

バックグラウンドメッシュに基づくメッシュ再構築手法を用いた自由表面を有する流体-構造連成問題のための ALE 有限要素法

ALE Finite Element Method for FSI Problem with Free Surface
Using Mesh Re-generation Method Based on Background Mesh

田中聖三*・檜山和男**

Seizo TANAKA and Kazuo KASHIYAMA

*学生会員 修士(工学) 中央大学大学院 理工学研究科土木工学専攻 博士後期課程(〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27)

**正会員 工博 中央大学教授 理工学部土木工学科(〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27)

This paper presents an ALE (Arbitrary Lagrangian-Eulerian) finite element method for fluid-structure interaction (FSI) problems with free surface. The mesh re-generation method based on background mesh is introduced to improve the applicability to the complicated FSI problems. The incompressible Navier-Stokes equation based on ALE description is used as the governing equation of fluid. The SUPG/PSPG formulation is employed for the finite element discretization. The structure is assumed to be a rigid body. As numerical examples, the present method is applied to the floating problem of a circular object, the water entry problem of a wedge object and the falling problem of a circular object. The efficiency of the present method is shown by numerical results.

Key Words : *mesh re-generation method, background mesh, FSI problem, free surface flow, ALE finite element method*

1. はじめに

浮体橋やメガフロート等の浮体構造物の挙動は、構造物周辺の流体から力を受けて移動し、また、その構造物の挙動は周辺の流況に影響を及ぼし、複雑なものとなる。これらの現象は、自由表面形状や流況、構造物の挙動が相関する流体-構造連成問題であり、浮体構造物の計画・設計においては、これらの流況や挙動を正確に評価する必要がある。自由表面を有する流体-構造連成問題は、時々刻々と変化する自由表面および移動する構造物の境界といった界面を有する移動境界問題であり、数値解析を行う上で、これらの移動境界面を精度良く表現する必要がある。移動境界問題に対する数値解析手法は、その界面の表現方法として、固定メッシュを用いて界面を間接的に表現する界面捕捉法(interface capturing method)と、領域境界形状に解析メッシュを適合させることで界面を直接的に表現する界面追跡法(interface tracking method)に大別される。界面捕捉法の代表的な手法として、VOF(Volume of Fluid)法¹⁾⁻⁴⁾やLevel-Set法⁵⁾が挙げられ、界面関数と呼ばれる密度や界面からの距離に関する関数の空間的な分布を求めることにより移動境界面を間接的に表現する手法である。これらの手法の特徴として、砕波等の不連続な現象や大移動する構造物を比較的容易に表現可能であることが挙げられる。しかしながら、界面関数の空間的な分布を求める際の数値的な拡散による解析精度の低下および質

量の保存性が懸念され、界面近傍の分布量を鋭敏にする処理の導入や、高精度で保存性の優れた手法の開発が必要となる。一方、ALE(Arbitrary Lagrangian-Eulerian)法⁶⁾⁻¹¹⁾やSpace-Time法¹²⁾⁻¹⁴⁾に代表される界面追跡法は、自由表面上での流体粒子や構造物の運動に合わせて解析領域を更新し、解析メッシュにより界面を直接的に表現するため、自由表面上での運動学的条件や力学的条件の満足度が高く、流体と構造に相互作用する力を精度良く評価できる手法であるといえる。しかし、複雑な自由表面形状や構造物が大移動するような問題に対して界面追跡法を適用した場合、解析メッシュの破綻に起因する計算の破綻が生じ、ここに適用限界が存在する。この問題点を回避し、界面追跡法の適用性と安定性の向上させるため、適切に解析メッシュを再構築する必要がある。

