

再帰的分解法を用いたネットワークの冗長性評価

Evaluation of Network Redundancy Using Recursive Decomposition Algorithm

小野祐輔*・大西則仁**・Charles Scawthorn***

Yusuke ONO, Norihito OHNISHI and Charles SCAWTHORN

*正会員 博(工) 京都大学大学院助手 工学研究科都市社会工学専攻(〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

**学生員 京都大学大学院修士課程学生 工学研究科都市社会工学専攻(〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

***正会員 工博 京都大学大学院教授 工学研究科都市社会工学専攻(〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

A method to evaluate the network redundancy based on a recursive decomposition algorithm(RDA) introduced by Li and He in 2002 was employed to calculate the reliability of lifeline networks. A redundancy index proposed by Hoshiya and Yamamoto in 2002 was used to represent the redundancy of networks. RDA is shown to be much more effective, as compared with results of Monte-Carlo simulation. In addition, a limitation of the redundancy index is revealed by case studies.

Key Words : Recursive Decomposition Algorithm, Redundancy, Network and Lifeline

1. はじめに

ライフラインネットワークの信頼性解析では、ライフラインを図-1に示すようなノードとリンクのみからなるネットワークとしてモデル化し、供給点と需要点の連結性に着目することが多い。このとき、各ノードまたはリンクの状態は破壊しているかしていないかのどちらかで表され、供給点から需要点に至る経路が存在する確率をネットワークの信頼性と呼ばれる¹⁾。

我々の身近に存在するライフラインは、要素数が数百万を越えるような大規模ネットワークである。 n 個の要素で構成されるネットワークの連結性に基づく信頼性を求める場合には、 2^n 通りの組み合わせについて連結性を調べる必要があり、この関数はよく知られているように、 n の増加に対して非常に大きな加速度で増大する性質を持っている。そのため、高い耐震性能が要求される基幹的なネットワークに限って考えることで、要素数を数十から数百の規模に絞ったとしてもその信頼性を計算することは困難である。そこで、 2^n 通りの全てを計算することなく、効率的に信頼性を求める方法が必要である。Li and He²⁾は、要求される精度に応じた信頼性を効率良く計算することができる再帰的分解法(Recursive Decomposition Algorithm)を提案し、434個のノードと1484個のリンクを持つ規模のネットワークの信頼性解析が行えることを示した。

一方、ネットワークの性能を議論するためには信頼性だけでは不十分であるという考え方から、Hoshiya and Yamamoto³⁾はエントロピーに基づく冗長性指数を提案している。しかしながら、Hoshiya and Yamamotoの冗長性指数を計算するためには、ネットワークに起こりうる全ての状態を評価せねばならず、すなわち 2^n 通

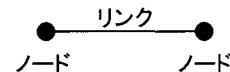


図-1 ノードとリンクから構成されるネットワーク

りの計算を行う必要がある。Hoshiya and Yamamotoの論文ではモンテカルロシミュレーションを用いて冗長性指数を計算している。

本論文では、Li and Heの提案した再帰的分解法に基づいて Hoshiya and Yamamoto の冗長性指数を効率的に計算する手法を示す。また、ネットワークの形状と Hoshiya and Yamamoto の冗長性指数の関係について、ケーススタディの結果に基づき考察を行う。

2. 再帰的分解法に基づくネットワークの信頼性解析

2.1 再帰的分解法

再帰的分解法は Li and He²⁾によって提案された効率的なネットワークの信頼性解析法である。ネットワークはノードとリンクから構成されているとし、供給点から需要点に至る経路の存在確率をそのネットワークの信頼性と定義する。また、供給点から需要点までの経路が存在している場合、そのネットワークは機能していると呼び、経路が存在しない場合にはネットワークは機能していないと呼ぶ。

ネットワーク全体を記号 G を用いて表し、 $\Phi(G)$ を次のように定義する。

$$\Phi(G) = \begin{cases} 1 & (\text{ネットワークが機能している}) \\ 0 & (\text{ネットワークが機能していない}) \end{cases} \quad (1)$$

$\Phi(G) = 1$ の場合は次のように表すことができる.

$$\Phi(G) = \bigcup_{k=0}^K S_k \quad (2)$$

ここで S_k とはネットワークの供給点から需要点に至る 1 つの経路を表し, $K+1$ 個存在しているとする. この時, ネットワークの信頼性 $R(G)$ は次のように表すことができる.

$$R(G) = p_r \{ \Phi(G) = 1 \} = p_r \left\{ \bigcup_{k=0}^K S_k \right\} \quad (3)$$

ここで $p_r(A)$ とは事象 A が起こる確率を表す.

n_0 個のノードとリンクから構成される任意の 1 つの経路を $S_0 = \{s_1 s_2 \cdots s_{n_0}\}$ で表すことにすると, $\Phi(G)$ は次のように展開できる.

