

不均質な土構造物の地震時残留沈下量に関する信頼性設計のための基礎的研究

Fundamental study for the reliability based design concerning the residual settlement
of a heterogeneous earth structure induced by earthquake

若井明彦*・鶴飼恵三**・谷 茂***

Akihiko WAKAI, Keizo UGAI and Shigeru TANI

* 正会員, 博(工), 群馬大学助教授, 工学部建設工学科(〒376-8515 群馬県桐生市天神町1丁目)

** フェロー会員, 工博, 群馬大学教授, 工学部建設工学科(〒376-8515 群馬県桐生市天神町1丁目)

*** 正会員, 独立行政法人 農業工学研究所, 造構部(〒305-8609 茨城県つくば市観音台2丁目1-6)

Quantitative prediction of the damage of a heterogeneous earth structure induced by earthquake is very important. However, any rational method for such a prediction has not been proposed yet. The soil as a material of the earth structure is generally heterogeneous. Therefore, a probabilistic approach for the evaluation of the physical properties of the soil is advantageous. In this study, the residual settlement of a heterogeneous earth structure induced by earthquake is predicted based on the Monte Carlo simulation. The dynamic elasto-plastic finite element analysis is used in each calculation. In order to realize the reliability based design of an earth structure, a fundamental study such as introduced in this paper is indispensable.

Key Words: earthquake, earth structure, residual settlement, finite element method, heterogeneous, the Monte Carlo simulation

キーワード: 地震, 土構造物, 残留沈下, 有限要素法, 不均質, モンテカルロ・シミュレーション

1. はじめに

地震による土構造物の被災リスクをどのように捉えて設計手法に反映させるべきか、議論が活発化している。しかし、土構造物を構成する地盤材料は一般に不均質であり、また所定の力学特性を得るために確実な締固めなどを行ったとしても得られる品質には不確かさがある。このような不確定要因を定量的に扱うための設計法として信頼性設計法がある。これは性能設計の原点として位置づけられる。このような手法を実際の設計に導入するならば、例えば、地震による残留沈下量の許容値を設定し、かつその際のリスク情報を定量的に示す必要がある¹⁾。こうして得られた情報は多くの構造物に対する統合的なリスク管理をも可能にする。本研究では、動的弾塑性有限要素法(FEM)に基づくモンテカルロ・シミュレーションにより、上記を実現するための基礎的研究、特に数値解析的側面からの技術的課題に対する検討を行うことを目的とする。

これまで、地盤の不均質性に着目し、地震時の地盤の動的挙動を合理的に予測しようとする研究がなされている。地盤の確率モデルの解析にスペクトル確率有限要素法(SFEM)を適用した研究^{2),3),4)}、確率モデルの平均的挙動の上下限を計算するためのマクロ・ミクロ解析手法⁵⁾、などが先駆的である。これらの検討においては、地盤の物性

が確率場として扱われており、力学理論と確率理論を相互補完的に扱うことで、不確かさに応じた合理的な予測を試みている。

一方、確率場を対象にした解析に対して、古くから広く行われている手法として、モンテカルロ・シミュレーションがある。この手法は膨大な回数の計算を前提とするため、SFEMなどに比べて、厳密な材料特性に基づいた設計問題への適用は不利であると言われてきた。しかし研究の歴史が長いこと、既存の弾塑性FEMプログラムなどをそのまま使用することができることなど、いくつかのメリットがある。近年、計算機的能力が飛躍的に進歩したこともあり、地震時の土構造物の残留沈下量評価に関して、モンテカルロ・シミュレーションによる検討がにわかに現実味を帯びてきた。

ここではすでに実務に適用した実績のある動的弾塑性FEMプログラム^{6),7),8)}をそのまま用いて、不均質な地盤材料からなる土構造物のモンテカルロ・シミュレーションを実施し、地震時残留変形量に着目した種々の解析的検討を行う。材料の品質としての不確定性は地盤パラメータをガウス確率分布として与える。一方、空間における不確定性すなわち不均質性については、同一パラメータを与える要素群の広さを変化させた場合と、指数関数モデルを仮定した自己相関係数に基づく場合の双方について検討する。

2. 解析手法

動的弾塑性 FEM では、以下の運動方程式を Newmark の β 法に基づく時間積分アルゴリズムにより解く。

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + \{P\} = -[M]\{\ddot{U}\} \quad (1)$$

$\{P\}$ は内部応力に等価な節点力ベクトルであり、線形弾性体では $\{P\} = [K]\{u\}$ である。 $[M], [C], [K]$ はそれぞれ質量、減衰、初期剛性マトリクス、 $\{u\}, \{U\}$ はそれぞれ（各位置の）相対変位、（基盤の）絶対変位ベクトルである。減衰マトリクスの導出には Rayleigh 減衰を仮定した。

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (2)$$

今回は周波数 0.5 および 5.0Hz で減衰率 3% となる値として、 $\alpha = 0.171$, $\beta = 0.00174$ を仮定した。

地盤の弾塑性構成則として、鶴飼・若井による繰返し載荷モデル⁶⁾を適用し、全応力解析を行った。弾塑性挙動時の応力ひずみ関係は次式で与えられる。

$$\dot{\sigma}_{ij} = \left[D_{ijkl} - \frac{D_{ijpq} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{pq}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{mn}} D_{mnkl}}{-\frac{\partial f}{\partial H} \frac{\partial H}{\partial \varepsilon_{ij}^p} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} + \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} D_{ijkl} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{kl}}} \right] \dot{\varepsilon}_{kl} \quad (3a)$$

$$D_{ijkl} = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \delta_{ij} \delta_{kl} + \frac{E}{2(1+\nu)} (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (3b)$$

$$G_0 = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (3c)$$

$$\begin{cases} H = \gamma = \bar{\gamma}(\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij0}) & (\text{on 骨格曲線}) \\ H = \tilde{\gamma} = \bar{\gamma}(\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ija}) & (\text{on 履歴ループ}) \end{cases} \quad (3d)$$

E はヤング率、 ν はポアソン比、 G_0 は初期せん断弾性係数、 H は硬化パラメータである。本モデルでは、せん断応力とせん断ひずみの代表量として、式(4a)(4b)に示す $\bar{\tau}, \bar{\gamma}$ がそれぞれ用いられるが、これらの引数としては、式(3d)のようにある量により差し引いた相対値を用いる。式(3d)における添字 0 および a を付したひずみテンソルは、それぞれ初期および最新の載荷方向反転時の値を示す。

$$\bar{\tau}(\sigma_{ij}) = \sqrt{J_2} \sin\left(\frac{\pi}{3} + \Theta\right) \quad (4a)$$

$$\bar{\gamma}(\varepsilon_{ij}) = 2 \cdot \sqrt{J_2^*} \sin\left(\frac{\pi}{3} + \Theta^*\right) \quad (4b)$$

$$\Theta = \frac{1}{3} \cos^{-1} \left(-\frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{J_2^{3/2}} \right) \quad \left(0 < \Theta < \frac{\pi}{3} \right) \quad (4c)$$

