

数値粒状体モデルの一般的増分挙動

General Incremental Behavior of Idealized Granular Media

鄒春躍*・岸野佑次**・水野谷勇輝***

Chunyue ZOU, Yuji KISHINO, Yuki MIZUNOYA

*学生会員 工修 東北大学大学院工学研究科土木工学専攻 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06)

**フェロー会員 工博 東北大学大学院教授 工学研究科土木工学専攻 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06)

***学生会員 東北大学工学部土木工学科 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06)

To investigate how the incremental behavior of granular media deviates from the conventional plasticity theory, a series of numerical tests by Granular Element Method were carried out. The numerical tests were the combination of several proportional shear loadings in the π plane and subsequent series of stress-probe tests. Plastic responses for these stress probes were characterized in terms of a reference plane generated by the shear loading path and the line that connects the origin of stress space and the current stress point. Only for stress probes within this reference plane, plastic responses were approximately predicted by the non-associated flow rule. However, general incremental plastic responses never obeyed the classical flow rules.

Key Words : granular media, plasticity theory, Granular Element Method, stress probe, incremental plastic response

1. はじめに

粒状材料の力学挙動の構成モデルとして、塑性論の流動則が多く用いられるが、通常、流動則モデルは弾性域と塑性域を明確に区別する降伏曲面の存在を前提とし、塑性域における塑性ひずみ増分の方向は着目している応力点において応力増分の方向に依存せず一定であると仮定される。このような基本的な仮定については、従来より、さまざまな試験により妥当性の検討がなされてきた。Pradel ら¹⁾は、砂供試体の中空ねじり試験を行って、塑性ひずみ増分の方向が応力増分の方向に依存するという結論を得た。この試験に関しては、ねじりせん断試験において供試体に作用する応力の主軸が回転するため、塑性ひずみ増分の方向の応力増分方向依存性は主軸回転に起因すると結論づけられた。一方、Anandarajah ら²⁾は応力主軸の回転のない三軸試験を行って、古典流動則とは異なる傾向がみられることを示したが、試験結果のばらつきが大きいため、明確な結論を得るまでに至っていない。

流動則の妥当性を一般的に精度よく検討する上で、実際の試験による方法では制約が問題となる。すなわち、非線形不可逆現象の広範なモデルを得るためには、同一供試体を無数に用意し、応力やひずみの自由度である 6 自由度の任意载荷を行う必要がある。このようなことから、実際の粒状材料の試験を補完する意味で、粒子集合体をモデルとした材料の微視特性を反映した解析コードによる数値材料試験の意義は大きい。シミュレーション試験は、同一供試体に対する多方向の载荷試験を可能とする。また、供試体の境界制御も端面拘束などを排除した理想的な 6 自由度の载荷を可能とする。このようなシミュレーション試験の例として、Bardet ら³⁾は粒状体の増分応答の特性を調べるために、個別要素法 (DEM) を用いた数値試験を行った。しかし、Bardet

らの数値試験は 2 次元のモデルに限られた上に、応力プローブの精度が十分でなく、塑性ひずみ増分応答の応力増分方向依存性に関して明確な結論を得るには至らなかった。これに対して、岸野は 2 次元粒状要素法 (GEM)⁴⁾⁵⁾を拡張した 3 次元粒状要素法⁶⁾を用いた三軸状態のシミュレーション試験を行い、粒状材料の増分応答が非線形的であることを示した⁷⁾。本研究は、プローブ試験を行う応力状態をより一般的な状態について検討するため、粒状体の π 平面上の多方向の载荷を行い、この径路上における一般的増分応答特性を調べるとともに、塑性変形を支配する複数の変形メカニズムを明らかにすることを目的としている。

2. 数値試験の概要

2.1 粒状要素法の概要

粒状要素法は剛性緩和法に基づく数値計算法であり、繰り返し計算により個々の粒の力学的不釣り合い量を解消し、釣り合い状態にある粒の位置を求め、応力及びひずみなどを算出する方法である。本研究においては供試体モデルとして、図-1 に示したような球形粒子が球状領域に分布した粒子集合体を用いる。粒子集合体は、試験制御条件を供試体に与えるために集合体周辺に配置された境界粒子と、境界粒子に囲まれて配置された内部粒子とからなっている。粒子自身は剛体とし、接触粒子間の弾性的な変形メカニズムを引っ張り抵抗しない仮想バネで表し、接触力に対して摩擦則を適用する。

供試体モデルには回転のない様な変形を与えることとし、境界粒子自身の回転はこの変形場に合わせてなしとする。境界粒子の移動は次式で与えられる。

$$\mathbf{x}^P = \mathbf{T} \cdot \mathbf{X}^P \quad (1)$$

表-1 供試体の諸元

Number of particles	Diameter of particles(mm)	k_n (kN/m)	k_t (kN/m)	Friction angle($^{\circ}$)
1577	0.16~0.3	40	28	15

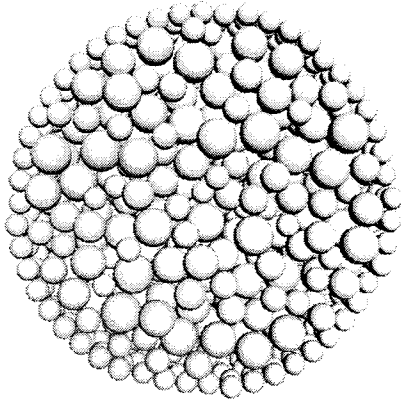


図-1 供試体

ここに、 X^P , x^P はそれぞれ境界粒子中心の初期及び現在の座標、 T は変形勾配である。供試体の剛体的回転がないことから、 T は対称になる。したがって、ひずみは圧縮を正として、次のように定義される。

$$\varepsilon = -(T - I) \quad (2)$$

ここに、 I は単位テンソルである。境界制御の独立変数は、境界粒子数に関係なく、6個である。内部粒子が境界粒子 P に加えた接触力は次式で表される。

$$F^P = \sum_C f^{PC} \quad (3)$$

ここに、 f^{PC} は接触点 C における接触力であり、 $\sum_C$ はすべての接触点についての総和を表す。応力は次式で算定される。

$$\sigma = \frac{1}{V} \sum_P x^P F^P \quad (4)$$

ここに、 V は供試体の現在の体積であり、 $\sum_P$ は全境界粒子の総和を意味する。表-1 は図-1 に示した供試体に用いた諸パラメータの値である。この供試体は均等係数 $U_c=1.40$ のランダムパッキングにより調整したものである。