$$\begin{aligned} \Phi(G) &= \bigcup_{k=0}^K S_k \\ &= S_0 \cup \left(\bigcup_{k=0}^K S_k \right) \\ &= S_0 \cup \Phi(G) \\ &= S_0 \cup (\overline{S_0} \cap \Phi(G)) \end{aligned} \quad (4)$$

ここで, ド・モルガンの法則と吸収律により,

$$\begin{aligned} \overline{S_0} &= \{\bar{s}_1\} \cup \{s_1 \bar{s}_2\} \cup \cdots \cup \{s_1 s_2 \cdots \bar{s}_i\} \cup \cdots \\ &\quad \cup \{s_1 s_2 \cdots s_i \cdots \bar{s}_{n_0}\} \end{aligned} \quad (5)$$

であるから, 式(5)を式(4)に代入することにより,

$$\begin{aligned} \Phi(G) &= S_0 + \{\bar{s}_1\} \Phi(G_1) + \{s_1 \bar{s}_2\} \Phi(G_2) + \cdots \\ &\quad + \{s_1 s_2 \cdots \bar{s}_i\} \Phi(G_i) + \cdots \\ &\quad + \{s_1 s_2 \cdots s_i \cdots \bar{s}_{n_0}\} \Phi(G_{n_0}) \end{aligned} \quad (6)$$

が得られる. ここで, G_i は元のネットワーク上から要素 s_i を取り除いて作られるサブネットワークを表す.

今, 式(6)において, 機能しているサブネットワークを $G_i (i = 1, 2, \dots, n_1)$, 機能していないサブネットワークを $G_j (j = 1, 2, \dots, n_0 - n_1)$ とする. 式(6)に従って $\Phi(G_i)$ を分解し, 再び式(6)に代入する操作を全ての $\Phi(G_i)$ に対して行い, $\Phi(G_i)$ に掛かる係数をまとめて c_i と表すことになると, 式(6)は次のように書き直すことができる.

$$\Phi(G) = S_0 + \sum_{i=1}^{n_1} c_i S_i + \sum_{i=1}^{n_0} c_i \overline{S_i} \Phi(G_i) \quad (7)$$

一方, $\Phi(G_j)$ に掛かる係数を F_j とすると, F_j は元のネットワークのカットセットである. T を元のネットワークにおける全てのカットセットからなる和集合とすると,

$$T = \sum_{j=1}^{n_0 - n_1} F_j + Q \quad (8)$$

となる. ここで, Q はこの時点ではまだ得られていない残りのカットセットからなる集合である.

式(7)を再帰的に用い, G_i が存在しなくなるまで, すなわち供給点から需要点に至る経路が存在しなくなるまで分解し, 整理すると次式のように書き表すことができる.

$$\begin{aligned} \Phi(G) &= S_0 + \sum_{i=1}^{n_1} c_i S_i + \sum_{i=n_1+1}^{n_1+n_2} \left(\bigcap_{j=1}^{m_i} c_i^j \right) S_i \\ &\quad + \sum_{i=n_1+1}^{n_1+n_2} \left(\bigcap_{j=1}^{m_i} c_i^j \right) \overline{S_i} \Phi(G_i) \\ &= \cdots \\ &= S_0 + \sum_{i=1}^{n_1} c_i S_i + \sum_{i=n_1+1}^{n_1+n_2} c_i S_i + \cdots \\ &\quad + \sum_{i=n_1+\cdots+n_{N-1}+1}^{n_1+n_N} c_i S_i \\ &= S_0 + \sum_{i=1}^N L_i \end{aligned} \quad (9)$$

ここで c_i^j はサブネットワーク G_i の j 項目の分解係数を表しており, 式(5)によって求めることができる. L_i は $\sum_i c_i S_i$ をまとめて表したものであり, m_i はサブネットワーク G_i を分解した時の項数である.

$$c_i = \bigcap_{j=1}^{m_i} c_i^j \quad (10)$$

は i 回目の分解で得られた分解係数を表す. N は最初に見つけられた経路 S_0 を除く供給点から需要点に至る経路の数であり, $L_0 = S_0$ とすると式(9)は,

$$\Phi(G) = \sum_{i=0}^N L_i \quad (11)$$

と書き直すことができる.

一方, 式(8)は,

$$\begin{aligned} T &= \sum_{j=1}^M \left(\bigcap_{k=1}^{m_j} F_j^k \right) \\ &= \sum_{j=1}^M F_j \end{aligned} \quad (12)$$

と書き改めることができ, F_j^k は経路を持たないサブネットワーク G_j に対応する k 項目の分解係数を表している.