J_2, J_3 は偏差応力の第二、第三不変量、 $*$ を付したものは同じく偏差ひずみの不変量である。 Θ^* は Θ の各応力成分をひずみ成分に置き換えた量として計算される。

処女載荷時の骨格曲線および載荷方向反転後の履歴ループ上での降伏関数はそれぞれ f, f' のように与える。 f の右辺は双曲線状の応力ひずみ関係 ($\bar{\tau}$ の最大値が τ_f) を与える。 f' の右辺はより高次の曲線形状を表現できる。

$$f = \bar{\tau}(\sigma_{ij}) - \frac{G_0 \cdot \bar{\gamma}(\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij0})}{1 + \frac{G_0 \cdot \bar{\gamma}(\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij0})}{\tau_f}} \quad (5a)$$

$$f' = \bar{\tau}(\sigma_{ij} - \sigma_{ija}) - \frac{a \cdot \bar{\gamma}(\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ija})^n + G_0 \cdot \bar{\gamma}(\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ija})}{1 + b \cdot \bar{\gamma}(\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ija})} \quad (5b)$$

b, n は履歴ループの形状および目標とする $h-\gamma$ 関係などから決まる定数である。

せん断強度 τ_f は Mohr-Coulomb の降伏規準に従うので、

$$\tau_f = c \cdot \cos \phi + \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \sin \phi \quad (6)$$

今回は非排水（等体積）状態を仮定するため、処女載荷時の骨格曲線および載荷方向反転後の履歴ループ上での塑性ポテンシャルは、それぞれ g および g' で与えられる。

$$g = \sqrt{J_2}(\sigma_{ij}) \quad (7a)$$

$$g' = \sqrt{J_2}(\sigma_{ij} - \sigma_{ija}) \quad (7b)$$

この他、履歴ループの補正方法など、モデルの詳細については文献⁶⁾を参照されたい。

今回は、解析を簡単化するため、地盤のヤング率 E と内部摩擦角 ϕ のみが変動する場合を対象としてモンテカルロ・シミュレーションを行った。

3. 解析モデル

以降の解析において検討の対象とした土構造物（盛土）の有限要素メッシュを図-1 に示す。解析時間の節約を考慮して、一部の検討には粗いメッシュ分割を用いた。各メッシュとも要素各辺に中間節点を有する 8 節点アイソパラメトリック要素を採用している。今回は盛土下部の基礎地盤は解析対象から除外し、下端に地震動を直接入力して応答計算を行った。地盤の材料定数の一覧を表-1 に示す。な

お、これらを用いてせん断強度低減法により斜面の全体安全率 F_s を求めたところ 1.40 であった。今回は表-1 で示したパラメータのうち、ヤング率 E と内部摩擦角 ϕ が不確定性を有していることを前提にする。

入力地震動は兵庫県南部地震の神戸海洋気象台 NS 記録 (図-2) を標準とした。表-1 のパラメータと図-1 の粗い方のメッシュに基づき、本地震波形を入力して得られた結果を図-3 と図-4 に示す。図-3 は盛土天端中央位置の水平応答加速度、左右法肩と中央位置の鉛直応答変位の各時刻歴である。図-4 は地震後の系の残留変形状である。天端における加速度の増幅はほとんど見られない。地震動の振幅の大きくなる瞬間に盛土各位置で大きな残留変形を生じていることがわかる。地震後の沈下量は盛土天端全域では平均 0.32m であった。系全体の残留変形状を見ると、盛土の左右法面の表層付近に塑性変形が集中していることがわかる。法肩から法尻にかけてせん断ひずみが集中して大きくなっている帯状の領域はすべり面に相当する。

以降の検討においては、地震動の波形の相違が結果に与える影響についても考察を加える。そのためにはほぼ同等の残留沈下量が得られるような入力地震動として、修正開北橋記録波形¹¹⁾の振幅を単純に 0.6 倍した波形 (図-5) ,

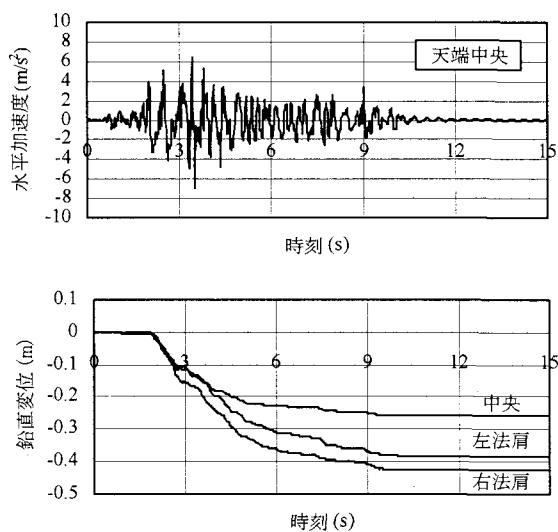


図-3 盛土各点の応答時刻歴.

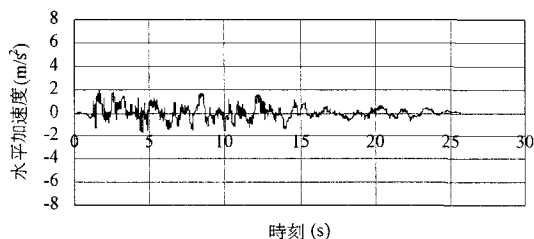


図-5 修正開北橋記録¹¹⁾ (ただし振幅 0.6 倍) .

周波数 3Hz 振幅 150gal の正弦波を 30 波 (図-6) の二種類も解析対象とした。修正開北橋記録は他の二種類の波形に

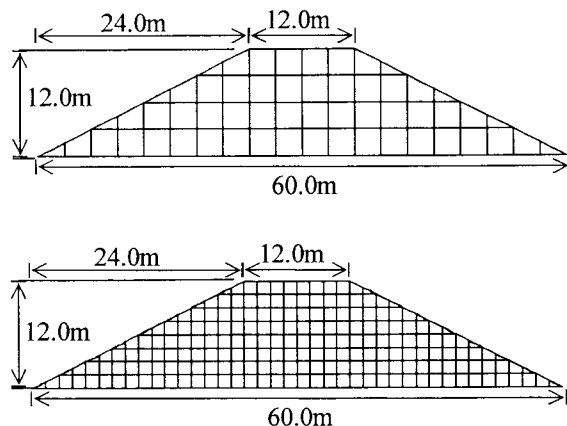


図-1 解析対象とした盛土の有限要素メッシュ.