2.2 試験方法

数値試験は載荷試験とプローブ試験の2種類である。載荷試験はある載荷増分を受ける材料の変形挙動を調べるために、要素試験を模擬することである。プローブ試験は微小応力増分を用いて、様々な載荷方向に対する載荷と除荷を行うことにより、ある応力点での増分挙動を調べるためのものである。

供試体はまず $\sigma_0=200$ kPa の等方応力により初期パッ

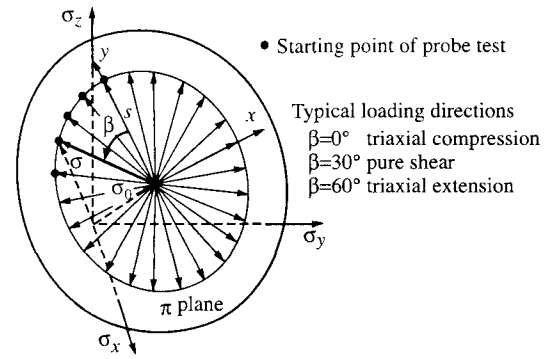


図-2 載荷経路と応力プローブ点

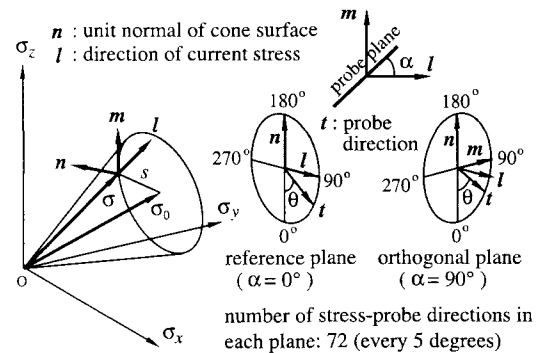


図-3 応力プローブ面

キングを行った後、図-2 に示したように主応力空間 π 平面において、平均応力を $\sigma_0=200$ kPa に保ち、24 方向へのせん断載荷を行った。この π 平面上で、静水圧軸との交わる点を原点とする $x-y$ 座標系の基底ベクトルを次のように定義する。

$$e_x = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, 0\right)^T \quad (5)$$

$$e_y = \left(-\frac{\sqrt{6}}{6}, -\frac{\sqrt{6}}{6}, \frac{\sqrt{6}}{3}\right)^T \quad (6)$$

π 平面上のせん断載荷方向を y 軸方向からのローデ角 β で表し、 $\beta = 0^{\circ} \sim 360^{\circ}$ の範囲の 15° おき 24 方向とした。せん断載荷経路上のプローブ開始点の応力を σ で記し、プローブ開始点における偏差応力の大きさを s で表す。各載荷方向に対して、プローブの結果を比較するために、偏差応力の大きさが同じ応力点を選んで、多方向応力プローブ試験を行った。載荷方向の角度 β の変化により、載荷状態は三軸圧縮、純せん断、三軸伸張の状態を周期的に繰り返すことから、プローブ試験は一つの周期となる $\beta = 0^{\circ} \sim 60^{\circ}$ の範囲の 15° おき 5 つの載荷経路上の応力点で行った結果を示す。とくに、載荷方向 $\beta = 0^{\circ}$, $\beta = 30^{\circ}$, $\beta = 60^{\circ}$ はそれぞれ三軸圧縮載荷、純せん断載荷、三軸伸張載荷である。図-3 に示すように、プローブ試験の載荷方向を現在の応力点を原点とする局所座標系で表す。この局所座標系の基底ベクトル n , l , m は各せん断載荷状態に対して行うプローブ試験毎に定められる。 l は現在

の応力の方向を示す次の単位ベクトルである。

$$l = \frac{\sigma}{|\sigma|} \quad (7)$$

一般に、粒状体は加えた応力により内部構造が変化する。図-2に示した π 平面上の载荷経路は種々のせん断の与え方に対応しており、粒状体は各せん断に適合した内部構造が形成されることになる。いま、ある方向にせん断された状態から分岐して別の方向にせん断を与える場合、 π 平面上でそれまで経験したせん断方向と直交する方向のせん断成分に対しては内部構造が発達していないと考えられる。そこで、この方向を表す基底ベクトルを次式で定義する。

$$m = \frac{\sigma \times \sigma_0}{|\sigma \times \sigma_0|} \quad (8)$$

もう一つの基底ベクトル n は基底ベクトル l と m により、次のように定義することができる。

$$n = l \times m \quad (9)$$

図-3に示す基底ベクトル l , n が定める面を基準面, m , n が定める面を直交面と呼ぶこととする。応力プローブ試験はいずれも局所座標系の n 軸を含む特定の面内で、 5° 間隔の 72 の応力増分の方角を選んで行った。プローブ面の向きを基準面からの回転角 α で表す。また、プローブ面内におけるプローブ方向を $-n$ の方向からの角度 θ で表す。本文でプローブに用いた応力増分の大きさは 1kPa である。プローブ試験では载荷、すなわち応力増分 $t|d\sigma|$ を与えて、全ひずみ増加を求めた後に、除荷 $-t|d\sigma|$ により戻る部分を弾性ひずみ増分とし、残留部分を塑性ひずみ増分とする。