式(3), (11)からネットワーク G の信頼性 $R(G)$ は,

$$R(G) = \sum_{i=0}^N p_r \{L_i\} \quad (13)$$

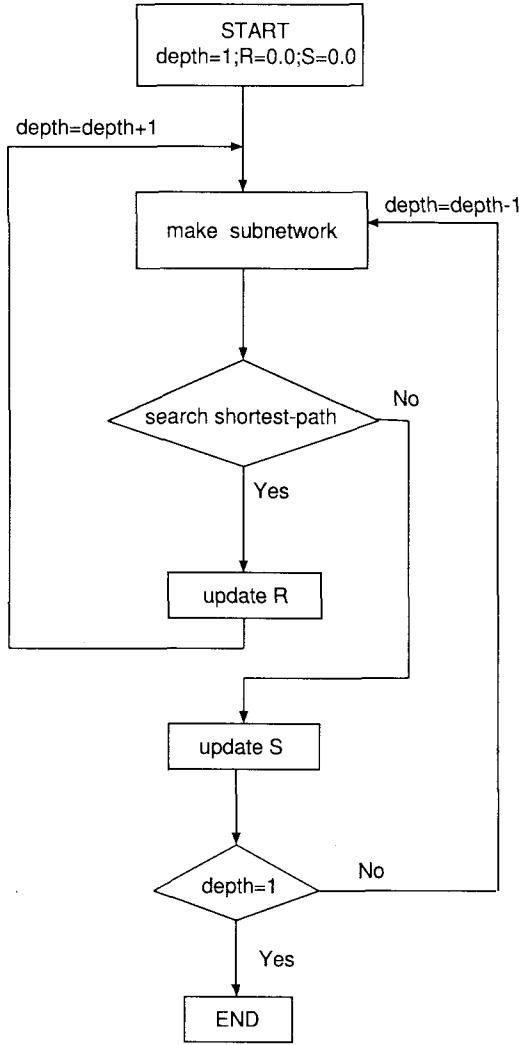


図-2 再帰的分解法による信頼性解析のフローチャート

と求めることができる。ここで、

$$p_r\{\mathbf{L}_i\} = \prod_{i=1}^{N_i} (1 - p_i) \cdot \prod_{i=N_i+1}^{N_i+K_i} p_i \quad (14)$$

であり、 N_i は \mathbf{L}_i に含まれる要素のうち破壊している要素の数、 K_i は破壊していない要素の数、 p_i は要素 i の非破壊確率である。

同様に式(12)からネットワーク G の破壊確率 $S(G)$ は、

$$S(G) = P_r(\Phi(G) = 0) = \sum_{i=1}^M p_r\{\mathbf{F}_j\} \quad (15)$$

と求めることができる。ただし、

$$p_r\{\mathbf{F}_j\} = \prod_{j=1}^{M_j} (1 - p_j) \cdot \prod_{j=M_j+1}^{M_j+K_j} p_j \quad (16)$$

である。また、 M_j は \mathbf{F}_j に含まれる破壊している要素の数、 K_j は破壊していない要素の数、 p_j は要素 j の非破壊確率である。

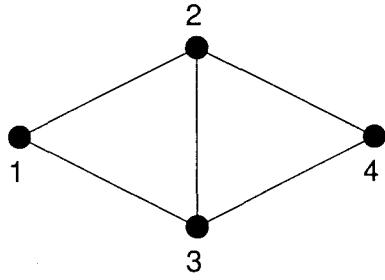


図-3 サンプルネットワーク 1

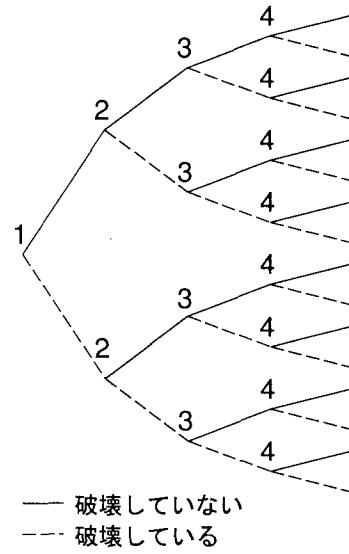


図-4 サンプルネットワークの状態の数え上げ樹形図

2.2 解析プログラムの作成

再帰的分解法による分解の深さを $depth$ で表すことにすると、ネットワークの信頼性解析の具体的な手順は以下のようになる。

- (0) $R(G) = 0.0, S(G) = 0.0, depth = 1$ と初期化する。
- (1) 式(9)に従って $\Phi(G)$ を分解する。
- (2) 式(13)に従って $R(G)$ を更新する。
- (3) サブネットワーク G_i が機能していれば S_i を探し、 $depth = depth + 1$ として (2) へ戻る。機能していないければ (4) へ進む。
- (4) 式(14)に従って $S(G)$ を更新する。
- (5) $depth = 1$ であれば終了する。そうでなければ $depth = depth - 1$ として (3) に戻る。