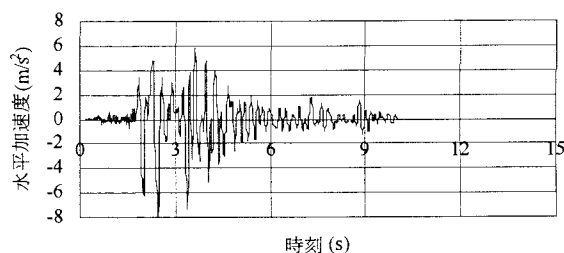
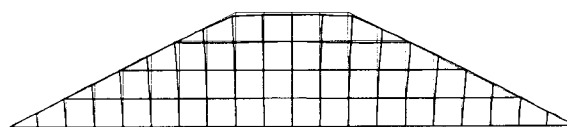
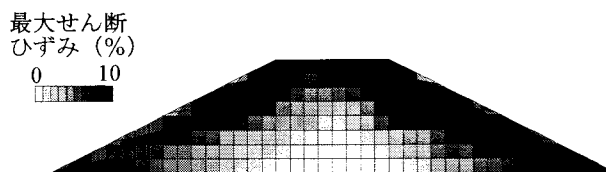


図-2 神戸海洋気象台の強震記録 (NS) .



(a) 変形状



(b) 最大せん断ひずみの分布

図-4 地震後の盛土の残留変形.

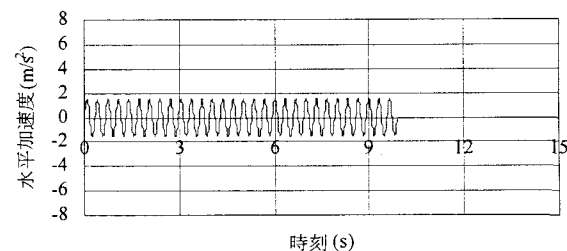


図-6 周波数 3Hz 振幅 150gal の正弦波を 30 波.

表-1 地盤パラメータの一覧.

E (kN/m ²)	ν	c (kN/m ²)	ϕ (deg)	ψ (deg)	$b \cdot \gamma_{G_0}$	n	γ (kN/m ³)
50000	0.30	0	35	0	0.85	5.0	18.0

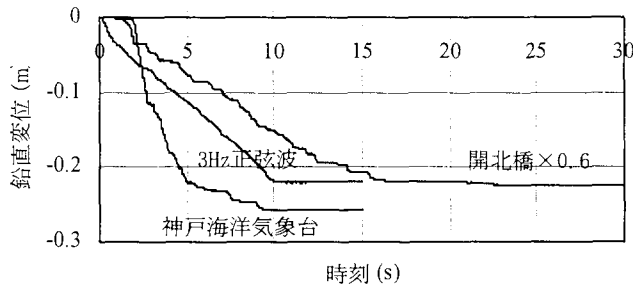


図-7 三種類の地震動による比較 (盛土天端中央) .

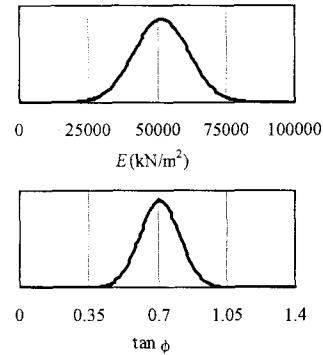


図-8 E と $\tan \phi$ の確率密度関数.

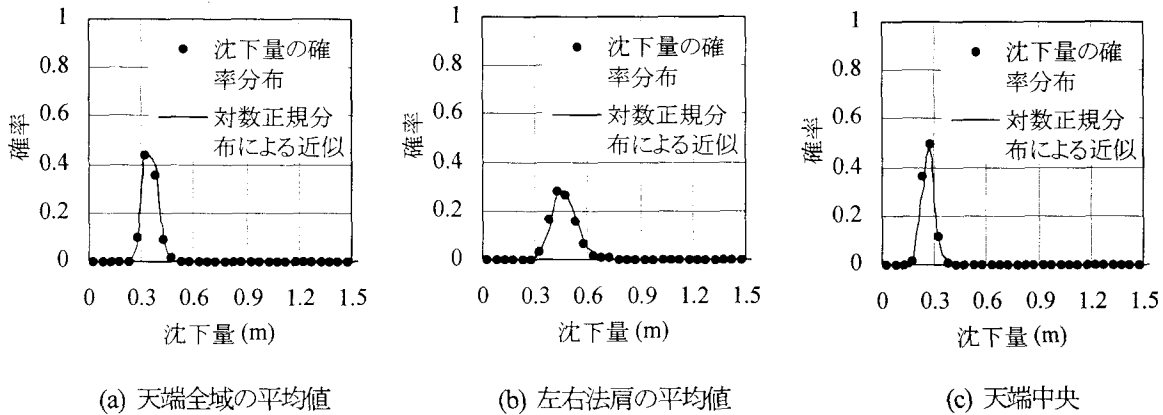


図-9 1000 回試行後の盛土天端の沈下量の確率分布.

比べて地震動継続時間がはるかに長いことに留意されたい. おおのの地震波に基づく解析において得られた地震後の盛土天端全域の平均残留沈下量はともに 0.30m であった. 参考までに, 両ケースの盛土天端中央位置の鉛直変位の時刻歴を, 神戸海洋気象台記録による結果とあわせて図-7に示す. 神戸海洋気象台記録を除く二種類の地震動のケースでは, 残留変位を生ずる瞬間がある短い時間帯に限定されることはなく, 地震動の継続とともに徐々に残留変位が生じていることがわかる.

と ϕ それぞれの値を, 以下のようなガウス分布の確率密度関数に基づく変数と仮定する.

$$f_E(E) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_E} \exp\left[-\frac{(E-\mu_E)^2}{2\sigma_E^2}\right] \quad (8a)$$

$$f_{\tan\phi}(\tan\phi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\tan\phi}} \exp\left[-\frac{(\tan\phi-\mu_{\tan\phi})^2}{2\sigma_{\tan\phi}^2}\right] \quad (8b)$$

4. 地盤材料の品質の不確定性を考慮した解析

4.1 地盤パラメータの不確定性と沈下量予測

FEM 結果として得られる沈下量に着目して以降の一連の解析を行う. 表-1 の中に含まれるパラメータのうち多くのパラメータが沈下量に影響を与えられと考えられるが, 解析を簡単化するため, 今回はその中でも特に強い影響を有すると思われるヤング率 E と内部摩擦角 ϕ のばらつきのみを考慮してモンテカルロ・シミュレーションを行う. E