3. 数値試験の結果及び考察

3.1 载荷試験の結果

図-4に π 平面上の24の载荷試験の結果を示す。図中応力は偏差応力の大きさ $|\sigma - (\sigma : I)I|$ 、ひずみは偏差ひずみの大きさ $|\epsilon - (\epsilon : I)I|$ である。偏差ひずみの大きさが増加するにつれ、偏差応力の大きさも単調に増加していく。図-4より、 π 平面上の各せん断载荷方向に対して、偏差応力の最大値は三軸圧縮、純せん断、三軸伸張の順に小さくなる。また三軸圧縮载荷の最大の偏差応力の大きさは三軸伸張载荷の値より約20%大きくなっているが、これは通常粒状体材料において、三軸圧縮载荷を受ける場合は三軸伸張载荷より大きな強度が得られること⁸⁾に合致した結果である。

3.2 载荷試験の結果についての考察

プローブ試験に先立って行った単調载荷結果を整理する目的で3種類のパラメータについて応力空間 π 平面上に等パラメータ線をプロットした。これらのパラメータは塑性論における硬化パラメータとして用いられるものであり、その等パラメータ線は通常用いられる降伏曲線とみなすこともできると考えられる。シミュレーション試験では、 π 平面上の24の载荷方向に沿う载荷試験を行ったが、各载荷試験に対して、载荷経路上

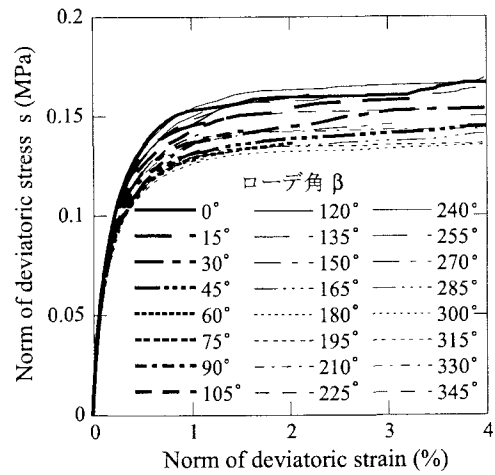


図-4 载荷試験の結果

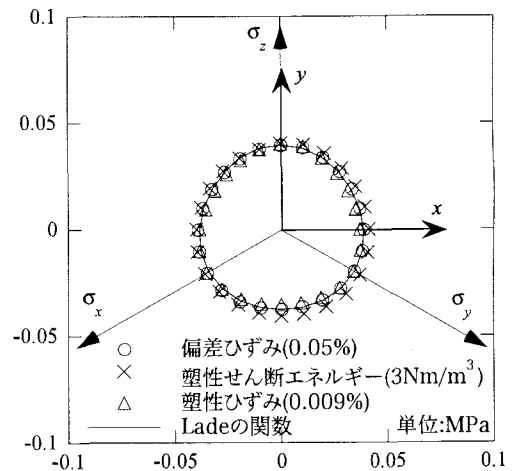


図-5 π 平面上における等パラメータ線その1

の任意の応力点はすべて現在の応力点と静水圧軸を含む基準面内にあることから、これらの载荷試験は本質的には基準面内での载荷試験となる。したがって、等パラメータ線はこの基準面内の载荷に対する降伏関数を検討するためのものである。パラメータとして、ここでは偏差ひずみ、塑性ひずみ、塑性せん断エネルギーに着目して、これらの大きさの値が等しくなる π 平面上の応力点を結んだ等パラメータ線について、どのような違いが出てくるのか、また载荷レベルに伴いこれらにどのような変化が起こるのか検証を行う。検討に用いた塑性せん断エネルギー W は次のように定義する。

$$W = \int \sigma : d\epsilon^p \quad (10)$$

ここに、 σ と ϵ^p はそれぞれ応力と塑性ひずみである。

また、等パラメータ線を数式で近似する目的で、ここではLadeら⁸⁾の降伏基準を用いることとした。Ladeらは粘着力のない砂材料に対して、その強度が応力の第1不変量に依存することを考慮し、破壊基準を次のような応力の関数として提案した。

$$I_1^3 - \kappa_1 I_3 = 0 \quad (11)$$

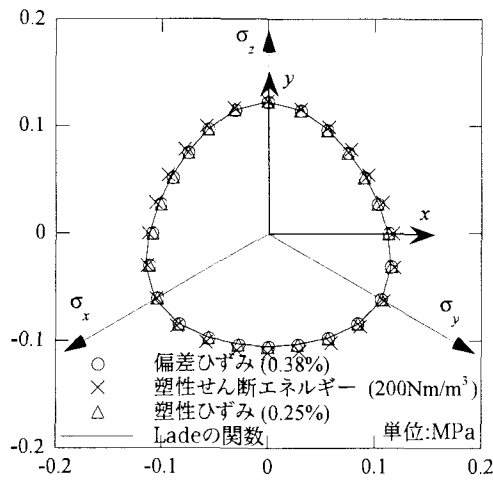


図-6 π 平面上における等パラメータ線その2

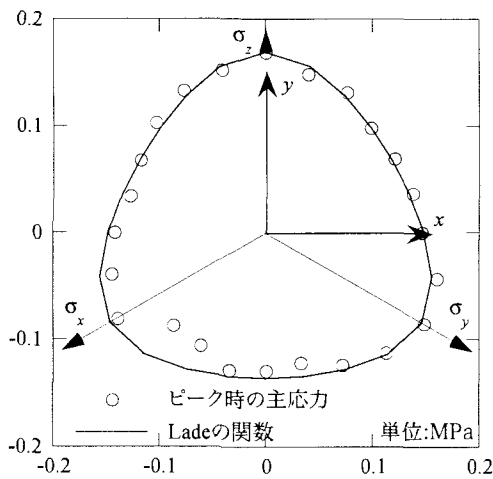


図-7 π 平面上におけるピーク強度を与える応力分布

ここに、 I_1 、 I_3 はそれぞれ応力の第1、第3不変量であり、 κ_1 は砂の密度に依存する量とされる。式(11)中の κ_1 を応力レベルの関数 ξ と入れ替えることにより、降伏関数は次のように仮定される。

$$I_1^3 - \xi I_3 = 0 \quad (12)$$

上式の ξ はある降伏状態における応力の関数として、次のように表す。

$$\xi = \frac{I_1^3}{I_3} \quad (13)$$

また、破壊に達するとき、

$$\xi = \kappa_1 \quad (14)$$

になる。

降伏関数の検討を行う際、結果を表す応力を荷重経路と同じ主応力空間 π 平面上の x 、 y 成分で示すため、Ladeの降伏関数を x と y を用いて表すこととし、式(12)を書き換える。

