

土／水連成陰解法計算アルゴリズムを用いた カムクレイ塑性体内き裂先端近傍応力場の有限要素解析

Finite element analyses of stress fields near a crack tip in Cam-Clay plasticity
using implicit soil/water coupling elastic-plastic calculation algorithm

鱸 洋一*・矢富 盟祥**
Yoichi Suzuki and Chikayoshi Yatomi

*正会員 博士 (工学) 五大開発株式会社 技術研究所 (〒921-8051 石川県金沢市黒田 1-35)

**正会員 Ph.D. 金沢大学大学院教授, 自然科学研究科 (〒920-8667 石川県金沢市小立野 2-40-20)

In this paper, we examine the implicit soil/water coupling elastic-plastic calculation algorithm with contact conditions on the crack surfaces in order to obtain stress and strain fields near a crack tip under the biaxial compressive loads. It is important to elucidate the fracture criterions under compressive loads such as the explanation of the existence and the creation of long faults, landslide in slope ground and so on. We find that the mode II crack extension can be explained by plastic effect near a crack tip using Cam-Clay model under the undrained condition. We also find, under the drain condition, that localized strain region appears perpendicularly from a crack tip, which caused by the softening plasticity with absorbcency.

Key Words: Cam-Clay model, implicit soil/water coupling elastic-plastic calculation algorism, contact condition, mode II crack extension.

1. はじめに

土木工学の分野においては、鋼、コンクリート構造物の破壊はもとより、地すべり、地震の活断層といった自然を相手にした破壊現象の把握という意味においても、ますます破壊力学の土木工学への応用は重要であると考えられる。破壊力学は、き裂が“いつ”、“どの方向に”進展するかという破壊現象を解明することを目的とした、力学分野においては比較的新しい学問であるが、コンピュータの進歩により計算力学、非線形破壊力学として近年急速に進歩している。それにより破壊メカニズムの解明という意味で様々な問題（特に地球規模での大規模な問題やミクロなメカニズムまで含めた問題など）を解くことが可能となっているが、未だ圧縮荷重下の破壊規準、3次元の破壊規準という難問が山積している。

地盤材料、岩盤、コンクリートにおける一軸圧縮荷重下の（ないし多軸圧縮荷重下においても）破壊面は図-1のようにモードII型で、供試体側面から見ると、ほとんどの場合、直線的ないし曲線的になめらかにモードII型で進展している。一方、モルタルやアクリルライト板などの材料にあらかじめ斜め初期き裂を挿入しておく、図-2のように、き裂面は最大引張り方向に折れ曲がっ

て、圧縮荷重が負荷されている方向になめらかに進展するウィングクラック型進展をする。

したがって圧縮荷重下で、どのような条件のもとで上記のようなモードII型のまま、き裂が進展するかを定量的に把握することは非常に興味ある、かつ、重要な問題となる。なお、断層の生成メカニズム解明への破壊力学の応用や、コンクリートのせん断破壊メカニズム解明などの問題に対して破壊力学的手法を用いる際にモードII型き裂進展という言葉がしばしば用いられている。それらの中には応力状態がモードIIのみの場合であるき裂進展開始の限界値という意味合いから、進展開始後は元のき裂と同方向に進む場合と折れ曲がって進む場合のいずれの場合もモードII型き裂進展という言葉で混在して用いられている。本論文では混乱を避けるためモードII型き裂進展という言葉は進展開始後に元のき裂と同方向に進む場合に限定することに注意したい。

地震の断層生成メカニズム解明を意図して Melin はどのような時、モードII型のき裂進展するのか？と題した論文¹⁾ (1986)を報告しており、その中でき裂面に対して等方圧縮応力とせん断応力の比によりモードII型進展が起こる条件を議論している。

また、Scholz らは長い直線的な断層（き裂）の

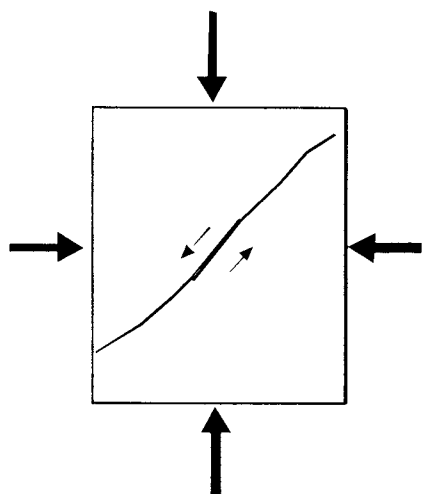


図-1 モードⅡ型き裂進展

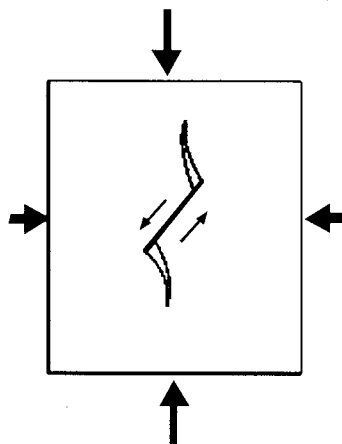


図-2 ウィングクラック型き裂進展

生成メカニズムに対して実験的な論文を報告²⁾

(1988) しており、せん断応力下では一般的に、き裂は折れ曲がり進展することより、長いせん断的な不連続面の存在は矛盾であり、単一き裂では説明できず、複数のき裂が連結する干渉により説明できるとしている。

また、近年でも圧縮荷重下にあるき裂が直線的に進展する説明として折れ曲がりき裂先端の応力拡大係数 k_2 が最大となる方向へ進展するとして実験結果と比較している Isaksson らの報告³⁾

(2002) があるが、進展き裂、折れ曲がりき裂面上でき裂は閉じているという拘束の強い仮定をしている。

筆者らは既報^{4), 5)}において、無限板内に存在する直線的初期き裂に多軸荷重が載荷されるという簡単な問題設定をし、理論解析および数値解析を行う事より、そのき裂に対する応力状態を主応力で考えると最大主応力と最小主応力の比が大きい場合、元のき裂と同方向にモードⅡ型のままで、

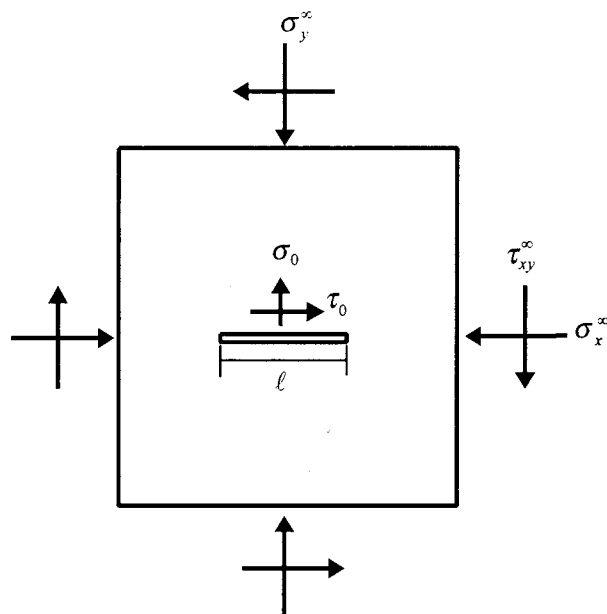


図-3 圧縮荷重下にある2次元無限板内のき裂 (矢印はすべて負の方向)