この手順をフローチャートにして表したもののが図-2 である。サブネットワークが機能しているかどうかの判定には、ダイクストラ法⁴⁾による最短経路探索を用いた。

2.3 再帰的分解法の解釈

ここでは図-3 に示した簡単なネットワークを例題として、再帰的分解法の各操作の持つ意味を明らかにす

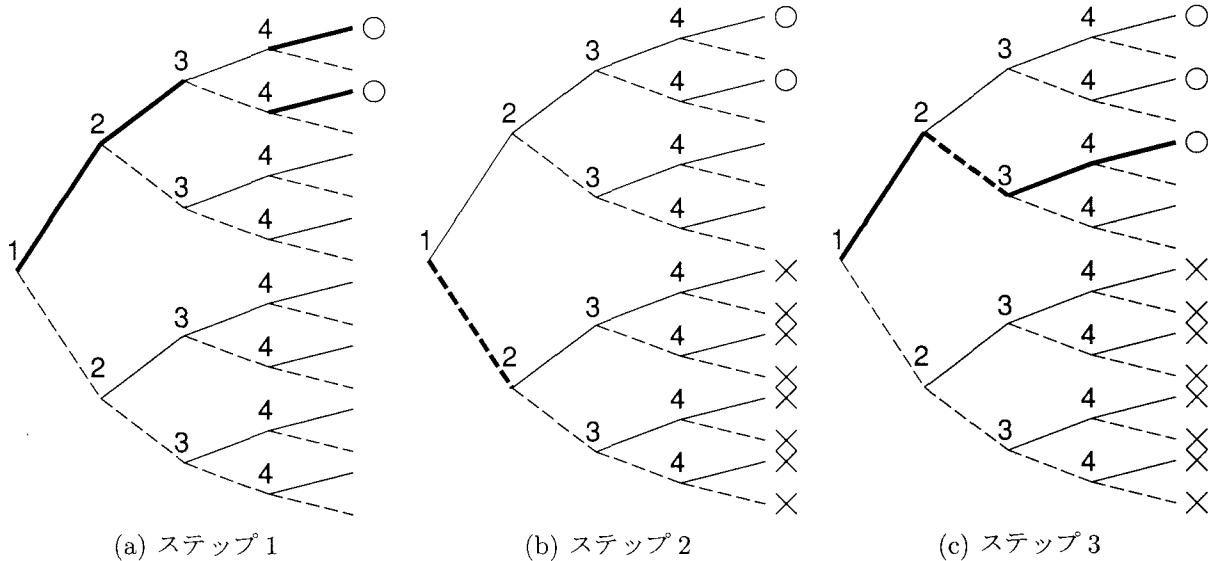


図-5 再帰的分解法の樹形図による解釈

る。簡単のためにノードのみが破壊、非破壊のいずれかの状態をとるものとし、リンクは常に破壊していないとする。供給点をノード1、需要点をノード4とし、ノード1からノード4に至る経路が存在するとき、このネットワークは機能しているとし、その確率を信頼性とする。

このネットワークにおいて各ノードは破壊、非破壊のいずれかの状態をとるので、このネットワークの状態は $2^4 = 16$ 通り考えられる。これを視覚的に捉るために、ノードが破壊しているかどうかで枝分かれしていく樹形図を作成したものが図-4である。

まず $S_0 = \{s_1 s_2 s_4\}$ として、式(9)に従い $\Phi(G)$ を次のように分解する。

$$\begin{aligned} \Phi(G) = S_0 + \{\bar{s}_1\} \Phi(G_1) + \{s_1 \bar{s}_2\} \Phi(G_2) \\ + \{s_1 s_2 \bar{s}_4\} \Phi(G_4) \end{aligned} \quad (17)$$

このとき樹形図において S_0 に対応する部分はネットワークが機能しているので、○印を付けておく（ステップ1）。

次に式(17)の第2項に着目すると、全体のネットワークからノード1を取り除いたサブネットワーク G_1 は機能しないので、樹形図の対応する箇所に×印を付ける（ステップ2）。このときサブネットワーク G_1 を調べることで、全16通りのうちの8通りについて連結性を一度に調べることができることになる。さらに式(17)の第3項について調べると、このサブネットワークは機能している（ステップ3）ので、再び再帰的に分解を行う。

このような操作を繰り返すことで、ネットワークが機能する全ての事象を得ることができる。

2.4 誤差評価による計算の打ち切り

再帰的分解法では、計算の過程においてネットワークの非破壊確率（信頼性） $R(G)$ と破壊確率 $\bar{R}(G)$ をそれぞれ平行して計算しながら正解に近づいていく。言い換えると、

$$R(G) + \bar{R}(G) = \sum_{i=0}^{K_S} p_r \{L_i\} + \sum_{j=1}^{K_F} p_r \{F_j\} \quad (18)$$

が徐々に1に近づいていく。

$$E = 1 - R(G) - \bar{R}(G) \quad (19)$$

は計算途中における信頼性評価の誤差であるから、 E が適当な値よりも小さくなった時点で計算を打ち切ることで、効率良く必要な精度でネットワークの信頼性を求めることができる。