応力の第1不変量は

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = 3\sigma_0 \quad (15)$$

となる。式(15)を式(12)に代入し、整理すると、降伏関数は次のように書き換えることができる。

$$I_3 = \sigma_x \sigma_y \sigma_z = d(\xi) \quad (16)$$

ただし、

$$d(\xi) = \frac{27\sigma_0^3}{\xi} \quad (17)$$

なお、応力の成分は x 、 y を用いて次のように表すことができる。

$$\begin{cases} \sigma_x = \sigma_0 - \frac{\sqrt{2}}{2}x - \frac{\sqrt{6}}{6}y \\ \sigma_y = \sigma_0 + \frac{\sqrt{2}}{2}x - \frac{\sqrt{6}}{6}y \\ \sigma_z = \sigma_0 + \frac{\sqrt{6}}{3}y \end{cases} \quad (18)$$

これを式(16)に代入して整理すると、Ladeの降伏関数は次のようになる。

$$\frac{\sqrt{6}}{18}y^3 - \frac{\sigma_0}{2}y^2 - \frac{\sqrt{6}}{6}x^2y - \frac{\sigma_0}{2}x^2 + \sigma_0^3 - d(\xi) = 0 \quad (19)$$

式(19)の中の変数 x に対しては、 x^2 の形しか含まれないことから、Ladeの降伏関数は y 軸について対称である。

図-5、6はそれぞれ同じ応力レベルについて、偏差ひずみ、塑性ひずみ、塑性せん断エネルギーの3つのパラメータで表した降伏曲線とLadeの関数との比較結果を示す。図-5は初期荷重段階での結果を示し、このとき変形は主に弾性的であり、降伏曲線はほぼ円形となっている。しかし、せん断応力のレベルが進むにつれて、図-6のように三軸伸張方向の降伏が早く現れ、円形からの差異が生じ始め、おむすび型に移行した。また図-5、6から、3つのパラメータで表した降伏曲線とLadeの関数によく乗っているため、式(13)に示したLadeの降伏関数はシミュレーション試験の結果をよく予測できていると考えられる。

応力制御による多方向荷重シミュレーション試験により、得られた各荷重方向の応力-ひずみ曲線において、ピーク時応力、すなわち、偏差応力の大きさが一番大きいときの応力を与える主応力の π 平面上のプロットを図-7に示す。これは1つの破壊曲面を表していると考えられる。これらのプロットは全体的にはおむすび型の曲線に重なるが、135°と150°の荷重方向においては、他の荷重方向の偏差応力の大きさと比べて低い値となっている。ピーク応力は粒子構造に敏感であると考えられるが、シミュレーション試験に用いた供試体が、この方向の荷重に対して偶然不安定な構造となっていたと考えられる。この破壊曲面を式(12)に示すLadeの破壊基準と比較すると、135°と150°の荷重方向を除けば、よい適合を示している。

以上のことから、応力制御によるシミュレーション試験において、基準面内の荷重に限り、Ladeの破壊基準と降伏関数を用いることで、求められた破壊強度と降伏曲線を良好に評価できることを示している。

