

拡張接線下負荷面モデルに基づく土の非比例負荷挙動の予測

Prediction of nonproportional loading behavior of soils by the extended tangential-subloading surface model

瀬戸内秀規*, 橋口公一**, 小宮康明***

Hideki SETOUCHI, Koichi HASHIGUCHI, Yasuaki KOMIYA

* 正会員 農博 琉球大学助手 農学部生産環境学科 (〒903-0129 沖縄県中頭郡西原町字千原 1 番地)

** 正会員 工博, 農博 九州大学名誉教授 塑性力学研究所 (〒810-0001 福岡市中央区天神 4-2-36)

*** 非会員 農博 琉球大学助教授 農学部生産環境学科 (〒903-0129 沖縄県中頭郡西原町字千原 1 番地)

In nonproportional loading process, the traditional elastoplastic constitutive model predicts the unrealistically stiff mechanical response leading to an excessively high critical load. The new concept of the tangential stress rate relaxation, called the tangential relaxation, is proposed by Hashiguchi¹⁾, in which the direction of the tangential strain rate induced by the tangential stress rate has the components not only tangential but also outward-normal to the subloading surface. In this paper, the validity of the concept for the prediction of the deformation behavior of sand is evaluated by simulating the directional dependency of the inelastic strain increment on the stress increment directions, i.e. vertex effect, and also the inelastic deformation during the rotation of the principal stress axes direction under the constant mean stress and deviatoric stress, i.e. non-coaxiality.

Key Words: anisotropy, inelastic strain rate, non-coaxiality, tangential relaxation, subloading surface, vertex effect

1. 緒言

地震動, 波力および交通荷重などの非比例負荷を受ける地盤材料の変形挙動および非比例負荷状態に至る塑性不安定現象を理論的に解明することは, 土木構造物の力学設計の高度化において不可欠である。非比例負荷過程における塑性ひずみ速度は応力状態だけでなく応力速度の方向および大きさに依存することが知られている¹⁾。

しかしながら, 従来の弾塑性モデルは, 塑性ひずみ速度の方向および大きさが降伏面の接線方向の応力速度に依存しないことから, 次のような限界を有する。

- 1) 非比例負荷過程において非現実的に剛性の高い応答を予測する。
- 2) 塑性ひずみ速度の方向は, 応力速度の方向に依存しない。
- 3) 異方塑性ポテンシャル面が導入されない限り, 塑性ひずみ速度の主軸と応力の主軸の共軸性を示す。

従って, 従来の弾塑性モデルは非比例負荷挙動の予測に適用できない。

そこで, Hashiguchi and Tsutsumi²⁾は, 下負荷面³⁾⁻⁵⁾の接線方向の応力速度の偏差成分いわゆる“偏差接線応力速度 (以降, 接線応力速度と称する)”によって誘導される非弾性ひずみ速度 (以降, 接線ひずみ速度と称する)

を下負荷面モデル³⁾⁻⁵⁾に導入した“接線下負荷面モデル”を提案した。本モデルは, 連続性条件, 滑らか条件および仕事率・剛性緩和の力学的要求条件^{6),7)}を満たし, かつ合理的な数学的構造を有する利点がある。また, 金属や地盤材料を含む広範の材料に対して除荷, 再負荷を含む負荷挙動の解析に適用できる⁸⁾⁻¹²⁾。

接線下負荷面モデルは, これまで地盤材料および金属を対象に, せん断帯の形成やバルジングおよびバックリングの変形の拡散モードに関する分岐変形現象の予測^{2),13)-15)}, 繰返し非比例負荷挙動の予測^{16),17)}および尖り点効果 (vertex effect) および非共軸性 (non-coaxiality) の検証^{18),19)}に適用され, それぞれ接線応力速度の効果 (以降, “接線効果”と称する) が明らかにされている。

しかし, 以上の接線下負荷面モデルにおける接線ひずみ速度は, 下負荷面の接線方向の成分のみを有するが, 諸実験結果²⁰⁾⁻²⁴⁾によれば, 下負荷面の外向き法線方向の成分を有する。そこで, Hashiguchi¹⁾は, 新たに“接線応力速度緩和 (以降, 接線緩和と称する)”の概念を提案し, 接線ひずみ速度が下負荷面の接線のみならず外向き法線方向を有するように拡張された接線下負荷面モデルを定式化している。

本論文では, 接線緩和の概念に基づく接線下負荷面モデルを中空ねじりせん断試験装置による砂の応力プロー

ブ試験および主応力軸回転試験に適用し、実測結果との比較により本モデルの適用性について検証する。さらに、接線応力速度によって誘導される接線ひずみ速度の方向および大きさの予測精度を分析することにより接線緩和の概念の妥当性を明らかにする。

解析にあたっては、予測結果の比較対象である試験の供試体は初期異方性を有するため、地盤材料の異方性を表現する下負荷面の回転¹⁰⁾を考慮したモデルを採用する。ただし、簡単のため誘導異方性は考慮しない。

本論文では、応力（速度）およびひずみ（速度）は引張を正とする。

2. 接線下負荷面モデルの構成式

本節では、下負荷面モデル³⁾⁻⁵⁾に接線緩和の概念を導入した拡張接線下負荷面モデル¹⁾について概説する。

ひずみ速度 $\mathbf{D}$ （速度勾配 $\mathbf{L}$ の対称成分 $\mathbf{D} \equiv (\mathbf{L} + \mathbf{L}^T)/2$ ）は、弾性ひずみ速度 $\mathbf{D}^e$ と非弾性ひずみ速度 $\mathbf{D}^i$ に加算分解され、さらに非弾性ひずみ速度は塑性ひずみ速度 $\mathbf{D}^p$ と接線ひずみ速度 $\mathbf{D}^t$ に加算分解される。つまり、