き裂が進展する可能性を示唆する結果を得た。また、それらモードⅡ型き裂進展は圧縮荷重下でなければ起こらないと考えられることや、き裂に平行な T-Stress がモードⅡ型き裂進展に寄与している事を明らかにした。しかしそれらの報告でも述べたが、一般に主応力比の大きい圧縮多軸荷重下ではき裂周辺での塑性域が大きく、小規模降伏の仮定が成立していないことも予想されるので、土の構成モデルとしては比較的単純な Drucker-Prager モデルを用いてき裂先端近傍の応力分布等を求めた⁶⁾。その際、近年、弾塑性計算の精度が向上すると注目され国内外問わず研究・開発されている陰解法弾塑性計算アルゴリズムをき裂面上での接触・摩擦条件を考慮した解析手法を導入した。その結果、内部摩擦角が小さい場合は弾性体で予想されるようなき裂先端近傍での引張り破壊が生じにくく、モードⅡ型き裂進展はき裂先端周りの塑性効果によって説明できることを見出した。また、軟化状態になるとき裂先端から元のき裂と同方向に偏差ひずみの局所化領域がせん断帯のように進展する結果も得られた。

そこで本論文では活断層の生成や地すべりの進展といった地盤の破壊現象に対する力学的な解釈として重要な地盤材料のモードⅡ型き裂進展のメカニズムをさらに考究するため、粘性土の構成モデルとして汎用されている Cam-Clay モデルを導入し、圧縮荷重下でのき裂先端近傍の応力・ひずみ場を求めた。その際、Cam-Clay モデルは有効応力の概念のもとで開発されたモデルである

ので、筆者らが報告した土／水連成解析を陰解法弾塑性計算に整合させた方法⁷⁾を用いた。

2. 土／水連成陰解法弾塑性計算

陰解法弾塑性計算アルゴリズムは 1990 年代に Simo ら^{8), 9)}によって精力的に研究された弾塑性計算手法であり、Newton-Raphson 法に整合した Consistent 弾塑性構成テンソルと陰解法リターンマップの 2 つの特徴を持つ。Newton-Raphson 法に整合していることにより、理論的には解の近傍での 2 次収束が保証されており、安定的に解が求まる。また、陰解法リターンマップにより降伏関数に必ず応力が乗り、ステップ幅に依存しない結果が得られる。これまで汎用されている陽解法弾塑性計算よりこのような多くの利点を持つこの手法を筆者らは国内の地盤解析で汎用されている土／水連成解析に適用した。詳細は既報⁷⁾を参照して頂くこととし、ここでは概要を述べるに留める。なお、本論文での連成解析とは「つりあい式」と「連続式」を連立して解いており、未知量として節点での変位、間隙水圧を考慮するという意味である。それに対して「非連成解析」とは「つりあい式」のみを定式化し、未知量も節点での変位のみを考慮する、すなわち全応力解析であることに注意する。

弱形式化したつり合い式と連続式を次式のように内力ベクトルと外力ベクトルにわけると、

$$\mathbf{F}^{\text{int}}(\mathbf{d}, \mathbf{h}) = \mathbf{A} \int_{e=1}^{ne} \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma}'(\mathbf{d}) d\mathbf{v} - \gamma_w \mathbf{K}_v^T \mathbf{h}, \quad (1)$$

$$\mathbf{F}^{\text{ext}} = \mathbf{A} \int_{e=1}^{ne} \mathbf{N}^T \bar{\mathbf{t}} d\mathbf{s} - \mathbf{A} \int_{e=1}^{ne} \mathbf{N}^T \mathbf{b} d\mathbf{v}, \quad (2)$$

$$\mathbf{G}^{\text{int}}(\dot{\mathbf{d}}, \mathbf{h}) = \mathbf{K}_v \dot{\mathbf{d}} + \mathbf{K}_h \mathbf{h}, \quad (3)$$

$$\mathbf{G}^{\text{ext}} = -\mathbf{A} \int_{e=1}^{ne} \mathbf{n}_h \bar{q} d\mathbf{s}, \quad (4)$$

ここで $\mathbf{F}^{\text{int}}$, $\mathbf{F}^{\text{ext}}$ はそれぞれつり合い式の内力ベクトル、外力ベクトル、 $\mathbf{G}^{\text{int}}$, $\mathbf{G}^{\text{ext}}$ は連続式の内力ベクトル、外力ベクトル、 $\mathbf{d}$ は節点変位ベクトル、 $\mathbf{h}$ は節点水頭ベクトル、 γ_w は水の単位体積重量、 $\bar{\mathbf{t}}$ は既知の表面応力ベクトル、 $\mathbf{b}$ は物体力、 $\bar{q}$ は既知の流量である。A は assembly operator と呼ばれ全要素数 ne の数だけ重ね合わせる事を意味する。これら内力ベクトルと外力ベクトルを次式のように一致するように解くと目的の解が得られる。

$$\mathbf{F}^{\text{ext}} - \mathbf{F}^{\text{int}}(\mathbf{d}, \mathbf{h}) = \mathbf{0}, \quad (5)$$

$$\mathbf{G}^{\text{ext}} - \mathbf{G}^{\text{int}}(\dot{\mathbf{d}}, \mathbf{h}) = \mathbf{0}. \quad (6)$$

上式は一般に節点変位ベクトル $\mathbf{d}$ 、および節点水

頭ベクトル $\mathbf{h}$ の非線形方程式となるので、これらの式を Newton-Raphson 法に整合するように解くことを考える。式(5), (6)の左辺第 2 項の内力ベクトルを節点変位ベクトル、節点水頭ベクトルで方向微分を取り整理することにより、最終的に次式のように書き表される。