2.5 計算例

図-6に示したサンプルネットワークを対象として、供給点（Source）から需要点（Demand）までの連結性に関する信頼性を再帰的分解法を用いて計算した。各ネットワークのノードは非破壊とし、リンクの非破壊確率は0.90とした。得られた信頼性の値を表-1に示す。また、計算の過程において実際に経路の探索を行った回数と、全て場合の数え上げの総数 2^n を比較したものを図-7に示す。ネットワークが大きくなりリンクの数が増えるにしたがって再帰的分解法による計算量は大幅に増大するが、全ての場合を数え上げる方法に比べると、その増加率は小さくなっていることが分かる。

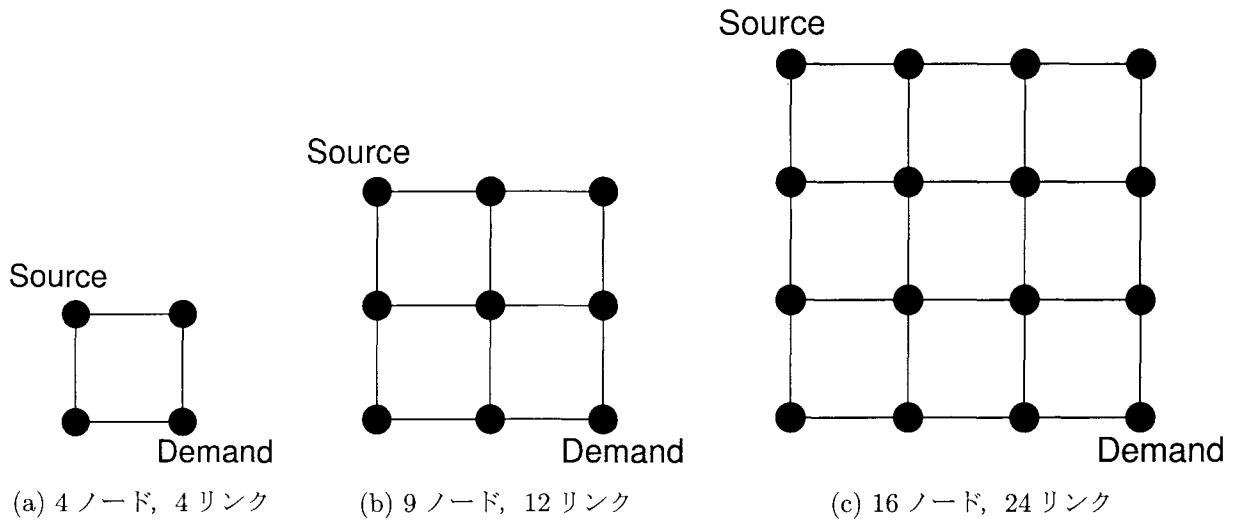


図-6 サンプルネットワーク 2

表-1 信頼性解析の結果

| ノード数 | リンク数 | 信頼性 |
|------|------|--------|
| 4 | 4 | 0.9639 |
| 9 | 12 | 0.9725 |
| 16 | 24 | 0.9750 |

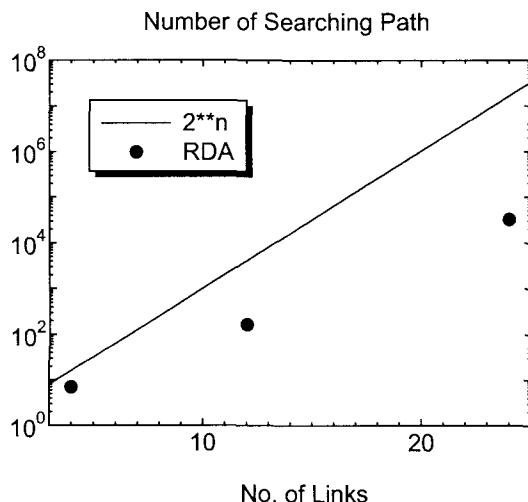


図-7 全ての場合の数え上げと再帰的分解法の計算量の比較

3. ネットワークの冗長性の評価

3.1 冗長性指標

ネットワークシステムは多くの要素から構成されており、構成要素の一部が破壊されたとしても、その機能を維持することが求められる。すなわち、システムの一部に破壊が生じてから、システム全体の停止に至

るまでの余裕が大きいほど優れたネットワークであると言えよう。この余裕が冗長性であり、その程度を定量的に表す指標が冗長性指数 (Redundancy Index) である。冗長性指数の定義は複数の研究者によって提案されているが、本論文では Hoshiya and Yamamoto³⁾ の冗長性指数 R_E を対象に、再帰的分解法による計算法を示す。