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}^e + \mathbf{D}^i \quad (1)$$

$$\mathbf{D}^i = \mathbf{D}^p + \mathbf{D}^t \quad (2)$$

ここに、弾性ひずみ速度 $\mathbf{D}^e$ は次式で与えられる。

$$\mathbf{D}^e = \mathbf{E}^{-1} \dot{\boldsymbol{\sigma}} \quad (3)$$

$\mathbf{E}$ は 4 階の弾性係数テンソル、 $(\)^{-1}$ はその逆テンソルを表す。 $\boldsymbol{\sigma}$ は Cauchy 応力（真応力）、 $(\dot{\ })$ は客観性を満たす共回転速度を表す。なお、 $\mathbf{E}$ は次の Hooke 型で与えられると仮定する。

$$E_{ijkl} = \left(K - \frac{2}{3}G \right) \delta_{ij} \delta_{kl} + G \left(\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk} \right) \quad (4)$$

ここに、 K および G はそれぞれ体積弾性係数およびせん断弾性係数である。また、 δ_{ij} は Kronecker のデルタで $\delta_{ij} = 1 : i = j$, $\delta_{ij} = 0 : i \neq j$ を満たす。

ここで、常に現応力点を通り降伏面（以降、正規降伏面と称する）と相似性を満たす“下負荷面”を導入する。下負荷面は次式で与えられる。

$$f(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{H}) = RF(H) \quad (5)$$

ここに、2 階のテンソル $\mathbf{H}$ およびスカラー H は、それぞれ異方硬化変数および等方硬化変数である。 R ($0 \leq R \leq 1$) は正規降伏面に対する下負荷面の大きさの比を表し、正規降伏状態への接近の度合を表すので、“正規降伏比”と呼ばれる。

正規降伏比 R の発展則は次式で与えられる。

$$\dot{R} = U \parallel \mathbf{D}^p \parallel \text{ for } \mathbf{D}^p \neq 0 \quad (6)$$

ここに、 $(\dot{\ })$ は物質時間微分、 $\parallel \parallel$ は大きさを表す。 U は、

次の条件を満たす R の単調減少関数である。

$$U = \begin{cases} \infty & \text{for } R = 0 \\ 0 & \text{for } R = 1 \\ (U < 0 \text{ for } R > 1) \end{cases} \quad (7)$$

式(7)の条件を満たす最も簡単な関数 U は次式で与えられる。

$$U = -u \ln R \quad (8)$$

ここに、 u は材料定数である。

関連流動則に従う塑性ひずみ速度 $\mathbf{D}^p$ は次式で与えられる。

$$\mathbf{D}^p = \lambda \mathbf{N} = \frac{\text{tr}(\mathbf{N} \dot{\boldsymbol{\sigma}})}{M^p} \mathbf{N} \quad (9)$$

$$\mathbf{N} \equiv \frac{\partial f(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{H})}{\partial \boldsymbol{\sigma}} / \left\| \frac{\partial f(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{H})}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right\|, \quad (\parallel \mathbf{N} \parallel = 1) \quad (10)$$

ここに、 λ は正值の比例係数、 $\mathbf{N}$ は下負荷面の正規化された外向き法線テンソルである。 $\text{tr}(\)$ は対角和を表す。 M^p は塑性係数と称され次式で与えられる。

$$M^p \equiv \text{tr}(\mathbf{N} \dot{\boldsymbol{\sigma}}) \left\{ \frac{F'}{F} h - \frac{1}{RF} \text{tr} \left(\frac{\partial f(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{H})}{\partial \mathbf{H}} \mathbf{h} \right) + \frac{U}{R} \right\} \quad (11)$$

$$F' \equiv \frac{dF}{dH} \quad (12)$$

ここに、 h および $\mathbf{h}$ は λ を 1 次で含み、それぞれ $\dot{H}$ および $\dot{\mathbf{H}}$ に対して次式で関係づけられる。

$$h \equiv \frac{\dot{H}}{\lambda}, \quad \mathbf{h} \equiv \frac{\dot{\mathbf{H}}}{\lambda} \quad (13)$$

“接線ひずみ速度” $\mathbf{D}^t$ は下負荷面の接線方向の偏差応力成分すなわち偏差接線応力速度（接線応力速度） $\dot{\boldsymbol{\sigma}}_t^*$ によって次式で与えられる。

$$\mathbf{D}^t = \frac{1}{M^t} (\dot{\boldsymbol{\sigma}}_t^* + d_n \parallel \dot{\boldsymbol{\sigma}}_t^* \parallel \mathbf{n}^*) \quad (14)$$

$$M^t = \frac{\xi}{R^n} \quad (15)$$

ここに、 $d_n (\geq 0)$ は材料定数で、 $d_n \neq 0$ の時、図-1 に示すように接線応力速度 $\dot{\boldsymbol{\sigma}}_t^*$ によって誘導される接線ひずみ速度 $\mathbf{D}^t$ は下負荷面の外向き法線方向を持ち得る。 M^t は材料関数で“接線非弾性係数”と称され R の単調減少関数である。 $n (> 0)$ は材料定数で、 ξ は一般に応力および内部変数の材料関数である。

接線応力速度 $\dot{\boldsymbol{\sigma}}_t^*$ は次式で与えられる。

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}_t^* \equiv \dot{\boldsymbol{\sigma}}^* - \dot{\boldsymbol{\sigma}}_n^* \quad (16)$$

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}_n^* \equiv \text{tr}(\mathbf{n}^* \dot{\boldsymbol{\sigma}}^*) \mathbf{n}^* \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{n}^* &\equiv \left(\frac{\partial f(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{H})}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right)^* / \left\| \left(\frac{\partial f(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{H})}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right)^* \right\| \\ &= \frac{\mathbf{N}^*}{\|\mathbf{N}^*\|} \quad (\|\mathbf{n}^*\| = 1) \end{aligned} \quad (19)$$

()^{*} は偏差成分を表す. $\mathbf{I}$ は単位テンソルである.