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{F}_{n+1}^{\text{int}(k)}}{\partial \mathbf{d}_{n+1}^{(k)}} & -\frac{\partial \mathbf{F}_{n+1}^{\text{int}(k)}}{\partial \mathbf{h}_{n+1}^{(k)}} \\ \frac{\partial \mathbf{G}_{n+1}^{\text{int}(k)}}{\partial \mathbf{d}_{n+1}^{(k)}} & \frac{\partial \mathbf{G}_{n+1}^{\text{int}(k)}}{\partial \mathbf{h}_{n+1}^{(k)}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \mathbf{d}_{n+1} \\ \Delta \mathbf{h}_{n+1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_{n+1}^{\text{int}(k)} - \mathbf{F}_{n+1}^{\text{ext}} \\ \mathbf{G}_{n+1}^{\text{int}(k)} - \mathbf{G}_{n+1}^{\text{ext}} \end{Bmatrix}, \quad (7)$$

上式の右辺は残差ベクトルであり、その 2 乗ノルムが許容値以内になるように解く。左辺のマトリクスは通常の土／水連成解析の剛性マトリクスとはほぼ同じであるが、弾塑性構成テンソルのみが異なる。通常の土／水連成解析においては、弾塑性理論から得られる構成テンソル（以下、Continuum 弾塑性構成テンソルとよぶ）を用いるが、陰解法弾塑性計算ではその部分が、式(7)の方向微分に整合するよう Consistent 弾塑性構成テンソルに置き換わる。本研究では地盤材料を弾塑性体として扱う場合に、比較的単純なモデルである Drucker-Prager モデルと粘性土の構成モデルとして汎用されている Cam-Clay モデルを対象として Consistent 弾塑性構成テンソルを導き解析に用いた。なお、本論文では流れ則では関連流れ則のみを対象とし、砂のダイレイタンシー挙動の表現に重要な非関連流れ則の適用は今後の課題としたい。それぞれのモデルに対して Consistent 弾塑性構成テンソルを誘導したのでその概略を以下に記述する。

Drucker-Prager モデルの降伏関数は次式で表される。

$$f = \|\mathbf{S}\| - \beta p - \sqrt{\frac{2}{3}}(\sigma_y + H\bar{\epsilon}^p) = 0, \quad (8)$$

ここで $\mathbf{S}$ は偏差応力であり、 p は平均応力である。 β は平均応力にかかる係数であり、内部摩擦角 ϕ と関係付けられる。 σ_y は降伏応力であり圧縮を正とし、粘着力 c と関係付けられる。 H は硬化係数であり、 $\bar{\epsilon}^p$ は相当塑性偏差ひずみである。この降伏関数を用いて Consistent 弾塑性構成テンソルを求めると、

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{C}}_{n+1}^{(k)} = & \kappa \left(1 - \frac{\kappa \beta^2}{A} \right) (\mathbf{I} \otimes \mathbf{I}) + 2\mu\theta \left[\mathbf{I} - \frac{1}{3}(\mathbf{I} \otimes \mathbf{I}) \right] \\ & - \frac{2\mu\kappa\beta}{A} [(\mathbf{I} \otimes \hat{\mathbf{n}}) + (\hat{\mathbf{n}} \otimes \mathbf{I})] - 2\mu\bar{\theta}(\hat{\mathbf{n}}_{n+1} \otimes \hat{\mathbf{n}}_{n+1}). \end{aligned} \quad (9)$$

ここで κ , μ はラメの定数であり,

$$A = 2\mu + \kappa\beta^2 + \frac{2}{3}H, \quad (10)$$

$$\theta = 1 - \frac{2\mu\Delta\gamma}{\|S_{n+1}^{trial}\|}, \quad (11)$$

$$\bar{\theta} = \frac{2\mu}{A} - (1 - \theta), \quad (12)$$

である. 式(9)で $\theta = 1$ とすると, 通常の理論的に求まる Continuum 弾塑性構成テンソルに一致する.

粘性土の挙動をよく表す構成式として汎用される Cam-Clay モデルの降伏関数は以下のように与えられる:

$$f(p, q, p_c) = q + M p \ln\left(\frac{p}{p_c}\right) = 0, \quad (13)$$

ここで平均応力 $p = -tr(\sigma')/3$ であり, 一般化偏差応力 $q = \sqrt{\frac{3}{2}}\|S\|$, 偏差応力 $S = \sigma' - tr(\sigma')\mathbf{1}/3$ である. 応力の右上のダッシュは有効応力であることを表している. 応力, ひずみ等は引張りを正, 平均応力, 体積ひずみ等は土質力学の慣例に従い圧縮を正としている. M は限界応力比, p_c は先行圧密応力である.

この Cam-Clay モデルに対する Consistent 弾塑性構成テンソルは以下のように誘導できる.

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{C}}^{ep(k)}_{n+1} = & 2\tilde{G}\xi\mathbf{I} - (a_1 + a_2b_1 + \frac{2}{3}\tilde{G}\xi)(\mathbf{1} \otimes \mathbf{1}) \\ & - a_2b_2(\mathbf{1} \otimes \hat{n}) \\ & - \sqrt{6}\tilde{G}b_1(\hat{n} \otimes \mathbf{1}) \\ & + \tilde{G}(2 - \sqrt{6}b_2 - 2\xi)(\hat{n} \otimes \hat{n}), \end{aligned} \quad (14)$$

ここで上式の各係数 a , b は以下のように与えられる.

$$\begin{aligned} a_1 = & -\tilde{K}p(D + \Delta\phi)/a, \\ a_2 = & -\tilde{K}MDp[1 + \ln(\frac{p}{p_c})]/a, \\ a_3 = & -\tilde{K}p_c\Delta\phi/a, \\ a_4 = & p_c p[1 + \ln(\frac{p}{p_c})]/a, \\ a = & Dp + \Delta\phi(p + \tilde{K}MD), \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} b_1 = & M\{a_3\frac{p}{p_c} - a_1[1 + \ln(\frac{p}{p_c})]\}/b, \\ b_2 = & -\sqrt{6}\tilde{G}/b, \\ b = & -M\{a_4\frac{p}{p_c} - a_2[1 + \ln(\frac{p}{p_c})]\} - 3\tilde{G}, \end{aligned} \quad (16)$$

ここで D はダイレイタンシー係数であり, λ を圧縮指数, κ を膨潤指数, e を間隙比とすると

$$D = \frac{\lambda - \kappa}{M(1 + e)}, \quad (17)$$

で与えられる. また, 係数 $\tilde{K} = (1 + e)p/\kappa$, $\tilde{G} = 3\tilde{K}(1 - 2\nu)/2(1 + \nu)$ であり, ν はポアソン比, $\xi = \sqrt{\frac{2}{3}}q/\|S_{n+1}^{trial}\| = \|S_{n+1}^{(k)}\|/\|S_{n+1}^{trial}\|$ である. 式(14)の Consistent 弾塑性構成テンソルは, 式(5), (6)を Newton-Raphson 法を行って解く場合に整合したものであり, したがって2次収束を保証している. ここで $\Delta\phi \rightarrow 0$ とすると $\bar{\mathbf{C}}^{ep(k)}_{n+1}$ は Cam-Clay モデルの Continuum 弾塑性構成テンソルに一致する.