まず、 m 個の要素を持ち、各要素の信頼性として非破壊確率が与えられているネットワークを考える。このネットワークが得る全ての状態の事象の母集団 U は次式で表すことができる。

$$U = \{D_0, D_1, D_2, \dots, D_i, \dots, D_{m-1}, D_F\} \quad (20)$$

$$U = O \cup NO = D \cup ND \quad (21)$$

ここで、 O はネットワークが機能している事象からなる部分集合、 NO はネットワークが機能しない事象による部分集合であり、それぞれ次式で表される。

$$O = \{D_0, D_1, D_2, \dots, D_i, \dots, D_{m-1}\} \quad (22)$$

$$NO = \{D_F\} \quad (23)$$

D_i は i 個の要素が破壊しているがネットワークは機能している事象を表し、 D_F は、ネットワークが機能していない状態を表す事象である。また、事象 D_F は次のように分解することができる。

$$D_F = \{d_{F_1}, d_{F_2}, \dots, d_{F_i}, \dots, d_{F_{m-1}}, d_{F_m}\} \quad (24)$$

ここで d_{F_i} は、構成要素の任意の i 個が破壊してネットワークが機能していない事象である。

D はネットワークに何らかの被害が発生する事象の部分集合、 ND はすべての要素が破壊していない事象であり、それぞれ次式で表すことができる。

$$D = \{D_0, D_1, D_2, \dots, D_i, \dots, D_{m-1}, D_F\} \quad (25)$$

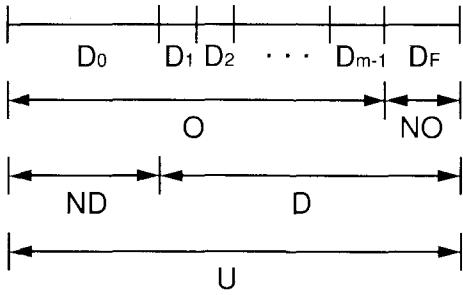


図-8 ネットワークの状態を表すベン図³⁾

$$ND = \{D_0\} \quad (26)$$

これらの事象をまとめてベン図で表したもののが図-8である。

以上のように各事象を定義すると、Hoshiya and Yamamoto³⁾の冗長性指数 R_E は次式で求めることができる。

$$R_E = \frac{H_{D|D}}{\log_2(m)} \quad (27)$$

$$= \left\{ - \sum_{i=1}^{m-1} P_{D_i|D} \log_2 P_{D_i|D} - P_{D_F|D} \log_2 P_{D_F|D} \right\} / \log_2(m) \quad (28)$$

ここで、 $H_{D|D}$ はシステムに何らかの被害が発生する事象 D の条件下で、少なくとも 1 個以上の要素が破壊する事象の部分集合の条件付きエントロピーである。また $P_{D_i|D}$ および $P_{D_F|D}$ は、それぞれシステムに何らかの損傷が発生する条件での事象 D_i と D_F の条件付き確率であり、事象 D の生起確率を P_D とした場合、次式で表される。

$$P_{D_i|D} = \frac{P(D_i)}{P_D} \quad (29)$$

$$P_{D_F|D} = \frac{P(D_F)}{P_D} \quad (30)$$

3.2 再帰的分解法を用いた冗長性指数の計算法

前章で述べたように冗長性指数 R_E を計算するには、全ての事象の数え上げを行う必要がある。すなわち、 N 個の要素で構成されるネットワークの場合、 2^N 通りの要素の連結性の組み合わせについて調べる必要がある。この関数はよく知られているように、 N の増加に対して非常に大きな加速度で増大する性質を持っており、実在するライフラインに対して計算するとなると莫大な時間を要する。例えば Hoshiya and Yamamoto³⁾ はモンテカルロシミュレーションを用いて冗長性指数 R_E を求めている。

再帰的分解法は、ネットワークが機能している事象を効率良く全て数え上げるアルゴリズムであり、次に

表-2 再帰的分解法とモンテカルロシミュレーションの比較

| 試行回数 | R_E | CPU Time (s) |
|-----------|--------|--------------|
| 5,000 | 0.5240 | 0.060 |
| 50,000 | 0.5254 | 1.391 |
| 500,000 | 0.5264 | 12.167 |
| 1,000,000 | 0.5267 | 24.194 |
| 2,500,000 | 0.5267 | 60.196 |
| 5,000,000 | 0.5266 | 120.312 |
| 再帰的分解法 | 0.5266 | 3.244 |

示す手順の様に冗長性指数 R_E を計算するプロセスを容易に組み込むことができる。

- (1) 再帰的分解法に従ってネットワークが機能しているか否かを調べる。
- (2) ネットワークが機能している場合、 $P(D_i)$ と P_D を更新する。このとき、経路に関係しない要素については、起こり得る全ての状態を数え上げる。
- (3) ネットワークが機能していない場合は $P(D_F)$ と P_D を更新する。
- (4) それ以上の分解ができなくなるまで(1)から(3)の手順を繰り返す。
- (5) 式(28)にしたがって冗長性指数 R_E を計算する。

