

粒状体のせん断流動における遷移現象の解析

Numerical Analysis of Transitional Behavior in Granular Shear Flow

山本雄介*・岸野佑次**・石井建樹***・京谷孝史****

Yusuke YAMAMOTO, Yuji KISHINO, Tateki ISHII and Takashi KYOYA

*学生員 工修 東北大学大学院工学研究科土木工学専攻 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06)

**フェロー会員 工博 東北大学大学院教授 工学研究科土木工学専攻 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06)

***正会員 工博 東北大学大学院助手 工学研究科土木工学専攻 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06)

****正会員 工博 東北大学大学院助教授 工学研究科土木工学専攻 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06)

The physical process of granular shear flows is very complex, and the mechanical properties such as the dependency on the shear-rate or the influence of confining pressure have not been fully investigated. This paper discussed the dynamic characteristics of granular shear flows with the aid of numerical tests by the Granular Element Method that was recently extended to a dynamic version. It was found from a series of simulation tests that the flow patterns were strongly influenced by the confining pressure, as well as the shear rate. It was also shown that the localization developing in the dynamic deformation field weakened the shearing toughness of granular specimen.

Key Words : granular shear flow, shear-rate, Granular Element Method, transitional behavior, localization

1. はじめに

粒状体の流れに関して従来より様々な研究がなされてきたが、その対象は塑性せん断変形の延長としての静的な流れから個々の構成粒子がばらばらの運動をする高速の流れに至るまで、多岐に亘っている。粒状体の典型的な流れの現象は二つに分類されよう。一つは準静的な流れであり、互いに接触している粒子数が非常に多く、粒子間の接触力に支配された流れである。もう一つは慣性力の支配を受けた流れであり、これは粒子間の接触数が少なく各粒子が自由に動き回り衝突を繰り返すような動的な流れである。この二種類の流れの現象はその力学特性が大きく異なり、これらの力学特性は動的自由度や体積密度などに支配されて発現することになる。

静的流れおよび動的流れにおける力学的挙動のひずみ速度依存性¹⁾に関連して従来より多くの研究がなされてきた²⁾⁻⁴⁾。しかし、これらの研究の多くは、特定の定常状態を設定して実験や理論的考察が進められており、実現象における粒状体の流れの広範な特性を一般的に明らかにしようとしたものは少ない。土石流など、土木が対象とする実際の粒子集合体の流れは、現象が進行するにつれて体積変化が生じ、さまざまな力学的フェーズを経由する現象であり、動的メカニズムの把握には静的から動的に変化する現象としての把握が不可欠である。このような流れの特性の変化に伴う遷移現象を微視力学的に的確に把握し、合理的な巨視的力学特性として定式化を行うためには、より一般的な条件下で粒状体の流れの実験とそれに基づく検討を繰り返す必要がある。ところで、粒子集合体としてのマクロな特性を構成関係として捉え、これを運動方程式に用いるためには、重力の影響を排除した実験を実施

することが必要となるが、現実の試験においては、少なくとも3次元的に実施する場合、実験そのものが境界値問題となり、材料としての力学特性を構成則として定めることは極めて困難であると言える。

このような実施困難な現実の試験を補完するものとして、粒子集合体の離散的シミュレーション解析を位置づけることができよう。離散的シミュレーション解析の代表的手法として、個別要素法⁵⁾が広く用いられている。この手法は前進差分アルゴリズムに基づく陽解法であるため、解析時間に関しては効率の良い方法である。一方、粒子の接触関係から得られる剛性行列に基づいて粒子を移動させる準静的な解析手法として粒状要素法⁶⁾⁻¹⁰⁾が提案され、静的要素シミュレーション試験法として用いられてきた。この手法は、粒状体が高次の非線形材料であることから、逐次解析アルゴリズムを用い、逐次解析ステップ内においても粒子間接触状態に応じた粒子間接触力改訂を行っている。この手法は陰解法であるために解析時間に関して難点があるが、粒状体の微視的挙動や構成則レベルの議論に対して有効な解析手法であると言えることができる。最近この手法を動的アルゴリズムに発展させた3次元動的粒状要素法が開発された^{11), 12)}。この手法は、静的アルゴリズムと同様、解析ステップ毎に接触力を修正しながら、Newmark β 法に基づいて動的平衡状態を逐次解析により求めるものである。

本論文においては、この3次元動的粒状要素法を用いた一定拘束圧せん断速度制御試験(図-1)により、粒状体せん断流れの特性を調べる。とくに、シミュレーションにより把握される幾つかの力学的フェーズ間の遷移現象の発生要因として、供試体に作用する拘束圧とせん断速度に着目し、微視的変形挙動や力学的特性についての考察を行う。

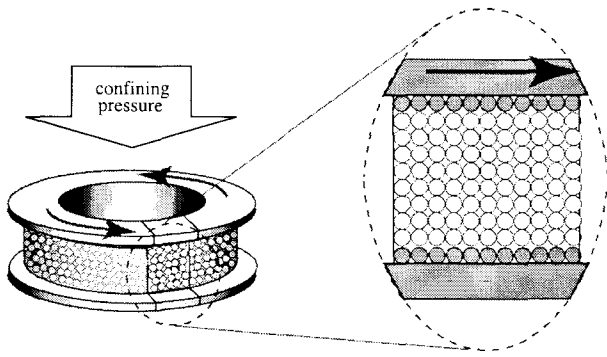


図-1 粒状体せん断流動試験

2. 粒子集合体のせん断流動数値試験

2.1 3次元動的粒状要素法の概要

3次元動的粒状要素法では静的な接触力と物体力に加えて、慣性力およびダッシュポット減衰力の動的な力が加わる。接触力については、接触面の法線および接線方向にそれぞれ別の強さを持つバネを仮定する。減衰力についても同様に、法線および接線方向にそれぞれ別の減衰力を持つダッシュポットを仮定する。さらに粒子間にはノーテンション則と Coulomb 摩擦則を取り入れる。ノーテンション則は、接触していた2粒子が離れるとき、それまで働いていたバネ要素、ダッシュポット要素による抵抗をゼロとするものである。Coulomb 摩擦則は、接触力の接線方向成分を P_t 、法線方向成分を P_n 、粒子間摩擦角を ϕ_μ とするとき、条件