3. 圧縮荷重下にある弾塑性体内のき裂先端近傍応力場 FEM 解析

圧縮荷重を受ける無限板内に存在するき裂先端近傍での2次元応力場を FEM を用いて求める. 圧縮荷重下でのき裂面は閉じて接触し, 応力状態によってはき裂面上で摩擦力を受けながらすべる. そのような圧縮荷重下では通常の FEM を用いると, き裂上下面がお互いの物体内に食い込んでしまい, 非現実的な解となってしまう. そこでき裂面上の節点で接触・摩擦条件を全体剛性方程式に導入する方法⁴⁾を用いて解析を行った. また本論文で扱う荷重はすべて比例負荷とし, すなわち所定の荷重状態まで1パラメータで表せるような荷重状態を徐々に増加させた. FEM 解析では最終荷重状態までを等分割した荷重をステップごとに与え, 最初いくつかの非連成解析で陰解法弾塑性計算の特徴である, ある程度のステップ数に分割すればステップ数に依存しない解が得られることを確認した. また, 土/水連成解析であると陰解法弾塑性計算であっても時間微分を差分近似したことによる時間依存性があるのでステップ数に依存するが, 陽解法弾塑性計算のステップ依存性の程度に比べたら実用的には問題ない程度のステップ依存性であることを確認してある¹⁰⁾.

用いた有限要素メッシュは図-4に示したものであり, 要素数 332 節点数 920 である. き裂先端近傍の要素は2次の6節点三角形アイソパラメト

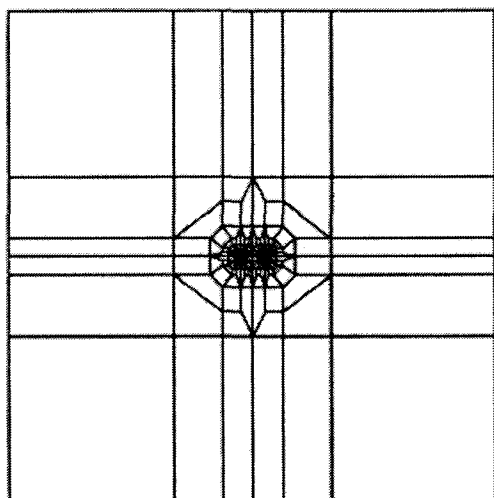


図-4 有限要素メッシュ

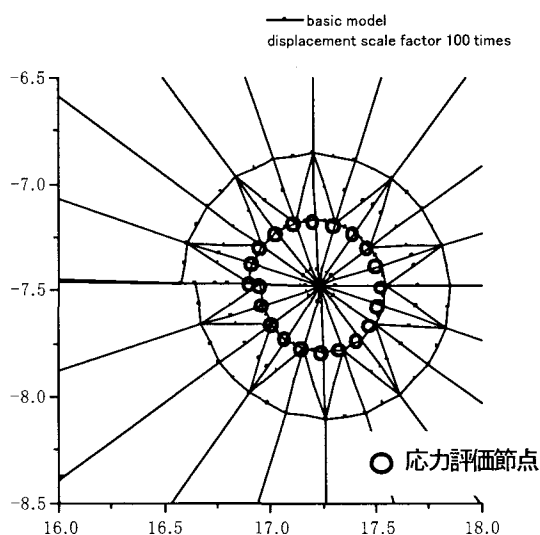


図-5 き裂先端近傍の応力を評価する節点
(変形倍率 100 倍)

リック要素を用い、それ以外の部分は 2 次の 8 節点四角形アイソパラメトリック要素を用いて要素分割を行った。き裂はモデル中央に存在し、き裂長さ 40[m]に対して縦横それぞれ 800[m]で無限板を近似した。

図-5 はき裂先端近傍の要素分割図であるが、き裂先端から要素辺 1 つ分 ($r=0.3125[\text{m}]$) の箇所にある丸印を付けた節点で応力を評価した。

この節点での応力は隣接している要素の最近接 (もしくは一致) しているガウス点の応力を平均することにより求めた。既報⁶⁾でこのき裂先端近傍の応力評価法の精度を検証するために物体全体を弾性体として FEM 解析を行い、理論解と比較したところ妥当な評価方法であることが確認でき

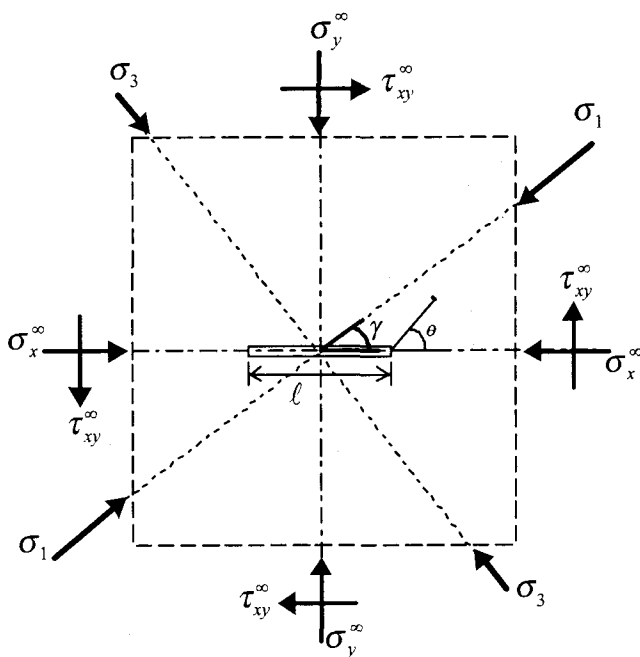


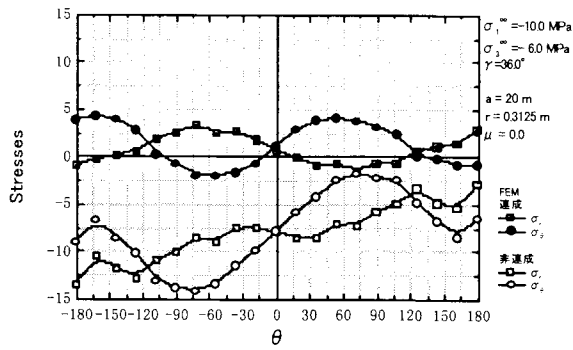
図-6 2軸圧縮荷重下にあるき裂

た。

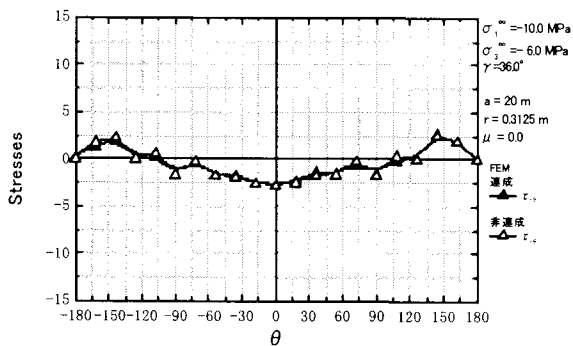
対象とした問題は図-6に示すような、き裂面からの角度 γ が 36 度の方向から最大主応力 σ_1 が、それと 90 度の角度の方向から最小主応力が σ_3 が載荷されている 2 軸圧縮荷重下を考える。この最大主応力 σ_1 と最小主応力 σ_3 の比 σ_3/σ_1 を以後主応力比と呼ぶ。また、き裂面上の摩擦係数 μ は 0.0 と 0.3 の場合を考える。