ここで μ と σ は, E と $\tan \phi$ の値それぞれの集合に対応する平均値と標準偏差である. 各パラメータは個々の有限要素毎の一つずつ設定される. ここで, $\mu_E = 50000$ kN/m², $\sigma_E = 10000$ kN/m², $\mu_{\tan\phi} = \tan 35^\circ$, $\sigma_{\tan\phi} = 0.10$ で得られる集合 (図-8) をそれぞれ独立した乱数により発生させ, 個々のデータの組み合わせを各要素のパラメータとして与えて解析を行う. それぞれの μ 値は前章の解析で与えたパラメータに等しい値とした. メッシュには図-1 の粗い方 (標準要素サイズ 3m×3m) を用いる. モンテカルロ・シ

ミュレーションの各試行は前章で示した手法に従う。

図-9 は 1000 回の試行を終えた段階で取りまとめた盛土天端の沈下量の確率分布である。着目する沈下量として、盛土天端全域の平均値、左右法肩の平均値、天端中央の値、の三つを選定した。図中には対数正規分布曲線を仮定した場合の近似曲線も示した。各分布はともに対数正規分布で表現できることがわかる。これらの最大確率点に着目すると、前章の確定論的な解析で求めた沈下量とほぼ等しい。信頼性設計のためには、図-9 を非超過確率に書き改めるのが便利であろう。これを参考までに図-10 に示す。

図-11 は試行回数を増やした時、各回数時点での沈下量

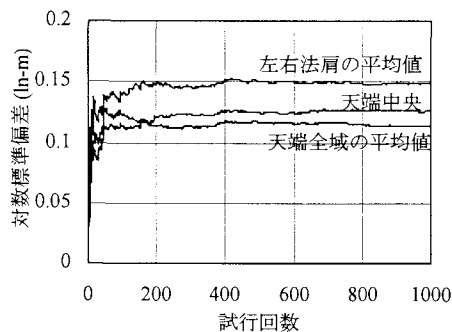


図-11 試行回数による対数標準偏差の変化。

のばらつきの評価結果の変化を示したものである。横軸は試行回数、縦軸は対数標準偏差である。試行回数 400 回を超えたあたりで対数標準偏差はほぼ一定値となっていることがわかる。必要な試行回数はパラメータのばらつきやメッシュサイズに依存するため、ここでの回数はひとつの目安程度に捉えておくべきであろう。

参考までに、 E と ϕ のどちらか一方のみの不確定性を考慮した場合の結果（天端の沈下量の確率分布）を図-12 に示す。いずれの結果も先のケースと比べてばらつきの程度は若干小さい。不確定性を考慮するパラメータの個数を増やしていくにつれて、結果のばらつきは大きくなる。

4.2 複数のパラメータに強い相関性がある場合

前節では E と ϕ を独立した乱数に基づいて与えたが、砂質土などではこれらが密度に強く依存するため、結果的に E と ϕ に相関性のある場合が多い。このような複数パラメータ間の相関性の影響を検討するため、乱数によるパラメータ生成段階で E について式(8a)を用いる一方、 ϕ については E の値に相関した大きさの値を設定した。すなわち μ_E に対する E の偏差量を σ_E と $\sigma_{\tan \phi}$ の比に応じて調整して、 $\mu_{\tan \phi}$ に対する ϕ の偏差量とした。この処理により、集合全体として図-8 のようなガウス分布を保持しつつ、 E と ϕ の相関係数が 1.0 となるような依存関係を設定できる。

以上の条件のもとに得られた盛土天端の沈下量の確率

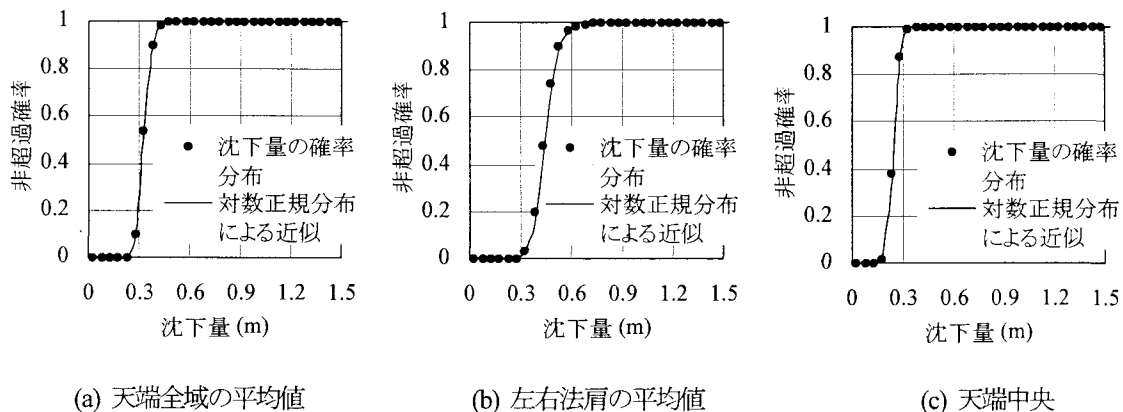


図-10 1000 回試行後の盛土天端の沈下量の非超過確率分布。

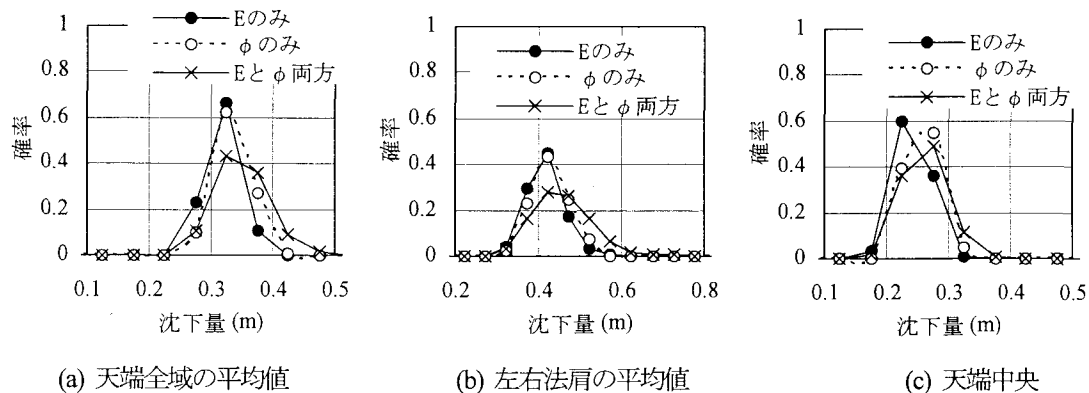


図-12 1000 回試行後の盛土天端の沈下量の確率分布（不確定性を考慮するパラメータの変化）。

分布を図-13 に示す。図-9 に比べて最大確率点は大きい側に移行し、ばらつきの度合いは大きくなっている。強度変形特性を大きく左右する複数のパラメータを連動して変化させることで、一部の要素の力学的な軟弱さがより強調して現れるようになったためであると考えられる。このように、予測される沈下量のばらつきを評価する場合には、個々のパラメータの不確定性のみならず、複数のパラメータの相関性の度合いも考慮すべきである。