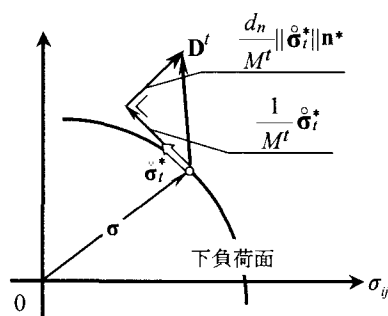


図-1 接線緩和の概念による接線ひずみ速度 D'

式(1), (2), (3), (9)および(14)より, ひずみ速度 $\mathbf{D}$ は次式で与えられる.

$$\mathbf{D} = \mathbf{E}^{-1} \mathring{\mathbf{\sigma}} + \frac{\text{tr}(\mathbf{N} \mathring{\mathbf{\sigma}})}{M^p} \mathbf{N} + \frac{1}{M^t} (\mathring{\mathbf{\sigma}}_t^* + d_n \|\mathring{\mathbf{\sigma}}_t^*\| \mathbf{n}^*) \quad (20)$$

応力速度 $\dot{\sigma}$ をひずみ速度で表す逆関係は次式で与えられる.

$$\begin{aligned} \mathring{\mathbf{\sigma}} = \mathbf{E}\mathbf{D} - & \frac{\text{tr}(\mathbf{NED}) - d_n \frac{2G}{M^t + 2G} \text{tr}(\mathbf{Nn}^*) \|\mathbf{D}^{t*}\|}{M^p + \text{tr}(\mathbf{NEN})} \mathbf{EN} \\ & - \frac{(2G)^2}{M^t + 2G} (\mathbf{D}^{t*} + d_n \|\mathbf{D}^{t*}\| \mathbf{n}^*) \end{aligned} \quad (21)$$

負荷基準は次式で与えられる.

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{D}^p \neq \mathbf{0} : & \operatorname{tr}(\mathbf{NED}) - d_n \frac{2G}{M^r + 2G} \operatorname{tr}(\mathbf{Nn}^*) \|\mathbf{D}^{r*}\| > 0, \\ \mathbf{D}^p = \mathbf{0} : & \text{otherwise} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

3. 地盤材料の材料関数

本節では、前節の構成式に含まれる材料関数の地盤材料に対する具体形¹⁰⁾を以下に示す。

負荷関数 $f(\sigma, H)$ は次式で与えられる.

$$f(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{H}) = p(1 + \gamma^2) \quad (23)$$

二二二

$$p \equiv -\frac{1}{3} \text{tr } \boldsymbol{\sigma} \quad (24)$$

$$\chi \equiv \frac{\|\boldsymbol{\eta}\|}{m} \quad (25)$$

$$\eta \equiv Q - \beta, \quad Q \equiv \frac{\sigma^*}{p}, \quad \sigma^* = \sigma + pI \quad (26)$$

m は限界状態における $\|\sigma^*\|/p$ 値 (応力比) である。地盤材料の場合、異方硬化変数 $\mathbf{H}$ は「回転硬化変数」 β で与えられる。その発展則は Hashiguchi and Chen^[10] によって与えられているが、以下では簡単のため、異方性の発展は考慮しない。

等方硬軟化関数 F および等方硬軟化変数 H は次式で与えられる。

$$F = F_0 \exp\left(\frac{H}{\rho - \gamma}\right), \quad \dot{H} = -\text{tr} \mathbf{D}^p \quad (27)$$

ここに、 F_0 は F の初期値、 ρ および γ は、 $(\ln p, \ln v)$ 平面 (v : 体積) における正規圧密 (弾塑性) 線および膨潤 (弾性) 線の勾配である。

接線非弾性係数 M' の材料関数 ξ は次式で与えられる
1), 2)

$$\xi = \frac{p}{a\gamma^c} \quad (28)$$

ここに, a および c は材料定数である.

体積弾性係数 K およびせん断弾性係数 G は次式で与えられる.

$$K = \frac{p}{\gamma}, \quad G = \frac{3(1-2\nu)}{2(1+\nu)}K \quad (29)$$

ここに, ν はポアソン比である.

4. 中空円筒供試体および解析条件

図-2 に中空円筒供試体における作用力および応力状態を示す。図中の作用力 W , T , p_o および p_i は、それぞれ軸力、トルク、外圧および内圧である。供試体要素の座標系は (θ, r, a) で表され、 σ_θ , σ_r , σ_a および $\sigma_{a\theta}$ は、それぞれ周方向応力、半径方向応力、軸方向応力およびせん断応力である。これらの応力成分に対応するひずみ成分 ε_θ , ε_r , ε_a および $\varepsilon_{a\theta}$ をそれぞれ周方向ひずみ、半径方向ひずみ、軸方向ひずみおよびせん断ひずみとする。また、 σ_1 , σ_2 および σ_3 は最大主応力、中間主応力および最小主応力である。

本試験における応力状態は、 (X, Y) 応力平面で表される。ここに、

$$X = (\sigma_\theta - \sigma_\phi)/2, \quad Y = \sigma_{\phi\theta} \quad (30)$$

また、 X, Y は主応力軸の回転角 α と次式の関係がある。

$$\tan 2\alpha = Y/X \quad (31)$$

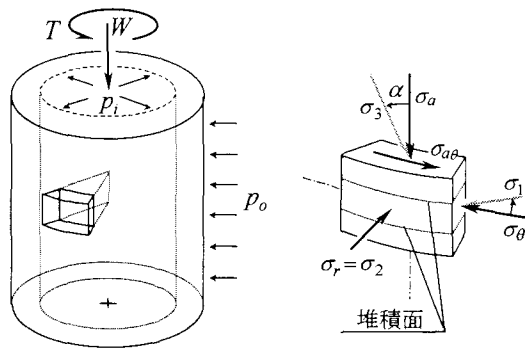


図-2 中空円筒供試体の要素および応力状態

一方、自然地盤は堆積過程において異方性を有する。このことは室内試験における供試体作製時においても同様で、本研究では次式の下負荷面の回転硬化変数 β ¹⁰⁾ で地盤材料の異方性を表現する。