図-7 は土/水連成解析と非連成解析のき裂先端近傍の応力・ひずみ場の比較である。圧縮荷重は最大主応力 σ_1 が $-10.0[\text{MPa}]$ 、主応力比が 0.6 である。構成モデルは Drucker-Prager モデルでヤング率は $50[\text{GPa}]$ 、ポアソン比は 0.3、降伏応力 σ_y は $5.0[\text{MPa}]$ 、内部摩擦角 ϕ は 0° ($\beta=0$) とした。また、硬化係数 H は 0.0 で完全塑性である。(a) はき裂先端近傍のせん断応力以外の応力 σ_r , σ_θ であり、(b) はせん断応力 $\tau_{r\theta}$ である。(a) のせん断応力以外の応力 σ_r , σ_θ は連成するか否かで差があるのに対して、

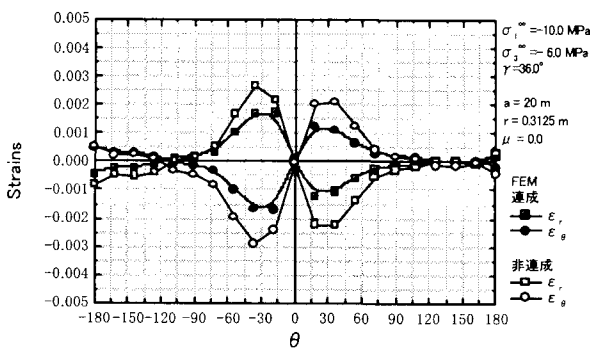
(b) のせん断応力 $\tau_{r\theta}$ は連成・非連成で一致している。これは連成解析において有効応力の原理に従い間隙水圧が等方的な応力の一部を受け持っているからであり、間隙水圧を有効応力の原理と連続式で考慮した定式化どおり連成解析が計算されていることがわかる。(c) はき裂先端近傍のせん断ひずみ以外のひずみ ϵ_r , ϵ_θ であり、(d) はせん断ひずみ $\gamma_{r\theta}$ である。ひずみの方はせん断ひずみでも連成・非連成による違いが出ており、どのひずみ成分でも連成解析の方が小さくなっていることがわかる。



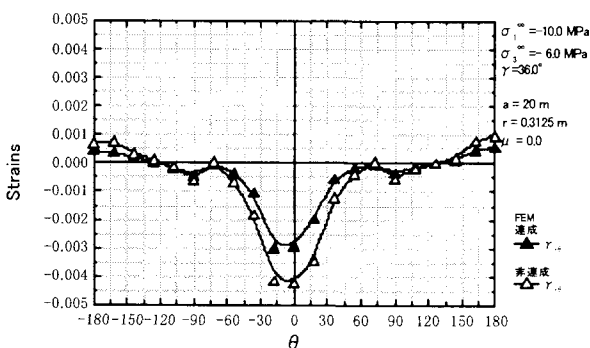
(a) き裂先端近傍のせん断応力以外の応力分布



(b) き裂先端近傍のせん断応力分布



(c) き裂先端近傍のせん断ひずみ以外のひずみ分布



(d) き裂先端近傍のせん断ひずみ分布

図-7 土/水連成・非連成の比較:
Drucker-Prager モデル

4. Cam-Clay 弾塑性体内のき裂先端近傍ひずみ場

本章では圧縮多軸荷重下にある Cam-Clay 弾塑性体内のき裂先端近傍の各ひずみ成分について考察を行う。解析はすべて土/水連成解析で行った。図-8 は正規圧密土内のき裂先端近傍の各ひずみ分布である。用いた土質定数は表-1 の値である。(a) は透水係数 $k=0.0[\text{m/sec}]$ の非排水の場合の結果であり、(b) ~ (d) は排水の場合である。なお、物体境界ではき裂面を含むすべての境界で非排水条件である。

圧縮荷重は最大主応力が $-20.0[\text{MPa}]$ 、主応力比が 0.3 であり、き裂面上の摩擦係数は 0.3 の場合である。図中□が ε_r 、○が ε_θ 、△がせん断ひずみ $\gamma_{r\theta}$ である。なお排水条件の場合、10 時間で上記所定の荷重まで比例的に増加する比較的低速度の載荷を想定した。

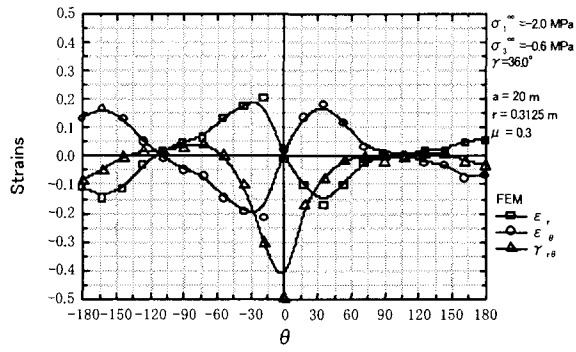
結果より明らかに排水の場合に比べて非排水の場合の方が各ひずみ成分が大きくなることがわかる。せん断ひずみ以外のひずみ ε_r 、 ε_θ の引張りでのピークが ± 30 度付近に現れ、元のき裂と同方向のせん断ひずみ $\gamma_{r\theta}$ が卓越する。このようなせん断ひずみの卓越したひずみ分布によりモード II 型き裂進展が予測できる。排水の場合の透水係数は (b) が $k=10^{-7}[\text{m/sec}]$ で粘性土、(c) が $k=10^{-5}[\text{m/sec}]$ で砂質土、(d) が $k=10^{-3}[\text{m/sec}]$ で砂礫等を想定したが、この応力状態、土質定数や 10 時間という比較的低速度の載荷速度などの理由により違いがなかったと考えられる。また、急速載荷にあたる非排水状態の場合のように元のき裂と同方向のせん断ひずみの卓越は見られなかった。