以降のすべての解析ケースでは、本節で紹介したように E と ϕ に強い相関性がある場合を前提とする。

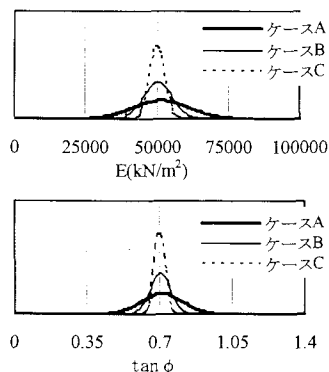


図-14 E と $\tan \phi$ の確率密度関数 (各ケース)。

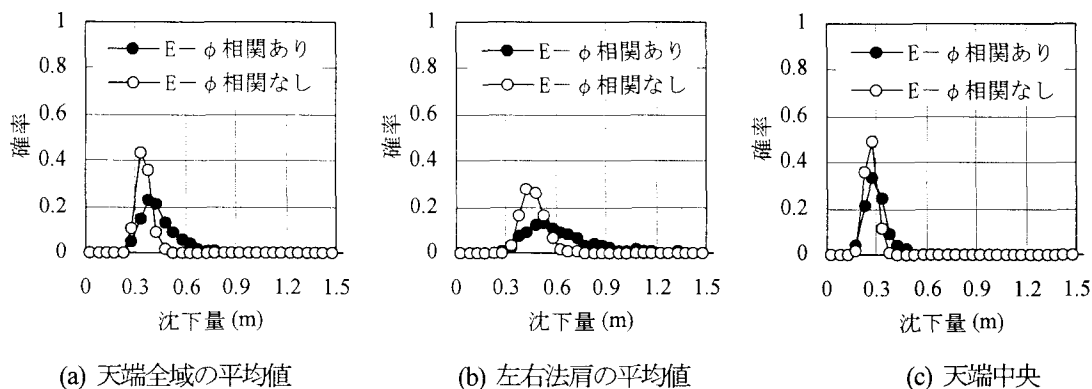


図-13 1000 回試行後の盛土天端の沈下量の確率分布 (E と ϕ の相関性の有無)。

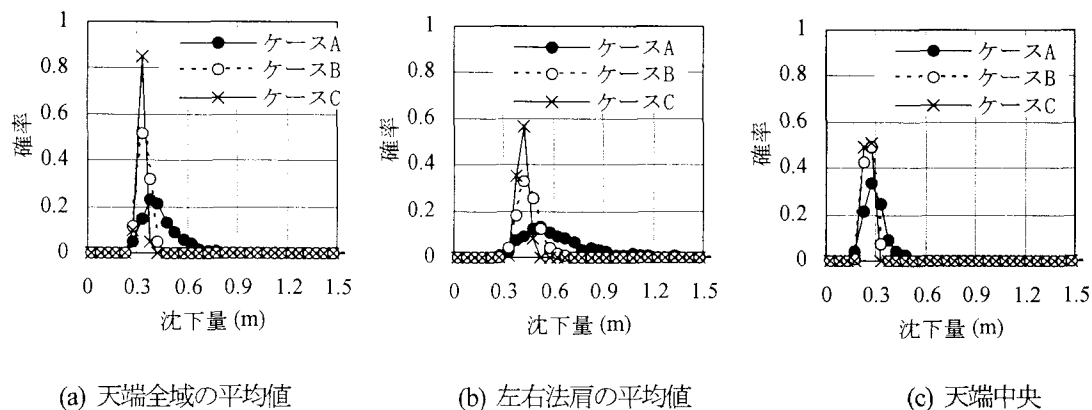


図-15 1000 回試行後の盛土天端の沈下量の確率分布 (不確定性の程度の変化)。

4.3 パラメータの不確定性の程度を変化させた場合

E と ϕ に強い相関性がある場合を前提として、これらの不確定性を、これまでのように $\sigma_E = 10000 \text{ kN/m}^2$ および $\sigma_{\tan \phi} = 0.10$ (ケース A) とした場合に加えて、新たに $\sigma_E = 5000 \text{ kN/m}^2$ および $\sigma_{\tan \phi} = 0.05$ (ケース B), $\sigma_E = 2500 \text{ kN/m}^2$ および $\sigma_{\tan \phi} = 0.025$ (ケース C) と次第に小さくしていった場合 (図-14) の結果を示す。

図-15 は盛土天端の沈下量の確率分布である。パラメータの不確定性が少なくなるにつれて、結果として得られる沈下量のばらつきも小さくなることがわかる。このように、数値解析に入力するパラメータの精度を向上させることは結果の信頼性の向上に直接つながるが、これは実務において極めて重要なことである。例えば、貫入試験など簡易な調査手法に基づくパラメータ決定と、現位置試料による三軸試験などに基づくパラメータ決定の不確定性の差異を定量的に区別することができれば、それに対応する結果の信頼性の変化を推定することができるであろう。

4.4 入力地震波を変化させた場合

3 章で示した三種類の地震波 (神戸海洋気象台記録、開北橋記録 $\times 0.6$, 周波数 3Hz 振幅 150gal の正弦波 30 波) による結果の相違について以下に示す。 $\sigma_E = 10000 \text{ kN/m}^2$, $\sigma_{\tan \phi} = 0.10$ とし、前節と同様に、 E と ϕ に強い相関性が