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_\theta & 0 & 0 \\ 0 & \beta_r & 0 \\ 0 & 0 & \beta_a \end{bmatrix} \quad (32)$$

ここに、 β_θ 、 β_r および β_a はそれぞれ β の周方向、半径方向および軸方向成分のパラメータである。図-2 に示すように堆積面が水平にあるとすると次式が成り立つ。

$$\beta_\theta = \beta_r \quad (33)$$

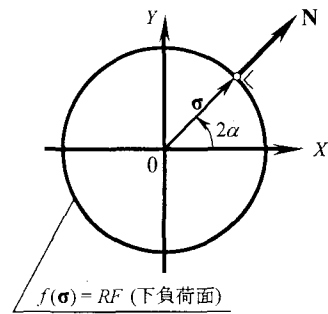
さらに、テンソル β の偏差性 ($\text{tr}\beta = 0$) より、 β は次式で与えられる。

$$\beta = \begin{bmatrix} -\beta_a/2 & 0 & 0 \\ 0 & -\beta_a/2 & 0 \\ 0 & 0 & \beta_a \end{bmatrix} \quad (34)$$

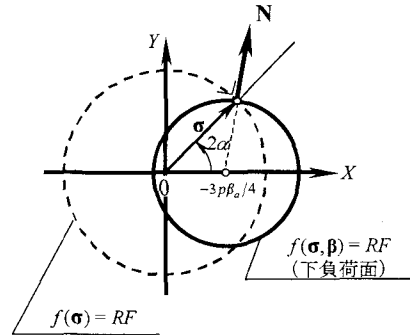
上述のことを考慮すると、下負荷面式(5)は X 、 Y を用いて次式で表される。

$$(X + \frac{3}{4}p\beta_a)^2 + Y^2 = \frac{1}{2}m^2 \left\{ \frac{F(H)}{p} - 1 \right\} - \frac{3}{16}\beta_a^2 \quad (35)$$

図-3(a)および(b)に、下負荷面の回転を考慮しないモデル（以降、等方モデルと称する； $\beta = 0$ ）および下負荷面の回転を考慮したモデル（以降、異方モデルと称する； $\beta \neq 0$ ）の (X, Y) 平面における下負荷面をそれぞれ示した。図中の $\mathbf{N}$ は、関連流動則に従う塑性ひずみ速度 $\mathbf{D}^p$ の方向を示す下負荷面の外向き単位法線ベクトルである。等方モデルの場合、下負荷面の外向き単位法線ベクトル $\mathbf{N}$ の方向と応力の方向は一致し、塑性ひずみ速度の主軸と応力の主軸は共軸性を示す。一方、異方モデルの場合、下負荷面は X 軸方向に $-3p\beta_a/4$ なる位置に移動し、下負荷面の外向き単位法線ベクトル $\mathbf{N}$ の方向と応力の方向は一致せず、塑性ひずみ速度の主軸と応力の主軸は非共軸性を示す。



(a) 等方モデル ($\beta = 0$)



(b) 異方モデル ($\beta \neq 0$)

図-3 (X, Y) 平面における下負荷面

5. 応力プローブ試験

本節では、接線緩和の概念に基づく接線下負荷面モデルの尖り点効果について検証する。実測値は Gutierrez ら²⁰⁾ による応力プローブ試験結果である。また、尖り点効果に対しては接線緩和の効果つまり接線応力速度 $\dot{\sigma}_t^*$ によって誘導される下負荷面の外向き法線方向の接線ひずみ速度成分 $d_n \parallel \dot{\sigma}_t^* \parallel \mathbf{n}^* / M^t$ の効果のみならず地盤材料の異方性を表現する下負荷面の回転効果についても触れる。そこで、次の4種の下負荷面モデルにより応力プローブ試験をそれぞれシミュレートする。

- (i) 等方モデル ($\beta_a = 0, a = 0$)
- (ii) 異方モデル ($\beta_a \neq 0, a = 0$)
- (iii) 接線効果を有する異方モデル ($\beta_a \neq 0, a \neq 0, d_n = 0$)
- (iv) 接線緩和の概念に基づく異方モデル ($\beta_a \neq 0, a \neq 0, d_n \neq 0$)

5.1 試験条件

供試土は豊浦標準砂で、供試体は相対密度 $D_r = 70 - 75\%$ の密な状態に作製された。試験は平均応力 $p = 98.1 \text{ kPa}$ および中間主応力パラメータ $b = 0.5$ 一定の排水条件下で行われた。応力増分 $d\sigma$ は、 98.1 kPa まで等方圧密を行い、図-4に示すように X 軸から反時計回りに 45° の方向 (0-A) にせん断した後、応力点 A より X 軸から反時計回りに $30^\circ, 75^\circ$ および 150° なる3種の方法に負荷された。以降、応力増分方向 $30^\circ, 75^\circ$ および 150° の応力プ

ローブ試験をそれぞれ A-30, A-75 および A-150 で表す。応力増分の大きさはともに $\sqrt{(dX)^2 + (dY)^2} = 15 \text{ kPa}$ である。図-5 は, Gutierrez ら²⁰⁾の試験によって得られた非弾性ひずみ増分 $d\epsilon^i$ をそれぞれ A-30, A-75 および A-150 について示したものである。ここに, $(\cdot)^i$ は非弾性成分を意味する。非弾性ひずみ増分は応力増分方向に著しく影響を受けて生じている。