3.3 プローブ試験の結果

図-8にプローブ試験の結果を示す。図中の破線は、 $\beta = 0^\circ \sim 60^\circ$ の範囲の15°おき5つの各せん断荷重方

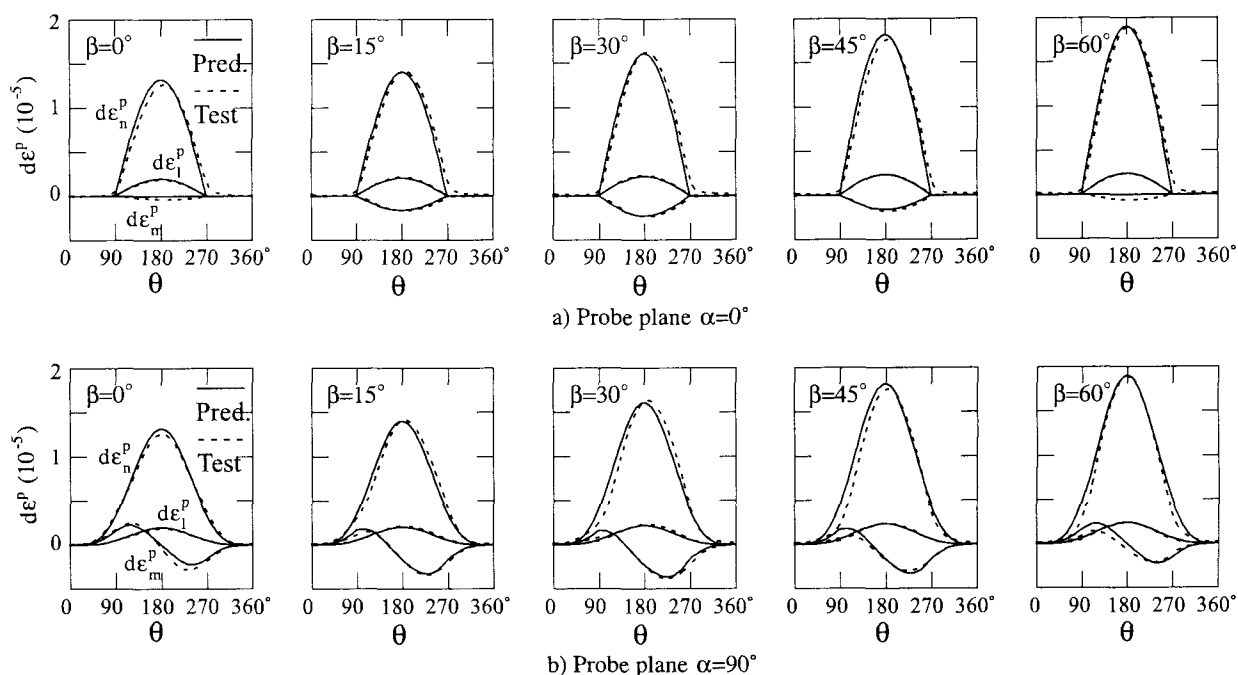


図-8 プローブ試験結果 (破線) と予測値 (実線) ($s=60\text{kPa}$)

向毎に偏差応力 $s=60\text{kPa}$ の応力点で行ったプローブ試験で得られた塑性ひずみ増分を、それぞれの局所座標成分で表してプロットしたものである。なお、実線は後述の提案式により予測した結果である。

図中 a) は基準面 ($\alpha = 0^\circ$) に対する結果で、塑性ひずみ増分は、ほぼ、応力増分の方角 $\theta = 90^\circ \sim 270^\circ$ の範囲でのみ発生し、応力増分の方角 $\theta = 180^\circ$ の時、すなわち、 n の方向に一致するとき、塑性ひずみ増分の大きさは最大になる。また、基準面内のプローブ試験においては各塑性ひずみ増分の成分変化は大きさを除き同様であることから、各成分の比はほぼ一定である。これを確認するため、基準面内のひずみ応答をひずみ空間でプロットした。確認の一例として、図-9 は载荷方向 $\beta = 0^\circ$ の基準面内のひずみ応答の3次元のプロットの結果を示している。図中、応力またはひずみ空間でのベクトルは座標の原点をベクトルの起点とする終点のみで表す。応力プローブ試験では、応力増分と基底ベクトル n とのなす角度が鋭角になる場合、応力増分及びひずみ応答を大きな黒丸で表し、残りを小さい黒丸で示す。従来の流動則ではこれらの大きな黒丸は塑性領域に関連するものである。同図の塑性ひずみ増分のグラフから、塑性ひずみ増分の方角はほぼ一定であるとみなすことができる。しかし、同図で、塑性ひずみ増分の方角は n からずれていることも確認できる。以上のことから、このような塑性挙動は非関連流動則で近似することができよう⁹⁾。また、降伏関数が存在すると仮定すれば、 n は降伏関数の外向き法線ベクトルになる。

これに対して、図-8 の b) の $\alpha = 90^\circ$ のプローブ面に対する結果においては、塑性ひずみの発生する領域は $\theta = 90^\circ \sim 270^\circ$ の外に広がって、ひずみ増分の各成分は a) におけるような成分間の比例関係はなく、と

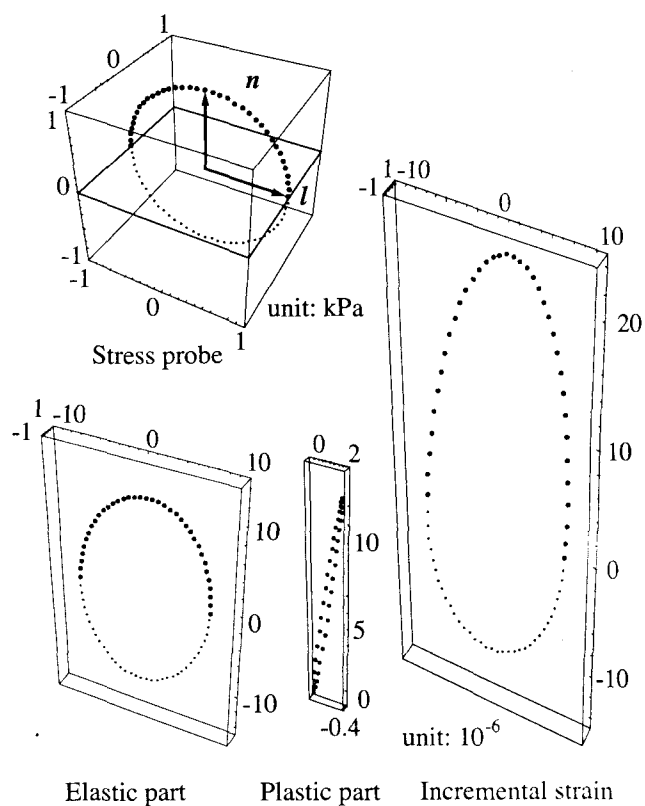


図-9 基準面内の増分応答

くに m 成分は n , l 成分と著しく異なる変化が現れる。図-10 は载荷方向 $\beta = 90^\circ$ の直交面内のひずみ増分の3次元のプロットの結果を示し、塑性ひずみ増分ベクトルの終点はある線上ではなく、ある面内に分布して