$$|P_t| \leq |P_n| \tan \phi_\mu \quad (1)$$

が満たされるように P_t の大きさを制限する。

以上の粒子接触点における力学作用モデルを全ての構成粒子間および粒子境界間について考慮し、これらを重ね合わせるにより、構成粒子の移動と作用力とを関係づける行列表示式が得られ、動的なつり合い式を次式のように表すことができる。

$$F_I + F_D + F_S + F_B = 0 \quad (2)$$

ここに、 F_I 、 F_D 、 F_S 、 F_B はそれぞれ慣性力、減衰力、接触力、物体力であり、この中、 F_I 、 F_D は質量マトリクスを M 、減衰マトリクスを C とおけば、各解析時点における加速度 $\ddot{x}$ 、速度 $\dot{x}$ により次式で与えられる。

$$F_I = -M\ddot{x} \quad (3)$$

$$F_D = -C\dot{x} \quad (4)$$

また、 F_S 中の接線成分は現在の接触状態のみでは決定することができないので、初期状態からの増分の和として与えることになる。時刻 t から $t + \Delta t$ における変位増分 Δx に対応する接触力増分 ΔF_S は、剛性行列を K とおいて、次式で与えられる。

$$\Delta F_S = -K\Delta x \quad (5)$$

Newmark β 法の基本公式より、時刻 t から $t + \Delta t$ における速度増分 $\Delta \dot{x}$ 、加速度増分 $\Delta \ddot{x}$ は次の近似式で表現される。

$$\Delta \dot{x} = \frac{1}{2\beta\Delta t}\Delta x - \frac{1}{2\beta}\dot{x}^0 - \left(1 - \frac{1}{4\beta}\right)\Delta t\ddot{x}^0 \quad (6)$$

$$\Delta \ddot{x} = \frac{1}{\beta\Delta t^2}\Delta x - \frac{1}{\beta\Delta t}\dot{x}^0 - \frac{1}{2\beta}\ddot{x}^0 \quad (7)$$

ここに、 $\dot{x}^0$ 、 $\ddot{x}^0$ は時刻 t における速度、加速度であり、解析においては $\beta = 1/6$ を用いた。逐次解析の過程において、 Δt に対応する変位増分 Δx は変化し、それに連動して $\Delta \dot{x}$ および $\Delta \ddot{x}$ も変化する。式 (6)、(7) より、 n 回目の変位修正量を u^n とすると、修正後の位置座標 x^N 、速度 $\dot{x}^N$ 、加速度 $\ddot{x}^N$ は次式で与えられる。

$$x^N = \sum_{n=1}^N u^n + x^0 \quad (8)$$

$$\dot{x}^N = \frac{3}{\Delta t} \sum_{n=1}^N u^n - 2\dot{x}^0 - \frac{\Delta t}{2}\ddot{x}^0 \quad (9)$$

$$\ddot{x}^N = \frac{6}{\Delta t^2} \sum_{n=1}^N u^n - \frac{6}{\Delta t}\dot{x}^0 - 2\ddot{x}^0 \quad (10)$$

よって、式 (3)~(5)、式 (8)~(10) より、 $N+1$ 回目の逐次修正後の慣性力、運動減衰力、接触力は次のように表される。

$$F_I^{N+1} = -M(\ddot{x}^N + \frac{6}{\Delta t^2}u^{N+1}) \quad (11)$$

$$F_D^{N+1} = -C(\dot{x}^N + \frac{3}{\Delta t}u^{N+1}) \quad (12)$$

$$F_S^{N+1} = F_S^N - Ku^{N+1} \quad (13)$$

式 (11)~(13) を動的つり合い式 (2) に代入することにより、次の動的つり合い問題の逐次方程式を得る。

$$\left[\frac{6}{\Delta t^2}M + \frac{3}{\Delta t}C + K \right] u^{N+1} = -M\ddot{x}^N - C\dot{x}^N + F_S^N + F_B \quad (14)$$

この逐次方程式は、不つり合い力と修正すべき変位量とを関係づける方程式であり、右辺の不つり合い量が設定したしきい値以下になるまで繰り返し逐次計算を行う。なお、解析に用いる時間ステップ Δt が充分小さい場合、式 (14) 左辺の行列の中、第2、3項は無視することができる。

2.2 解析条件

本解析では図-1 に示すような Tsai のせん断試験装置¹³⁾をモデル化したものを用いる (図-2)。 x 方向は周期境界制御とし、 y 方向は固定平滑板で拘束する。また、 z 方向には境界粒子から成る天板および底板を置き、底板は固定、天板法線方向は定拘束圧の応力制御、天板接線方向は定せん断速度の変位制御とする。供試体には、表-1 に示すように、拘束圧3通り、せん断速