そこで本論文は、複雑な自由表面を有する流体-構造連成問題に対する界面追跡法に基づくALE有限要素法を提案するものである。解析メッシュの破綻に対して、著者らが自由表面流れ解析のために構築したバックグラウンドメッシュに基づくメッシュ再構築手法¹⁵⁾を、移動する構造物の界面にも拡張したメッシュ再構築手法を導入することで、複雑な自由表面形状や構造物の大移動を伴う流体-構造連成問題に適用可能とした。流体の基礎方程式の空間方向の離散化手法としては、SUPG(Streamline Upwind/Pedrov-Galerkin)/PSPG(Pressure Stabiliz-

ing /Pedrov-Galerkin) 法に基づく安定化有限要素法¹⁶⁾を用い、時間方向の離散化にはクランク・ニコルソン法を用いた。また、離散化により導かれる非線形方程式に対してNewton-Raphson法を用いて線形化を施した。なお、有限要素としては、複雑な領域形状を表現するために、任意形状への適合性の高い三角形同次補間要素(圧力・流速1次:P1/P1要素)を用いた。本手法の有効性を検討するため、数値解析例として円柱浮体のつり合い問題、楔形物体の着水問題および円柱物体の落下問題を取り上げ、理論解および実験結果との比較を行った。

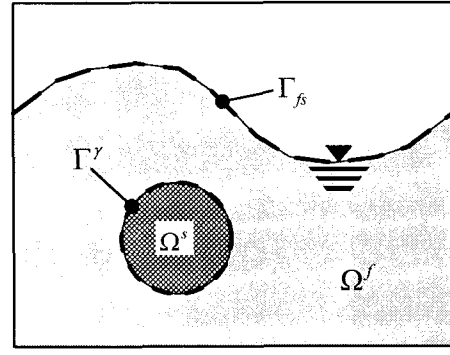


図-1 領域および境界の定義

2. 数値解析手法

2.1 基礎方程式と境界条件

非圧縮性粘性流体において、流速 $\mathbf{u}$ および圧力 p は、それぞれ式(1),(2)のALE表記されたNavier-Stokesの運動方程式および連続式に支配される。

$$\begin{aligned} \rho\{\dot{\mathbf{u}} + (\mathbf{u} - \hat{\mathbf{u}}) \cdot \nabla \mathbf{u} - \mathbf{f}\} - \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}, p) &= 0 \quad \text{on } \Omega^f, (1) \\ \nabla \cdot \mathbf{u} &= 0 \quad \text{on } \Omega^f, (2) \end{aligned}$$

ここで、 $\hat{\mathbf{u}}$ は節点移動速度、 ρ は密度、 $\mathbf{f}$ は物体力、 Ω^f は流体領域を表している。また、応力テンソル $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}, p)$ は以下の式で表される。

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}, p) = -p\mathbf{I} + 2\mu\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}), \quad (3)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T), \quad (4)$$

ここで、 μ は粘性係数である。また、Dirichlet型、Neumann型境界条件は、次のように与えられる。

$$\mathbf{u} = \mathbf{g} \quad \text{on } \Gamma_g^f, \quad (5)$$

$$\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{h} \quad \text{on } \Gamma_h^f, \quad (6)$$

ここで、 $\mathbf{g}$, $\mathbf{h}$ はそれぞれ流速、トラクションの既知量を示し、 Γ_g^f , Γ_h^f はそれぞれDirichlet型、Neumann型境界を示す。また、 $\mathbf{n}$ は外向き単位法線ベクトルを示す。

自由表面においては、以下の運動学的条件を満たす必要がある。

$$(\mathbf{u} - \hat{\mathbf{u}}) \cdot \mathbf{n} = 0 \quad \text{on } \Gamma_{fs}, \quad (7)$$

ここで Γ_{fs} は自由表面である。自由表面上では、力学的条件としてstress-free条件が適用される。なお、表面張力は微小量であるとして無視した。

また、剛体を仮定された構造物の挙動は以下の運動方程式に支配される。

$$m^s \dot{\mathbf{u}}^s = \mathbf{f}^s \quad \text{on } \Omega^s, \quad (8)$$

ここで、 m^s , $\mathbf{f}^s$, Ω^s は物体の質量、外力、構造領域をそれぞれ表す。 $\dot{\mathbf{u}}^s$ は物体の重心位置で定義された並進成分と回転成分の加速度を表す。図-1に領域と境界の定義を示す。