図-9, 10 は同様の圧縮荷重、摩擦係数のもとにおける過圧密土内のき裂先端近傍各ひずみ分布である。図-9 が過圧密比 2 の場合、図-10 が過圧密比 5 の場合である。なお過圧密比 (Over Consolidation Ratio : OCR) は先行圧密応力 p_c と初期圧密応力 p_0 の比である。

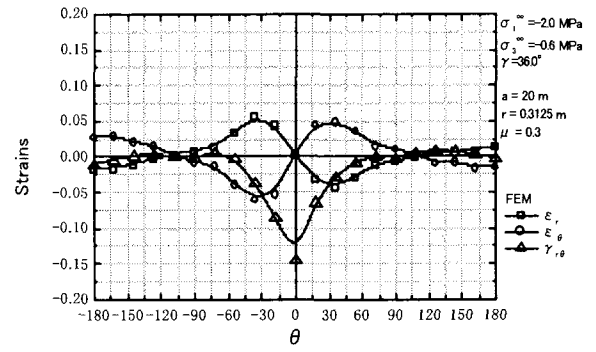
図-9 の過圧密比 2 の場合、非排水状態であると正規圧密土の場合と同様、せん断ひずみ以外のひずみ ε_r 、 ε_θ の引張りでのピークが ± 30 度付近

表-1 土質定数

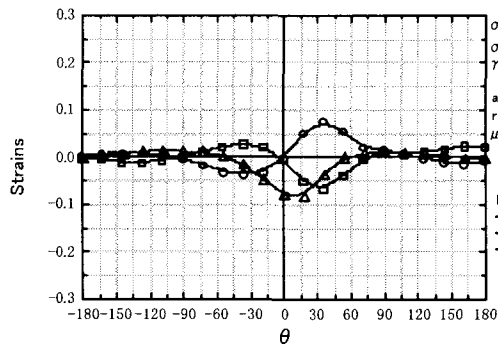
圧縮指数 λ	0.1
膨張指数 κ	0.01
ポアソン比 ν	0.3
間隙比 e_0	0.5
限界応力比 M	2.25



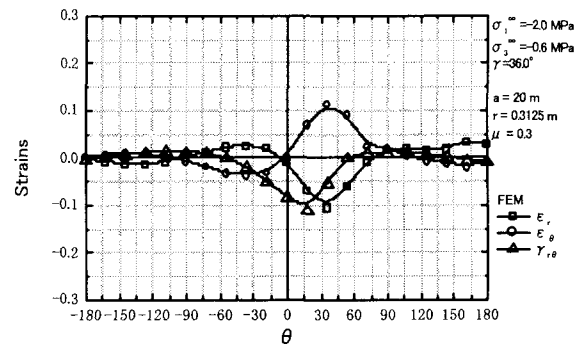
(a) 非排水 $k=0.0$ [m/sec]



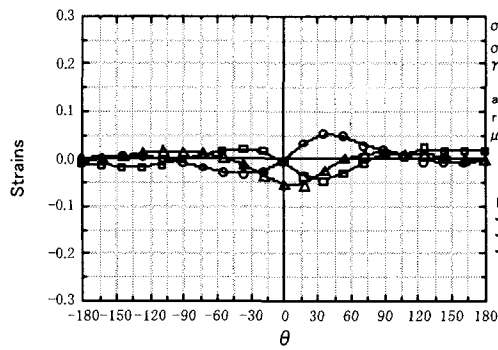
(a) 非排水 $k=0.0$ [m/sec]



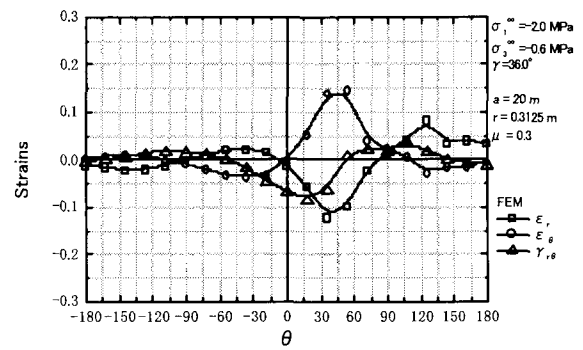
(b) 排水 $k=10^{-7}$ [m/sec]



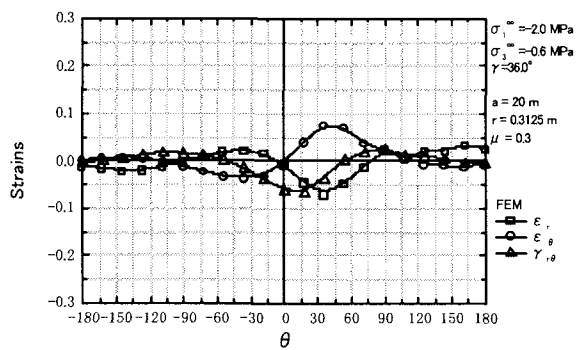
(b) 排水 $k=10^{-7}$ [m/sec]



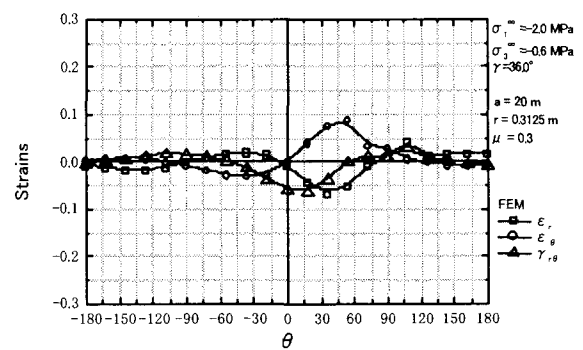
(c) 排水 $k=10^{-5}$ [m/sec]



(c) 排水 $k=10^{-5}$ [m/sec]



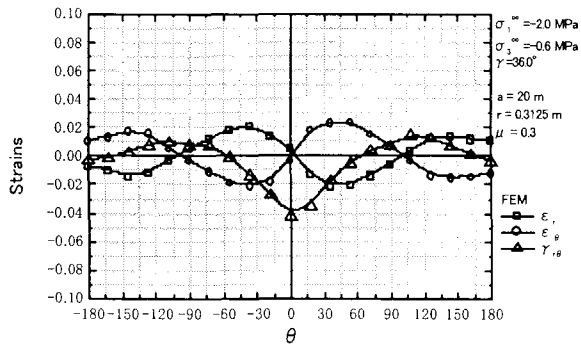
(d) 排水 $k=10^{-3}$ [m/sec]