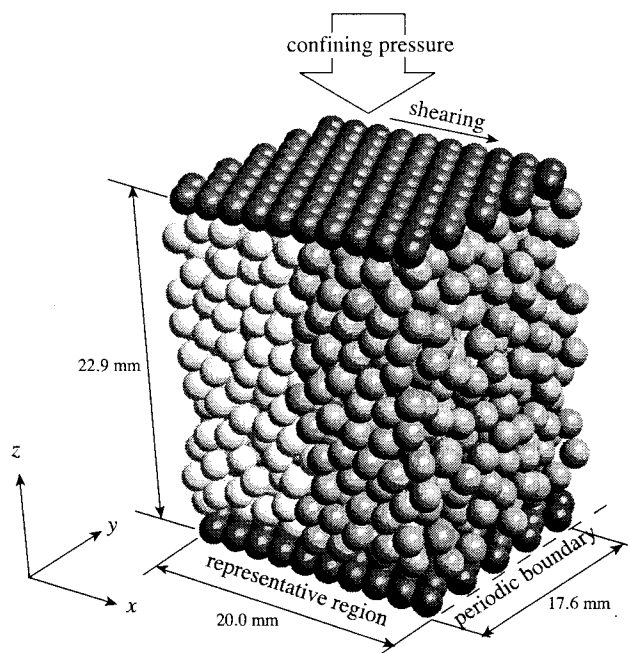


図-2 解析に用いた供試体モデル

表-1 解析ケース

拘束圧 (kPa)	せん断速度 (mm/s)			
	0.2	2	20	200
0.1	A-1	A-2	A-3	A-4
1	B-1	B-2	B-3	B-4
10	C-1	C-2	C-3	C-4

表-2 解析条件

内部粒子数 (個)	1000
境界粒子数 (個)	200
粒径 (mm)	2.0 (等粒径)
粒子密度 (kg/m)	3000
初期間隙率	0.428
法線・接線バネ定数 (N/m)	1000, 700
法線・接線減衰定数 (N/m/s)	0.020, 0.014
粒子間摩擦角 (度)	15
重力	無重力場
解析時間ステップ (s)	10^{-4}

度4通りの値を与え、全12通りの試験を行った。その他の解析条件については表-2にまとめて示す。なお、本論文においては、動的解析法のパフォーマンスを調べることを主眼とし、パッキングに関しては、Tsaiと同様に等粒径のものをを用いることとした。これに合わせて、境界粒子も内部粒子と同粒径の粒子の規則配列とした。初期状態は天板を上方に固定した領域に内部粒子をランダムに発生させた後、拘束圧をモニターしながら天板を下方に移動し、所定の拘束圧が得られた状態を初期状態とした。なお、表-2に示した初期間隙率は最小拘束圧 (0.1kPa) に対するものである。

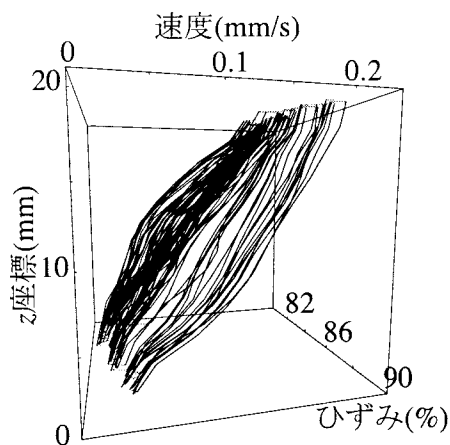


図-3 供試体内の速度分布 (例: 解析ケース A-1)

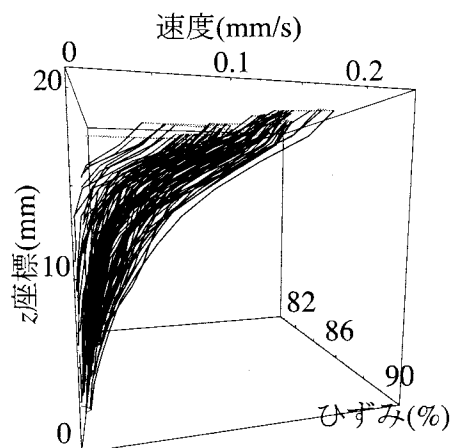


図-4 供試体内の速度分布 (例: 解析ケース A-2)

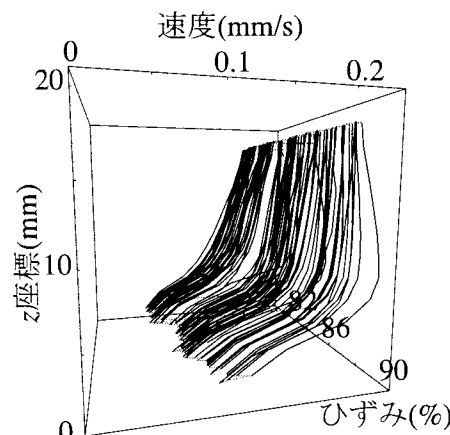


図-5 供試体内の速度分布 (例: 解析ケース C-1)