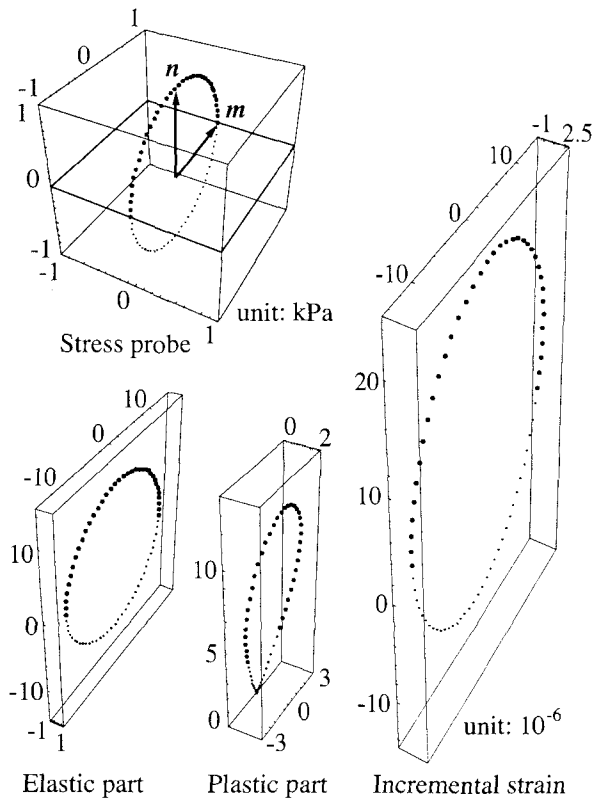


図-10 直交面内の増分応答

いるから、塑性ひずみ増分方向は一定ではなく、応力増分方向に依存することが示される。したがって、この挙動は古典的流動則で表現することは不可能である。

なお、図-9と図-10に示した弾性応答はほぼ同じような等方的な結果であり、数値粒状体の弾性挙動は等方弾性体により表すことができると考えられる。

ここに得られた結果は増分非線形性を考慮した従来の構成則理論で表現することが困難であるので、次節においてはメカニズムを表すための関数を導入して考察を進めることとする。

4. メカニズムについての考察

4.1 主メカニズム

等方載荷状態からのせん断載荷過程において供試体の内部構造が徐々に変化することにより形成される塑性変形メカニズムを主メカニズムと呼ぶ。このメカニズムは図-5、6に示されるような π 平面内の載荷に対応して生じるものである。せん断載荷経路を含む基準面内の応力プローブに対する変形挙動においてはこの主メカニズムが支配的であり、塑性ひずみ増分は非関連流動則に従うと考えられるプローブ試験の結果に基づき、塑性ひずみ増分の各局所座標成分を応力増分の関数として表す。主メカニズムは非関連流動則に従うことから、塑性ひずみ増分の中の主メカニズム部分の

各局所座標成分は次の関数で表すことができる。

$$\begin{cases} d\epsilon_n^{pp} = a_n f(t) |d\sigma| \\ d\epsilon_l^{pp} = a_l f(t) |d\sigma| \\ d\epsilon_m^{pp} = a_m f(t) |d\sigma| \end{cases} \quad (20)$$

ここに、 $|d\sigma|$ は応力増分の大きさを、 $f(t)$ は正規化した塑性ひずみ増分の大きさの関数として次のように与えることができる。

$$f(t) = \begin{cases} n:t & (n:t \geq 0) \\ 0 & (n:t < 0) \end{cases} \quad (21)$$

この式から塑性ひずみが生じるとき、 $f(t)$ が応力増分方向 t の線形関数になっていることが注目される。また、 a_n 、 a_l 、 a_m は応力状態によって定まる材料定数であり、ある応力点において一定であり、基準面のプローブ試験結果に基づき、次のように与える。

$$\begin{aligned} a_n(\beta, s) = & 2.96 \times 10^{-4} - 8.38 \times 10^{-6} s + 6.19 \\ & \times 10^{-8} s^2 - \{2.16 \times 10^{-4} - 6.22 \times 10^{-6} s \\ & + 4.43 \times 10^{-8} s^2\} \cos 3\beta \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} a_l(\beta, s) = & 6.17 \times 10^{-5} - 1.78 \times 10^{-6} s + 1.31 \\ & \times 10^{-8} s^2 - \{3.45 \times 10^{-5} - 1.00 \times 10^{-6} s \\ & + 7.16 \times 10^{-9} s^2\} \cos 3\beta \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} a_m(\beta, s) = & \{-5.45 \times 10^{-5} + 1.56 \times 10^{-6} s \\ & - 1.14 \times 10^{-8} s^2\} \sin 3\beta \end{aligned} \quad (24)$$

基準面内の塑性変形挙動について、図-8のa)に示した実線はここに提案した式により算定した結果であり、破線のプローブ試験の結果と良好な一致を見ている。なお、供試体モデルが理想的に等方的であれば、三軸圧縮および三軸伸張に対する m 成分は予測式のように0であるが、シミュレーション結果は0より若干ずれている。

4.2 副メカニズム

基準面外への応力プローブに対しては、異種のせん断載荷に適応するための新たなメカニズムを生じさせる必要があると考えられる。新たに生じるメカニズムを副メカニズムと呼ぶ。せん断載荷経路に直交する直交面内の応力プローブに対する変形挙動においてはこの副メカニズムが支配的であると考えられる。塑性ひずみ増分の中の副メカニズム部分の各局所座標成分は次の関数で表すことができる。

$$\begin{cases} d\epsilon_n^{ps} = a_n g(t) |d\sigma| \\ d\epsilon_l^{ps} = a_l g(t) |d\sigma| \\ d\epsilon_m^{ps} = \{c_1 h_1(t) + c_2 h_2(t)\} |d\sigma| \end{cases} \quad (25)$$

ここに、 $g(t)$ 、 $h_1(t)$ 、 $h_2(t)$ が応力増分方向 t の関数となり、次のように与えられる。

$$g(t) = \frac{1}{4} + \frac{n:t}{2} + \frac{(n:t)^2}{4} \quad (26)$$

$$h_1(t) = 0.7 + n:t - 0.4(n:t)^3 \quad (27)$$

$$h_2(t) = \begin{cases} -n:t & (n:t \geq 0) \\ 0 & (n:t < 0) \end{cases} \quad (28)$$