2.2 安定化有限要素法

式(1),(2)に対してSUPG/PSPG法に基づく安定化有限要素法¹⁶⁾を適用すると、以下の弱形式が得られる。

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \mathbf{w} \cdot \rho\{\dot{\mathbf{u}} + (\mathbf{u} - \hat{\mathbf{u}}) \cdot \nabla \mathbf{u} - \mathbf{f}\} d\Omega \\ & + \int_{\Omega} \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{w}) : \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}, p) d\Omega + \int_{\Omega} q \nabla \cdot \mathbf{u} d\Omega \\ & + \sum_{e=1}^{n_{el}} \int_{\Omega^e} \left[\tau_{supg}(\mathbf{u} - \hat{\mathbf{u}}) \cdot \nabla \mathbf{w} + \tau_{pspg} \frac{1}{\rho} \nabla q \right] \\ & \cdot [\rho\{\dot{\mathbf{u}} + (\mathbf{u} - \hat{\mathbf{u}}) \cdot \nabla \mathbf{u} - \mathbf{f}\} - \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}, p)] d\Omega \\ & + \sum_{e=1}^{n_{el}} \int_{\Omega^e} \tau_{cont} \nabla \cdot \mathbf{w} \rho \nabla \cdot \mathbf{u} d\Omega = \int_{\Gamma_h} \mathbf{w} \cdot \mathbf{h} d\Gamma, \quad (9) \end{aligned}$$

ここで、 $\mathbf{w}, q$ はそれぞれ運動方程式、連続式の重み関数であり、 n_{el} は要素総数を表す。また τ_{supg} , τ_{pspg} , τ_{cont} は安定化パラメータである。詳細は文献¹³⁾を参照されたい。

式(9)に対して、P1/P1要素(流速・圧力1次要素)を用いて補間を行うと、次のような有限要素方程式を得る。

$$\begin{aligned} & (\mathbf{M} + \mathbf{M}_{\delta}) \dot{\mathbf{u}} + (\mathbf{A} + \mathbf{A}_{\delta}) \mathbf{u} \\ & - (\mathbf{G} - \mathbf{G}_{\delta}) \frac{1}{\rho} p + \nu \mathbf{D} \mathbf{u} = \mathbf{F} + \mathbf{F}_{\delta}, \quad (10) \end{aligned}$$

$$\mathbf{G}^T \mathbf{u} + \mathbf{M}_{\varepsilon} \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{A}_{\varepsilon} \mathbf{u} + \mathbf{G}_{\varepsilon} \frac{1}{\rho} p = \mathbf{F}_{\varepsilon}, \quad (11)$$

ここで、 $\mathbf{M}, \mathbf{A}, \mathbf{G}, \mathbf{D}, \mathbf{F}$ は係数行列、ベクトルであり、添字 δ, ε は、それぞれSUPG項、PSPG項に起因するものを表わす。

2.3 流体-構造連成手法

流体における運動方程式の有限要素方程式(10)は、以下のように書き換える事ができる。

$$\tilde{\mathbf{M}} \dot{\mathbf{u}} + \tilde{\mathbf{K}} \mathbf{u} - \tilde{\mathbf{G}} p = \tilde{\mathbf{F}}. \quad (12)$$

式(12)における流体領域 Ω^f 全体の節点に関する変数ベクトル $\mathbf{u}, \tilde{\mathbf{F}}$ をそれぞれ以下のように区別する。

$$\mathbf{u} = (\mathbf{u}^{\alpha}, \mathbf{u}^{\gamma})^T, \quad (13)$$

$$\tilde{\mathbf{F}} = (\tilde{\mathbf{F}}^{\alpha}, \tilde{\mathbf{F}}^{\gamma})^T, \quad (14)$$