3. 解析結果とその考察

3.1 供試体内の速度分布について

各解析ケースにおける供試体内の速度分布は、初期遷移状態を経た後、比較的定常的な分布となる。このような状態に至る時点の x 方向速度分布の時刻歴の例

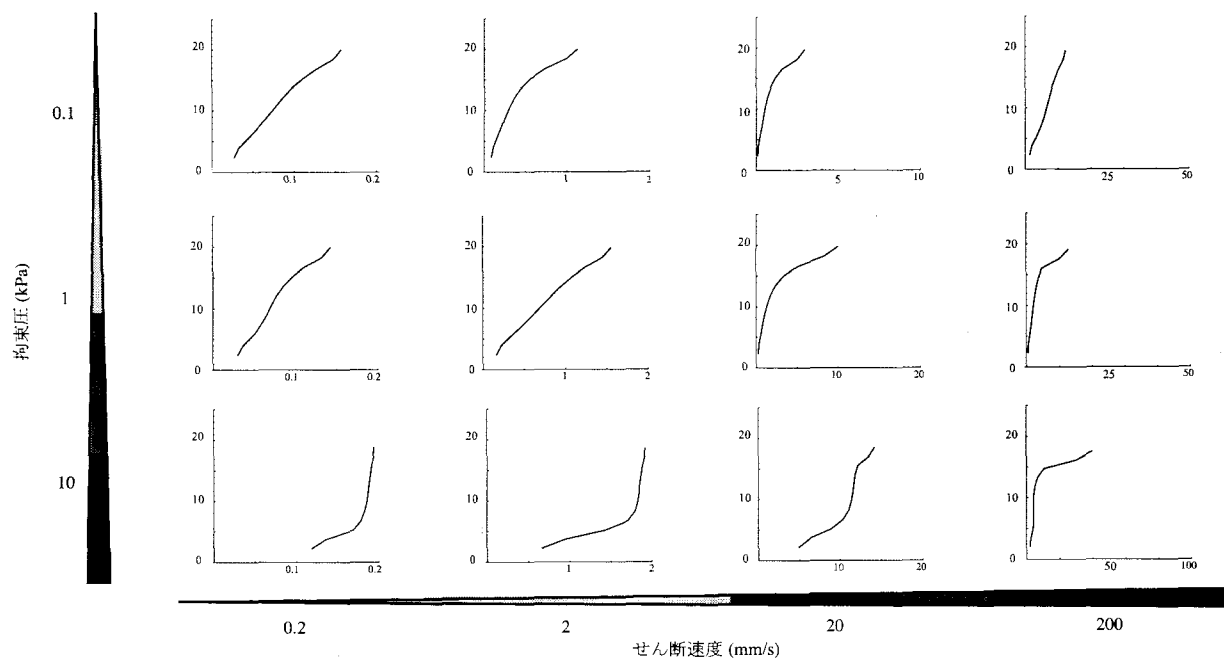


図-6 全解析ケースにおける速度分布（载荷方向成分）

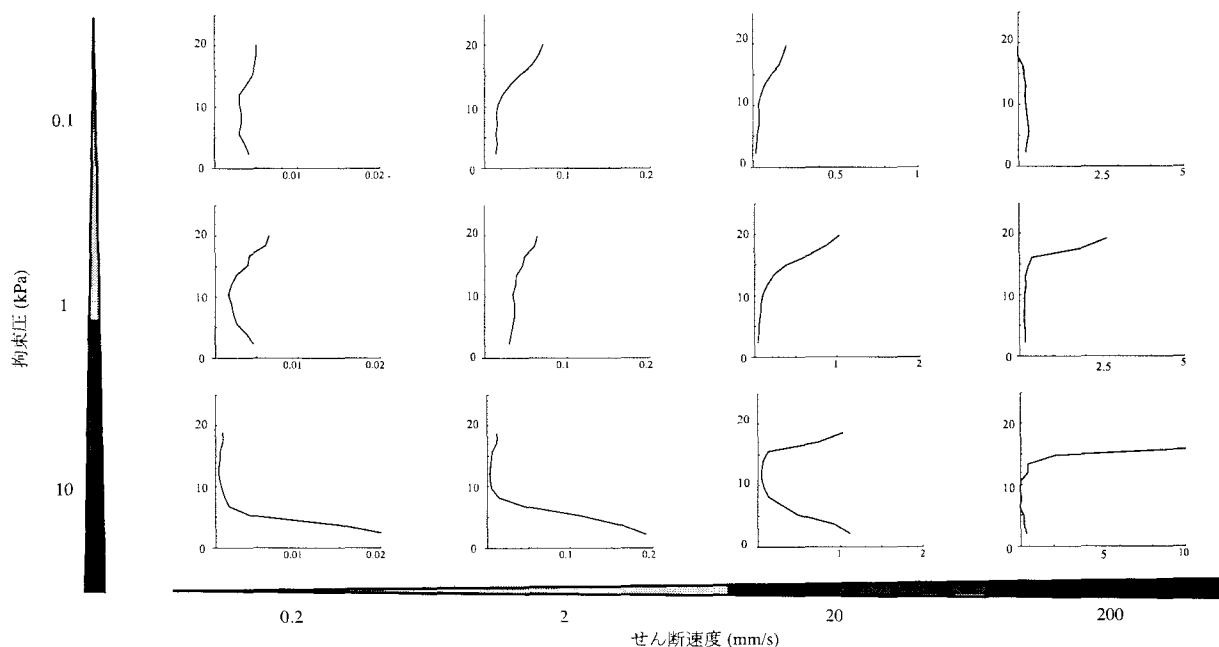


図-7 全解析ケースにおける速度分布（回転成分）

を図-3 から図-5 に示す。

図-3 の例では、流体のクエット流れに見られる直線状の速度分布である。一方、図-4 と図-5 では領域内において速度分布の勾配は一樣ではない。図-4 では、天板に近い領域において速度勾配が大きくなっており、底板に近い領域は天板の領域と比較して速度勾配は小

さい流れである。図-5 は、図-4 とは対照的に底板に近い領域において速度勾配が大きく、それより天板に近い領域では天板に与えられたせん断速度とほぼ同じ速度を持っている。