上の式から、 $g(t)$ 、 $h_1(t)$ が応力増分方向 t の 2 乗また 3 乗を含んで、塑性ひずみ増分は応力増分の非線形的な関数になっている。また、 a_n 、 a_l は式 (22)、式 (23) に示したものと同一であり、 c_1 、 c_2 は応力状態によって定まる材料定数と考えてよい。本文に示した直交面のプローブ試験結果より、次のように与えられる。

$$c_1(\beta, s) = \left\{ 2.21 \times 10^{-5} - 6.04 \times 10^{-7} s + 4.62 \times 10^{-9} s^2 + \{ 3.41 \times 10^{-5} - 9.84 \times 10^{-7} s + 7.30 \times 10^{-9} s^2 \} \sin^2 3\beta \right\} \times \{ 0.9 - 0.3 \sin^2 3\beta \} \quad (29)$$

$$c_2(\beta, s) = c_1(\beta, s) \sin 3\beta \quad (30)$$

直交面内の塑性変形挙動についても、図-8 の b) の中の実線は提案した式により予測した結果であり、破線のプローブ試験の結果と良好な一致を見ている。なお、この副メカニズムについても、供試体の異方性が若干伺える。

4.3 一般の応力状態における塑性応答

一般的応力状態において塑性ひずみ増分は主メカニズムの生じた部分 $d\epsilon^{pp}$ と副メカニズムの生じた部分 $d\epsilon^{ps}$ の複合したものと考えられ、次式のように表現することができる。

$$d\epsilon^p = d\epsilon^{pp} + d\epsilon^{ps} \quad (31)$$

等方載荷状態からのせん断載荷過程に形成される主メカニズムは基準面以外の塑性変形挙動にも影響を及ぼすと考えられ、その影響の程度を影響係数 A で表す。同じように、基準面外への応力プローブに対しては、異種のせん断載荷に適應するための副メカニズムも直交面以外の塑性変形挙動にも影響を及ぼすと考えられ、その影響の程度を影響係数 B で表す。式 (31) の中の主メカニズムにより生じた塑性ひずみ増分 $d\epsilon^{pp}$ は式 (20) で与えられる。ただし、主メカニズムの基準面以外の塑性変形挙動への影響を考慮するため、 $f(t)$ を次のように修正する。

$$f(t) = \begin{cases} A n:t & (n:t \geq 0) \\ 0 & (n:t < 0) \end{cases} \quad (32)$$

ここに、 A は主メカニズムが基準面以外の塑性変形挙動に与える影響係数であり、次のように与えられる。

$$A = \begin{cases} \frac{(l:t)^2}{1 - (n:t)^2} & (|n:t| \neq 1) \\ 1 & (|n:t| = 1) \end{cases} \quad (33)$$

式 (31) の中の副メカニズムにより生じた塑性ひずみ増分 $d\epsilon^{ps}$ は式 (25) で与えられる。ただし、副メカニ

ズムの直交面以外の塑性変形挙動への影響を考慮するため、 $g(t)$ 、 $h_1(t)$ 、 $h_2(t)$ を次のように修正する。

$$g(t) = B \left\{ \frac{1}{4} + \frac{n:t}{2} + \frac{(n:t)^2}{4} \right\} \quad (34)$$

$$h_1(t) = B \{ 0.7 + n:t - 0.4(n:t)^3 \} \quad (35)$$

$$h_2(t) = \begin{cases} -B n:t & (n:t \geq 0) \\ 0 & (n:t < 0) \end{cases} \quad (36)$$

ここに、 B は主メカニズムが直交面以外の塑性変形挙動に与える影響係数であり、次のように与えられる。

$$B = \begin{cases} \frac{(m:t)^2}{1 - (n:t)^2} & (|n:t| \neq 1) \\ 0 & (|n:t| = 1) \end{cases} \quad (37)$$

なお、影響係数 A と B は常に次の関係式を満たす。

$$A + B = 1 \quad (38)$$

基準面内でのプローブ試験の結果により求めた定数 a_n 、 a_l 、 a_m と直交面内でのプローブ試験の結果により求めた定数 c_1 、 c_2 を用いて、一般の応力状態における塑性ひずみ増分を予測可能かどうかの比較を行った。提案した式により、 $\beta = 0^\circ \sim 60^\circ$ の範囲の 15° おき 5 つの載荷方向に対する偏差応力 $s=60\text{kPa}$ の応力点を選んで、予測した塑性ひずみ増分をプローブ試験の結果と比較した。図-11 は $\alpha = 30^\circ$ と $\alpha = 60^\circ$ のプローブ面内での比較の結果を示す。図中の実線は提案した式を用いて予測した結果であり、破線はプローブ試験の結果を表す。全体的にみれば、提案式はプローブの結果をよく予測できていると考えられる。

5. 結論

本研究においては、粒状体の一般的な応力状態について増分挙動の検討を行う目的で、粒状要素法を用いた粒状供試体モデルの載荷シミュレーション試験を行った。 π 平面上の多方向載荷試験とプローブ試験結果に基づく考察で得られた主な結論は次の通りである。

- 1) 一連の π 平面上の単調載荷試験により、供試体の強度の載荷方向依存性は実際の粒状材料の試験と共通したものであり、粒状要素法を用いたシミュレーション試験の有用性が示された。
- 2) 一連の π 平面上の単調載荷試験について、塑性論において硬化パラメータとして用いられるパラメータの値を求め、等パラメータ線を π 平面上の降伏曲線とみなした場合、この降伏曲線は Lade の降伏関数で定められる降伏曲線によく適合した。
- 3) 基準面内における増分応答に限れば、塑性ひずみ増分は非関連流動則により定めることができる。
- 4) しかし、基準面以外の方向のプローブ試験においては、全ての載荷径路について、弾性域と塑性域を 2 分する降伏曲線を定めることができず、また、塑性ひずみ増分の方法は応力増分の方法により変化するので、塑性論の流動則の適用ができない。