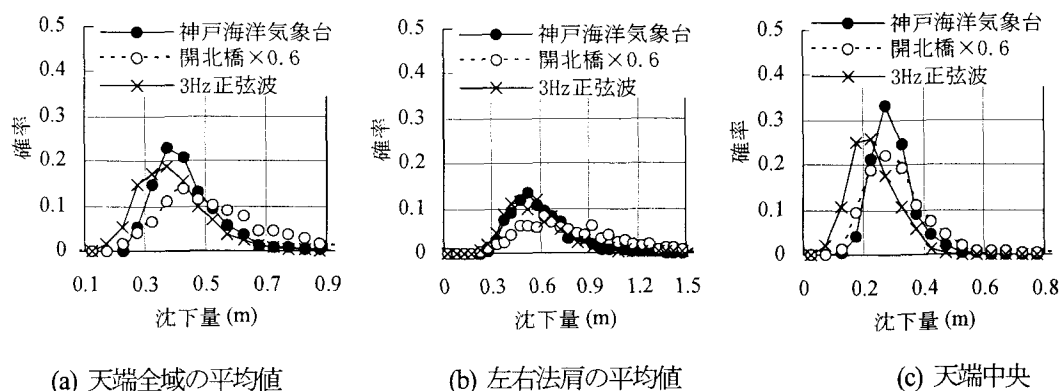


図-16 1000 回試行後の盛土天端の沈下量の確率分布（入力地震波形の変化）。

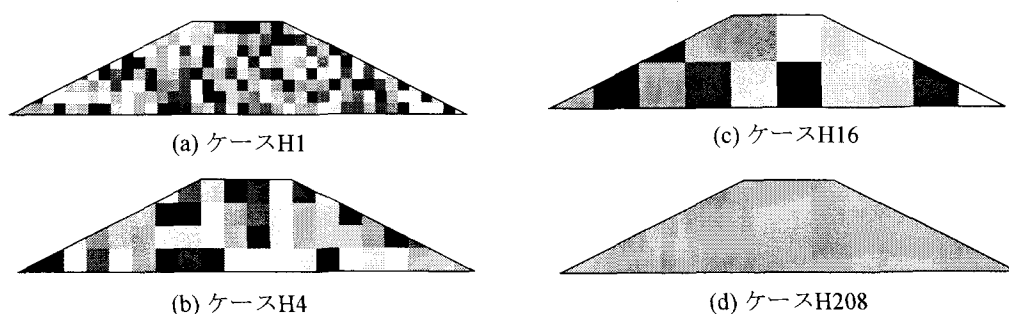


図-17 同一の地盤パラメータを割り当てる要素群の広さを変化させた場合の地盤パラメータ値の分布の例。

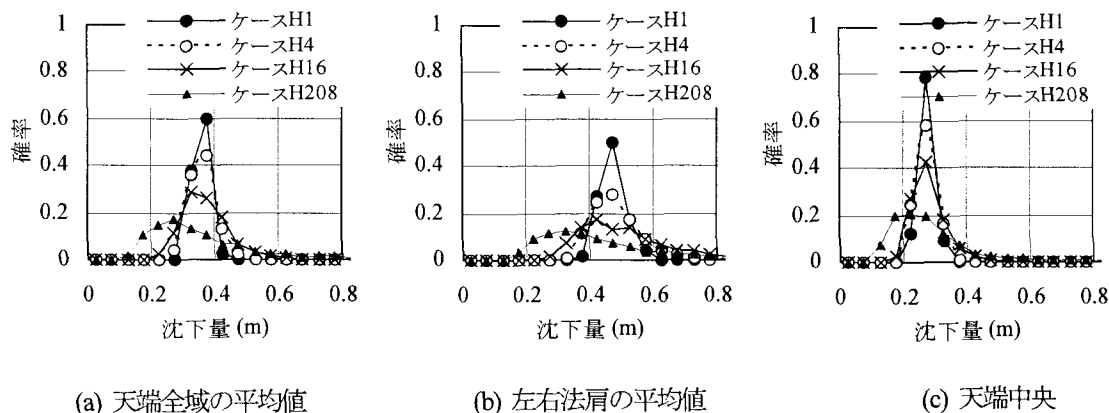


図-18 1000 回試行後の盛土天端の沈下量の確率分布（同一パラメータの要素群の広さを変化）。

ある場合を前提とする。図-16 は盛土天端の沈下量の確率分布である。神戸海洋気象台記録による結果と比べて、開北橋記録の結果、正弦波による結果はやや大きなばらつきを有している。神戸海洋気象台記録のような衝撃型の地震波形の場合、残留変位の生ずる瞬間はある短い時間帯に集中することが多いが、正弦波のような規則波形や開北橋記録のような長期振動型の地震波形の場合は、地震動継続時間全体を通して残留変形の発生が分散して生ずる。このため結果の変動幅も大きくことなると考えられる。以上のように、予測される沈下量のばらつきを評価する場合には、地震動特性の考慮は重要である。

5. 地盤物性値の空間的なばらつきを考慮した解析

5.1 同一パラメータの要素群サイズを変化させた場合

4章の解析においては、地盤物性値自体の不確定性を操作することで、結果として得られる沈下量のばらつきを評価した。これは解析メッシュ中に含まれる有限要素一つ一つに対して順に機械的に地盤パラメータを割り当てたものであり、与えたパラメータ値の集合全体としての不確定性を操作したに過ぎない。一連の解析では図-1の粗い方のメッシュ（標準要素サイズ $3\text{m} \times 3\text{m}$ ）を用いたが、これを

細かい方のメッシュ（標準要素サイズ 1.5m×1.5m）に変えて解析したら、結果として得られるばらつきは異なったものになることが予想される。

本章では細かい方のメッシュ（標準要素サイズ 1.5m×1.5m）を用いて、同一の地盤パラメータを割り当てる要素の個数を1個の場合（ケース H1）、4個の場合（ケース H4）、16個の場合（ケース H16）という具合に変更したケースを実施し、さらに系全体で一括して同一の地盤パラメータを割り当てた場合（ケース H208）もあわせて実施した。ただし、いずれの場合も、与えたパラメータ値の集合全体としての不確定性は $\sigma_E = 5000 \text{ kN/m}^2$ 、 $\sigma_{\tan \phi} = 0.05$ である。また前章の後半と同様に、 E と ϕ に強い相関性がある場合を前提とする。このようにして得られる地盤パラメータ値の分布を濃淡図で概念的に示したのが図-17 である。

盛土天端の沈下量の確率分布を図-18 に示す。同一の地盤パラメータを割り当てる要素群の広さが大きくなるほど、確率最大点の値は小さくなり、ばらつきの程度は大きくなる事が分かる。これは物性値の空間的なばらつき、すなわち不均質性の度合いがこれらの要素群サイズで決まるためである。要素群サイズが小さくなればなるほど、個々のデータの不確定性は変わらなくても系全体としての均質さは増すことになる。以上のように、予測される沈下量のばらつきを評価する場合には、個々のパラメータの不確定性のみならず、空間的なパラメータ分布の不均質性の程度も考慮すべきである。

5.2 指数関数モデルに基づく自己相関性を有する場合

空間的なばらつきを記述する場合、前節のように、ある広さの要素グループ毎に同一の地盤パラメータを与えるということは、言い換えると、その要素群の広さに相当する距離内の自己相関係数が1.0であり、その距離を超えた位置で自己相関係数が急激に0に落ち込むような、ステップ関数的な自己相関係数モデルを想定したことと一致する。極めて細密な要素分割でかつ自己相関係数が1.0である範囲をごく狭い範囲に限定することで、通常の盛土のように、比較的近い二点間の物性同士でも明らかな相関が見られない、極めてランダムな場を想定することができる。