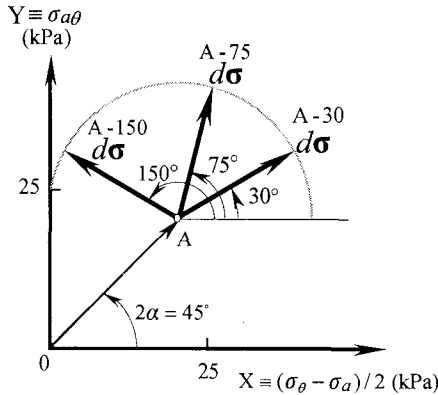


図4 応力プローブ試験

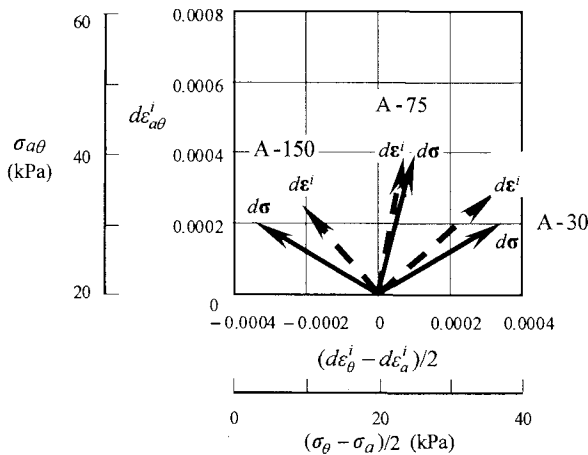


図-5 応力プローブ試験による尖り点効果

5.2 実測値との比較

本供試体における初期値および材料定数は Tsutsumi and Hashiguchi¹⁹⁾による値を参考にして次のように決定した。また, d_n は実測値に一致するように決定した。

初期値

$$F_0 = 350 \text{ (kPa)}, \sigma_0 = -98.11 \text{ (kPa)},$$

$$\beta_0 = \begin{bmatrix} -\beta_a/2 & 0 & 0 \\ 0 & -\beta_a/2 & 0 \\ 0 & 0 & \beta_a \end{bmatrix} \begin{cases} \beta_a = 0.00 \\ \beta_a = -0.23 \end{cases}$$

材料定数

$$m = 0.96, \rho = 0.0034, \gamma = 0.00057, u = 10,$$

$$\nu = 0.2, \begin{cases} a=0.00 \\ a=0.12 \end{cases}, n=3.0, c=1.0, \begin{cases} d_n=0.0 \\ d_n=0.4 \end{cases}$$

予測された非弾性ひずみ増分 $d\epsilon^i$ をそれぞれ図 6(i)-(iv) に示す。図(a)は, (X, Y) 応力平面に応力点 A における下負荷面を図示したもので, 応力増分 $d\sigma$ の方向および A-150 における非弾性ひずみ速度 $\mathbf{D}^i$ の発生方向をそれぞれベクトル表示している。図(b)にそれぞれ予測された非弾性ひずみ増分 $d\epsilon^i$ を $(d\epsilon_{a\theta}^i, (d\epsilon_{\theta}^i - d\epsilon_a^i)/2)$ 平面上に実測値と比較して示す。

(i) 等方モデル($\beta_a = 0, a = 0$)

本モデルにおいて, 非弾性ひずみ速度 $\mathbf{D}^i$ は下負荷面の外向き法線方向の塑性ひずみ速度 $\mathbf{D}^p$ によって与えられる。A-30 および A-75 の場合, 応力増分 $d\sigma$ の方向はそれぞれ下負荷面の外向き法線方向を有し, 非弾性ひずみ速度 $\mathbf{D}^i$ の方向は図(b)に示すように $(d\epsilon_{\theta}^i - d\epsilon_a^i)/2$ 軸に対して反時計回りに 45° 方向に予測される。その後, 非弾性ひずみ速度の方向は応力増加に伴いそれぞれの応力増分方向に徐々に誘導される。一方, A-150 の場合は, 応力増分 $d\sigma$ の方向が殆ど下負荷面の外向き法線方向を有しないため, 予測される非弾性ひずみ増分は僅かである。本モデルは応力増分方向に依存する非弾性ひずみ増分を全く予測できない。

(ii) 異方モデル($\beta_a = -0.23, a = 0$)

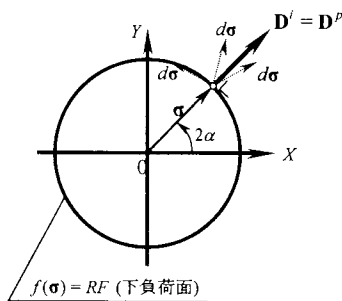
下負荷面の回転効果により 3 種方向の応力増分による非弾性ひずみ増分の発生方向は改善される。特に, 応力速度において接線応力速度を無視しえる A-75 の場合では, 非弾性ひずみ増分は適切に予測されている。しかしながら, 等方モデルと同様に非弾性ひずみ速度 $\mathbf{D}^i$ の方向は塑性ひずみ速度 $\mathbf{D}^p$ によって一義的に決定されるため, 応力点 A で予測される全ての非弾性ひずみ増分方向は下負荷面の外向き法線方向で表現され, 実測値とは異なる予測結果となっている。結果, 非弾性ひずみ速度 $\mathbf{D}^i$ が接線応力速度に依存しない従来の弾塑性モデルは実測値の非弾性ひずみ増分を適切に予測できない。

(iii) 接線効果を有する異方モデル($\beta_a = -0.23, a = 0.12, d_n = 0$)

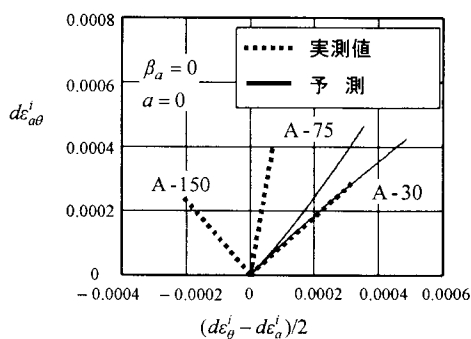
異方モデルと比較すると, A-30, A-150 における非弾性ひずみ増分の予測結果は方向に加え大きさにおいても改善され, 本モデルは応力増分方向に依存した非弾性ひずみ増分を表現している。しかしながら, 応力速度において接線応力速度が支配的である A-150 の場合では, 依然として実測値の方向を正確に予測できていない。

(iv) 接線緩和の概念に基づく異方モデル($\beta_a = -0.23, a = 0.12, d_n = 0.4$)