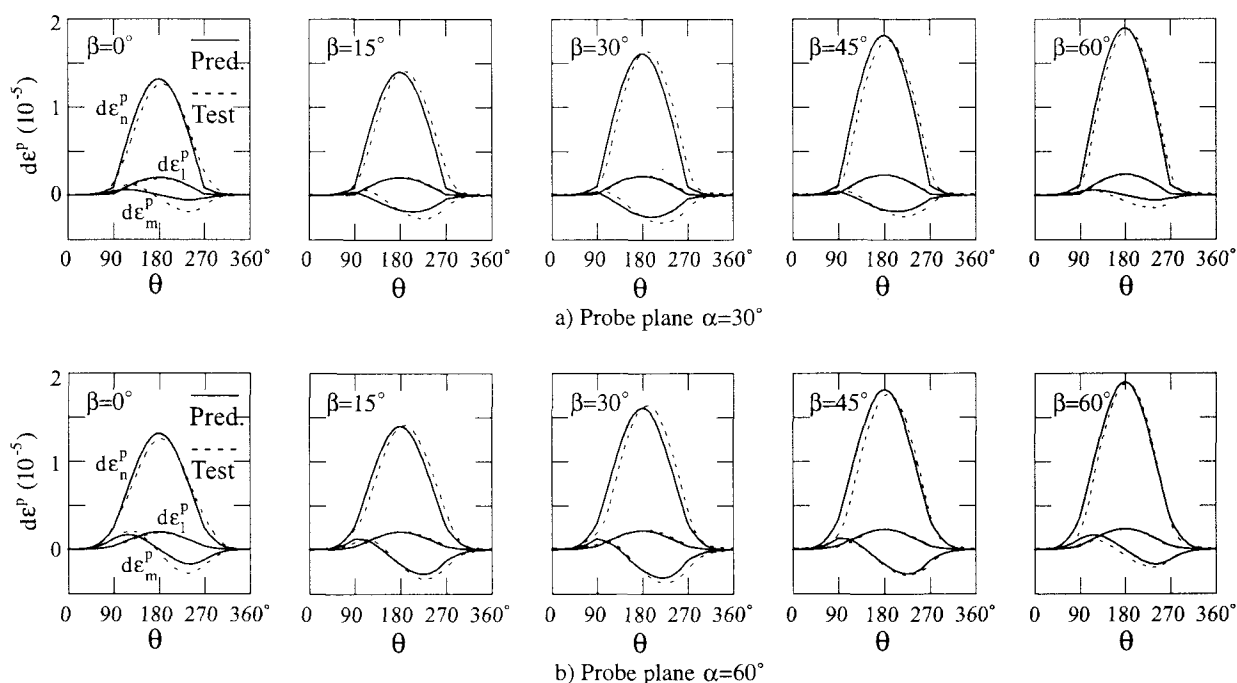


図-11 比較結果

5) 基準面やそれ以外の任意のプロープ面における増分挙動は2種類の独立したメカニズムを表す関数の組み合わせにより広範に表現することができ、このことから、粒状体の力学特性を支配するメカニズムの一端を明らかにすることができた。

本文においては、粒状体の変形メカニズムが複数あることを明らかにすることができたが、今後、このような知見を構成則としてどのように表現すべきかについて検討を進めたい。増分非線形性については、Darve¹⁰⁾やKolymbasら¹¹⁾によって構成モデルの提案がなされているが、その他、散逸関数に基づく理論¹²⁾¹³⁾を発展させて適用したいと考えている。

なお、この研究は平成16年度科学研究費補助金[基盤研究(C)、研究代表者岸野佑次、課題番号16560428]の補助を受けて行ったものであることを付記する。

参考文献

- 1) Pradel, D., Ishihara, K. and Gutierrez, M.: Yielding and flow of sand under principal stress axes rotation, *Soils and Foundations*, Vol.30, No.1, pp.87-99, 1990.
- 2) Anandarajah, A., Khaled, S. and Kuganenthira, N.: Incremental stress-strain behavior of granular soil, *Journal of geotechnical engineering*, ASCE, Vol.121, No.1, pp.57-67, 1995.
- 3) Bardet, J.P.: Numerical simulations of the incremental responses of idealized granular materials, *International Journal of Plasticity*, Vol.10, No.8, pp.879-908, 1994.
- 4) Kishino, Y.: Disc model analysis of granular media, *In Micromechanics of Granular Media* (Satake, M., Jenkins, J. T., eds), pp.143-152, Amsterdam, Elsevier, 1988.
- 5) 岸野佑次: 新しいシミュレーション法を用いた粒状体の準静的挙動の解析, 土木学会論文集, No.406/III-11, pp.97-106, 1989.
- 6) Kishino, Y., Akaizawa, H. and Kaneko, K.: On the plastic flow of granular materials, *In Powders and Grains 2001* (Kishino, Y., ed.), pp.199-202, Rotterdam, Balkema, 2001.
- 7) Kishino, Y.: On the incremental nonlinearity observed in a numerical model for granular media, *Italian Geotechnical Journal*, Vol.37, No.3, pp.30-38, 2003.
- 8) Lade, P.V. and Duncan, J.M.: Elastoplastic stress-strain theory for cohesionless soil, *Journal of the geotechnical engineering division*, ASCE, Vol.101, No.GT10, pp.1037-1053, 1975.
- 9) 鄒春躍, 岸野佑次: マルチメカニズムを考慮した粒状材料の構成則に関する研究, 応用力学論文集, Vol. 6, pp.575-584, 2003.
- 10) Darve, F.: An incrementally non-linear constitutive law: Assumptions and predictions, *In Constitutive Relations for Soils* (Darve, F., Vardoulakis, I., ed.), pp.385-403, Rotterdam, Balkema, 1984.
- 11) Kolymbas, D., ed.: *Constitutive Modelling of Granular Materials*, Berlin, Springer, 2000.
- 12) 岸野佑次: 散逸関数に基づく粒状体の流れ則の誘導, 土木学会論文集, No.394/III-9, pp.115-122, 1988.
- 13) 岸野佑次: 摩擦性材料の構成則の定式化, 土木学会論文集, No.511/III-30, pp.181-190, 1995.

(2005年4月15日受付)