これに対して、自己相関係数が二点間の距離の関数として滑らかに減少するようなモデル化も可能である。これを以降に検討する。対象とする問題の性質に応じて、前節のようなモデル化と本節のようなモデル化のいずれかを選択すべきであろう。

一般に地盤内のある二点間の地盤パラメータの相関性は二点間の距離 r が大きくなるに従って低下すると考えられる。この自己相関係数 ρ のモデル化に関しては、様々な手法が考えられる^{9,10)} が、ここでは次の簡単な指数関数

モデルによる近似を考える。

$$\rho(r) = \exp\left[-\frac{r}{L}\right] \quad (9)$$

ここに L は自己相関距離であり、任意の二点間の相関性の程度を特徴付ける定数である。 L が0に近付くと系の空間的なばらつきの程度は増し、逆に L が極めて大きくなると系は r によらずほぼ均一な地盤パラメータを有するようになる。

不均質な場の生成には様々な方法¹⁰⁾があるが、本研究では新たに下記のような簡易な繰返し計算によるアルゴリズムを提案する。メッシュが N 個の要素に分割されており、 k 回目の繰返し計算において、 i 番目の要素に割り当てられている地盤パラメータを E_i^k とする。

[1] すべての要素に対して、所定の確率密度関数（例えば、式(8a)や(8b)）に基づく地盤パラメータ E_i^0 を、乱数をもとに割り当てる。

[2] 繰返し k 回目 ($k=1,2,\dots$) の処理の開始。

式(10)に基づき、すべての要素 i に対する E_i^k を順に算定する。 r_{ij} は要素 i と要素 j の中心間距離である。

$$E_i^k = \sum_{j=1}^N \left[E_i^{k-1} \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{r_{ij}}{L}\right] \right\} + E_j^{k-1} \exp\left[-\frac{r_{ij}}{L}\right] \right] / N \quad (10)$$

[3] 得られた E_i^k の全体集合について、平均値と標準偏差を求める。所定の確率密度関数（例えば、式(8a)や(8b)）と照らし合わせて、平均値、標準偏差が揃うように、平均値補正については E_i^k をある定数倍、標準偏差補正については $(E_i^k - \mu_E)$ をある定数倍することで対応する。

[4] 補正された E_i^k に対して、自己相関係数 ρ を計算する。この場合、ある一定の長さ Δr 毎に r に関する区間分割 ($r_l = r_i + \Delta r$; $l=1,2,\dots,m-1$) を行い、各区間に含まれる r_{ij} を有するすべての要素 i と要素 j を対象として、相関係数 ρ_l を計算していく（要素 i と要素 j の組み合わせは N^2 通りある）。

[5] こうして得られた自己相関係数 ρ_l をもとに、式(9)との誤差 ε を次式から計算する。

$$\varepsilon = \sum_{l=1}^{m-1} \left[\rho_l - \exp\left[-\frac{r_l + \Delta r/2}{L}\right] \right] \quad (11)$$

[6] ε が極小値となった場合には、この時の E_i^k をもつ

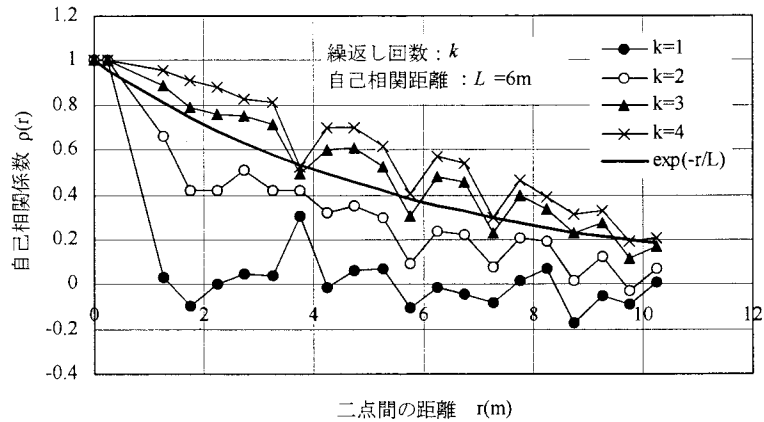


図-19 繰返し回数 k と自己相関係数 $\rho(r)$ の変化 (提案した計算アルゴリズムの結果) .

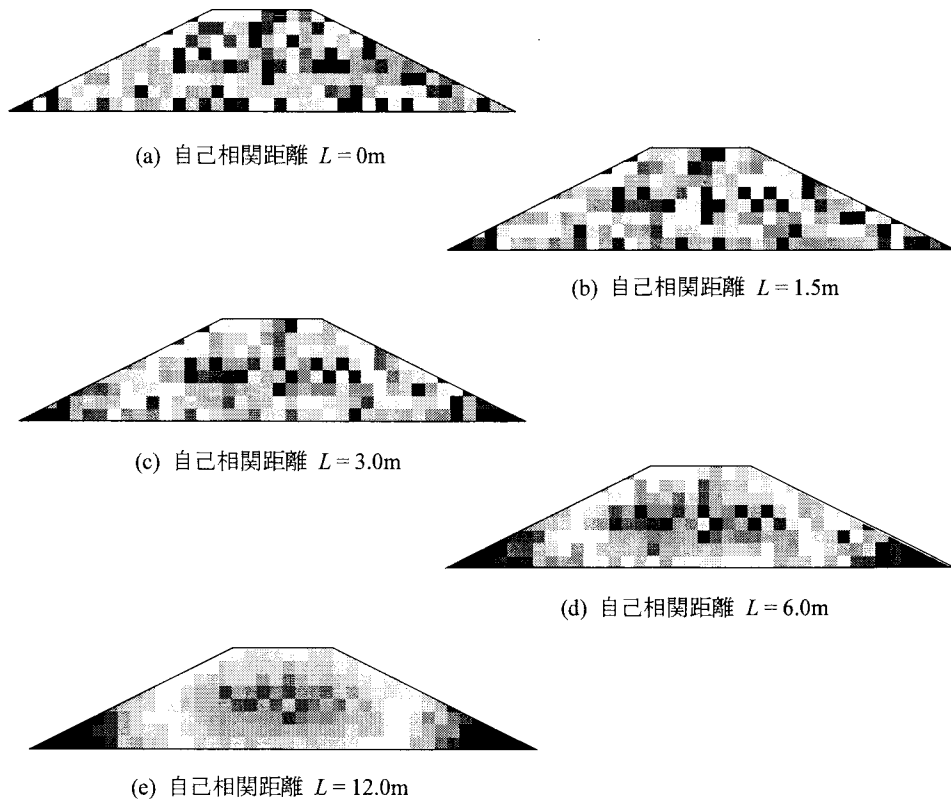


図-20 自己相関距離 L を変化させた場合の地盤パラメータ値の分布の例.