接線効果を有する異方モデルと比較すると, A-150 の場合の非弾性ひずみ増分は下負荷面の外向き法線方向の接線ひずみ速度成分 $d_n \parallel \hat{\sigma}_t^* \parallel \mathbf{n}^*/M^i$ の効果により実測値の方向および大きさを適切に予測している。本モデルにより, 全ての応力増分に対する非弾性ひずみ増分は適切に予測される。

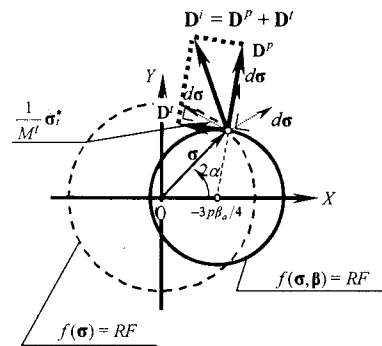


(a) 下負荷面および非弾性ひずみ速度 $\mathbf{D}^i$ の発生方向

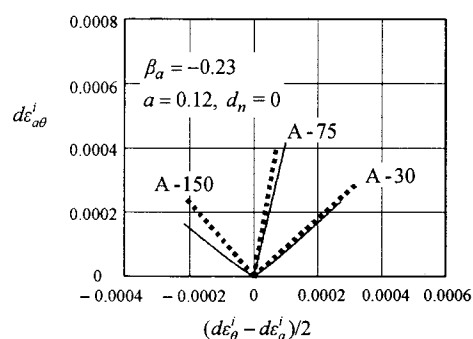


(b) 非弾性ひずみ増分 $d\epsilon^i$

図-6(i) 等方モデル($\beta_a = 0$, $a = 0$)

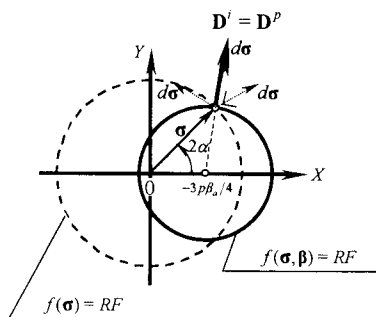


(a) 下負荷面および非弾性ひずみ速度 $\mathbf{D}^i$ の発生方向

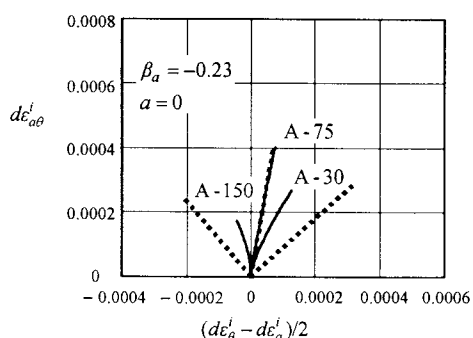


(b) 非弾性ひずみ増分 $d\epsilon^i$

図-6(iii) 接線効果を有する異方モデル($\beta_a = -0.23$, $a = 0.12$, $d_n = 0$)

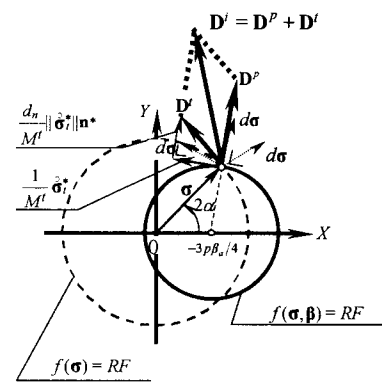


(a) 下負荷面および非弾性ひずみ速度 $\mathbf{D}^i$ の発生方向

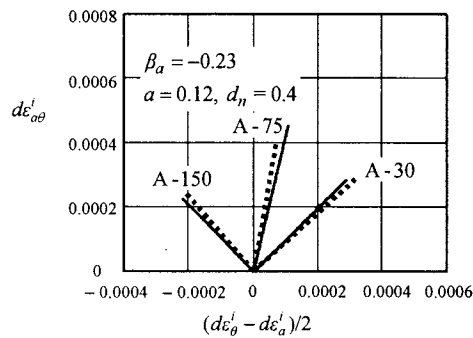


(b) 非弾性ひずみ増分 $d\epsilon^i$

図-6(ii) 異方モデル($\beta_a = -0.23$, $a = 0$)



(a) 下負荷面および非弾性ひずみ速度 $\mathbf{D}^i$ の発生方向



(b) 非弾性ひずみ増分 $d\epsilon^i$

図-6(iv) 接線緩和の概念に基づく異方モデル($\beta_a = -0.23$, $a = 0.12$, $d_n = 0.4$)

6. 主応力軸回転試験

実測値はMiuraら²⁵⁾による主応力軸回転試験結果である。本解析では、後述するように負荷過程において常に接線応力速度が卓越して生じる。そのため、変形挙動の予測の際には接線応力速度による接線ひずみ速度の予測精度が重要となる。本節では、接線応力速度によって誘導される接線ひずみ速度が下負荷面の接線方向成分のみを有する接線効果を有する異方モデルおよび接線緩和の概念に基づく異方モデルの予測結果の比較から本概念の妥当性を示す。

6.1 試験条件

供試土は豊浦標準砂で、供試体は相対密度 $D_r = 82.8\%$ の密な状態に作製された。主応力軸は平均主応力 $p = 98.1 \text{ kPa}$ ，中間主応力パラメータ $b = 0.5$ および応力比 $(\sigma_3 - \sigma_1)/(\sigma_3 + \sigma_1) = 0.5$ 一定の排水条件下で回転させられた。主応力軸の回転角 α は $2\alpha = 0^\circ$ から 360° まで変化させられた。応力経路を図-7に示す。