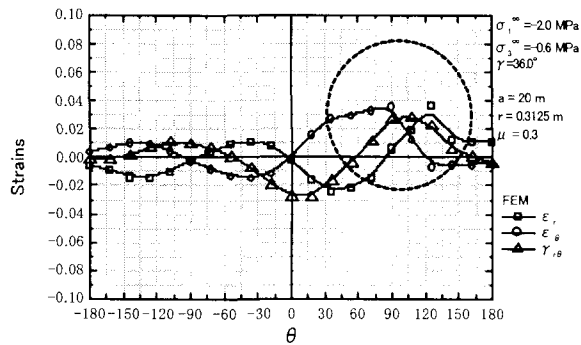
(d) 排水 $k=10^{-3}$ [m/sec]

図-8 正規圧密土内のき裂先端近傍ひずみ分布:
Cam-Clay モデル, 主応力比 0.3, 摩擦係数 0.3

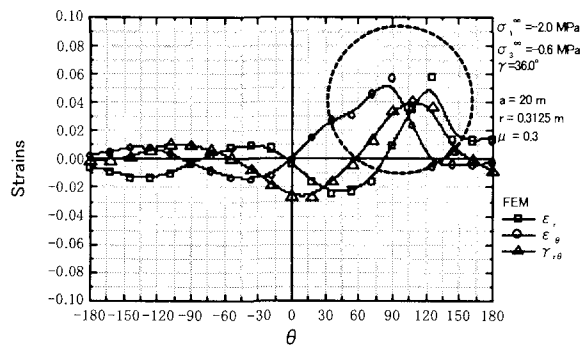
図-9 過圧密土内のき裂先端近傍ひずみ分布:
Cam-Clay モデル, OCR=2



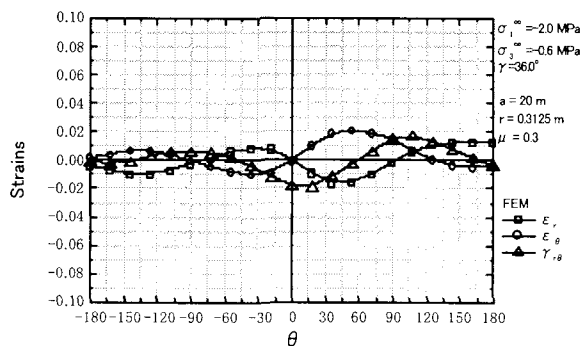
(a) 非排水 $k=0.0$ [m/sec]



(b) 排水 $k=10^{-7}$ [m/sec]



(c) 排水 $k=10^{-5}$ [m/sec]



(d) 排水 $k=10^{-3}$ [m/sec]

図一 10 過圧密土内のき裂先端近傍ひずみ分布：
Cam-Clay モデル, OCR=5

に現れ、元のき裂と同方向のせん断ひずみ $\gamma_{r\theta}$ が卓越していることがわかる。また排水状態であると正規圧密土の場合よりも、約 $+30$ 度方向の ϵ_θ のみが引張りで卓越することがわかる。

図一 10 の過圧密比 5 の場合、非排水状態であっても元のき裂と同方向のせん断ひずみが卓越しないことがわかる。また排水状態を見てみると、約 90 度付近に各ひずみ成分が局所的に大きくなっている箇所があることがわかる（図中、点線の円内）。これは透水係数によって間隙水の流れやすさの度合いが違い、あらかじめどの透水係数で起こるかはわからないが、間隙水の移動に伴って吸水軟化状態になりひずみの局所化が起こっているのではないかと考えられる。

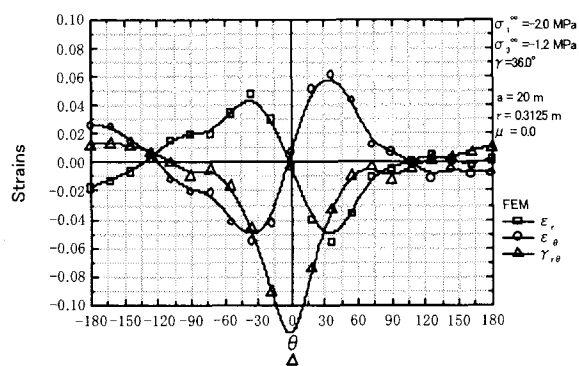
既報で Drucker-Prager モデルを用いて、強制的に硬化係数を負にして軟化状態にした際、ひずみの局所化が現れたが、Cam-Clay モデルを用いた土/水連成解析において排水条件を考慮すれば、意図的ではなく自然と塑性軟化状態を再現することができ、微小変形であってもせん断帯の生成条件を満たし、このようなひずみの局所化が起こり得たことが考えられる。また、このような塑性軟化現象は陽解法弾塑性計算では一般に精度が悪いと言われているが、陰解法弾塑性計算は理論的には軟化域にも対応した陰解法リターンマップを用いているため、このような軟化現象も精度よく解析を続行できると考えられる（なおここでの精度とは降伏関数に必ず乗る応力を求めることができるという意味においての精度である）。

図一 8 ～ 10 の主応力比 0.3、摩擦係数 0.3 の場合であると、過圧密土の場合のみにひずみの局所化現象が現れたが、図一 11 の主応力比 0.6、摩擦係数 0.0 の場合であると正規圧密土であっても排水状態でひずみの局所化現象が表れている。よって、このひずみの局所化の発生条件・発達方向に関してはさらなる検討が必要である。

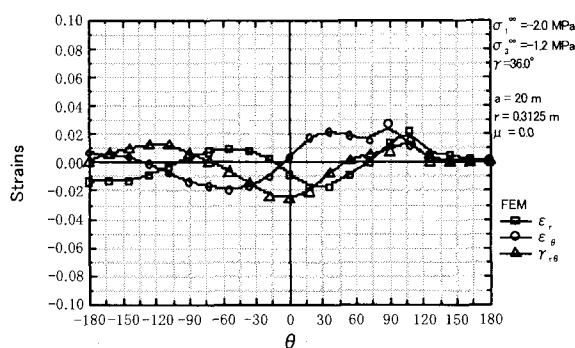
5. 結論

本研究ではき裂面上の接触・摩擦条件を考慮した有限要素法解析手法に陰解法弾塑性計算アルゴリズムを導入し、圧縮荷重下でのき裂先端近傍での応力分布、ひずみ分布を求めた。き裂面上の接触・摩擦条件を考慮した有限要素法解析に土/水連成を考慮した陰解法弾塑性計算アルゴリズムを導入した本手法は筆者の知る限り発表されていない。