このように、解析条件として与えた拘束圧とせん断速度によって、流れの性状が種々変化している。そこ

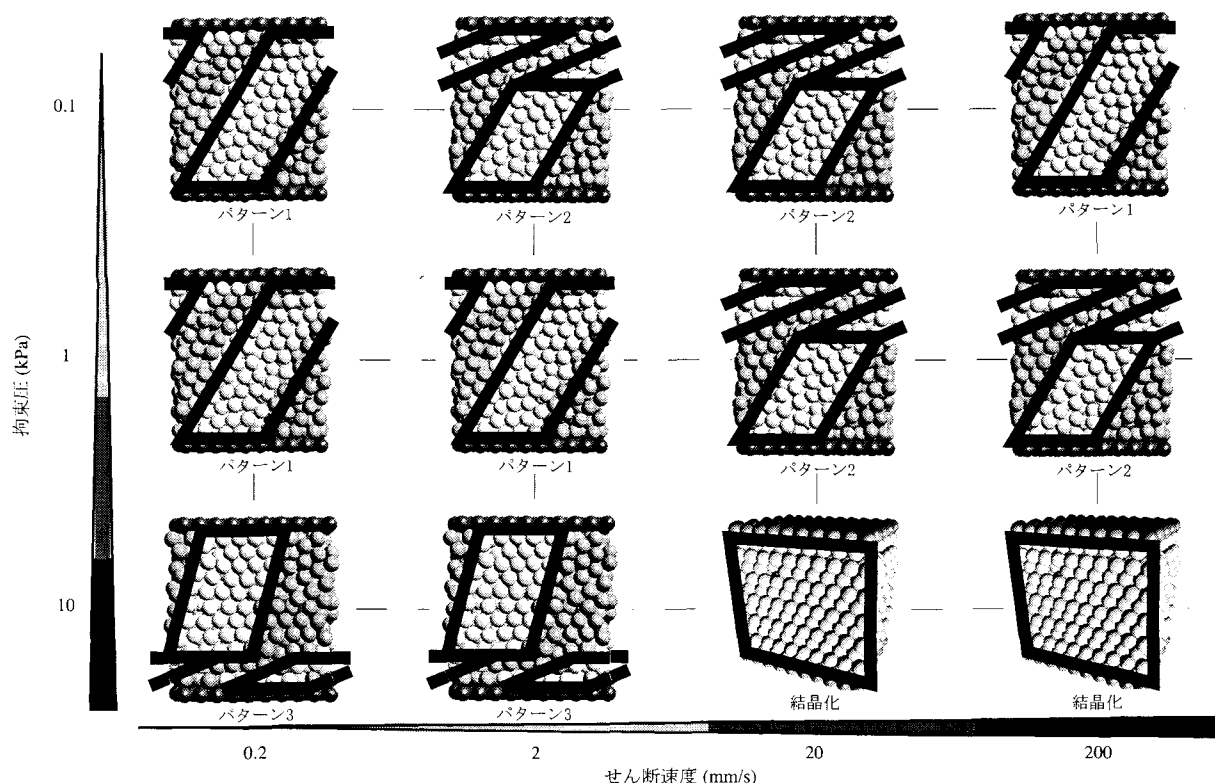


図-8 全解析ケースにおける変形パターン

で、これらが速度分布に与える影響を調べるため、全解析ケースにおける x 方向成分について、速度分布形の変化が小さくなった状態における時間平均速度分布を図-6に、 y 軸周りの時間平均回転速度分布を図-7に示す。

拘束圧、せん断速度がともに小さい解析ケース A-1, B-1, B-2 においては速度分布は 図-3 の例に見られるように領域全体において直線分布である。回転運動に関しては全領域でほぼ一定の値を示している。せん断速度が大きく、拘束圧が小さい解析ケース A-2, A-3, B-3, B-4 においては 図-4 の例に見られるように天板に近い領域で速度勾配が大きくなっている。回転運動についても同様に、天板に近い領域で大きい値を示している。

一方、せん断速度が小さく、拘束圧が大きい解析ケース C-1, C-2 においては 図-5 の例に見られるように底板に近い領域で速度勾配が大きくなっており、回転運動も底板付近において非常に大きくなっている。せん断速度、拘束圧がともに大きい解析ケース C-3 においては 図-4 と 図-5 の双方の傾向が現れており、天板および底板双方に近い領域において速度勾配が大きい。このように、せん断速度、拘束圧は速度の分布形に大きな影響を及ぼすことが分かる。

3.2 変形特性について

速度分布と同様に、変形についても各解析ケースにより異なる特性を呈した。拘束圧、せん断速度が変形特性に与える影響を考察するため、図-8に全解析ケースにおける載荷後の供試体の変形状況を示す。

拘束圧、せん断速度がともに小さい解析ケース A-1,

B-1, B-2 においては領域全体において一様なせん断変形が生じている (パターン 1)。せん断速度が大きく、拘束圧が小さい解析ケース A-2, A-3, B-3, B-4 においては天板付近の変形が底板側に比べ非常に大きくなっている (パターン 2)。一方、せん断速度が小さく、拘束圧が大きい解析ケース C-1, C-2 においてはある境界面を境に、天板側の領域は変形が小さいのに対し、底板側は初期状態に比べ大きく配列が横ずれしている (パターン 3)。せん断速度、拘束圧がともに大きい解析ケース C-3, C-4 においては粒子が規則配列を成し、最密構造となる結晶化の現象を呈した。このように、拘束圧とせん断速度は、それらの組み合わせによっては、供試体内に変形の局所化や結晶化をもたらすなど、変形挙動に大きく影響することが分かる。

一方、体積変化は、一般に拘束圧が大きい場合に大となった。せん断速度に関しては、低速側3ケースでは大きな差異はなかったが、最速のケースで低拘束圧の場合の体積変化は他より小さめであった。A-4 の例では、載荷初期に一旦わずかに体積増加が見られたが、すぐに初期の体積に戻った後は極く僅かずつ減少する状態となった。これに対して、結晶化が生じた C-3, C-4 の場合の体積変化は著しく、最終間隙率は 0.325 であった。