ここで、添字 γ は流体領域と構造物の領域の境界 $\Gamma^\gamma (= \Omega^f \cap \Omega^s)$ 上の節点量を表し、添字 α はそれ以外の流体領域での節点量を表す。また、構造物の表面の変数を構造物の重心で定義した変数は、以下の関係を満足する必要がある。

適合条件；

$$\mathbf{u}^\gamma = T^T \mathbf{u}^s \quad \text{on } \Gamma^\gamma, \quad (15)$$

$$\dot{\mathbf{u}}^\gamma = T^T \dot{\mathbf{u}}^s + A \omega^2 \quad \text{on } \Gamma^\gamma, \quad (16)$$

つり合い条件；

$$\mathbf{f}^s + T \tilde{\mathbf{F}}^\gamma = 0 \quad \text{on } \mathbf{x}_c^s, \quad (17)$$

ここで、 T, A は構造物の重心 $\mathbf{x}_c^s$ とその表面の各節点間の幾何学的な関係を表す行列であり⁷⁾、 ω は $\mathbf{u}^s$ の回転成分である。

式(13),(14)を用い、適合条件およびつり合い条件を代入すると、流体の運動方程式(10)、連続式(11)および構造物の運動方程式(8)は次のように表すことができる。

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{M}}^{\alpha\alpha} & \tilde{\mathbf{M}}^{\alpha\gamma} \\ \tilde{\mathbf{M}}^{\gamma\alpha} & \tilde{\mathbf{M}}^{\gamma\gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{u}}^\alpha \\ T^T \dot{\mathbf{u}}^s + A \omega^2 \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{K}}^{\alpha\alpha} & \tilde{\mathbf{K}}^{\alpha\gamma} \\ \tilde{\mathbf{K}}^{\gamma\alpha} & \tilde{\mathbf{K}}^{\gamma\gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}^\alpha \\ T^T \mathbf{u}^s \end{bmatrix} \\ & - \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{G}}^\alpha \\ \tilde{\mathbf{G}}^\gamma \end{bmatrix} [p] = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{F}}^\alpha \\ \tilde{\mathbf{F}}^\gamma \end{bmatrix}, \quad (18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \mathbf{M}_\varepsilon^\alpha & \mathbf{M}_\varepsilon^\gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{u}}^\alpha \\ T^T \dot{\mathbf{u}}^s + A \omega^2 \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{C}}^\alpha & \tilde{\mathbf{C}}^\gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}^\alpha \\ T^T \mathbf{u}^s \end{bmatrix} + \mathbf{G}_\varepsilon p = \mathbf{F}_\varepsilon, \quad (19) \end{aligned}$$

$$m^s \dot{\mathbf{u}}^s = -T \tilde{\mathbf{F}}^\gamma. \quad (20)$$

式(18),(19)および式(20)の時間方向の離散化としては、クランク・ニコルソン法を用いる。

2.4 反復解法

前節の離散化過程により導かれた有限要素方程式(18)、(19)および(20)は、非線形の連立方程式であり、流体および物体の挙動を正確に把握するためには非線形解析を高精度かつ安定に行う必要がある。本研究では、非線形方程式に対してNewton-Raphson法を用いて反復的に解くものとする。Newton-Raphson法により線形化されたこの連立方程式の解法として、Matrix-Free法¹⁷⁾に基づくGMRES法¹⁸⁾を用いる。

2.5 解析領域の更新

自由表面上では、式(7)の運動学的条件を満たす必要がある。この条件は、自由表面上の物質粒子は常に自由表面上に留まるという条件である。本手法において、任意の自由表面形状を表現するために自由表面上