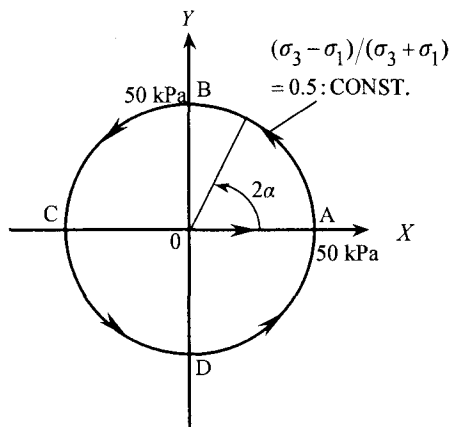


図-7 主応力軸回転試験

6.2 実測値との比較

本供試体における初期値および材料定数は、応力プローブ試験における供試体の初期密度との相違を考慮して次のように決定した。

初期値

$$F_0 = 370 \text{ (kPa)}, \quad \sigma_0 = -98.11 \text{ (kPa)},$$

$$\beta_0 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & -0.2 \end{bmatrix}$$

材料定数

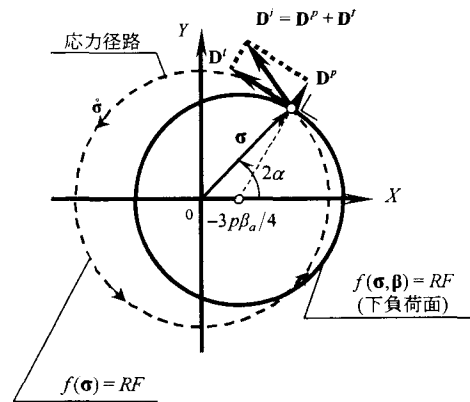
$$m = 0.96, \quad \rho = 0.003, \quad \gamma = 0.00057, \quad u = 18, \quad \nu = 0.2,$$

$$a = 0.1, \quad n = 3.0, \quad c = 2.0, \quad \begin{cases} d_n = 0.0 \\ d_n = 0.3 \end{cases}$$

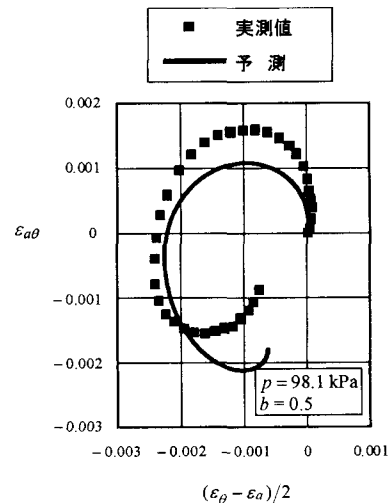
図-8(b)および図-9(b)に、接線効果を有する異方モデル ($a = 0.1, d_n = 0$) および接線緩和の概念に基づく異方モ

デル ($a = 0.1, d_n = 0.3$) によって予測されたひずみ径路を実測値と比較して $(\varepsilon_{a\theta}, (\varepsilon_\theta - \varepsilon_a)/2)$ 平面にそれぞれ示す。なお、図(a)は (X, Y) 平面に下負荷面および非弾性ひずみ速度 $\mathbf{D}^i$ の発生方向を図示したものである。

図(a)に示すように、本解析では応力速度において接線応力速度が支配的に生じる。接線効果を有する異方モデル ($a = 0.1, d_n = 0$) は、実測値のひずみの集積を表現できているものの、予測されたひずみ径路の形状は実測値と明らかに異なる。これは、接線応力速度によって誘導される接線ひずみ速度の方向が適切に予測されていないためと考えられる。一方、接線緩和の概念に基づく異方モデル ($a = 0.1, d_n = 0.3$) は実測値の変形挙動を適切に予測している。

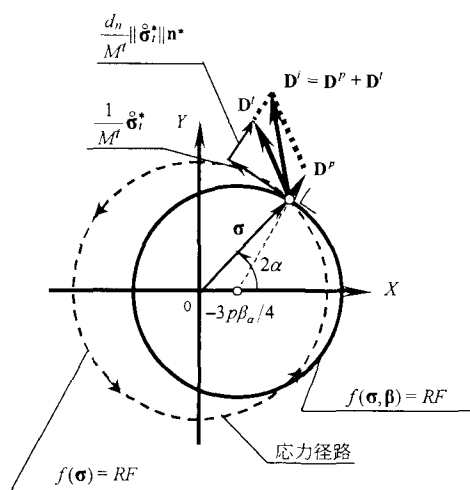


(a) 下負荷面および非弾性ひずみ速度 $\mathbf{D}^i$ の発生方向

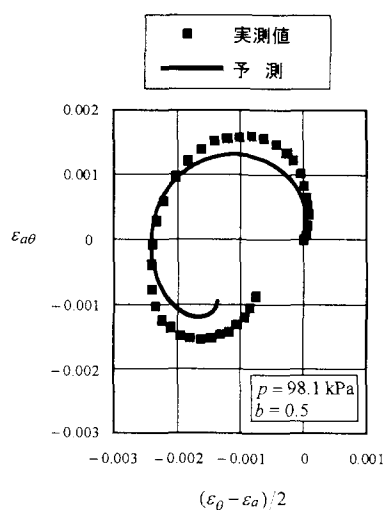


(b) ひずみ径路

図-8 接線効果を有する異方モデル ($\beta_a = -0.2, a = 0.1, d_n = 0$)



(a) 下負荷面および非弾性ひずみ速度 D^i の発生方向



(b) ひずみ径路

図-9 接線緩和の概念に基づく異方モデル ($\beta_a = -0.2$, $\alpha = 0.1$, $d_n = 0.3$)

7. 結言

本研究では、接線応力速度によって誘導される接線ひずみ速度が下負荷面の接線方向のみでなく下負荷面の外向き法線方向を有する接線緩和の概念に基づく接線下負荷面モデルを初期異方性を有する砂の応力プローブ試験および主応力軸回転試験に適用し、本モデルの尖り点効果および非共軸性について検証した。得られた主な知見は次の通りである。