4. 遷移現象に関する考察

4.1 弾性エネルギーと運動エネルギー

解析ケースの違いによる流れの特性の相違を定量的に把握するため、供試体内の弾性エネルギー E_e と運動

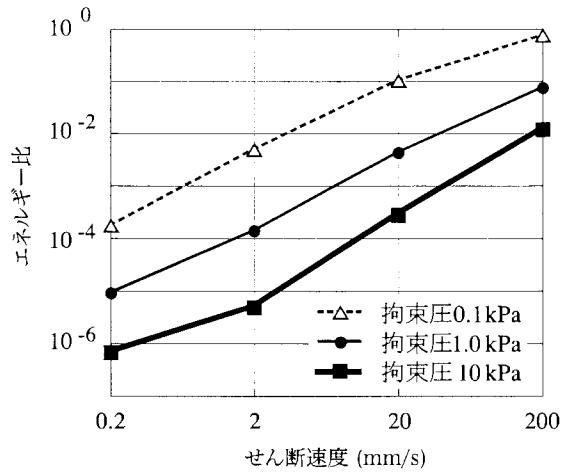
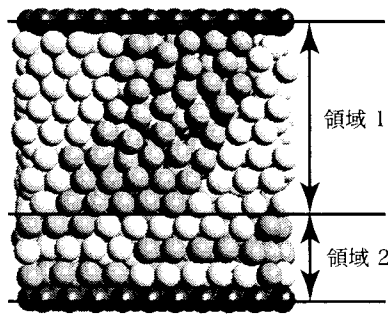
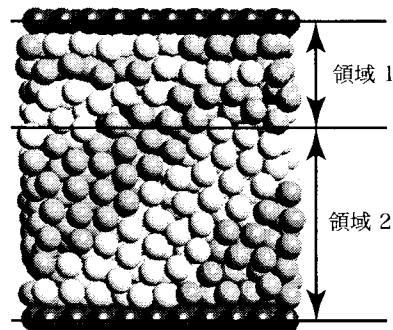


図-9 運動エネルギーと弾性エネルギーの比率



例-I (解析ケース C-1)



例-II (解析ケース A-2)

図-10 変形状態による供試体の領域分割

エネルギー E_v を次式で定義する.

$$E_e = \frac{1}{2} \sum_C \left(\frac{p_n^2}{k_n} + \frac{p_t^2}{k_t} \right) \quad (15)$$

$$E_v = \frac{1}{2} \sum_N (m \mathbf{v} \cdot \mathbf{v} + I \boldsymbol{\omega} \cdot \boldsymbol{\omega}) \quad (16)$$

ここに、 $\sum_C$ は全ての接触点についての総和、 $\sum_N$ は全ての粒子についての総和を意味し、 p_n , p_t , k_n , k_t はそれぞれ接触法線、接線方向のバネ力、バネ定数、 $\mathbf{v}$ は速度ベクトル、 $\boldsymbol{\omega}$ は回転速度ベクトル、 I は球の慣性モーメントである.

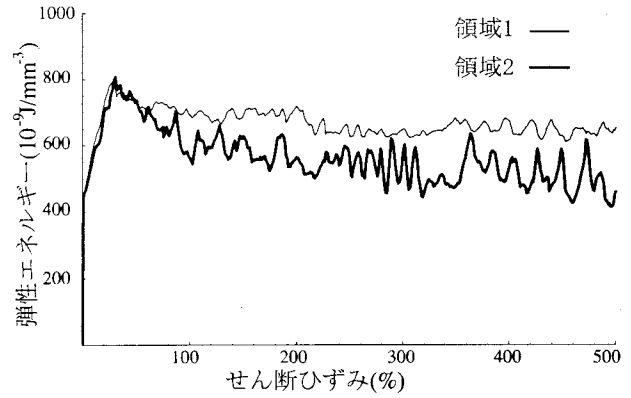


図-11 分割した各領域における弾性エネルギー (例-I)

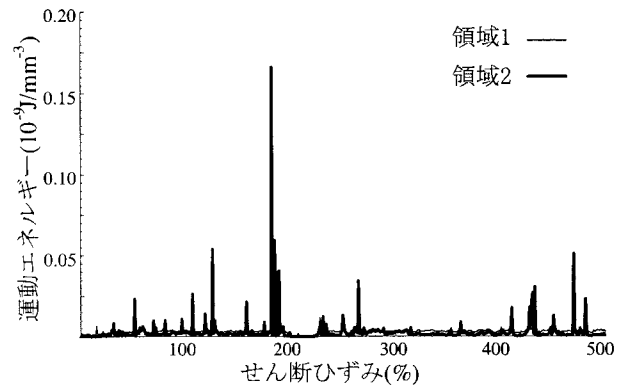


図-12 分割した各領域における運動エネルギー (例-I)

図-9 は、上に定義した2つのエネルギーの比 E_v/E_e が、供試体に与える拘束圧とせん断速度によりどのように変化するかを示したものである。拘束圧が小さく、せん断速度が大きくなるにつれて、運動エネルギーの割合が大きくなっている。このことは、図-6 から図-8 においては右上に向かうにつれて粒子の運動が激しい衝突性の強い流れ場となることを意味している。

4.2 変形の局所化について

変形の局所化が起こる要因を考察するため、図-8 におけるパターン3およびパターン2の変形が見られた解析ケースより、それぞれ、例-I (解析ケース C-1) と例-II (解析ケース A-2) について検証する。検証例を変形状況に応じて図-10 に示すように2つの領域に分割し、それぞれの領域内における弾性エネルギー、運動エネルギーを算出し、領域間の比較を行う。なお、比較のためエネルギー量は各領域を占める体積で割ることにより正規化したものを用いる。

例-I について各領域1, 2における弾性エネルギーを図-11 に、運動エネルギーを図-12 に示す。図-11 では、領域1, 2ともにひずみが30%付近に達するまで弾性エネルギーが増加しピークをとり、60%付近に達するまで減少する。この段階までは弾性エネルギーは領域1, 2ともにほぼ同じ値をとることから、2つの領域でせん断流れに対して粒子接触は同様の抵抗を示し、全領域でほぼ均一な動的力学メカニズムが生じていると