て採用する地盤パラメータ分布とする. ε が減少し続けている場合には, k を1つ増やして[2]に戻る.

$\sigma_E = 5000 \text{ kN/m}^2$, $\sigma_{\tan \phi} = 0.05$, また E と ϕ に強い相関性がある場合を前提として, 上記のアルゴリズムの実行例を示す. 有限要素メッシュには, 図-1 の細かい方のメッシュ (標準要素サイズ $1.5\text{m} \times 1.5\text{m}$) を用いる.

$\Delta r = 0.5\text{m}$, 自己相関距離 $L = 6\text{m}$ とした場合, 繰返し回

数 k と自己相関係数 $\rho_l = \rho(r)$ の変化を示したものが図-19である. この場合, $k=3$ の時が最も ε が小さくなるため, E^3 を地盤パラメータの分布として採用する.

このようにして自己相関距離 L を変えながらそれぞれ得られた地盤パラメータの分布の例を, 濃淡図で概念的に示したのが図-20である. L が大きくなるにつれて, 不均質さの程度が小さくなり, より均質な分布に変化していくことがわかる. ここで留意すべき点は, いずれの分布にお

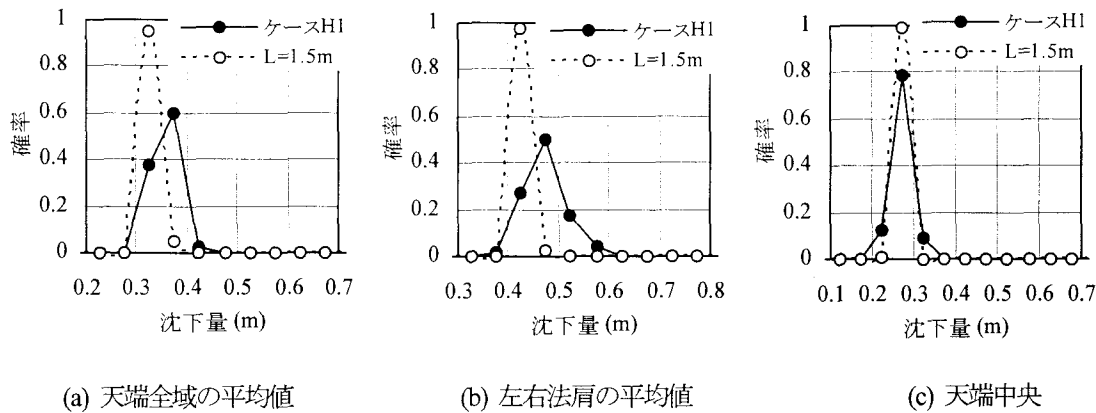


図-21 1000 回試行後の盛土天端の沈下量の確率分布（空間的なばらつきのモデル化手法を変化）。

いても、与えたパラメータ値の集合全体としての不確定性は変わらず $\sigma_E = 5000 \text{ kN/m}^2$, $\sigma_{\tan \phi} = 0.05$ であるという点である。最後に、 $L=1.5\text{m}$ として計算したケースと前節のケース H1 の結果を比較する。それぞれの盛土天端の沈下量の確率分布を図-21 に示す。地盤パラメータが空間的に滑らかに変化することを前提にした $L=1.5\text{m}$ のケースでは、ケース H1 に比べて、結果のばらつきが極めて小さくなっている。現象の適切なモデル化という観点から地盤パラメータの設定方法を今後慎重に検討する必要があるが、本研究で提示されたいくつかの知見は、これらを解決するための重要な手掛かりとなるであろう。

将来、土構造物の地震被害に着目した信頼性設計が実現すれば、地震による土構造物の損失を最小に抑えるための危機管理において効果的に利用することができる。複数の社会基盤施設に対して地震の潜在リスクを横並び評価することで、耐震施策のための投資順位の決定や工事費用の節約が可能となるであろう。

6. まとめ

本研究により得られた知見のうち重要なものを以下に箇条書きで記す。

- (1) 土のヤング率と内部摩擦角にガウス分布の確率密度関数に従う不確定性を仮定した場合、その土からなる盛土の地震後の残留沈下量は対数正規分布で表現できる。これが今回のモデルの特徴なのか、普遍的な知見なのかを結論づけるには今後の検討が必要である。
- (2) 予測される沈下量のばらつきを評価する場合には、個々のパラメータの不確定性、不確定性を考慮するパラメータの個数、複数のパラメータの相関性の度合い、地震動特性、空間的なパラメータ分布の不均質性の程度などを考慮すべきである。
- (3) 現象の適切なモデル化という観点から、自己相関距離に基づく手法の妥当性を含め、パラメータの空間的なばらつきについての表現方法を今後慎重に検討する必要がある。

参考文献

- 1) 星谷勝・中村孝明：構造物の地震リスクマネジメント，山海堂，2002。
- 2) Anders, M. and Hori, M. : Three-dimensional stochastic finite element method for elasto-plastic body, Int. J. Numer. Meth. Engng., Vol.51, pp.449-478, 2001.
- 3) 中川英則・堀宗朗：スペクトル確率有限要素法の地表地震断層問題への適用，応用力学論文集，Vol. 6, pp.693-700, 2003.
- 4) 本田利器・村上裕宣：三次元不確定波動場のスペクトル確率有限要素解析の並列計算，応用力学論文集，Vol. 6, pp.789-798, 2003.
- 5) Hori, M. and Ichimura, T. : Macro-micro analysis for wave propagation in highly heterogeneous media – prediction of strong motion distributions in metropolis -, in Wave 2000 (Proc. Of the International Workshop, Dec. 13-15, Bochum, Germany), eds. N. Chow and G. Schmid, Balkema, pp.379-398, 2000.
- 6) Wakai, A. and Ugai, K. : A simple constitutive model for the seismic analysis of slopes and its applications, Soils and Foundations, Vol.44, No.4, pp.83-97, 2004.
- 7) 若井明彦・鶴飼恵三・萩原吉洋：柱状改良体を有する複合地盤の地震応答特性に基づく均質モデル化，応用力学論文集，Vol.7, pp.899-908, 2004.
- 8) 若井明彦・鶴飼恵三・天野正道・飯塚豊・五味潤裕一：コンクリートパネルとジオグリッドから成る補強土擁壁の地震応答解析，第39回地盤工学研究発表会講演集，2004.
- 9) 堀宗朗：地震現象の数値シミュレーションのための確率モデルと解析理論について，応用力学論文集，Vol. 6, pp.739-745, 2003.
- 10) 齋藤雅彦・川谷健：透水係数の空間分布モデルの適用性に関する一考察，土木学会論文集，No.694, III-57, pp.245-258, 2001.
- 11) 道路橋示方書・同解説 V耐震設計編，pp.304-315, 2002.

(2005年4月15日 受付)