の節点は外向き法線方向へ移動するものとする。従って、自由表面における節点移動速度 $\hat{\mathbf{u}}$ は、以下のようになる。

$$\hat{\mathbf{u}} = (\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n} \quad \text{on } \Gamma_{fs}, \quad (21)$$

また、構造物表面上での節点移動速度は、以下のようになる。

$$\hat{\mathbf{u}} = T^T \mathbf{u}^s \quad \text{on } \Gamma^\gamma. \quad (22)$$

ALE法では、流体粒子の動きとは独立した節点移動を行うことができる。本手法では、解析メッシュの過度の歪みを回避するため、解析領域内部の節点変位 $\mathbf{v}$ は、領域境界の変位を境界値とした線形弾性方程式を解くことにより求める。基礎方程式は以下のようになる。

$$\nabla \cdot \sigma_m(\mathbf{v}) = 0 \quad \text{on } \Omega, \quad (23)$$

ここで、構成方程式は以下のように定義される。

$$\sigma_m(\mathbf{v}) = \lambda_m (\text{tr } \varepsilon_m(\mathbf{v})) \mathbf{I} + 2\mu_m \varepsilon_m(\mathbf{v}), \quad (24)$$

$$\varepsilon_m(\mathbf{v}) = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T), \quad (25)$$

ここで、 λ_m, μ_m は要素の歪みを制御するパラメータであるが、本解析では単位量を与えている。

また、境界条件は以下のように与えられる。

$$\mathbf{v} = \mathbf{g}_m \quad \text{on } \Gamma_{gm}, \quad (26)$$

$$\mathbf{n} \cdot \sigma_m = \mathbf{h}_m \quad \text{on } \Gamma_{hm}. \quad (27)$$

式(23)に対してGalerkin法を用い、重み付き残差方程式を導くと以下の式が得られる。

$$\int_{\Omega} \varepsilon_m(\mathbf{w}) : \sigma_m(\mathbf{v}) d\Omega = \int_{\Gamma_{hm}} \mathbf{w} \cdot \mathbf{h}_m d\Gamma. \quad (28)$$

式(28)を各時間ステップにおいて解くことにより節点変位を求め解析領域を更新する。

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{x}_n + \mathbf{v}. \quad (29)$$

式(28)の解法として、Element-by-Element SCG法を用いる。

2.6 バックグラウンドメッシュに基づくメッシュ再構築手法

複雑な自由表面形状や大移動を伴う構造物を表現するためにバックグラウンドメッシュに基づくメッシュ再構築手法¹⁵⁾を導入する。流体-構造連成問題のためのメッシュ再構築手法について、図-2(左)に示すような、矩形物体の着水問題を例に説明を行う。本メッシュ再構築手法は、あらかじめ構造物、流体が移動する領域全体に、図-2(右)に示すようなバックグラウンドメッシュを設置する。なお、図中の太線は、解析を進め、ある時刻レベル n で得られた領域境界を示すが、この領域境界形状に対して、バックグラウンドメッシュを用いて解析メッシュの再構築を行うことを考える。バックグラウンドメッシュより解析メッシュを再構築する手順として、時刻レベル n での領域境界 Γ_n を構造物境界と自由表面に分け、これらの境界形状を順に考慮し、