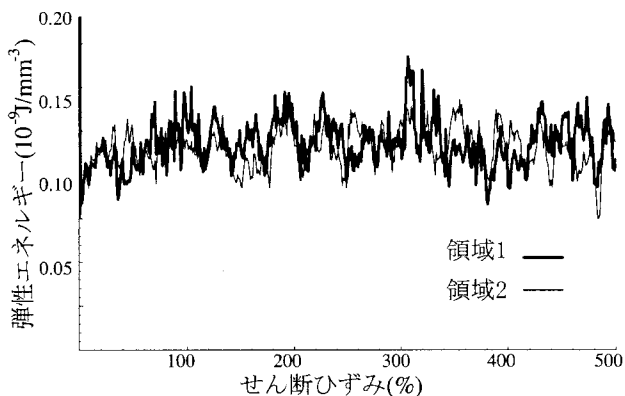


図-13 分割した各領域における弾性エネルギー (例-II)

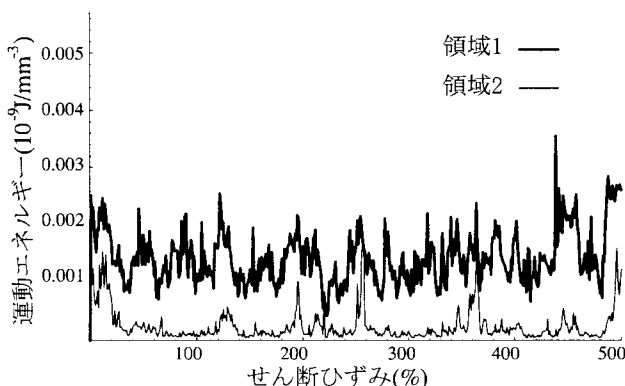


図-14 分割した各領域における運動エネルギー (例-II)

考えられる。しかし、ひずみが60%付近に達すると各領域間の値に相違が現れ、領域1は領域2に比較して常に高い弾性エネルギー値を示す。さらに、弾性エネルギーの変動は領域1に比較して領域2が大きい。これより、領域1はより接触力に支配された固体的な流れとなり、領域2は、接触力が相対的に小さく、接触状態の変動が大きい不安定な流れになっていることが分かる。図-12で各領域の運動エネルギーを比較する。領域1、2ともに基本的には小さい値を示しているが、大きいエネルギー値が瞬間的に領域2に現れる。これは、底板付近の粒子が底板の凹凸により粒子の配列の組み替え、横ずれが生じた時に瞬間的に変位したことによる値と考えられる。これより、例-Iでは固体的な挙動を示す領域1、接触力が不安定な領域2によって、領域間に変形特性の相違が見られたと考えられる。

つぎに、例-IIについて各領域1、2における弾性エネルギーを図-13に、運動エネルギーを図-14に示す。図-13では領域1、2ともに、弾性エネルギーはほぼ同じ値をとる。これより、変形に違いが見られる両領域においても接触が挙動を支配する割合に違いはないことが分かる。一方、運動エネルギーを図-14で比較すると、明らかな違いが見られ、天板に近い領域1の運動エネルギーは領域2に比べ常に高い値を示している。これより、領域1と領域2の間の変形の相違は運動エネルギーに依るものであり、領域1は領域2に比べ衝突性が強い流れ場になっていることが分かる。

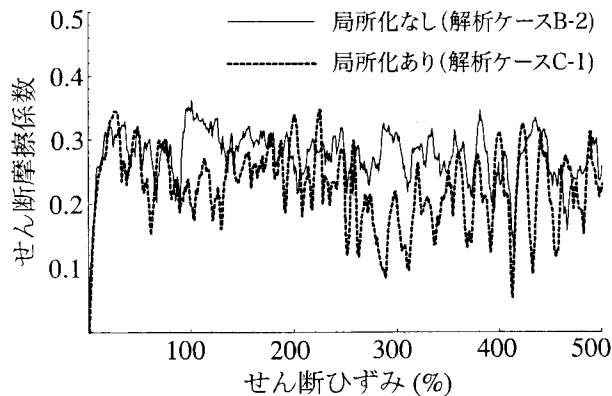


図-15 局所化によるせん断摩擦係数の低下

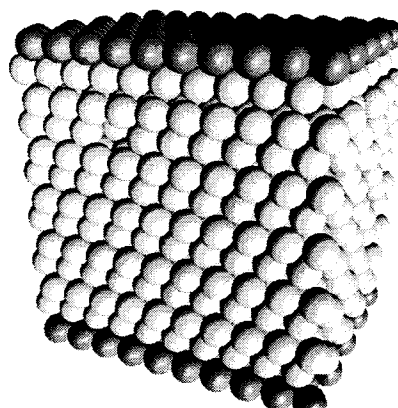


図-16 結晶化後の粒子配列

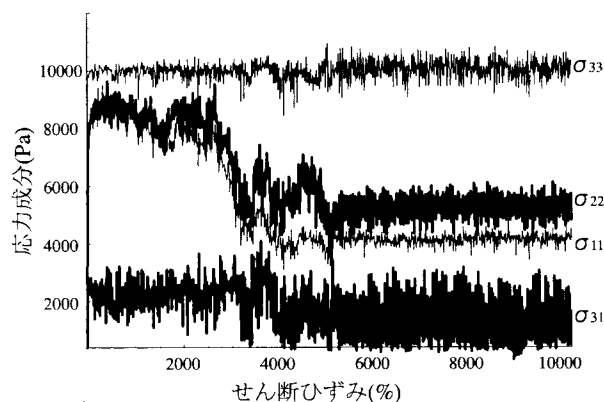


図-17 結晶化後の各応力成分の値

4.3 局所化した場合の力学的特性

変形の局所化が生じた場合の力学的特性について考察する。図-10例-Iの場合、せん断変形は領域全体に一樣な分布を示さず、局所化が生じている。これを変形が急変する供試体内部の面において2つの領域の間にすべりが生じていると見なした場合、このすべりの