以下、この手順にしたがって冗長性指数 R_E を求める具体例を図-3 に示したサンプルネットワーク 1 を対象として説明する。

まず、再帰的分解法にしたがってネットワークが機能している状態に対応する経路

$$S_0 = \{s_1 s_2 s_4\} \quad (31)$$

が発見される。ここで、経路を構成するノード $\{s_1\}, \{s_2\}$ 及び $\{s_4\}$ は非破壊と決定しているが、ここに含まれない $\{s_3\}$ はどちらの状態でも良い。すなわち、 $\{s_3\}$ の破壊あるいは非破壊に関係なく経路は存在する。このことを式で表すと、

$$\begin{aligned} Pr\{S_0\} &= Pr\{s_1 s_2 s_4\} \\ &= Pr\{s_1 s_2 s_3 s_4\} + Pr\{s_1 s_2 \bar{s}_3 s_4\} \end{aligned} \quad (32)$$

となる。各項はそれぞれ事象 D_1, D_2 に対応するので、 P_{D_0} と P_{D_1} を次式によって求めることができる。

$$P_{D_0} = Pr\{s_1 s_2 s_3 s_4\} \quad (33)$$

$$P_{D_1} = Pr\{s_1 s_2 \bar{s}_3 s_4\} \quad (34)$$

次に再び再帰的分解法にしたがって、経路

$$S_1 = \{\bar{s}_2\} \{s_1 s_3 s_4\} \quad (35)$$

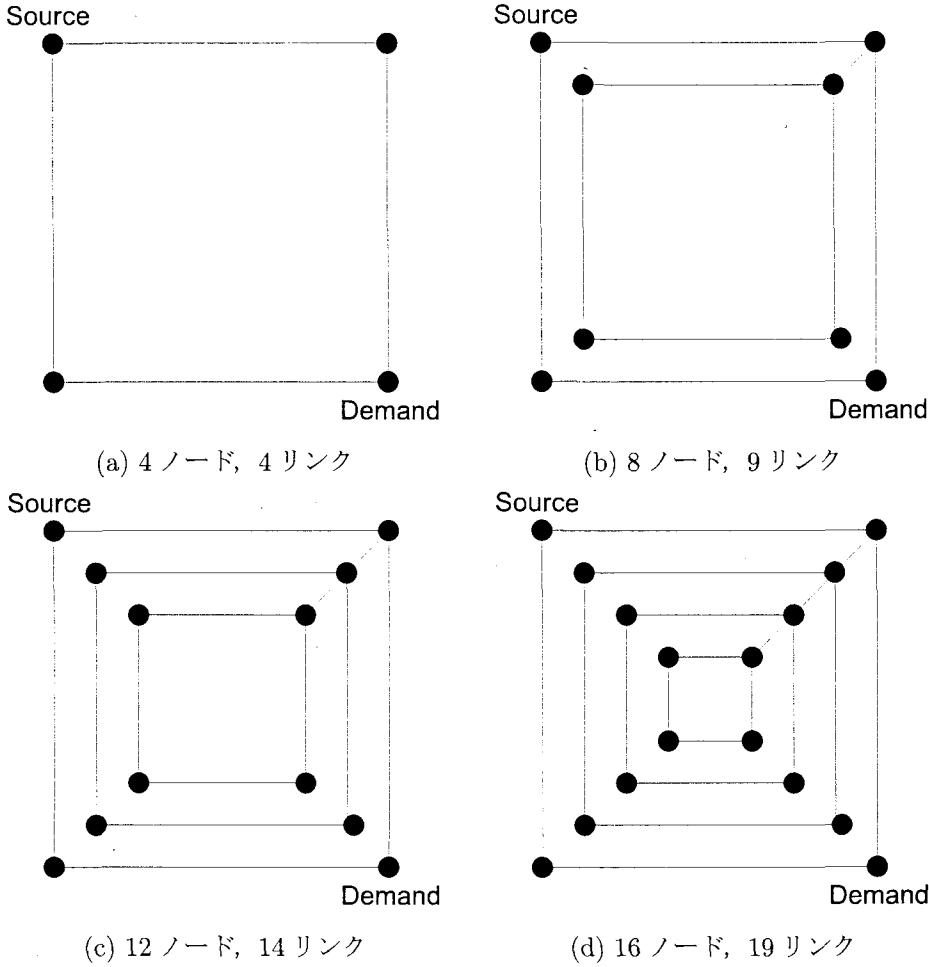


図-9 サンプルネットワーク 3

が発見される。この事象は経路を構成するノードの状態が全て決定しており、事象 D_1 に対応する。このとき P_{D_1} を次式によって更新する。

$$P_{D_1} = P_{D_1} + P_r \{s_1 \bar{s}_2 s_3 s_4\} \quad (36)$$

この例ではこれ以外の経路は存在しないので計算を終了する。また、この時点で再帰的分解法によって P_{D_F} は既に得られていることになる。

ここで、少なくとも 1 つ以上のノードに被害が発生する確率、つまりシステムの構成要素に被害が発生する事象 D の生起確率 P_D は次のように $P_{D_1}, P_{D_2}, P_{D_3}, P_{D_F}$ の和で求めることができる。

$$P_D = P_{D_1} + P_{D_2} + P_{D_3} + P_{D_F} \quad (37)$$

このようにして得られた P_D , P_{D_i} , P_{D_F} から、式 (28), (29), (30) によってこのネットワークの冗長性指数 R_E を計算することができる。