- (1) 異方モデルは、下負荷面の回転効果により非弾性ひずみ速度の発生方向を改善し、接線応力速度を無視し得る場合、非弾性ひずみを適切に予測する。しかし、接線応力速度が無視し得ない場合は、非弾性ひずみの予測結果は非現実的である。
- (2) 接線効果を有する異方モデルは、非弾性ひずみ速度の予測精度を向上させるものの、応力速度において接線応力速度が支配的である場合、非弾性ひずみ速度の予測精度は不十分である。

- (3) 接線緩和の概念に基づく異方モデルは、応力速度において接線応力速度が支配的である場合においても非弾性ひずみを適切に予測できる。以上のことから、本モデルは、接線ひずみ速度において下負荷面の外向き法線方向成分を有しない既往の予測結果^{18),19)}に比して高精度に非比例負荷過程における変形挙動を予測することができる。

参考文献

- 1) Hashiguchi, K. : Proposal of the concept of the "Tangential Relaxation", *J. Appl. Mech. (JSCE)*, 7, 665-674, 2004.
- 2) Hashiguchi, K. and Tsutsumi, S.: Elastoplastic constitutive equation with tangential stress rate effect, *Int. J. Plasticity*, 17, 117-145, 2001.
- 3) Hashiguchi, K. and Ueno, M.: Elastoplastic constitutive laws of granular materials, *Constitutive Equations of Soils, (Proc. 9th Int. conf. Soil Mech. Found. Eng., Spec. Session 9, Tokyo)*, JSSMFE, pp.73-82, 1977.
- 4) Hashiguchi, K. : Plastic constitutive equations of granular materials, *Proc. US-Japan Seminar Continuum Mech. Syst. Appr. Granular Materials*, Sendai, pp. 321-329, 1978.
- 5) Hashiguchi, K.: Constitutive equations of elastoplastic materials with elastic-plastic transition, *J. Appl. Mech. (ASME)*, 47, 266-272, 1980.
- 6) Hashiguchi, K.: Mechanical requirements and structures of cyclic plasticity models, *Int. J. Plasticity*, 9, 721-748, 1993.
- 7) Hashiguchi, K.: Fundamentals in constitutive equation: continuity and smoothness conditions and loading criterion, *Soils and Foundations*, 40(4), 155-161, 2000.
- 8) Hashiguchi, K. : Subloading surface model in unconventional plasticity, *Int. J. Solids Struct.*, 25, 917-945, 1989.
- 9) Topolnicki, M. : An elasto-plastic subloading surface model for clay with isotropic and kinematic mixed hardening parameters, *Soils and Foundations*, 30, 103-113, 1990.
- 10) Hashiguchi, K. and Chen, Z.-P. : Elastoplastic constitutive equations of soils with the subloading surface and the rotational hardening, *International Journal for Numerical Analytical Methods Geomechanics* 22, 197-227, 1998.
- 11) Hira, M., Hashiguchi, K., Okayasu, T. and Miwa, K. : Deformation behavior of "Shirasu" and its prediction by the subloading surface model, *Soils and Foundations*, 42, 37-46, 2002.
- 12) Hashiguchi, K. and Yoshimaru, T. : A generalized formulation of the concept of nonhardening region, *Int. J. Plasticity*, 11, 347-365, 1995.
- 13) Hashiguchi, K. and Tsutsumi, S. : Shear band formation analysis in soils by the subloading surface model with tangential stress rate effect, *Int. J. Plasticity*, 19, 1651-1677, 2003.
- 14) Khojastepour, M. and Hashiguchi, K. : Axisymmetric bifurcation analysis in soils by the tangential-subloading surface model, *J. Mech. Physics of Solids*, 52, 2235-2262, 2004.
- 15) Khojastepour, M. and Hashiguchi, K. : Plane strain bifurcation analysis of soils by the tangential-subloading

- surface model, *Int. J. Solids Struct.*, 41, 5541-5563, 2004.
- 16) 瀬戸内秀規, 橋口公一, 鹿内健志, 岡安崇史 : 下負荷面モデルによる繰返し円形応力負荷を受ける砂の変形挙動の予測および接線応力速度の効果, 応用力学論文集 (土木学会), 7, 625-634, 2004.
 - 17) Setouchi, H., Hashiguchi, K., Ueno, M. : Prediction of the deformation behavior of sand subjected general cyclic loading by the tangential-subloading surface model, *Lowland Technology International*, 7(1), 51-63, 2005.
 - 18) 堤成一郎, 橋口公一, 杉本昌也, 池田清宏, 山川勇樹 : 異方性と接線塑性に基づく非共軸性を持つ土の非弾性構成式の力学的応答, 応用力学論文集 (土木学会), 5, 401-409, 2002.
 - 19) Tsutsumi, S. and Hashiguchi, K. : General non-proportional loading behavior of soils, *Int. J. Plasticity*, 21, 1941-1969, 2005.
 - 20) Gutierrez, M., Ishihara, K. and Towhata, I. : Flow theory for sand during rotation of principal stress direction, *Soils and Foundations* 31, 121-132, 1991.
 - 21) Gutierrez, M., Ishihara, K., Towhata, I. : Model for the deformation of sand during rotation of principal stress directions, *Soils and Foundations* 33, 105-117, 1993.
 - 22) Ito, K., Goya, M. and Takahashi, H. : An expression of elastic-plastic constitutive law incorporating a stress increment dependence (evolution equation of stress increment dependency parameters on stress path), *In Proc. Int. Seminar on Mechanics of Materials: Multiaxial Plasticity*, Cachan, pp. 689-694, 1992.
 - 23) Pradel, D., Ishihara, K. and Gutierrez, M. : Yield and flow of sand under principal stress axes rotation, *Soils and Foundations*, 30, 87-99, 1990.
 - 24) Tatsuoka, F. and Ishihara, K. : Yielding of sand in triaxial compression, *Soils and Foundations* 14, 64-76, 1974.
 - 25) Miura, K., Miura, S. and Toki, S. : Deformation behavior of anisotropic dense sand under principal stress axes rotation, *Soils and Foundations*, 26, 36-52, 1986.

(2005 年 4 月 15 日 受付)