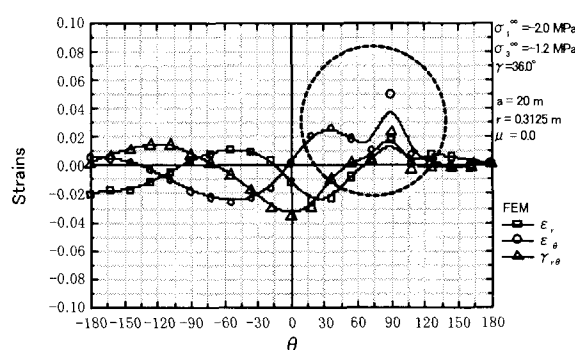
本論文では応力状態を初期き裂面から 36 度傾



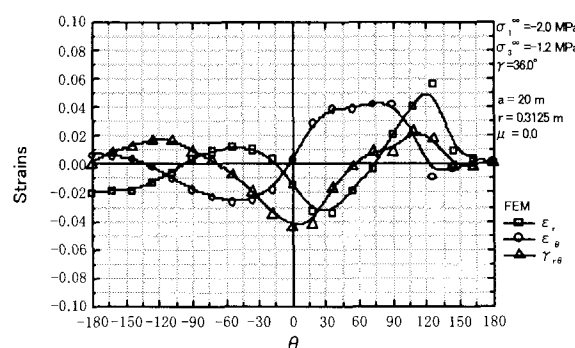
(a) 非排水 $k=0.0$ [m/sec]



(b) 排水 $k=10^{-7}$ [m/sec]



(c) 排水 $k=10^{-5}$ [m/sec]



(d) 排水 $k=10^{-3}$ [m/sec]

図-1.1 正規圧密土内のき裂先端近傍ひずみ分布：
Cam-Clay モデル，主応力比0.6，摩擦係数0.0

いた方向から最大主応力 σ_1 が载荷された場合に限定したが，主応力比，き裂面上の摩擦係数，透水係数（排水条件），過圧密比などを変化させる事によって以下に列挙するような知見を得た。

- (1) Drucker-Prager モデルを用いて土/水連成・非連成解析の比較を行い，き裂先端近傍の応力分布をみると連成解析の方が非連成解析よりせん断応力以外の応力 σ_r ， σ_θ が小さくなり，せん断応力 $\tau_{r\theta}$ は変わらないという妥当な結果が得られた。また，ひずみに関しては連成解析の方が全成分小さくなった。
- (2) Cam-Clay モデルを用いた土/水連成解析を行いき裂先端近傍のひずみ分布を求めたところ，非排水状態であるとせん断ひずみ以外のひずみ ϵ_r ， ϵ_θ の引張りでのピークが ± 30 度付近に現れ，元のき裂と同方向のせん断ひずみ $\gamma_{r\theta}$ が卓越していることがわかった。これは他の応力状態，き裂面上の摩擦係数でも確認されており，粘性土内におけるモードII型き裂進展が起こる主要因の一つであると考えられる。
- (3) 排水状態であると非排水状態と比較して，き裂先端近傍のひずみはどの成分も小さくなることがわかった。ただ，吸水軟化が原因と思われるひずみの局所化が起こる場合もあることがわかった。
- (4) 排水状態で起こるひずみの局所化は，元のき裂と同方向ではなく，約 90 度方向，すなわちき裂面と垂直な方向に局所化することがわかった。

以上のように，土木工学・地盤工学分野で重要な圧縮荷重下での延性的なモードII型き裂進展性状の説明に Cam-Clay モデルを用いた土/水連成解析が有効であることが分かった。本研究では，き裂面上の摩擦力という非線形性のみならず，物体も Drucker-Prager モデルや Cam-Clay モデルという地盤材料の構成モデルとして汎用されている弾塑性モデルを考慮しての議論であるので，本研究の方法によれば脆性的な不安定破壊現象の予測への応用だけでなく，延性的な破壊まで統一的に解明できる可能性を示唆している。今後，異方性・粘塑性を考慮した関口・太田モデル，下負荷面モデル，上負荷面モデルなどの構成式を用いた場合の影響や，有限変形効果などを用いてひずみの局所化からモードII型き裂進展までの破壊のプロセスに対する検討を進める予定である。さら

にエネルギー解放率などを用いた圧縮荷重下にある弾塑性応力場での破壊規準や3次元応力場での破壊規準の確立, X-FEMなどのき裂進展解析などの研究を進め, 併せて実験などより材料定数である破壊靱性値等を精度良く測定する方法を確立し, “いつ” または “どの方向に” き裂が進展開始するかを手始めに, 総合的に地盤材料内における圧縮荷重下での破壊現象を解明することが課題である. またそれが, 地震の予知や地すべり現象の予測・克服へ応用されること¹¹⁾ が望まれる.

参考文献

- 1) Solveig Melin : When does a crack grow under mode II conditions?, *Int. J. Fract.*, 30, pp. 103-114, 1986.
- 2) S. J. D. Cox and C. H. Scholz : On the formation and growth of faults : an experimental study, *J. Struct. Geology*, 10, No.4, pp.413-430, 1988.
- 3) Isaksson, P. Stahle, P : Prediction of shear crack growth direction under compressive loading and plane strain conditions, *International journal of fracture*, 113(2), 175-194, 2002.
- 4) 矢富盟祥, 鱸 洋一 : 圧縮荷重下にある進展き裂のE積分によるエネルギー解放率の有限要素解析, 土木学会論文集, No.612, I-46, pp.251-263, 1999.
- 5) 鱸 洋一, 矢富盟祥 : 圧縮荷重下におけるモードII型き裂進展に関する破壊力学的考察, 応用力学論文集, Vol.3, pp.25-35, 2000.
- 6) 鱸 洋一, 矢富盟祥 : 陰解法弾塑性計算アルゴリズムを用いた圧縮荷重下に存在するき裂先端近傍応力場の有限要素解析, 応用力学論文集, Vol.7, pp.597-606, 2004.
- 7) 矢富盟祥, 鱸 洋一 : 陰解法弾塑性計算アルゴリズムを用いた微小変形土/水連成有限要素法解析, 応用力学論文集, Vol.4, pp.345-356, 2001.
- 8) J. C. Simo, J. G. Kennedy and S. Govindjee : Non-smooth multisurface plasticity and viscoplasticity. Loading/ unloading conditions and numerical algorithms, *Internat. J. Numer. Methods Engrg* 26, pp.2161-2185, 1988.
- 9) 例えば J. C. Simo, T.J.R.Hughes : *Computational Inelasticity*, Springer-Verlag New York, 1998.
- 10) 鱸 洋一, 大熊俊明, 小西満, 小島義孝, 矢富盟祥 : 陰解法弾塑性計算土/水連成有限要素法を用いた土留め工の解析, 土木構造・材料論文集, 第18号, pp.143-152, 2002.
- 11) 例えば, Nobuki KAME and Teruo YAMASHITA : Simulation of the spontaneous growth of a dynamic crack without constraints on the crack tip path, *Geophysical Journal International*, 139, pp.345-358, 1999.

(2005年4月15日 受付)