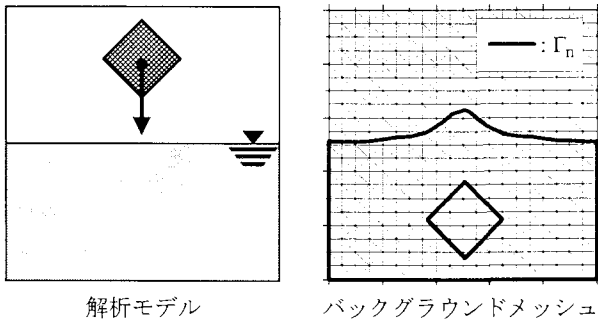


図-2 解析モデルとバックグラウンドメッシュ

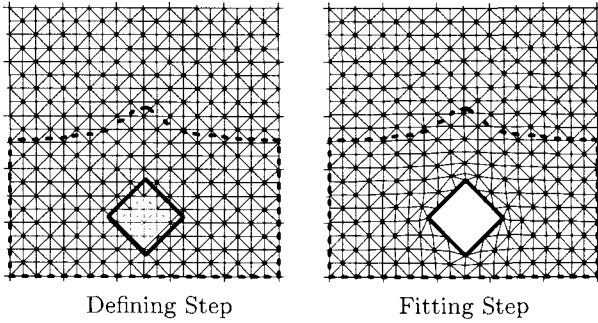


図-3 構造物境界の表現

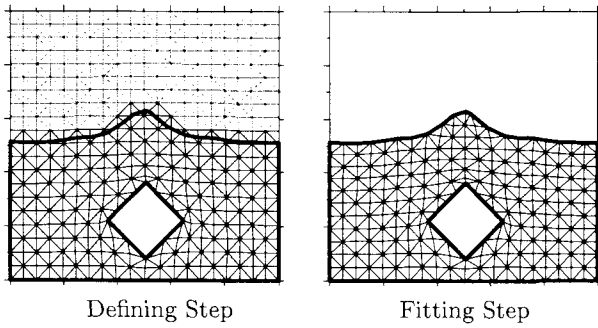


図-4 自由表面形状の表現

メッシュを再構築する。手順をまとめると、以下のようになる。

1. バックグラウンドメッシュより、構造物の境界を表現する。
2. 次に、自由表面形状を表現し、メッシュを再構築する。
3. 再構築されたメッシュの節点に対して物理量を配置する。

これらの各段階について以下に説明する。

(1) 構造物境界の表現

1. Defining Step : 図-2(右)に示すようなバックグラウンドメッシュを基準として、時刻レベル n での構造物の位置、境界幾何形状より計算領域に含まれる有限要素を定義する。その際、定義される計算領域は構造物境界を包含するように定義する。定義された領域を図-3(左)に示す。なお、図中の太実線は時刻 n での構造物境界を表し、太破線部分は現段階では考慮しない自由表面境界を表している。

2. Fitting Step : 定義された領域の境界を構造物の境界に適合させる。この適合処理にあたり、内部節点の移動には、線形弾性方程式(23)を解くことにより、移動量を求めている。これにより構造物の形状を考慮されたメッシュを図-3(右)に示す。

(2) 自由表面形状の表現

1. Defining Step : 先の構造物形状を考慮したメッシュに対して、自由表面形状を考慮し計算領域に含まれる有限要素を定義する。定義される計算領域は、先と同様に自由表面を境界を包含するように定義する。定義された図-4(左)に示す。
2. Fitting Step : 定義された領域の形状を流体領域形状に適合させ、メッシュを再構築する。この適合処理も、内部節点の移動には、線形弾性方程式(23)を解くことにより、移動量を求める。図-4(右)に再構築された有限要素メッシュを示す。

以上の手続きにより、構造物と自由表面形状が考慮された解析メッシュが再構築されたこととなる。

(3) 物理量の再配置

これまでの手続きにより、新たな解析メッシュが再構築されたことになるが、図-5に示すように、再構築された解析メッシュ($Mesh_{RG}$)の各節点座標と、時刻 n での解析メッシュ($Mesh_n$)の各節点座標は一致しておらず、 $Mesh_{RG}$ 上には物理量(流速および圧力)は配置されていない。そのため $Mesh_n$ での物理量 $\mathbf{d}(\mathbf{x}_n)$ を $Mesh_{RG}$ へ再配置する必要がある。この再配置には、図-6に示すように面積座標に基づくCIVA法¹⁹⁾で用いられる3次補間式により補間を行っている。

$$\mathbf{d}(\mathbf{x}_{RG}) = \left[\sum_{i=1}^3 \mathbf{a}_i L_i + c \sum_{j,k=1}^3 \mathbf{b}_{jk} [L_j^2 L_k + \frac{1}{2} L_1 L_2 L_3] \right] \Big|_{\mathbf{x}_n}, \quad (30)$$

$$\mathbf{a}_i = \mathbf{d}_i, \quad (31)$$

$$\mathbf{b}_{jk} = \mathbf{d}_j - \mathbf{d}_k + (\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_j) \cdot \nabla \mathbf{d}_j, \quad (32)$$