3.3 計算例

図-6(c) の 16 ノード, 24 リンクのネットワークに対して、再帰的分解法とモンテカルロシミュレーション

を行った結果と計算に要した CPU 時間を表-2 に示す。計算に用いたのは、CPU が Intel Pentium M 1.2GHz で 512MB の RAM が搭載されたラップトップ PC である。

この例では、本論文で述べた再帰的分解法に基づく手法によってモンテカルロシミュレーションに比べて、短い計算時間で冗長性指数を計算することができている。ネットワークの規模が大きくなれば再帰的分解法による計算時間も増大するので、現実的にはモンテカルロシミュレーションに拠らざるを得ない場合も考えられるが、再帰的分解法に基づく手法で求めた冗長性指数は、ネットワークが機能しているすべての場合を数え上げることにより計算しているため、計算機の丸め誤差を除けば正解値が得られるという利点がある。

3.4 ネットワークの形状と冗長性指数の関係

ここでは冗長性指数の持つ特性を明らかにすることを目的として、図-9 に示す 3 つのネットワークについて冗長性指数 R_E を計算した。いずれもノードは非破壊で、リンクの非破壊確率をすべて 0.90 とした。その

表-3 サンプルネットワーク 3 の信頼性と冗長性指数

| ネットワーク | 信頼性 | R_E | $1 - R_R$ | R_Z |
|----------------|--------|--------|-----------|--------|
| 4 ノード, 4 リンク | 0.9639 | 0.3754 | 0.8950 | 0.3992 |
| 8 ノード, 9 リンク | 0.9639 | 0.4516 | 0.9421 | 0.5588 |
| 12 ノード, 14 リンク | 0.9639 | 0.4884 | 0.9532 | 0.5747 |
| 16 ノード, 19 リンク | 0.9639 | 0.5145 | 0.9584 | 0.5803 |

結果をまとめたものが表-3である。この表には供給点から需要点に至る連結性に着目した信頼性, Ziha⁵⁾による冗長性指数 R_Z , De et al.⁶⁾による冗長性指数 R_R を併せて示している。 R_Z は R_E と同様に 0 から 1 の値を持ち, 冗長性が高いほど 1 に近づく。一方, R_R は 0 から 1 の値を持つが, その値が 0 に近いほど冗長性が高いことを意味する指標であるので, 表中では $1 - R_R$ とした値を示している。

これらのネットワークは, 最も外側の 4 つのノードとリンク以外は供給点から需要点までの経路の存在に影響しないことは明らかである。実際に得られた信頼性は 4 つのケースとも同じ値となっている。しかしながら冗長性指数について見ると, ここで示した 3 種類の指数のいずれもがネットワークを構成する要素の増加とともに増大している。

このように供給点から需要点までの経路の存在に影響しないようなサブネットワークを有するネットワーク全体の性能評価に対して冗長性指数を用いることは不適切であるため, 大規模なネットワークの冗長性指数を計算するためには, 経路に直接関係しないサブネットワークを除去するような前処理が必要であると考えられる。

4. まとめ

本論文ではライフラインネットワークの性能評価を目的として, 再帰的分解法に従って冗長性指数を計算する手法を示した。ライフラインの基幹的なネットワー-

クの規模を想定し, 最大で 24 リンクを持つネットワークを用いたケーススタディにより, その有効性を確認した。また, これまでに提案されている冗長性指数は, 需要点に至る経路に直接関係しないサブネットワークの存在によって影響を受けるという問題点を示した。

今後の課題として, どの程度の規模のネットワークに対して適用が可能かを明らかにすること, 計算時間をさらに短縮するために計算の過程で冗長性指数の誤差評価を行い, 適切な値になった時点での計算を打ち切ることができる手法を開発することが挙げられる。また, 情報エントロピーに基づく冗長性を正確に求めることを目的として, 経路に影響を及ぼさないサブネットワークを除去する前処理の手法の開発も必要である。

参考文献

- 1) 久保慶三郎・篠塚正宣 : 地震と都市ライフライン-システムの診断と復旧, 京都大学学術出版会, 1998.
- 2) Jie Li and Jun He:A Recursive Decomposition Algorithm for Network Reliability Evaluation, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.31, pp.1525-1539,2002.
- 3) Masaru Hoshiya, and Kinya Yamamoto :Redundancy Index of Lifeline System, Journal of Engineering Mechanics, pp.961-968, 2002.
- 4) 奥村晴彦 : C 言語による最新アルゴリズム事典, 技術評論社, 1991.
- 5) Ziha, K :Event Oriented System Analysis, Probabilistic Engineering Mechanics, Vol.15, No3, pp.261-275, 2000.
- 6) Kullback, S :Information Theory and Statistics, Dover Publications, New York, 1959.

(2005 年 4 月 15 日 受付)