井久和，吉田望，澤田純男：非線形地盤震動解析における時間積分法の誤差，土木学会論文集，No.794，2005。
- 3) Ishihara, K., Yoshida, N. and Tsujino, S.: Modeling of stress-strain relations of soils in cyclic loading, *Proceedings of 5th International Conference on Numerical Methods in Geomechanics*, pp.373-380, 1985.
- 4) Hardin, B. O. and Dmievich, V. P.: Shear modulus and damping in soils, Measurement and parameter effects, *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE*, Vol.98, No.SM6, pp.603-624, 1972.

(2005年4月15日 受付)