摩擦力は次のせん断摩擦係数 μ で評価される。

$$\mu = \frac{\sigma_{31}}{\sigma_{33}} \quad (17)$$

ここに、 σ_{31} は z 面に作用する x 方向のせん断応力、 σ_{33} は z 方向の垂直応力である。図-15 には、変形の局所化が生じた場合と、生じなかった場合の2ケースにおけるせん断摩擦係数を示す。この2ケースを比較すると、局所化が生じた場合の値が生じなかった場合に比べ低い値をとることが多い。また、局所化が生じた場合は値の振幅が大きく不安定である。これより、変形の局所化はせん断強度を低下させることが分かる。

4.4 結晶化について

拘束圧、せん断速度がともに大きい解析ケースにおいては、粒子が規則的に配列し、最密構造を成す結晶化の現象が見られた。図-16 に結晶化が起こった後の供試体の状況を示す。図-17 に結晶化が見られた解析ケース C-4 の応力成分の値を示す。ここに、 σ_{11} 、 σ_{22} はそれぞれ x 方向の周期境界における垂直応力、 y 方向の平板における垂直応力であり、 σ_{31} 、 σ_{33} は前節に示した成分である。結晶化の現象はせん断ひずみが3000%から5000%に達した時に急激に粒子配列の組み替えが進行した。拘束圧として制御した成分 σ_{33} の値は一定値に保たれているが、その他の成分 σ_{11} 、 σ_{22} 、 σ_{31} の値は結晶化後急激に低下している。とくに、せん断応力 σ_{31} は結晶化後値が0を下回ることもあり、せん断に対する抵抗力が極めて小さくなっていることが分かる。なお、この時点で、せん断変形は天板または底板と一体化した内部粒子との間で吸収されることになり、結晶化は内部粒子の構成や境界の構造および境界の制御に依存する特異な現象であると言える。

5. おわりに

本研究においては、3次元動的粒状要素法を用いたせん断流動数値試験を行い、せん断速度と拘束圧が粒状体の動的力学特性に与える影響について調べ、以下のような知見が得られた。

- 1) 拘束圧およびせん断速度ともに小さい場合、流れはクエット流となった。
- 2) 拘束圧が小さくせん断速度が大きい場合、せん断を与える天板付近においてせん断変形の局所化が見られ、その領域の粒子の運動エネルギーは大となった。
- 3) 拘束圧が大きくせん断速度が小さい場合、固定底板付近において局所化が見られ、この領域以外では接触力が伝達される固体的な挙動が見られた。
- 4) 変形の局所化が見られた供試体のせん断強度は低めとなった。
- 5) 拘束圧およびせん断速度ともに大きい場合、粒子が規則的最密構造となる結晶化が見られた。結晶化の際には、応力制御に関わる鉛直成分以外の応力成分は急激に低下した。

以上本研究で得られた結果はいずれも同粒径の粒状体モデルで粒子個数も限定されたものであるが、粒状

集合体の持つ基本的な動的性質の一部として位置づけることができよう。

なお、この研究は平成16年度科学研究費補助金(基盤研究(C))、研究代表者 岸野佑次、課題番号16560428)の補助を受けて行ったものであることを付記する。

参考文献

- 1) Bagnold, R. A.: Experiments on a gravity-free dispersion of large solid spheres in a Newtonian fluid under shear, *Proc. Royal Soc. Lond., Ser.A* 225, pp.49-63, 1954.
- 2) Hanes, D. M. & Inman, D. L.: Observations of rapidly flowing granular materials, *J. Fluid Mech.*, Vol.150, pp.357-380, 1985.
- 3) Campbell, C. S. and Gong, A.: The stress tensor in a two-dimensional granular shear flow, *J. Fluid Mech.*, Vol.164, pp.107-125, 1986.
- 4) 一場勝幸, 岩下和義, 小田匡寛: 高速せん断装置による粒子流れの応力の測定に関する研究, 応用力学論文集, 土木学会, Vol.7, pp.805-812, 2004.
- 5) Cundall, P. A. and Strack, O. D. L.: A discrete numerical model for granular assemblies, *Géotechnique*, Vol.29, pp.47-65, 1979.
- 6) Kishino, Y.: Computer analysis of dissipation mechanism in granular media, *Powder and Grains* (Eds. J. Biarez & R. Gourves), A. A. Balkema, pp.323-330, 1989.
- 7) Kishino, Y.: Quasi-static simulation of liquefaction phenomena in granular materials, *Proceedings of the Second International Symposium for Science on Form*, pp.157-174, 1990.
- 8) Kishino, Y., Akaizawa, H., & Kaneko, K.: On the plastic flow of granular materials, *Powder and Grains 2001* (Eds. Y. Kishino), A. A. Balkema, pp.199-202, 2001.
- 9) 石井建樹, 金子賢治, 岸野佑次: 粒状体の塑性変形メカニズムに関する微視力学的考察, 土木学会論文集, No.722/III-61, pp.289-302, 2002.
- 10) 鄭春躍, 岸野佑次: 粒状要素法シミュレーション試験による固有状態弾塑性モデル, 応用力学論文集, 土木学会, Vol.7, pp.747-756, 2004.
- 11) Kishino, Y.: Granular flow simulation by granular element method, *Slow Dynamics in Complex Systems* (Eds. M. Tokuyama & I. Oppenheim), American Institute of Physics, pp.466-467, 2004.
- 12) Kishino, Y.: GEM simulation of shear flows in granular media, *Numerical Modeling in Micromechanics via Particle Methods-2004* (Eds. Y. Shimizu, R. Hart & P. Cundall), A.A. Balkema, pp.143-148, 2004.
- 13) Tsai, J.-C. and Gollub, J. P.: Slowly sheared dense granular flows: Crystallization and nonunique final states, *Phys. Rev. E* 70(1), 031303, 2004.

(2005年4月15日 受付)