ここで、 L は要素三角形に対して正規化された面積座標である。また、 c は3次補間の調節パラメータであり、 $c=0$ のとき1次、 $c=1$ のとき3次となる。また、物理量 $\mathbf{d}$ の空間微分ベクトル $\nabla \mathbf{d}$ は、次のように最小二乗法により求めている。今、求めるべき空間微分ベクトルを $\mathbf{d}' = \nabla \mathbf{d}$ とし、Galerkin法により離散化を行うと、以下のような有限要素方程式が導かれる。

$$\int_{\Omega} \mathbf{w} \cdot \mathbf{d}' d\Omega = \int_{\Omega} \mathbf{w} \cdot \nabla \mathbf{d} d\Omega, \quad (33)$$

$$M \mathbf{d}' = F, \quad (34)$$

ここで、連立方程式(34)は、3-Passアルゴリズムにより求解している。

以上の手続きにより、物理量を伴った解析メッシュが再構築されたこととなり、時間進行を行っていく。

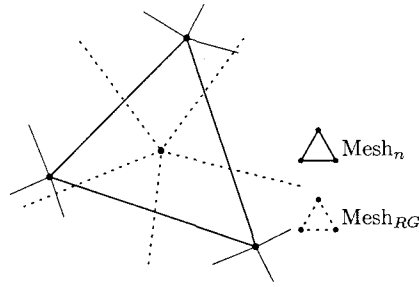


図-5 物理量の再配置の要素モデル

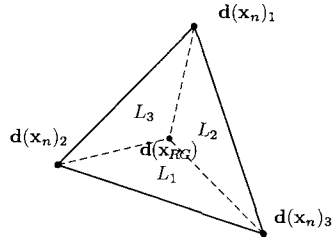


図-6 $d(x_n)$ から $d(x_{RG})$ への補間

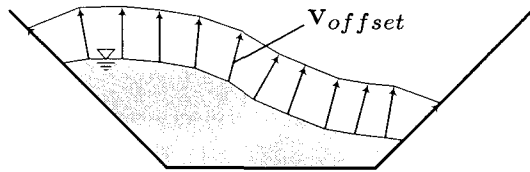


図-7 体積補正概念図

2.7 体積補正手法

本手法の問題点として、解析時刻が進行するにつれ、メッシュ再構築における投影誤差に起因する体積誤差が蓄積する場合がある。この点については、毎解析時刻における体積誤差に対して、自由表面を移動する事により体積を補正している。体積補正手法として、図-7の概念図に示すように、自由表面上の節点を法線方向に移動させ、自由表面をオフセットすることにより補正している¹⁵⁾。自由表面節点の移動方向を法線方向とすることで、任意の自由表面形状に対応している。体積補正のための自由表面上の節点移動量 v_{offset} は、次のように定義する。

$$v_{offset} = \beta \mathbf{n} \quad \text{on } \Gamma_{fs} \quad (35)$$

ここで、 β はオフセットパラメータであり、以下のように定義される。

$$\beta = \frac{V_T - V_n}{\int_{\Gamma_{fs}} \mathbf{n} \cdot \mathbf{n} d\Gamma}, \quad (36)$$

ここで、 V_T 、 V_n はそれぞれ目標となる体積、時刻 n で計算された質量である。内部節点の移動量は、解析領域の更新と同様に、線形弾性方程式 (23) を解くことにより求める。

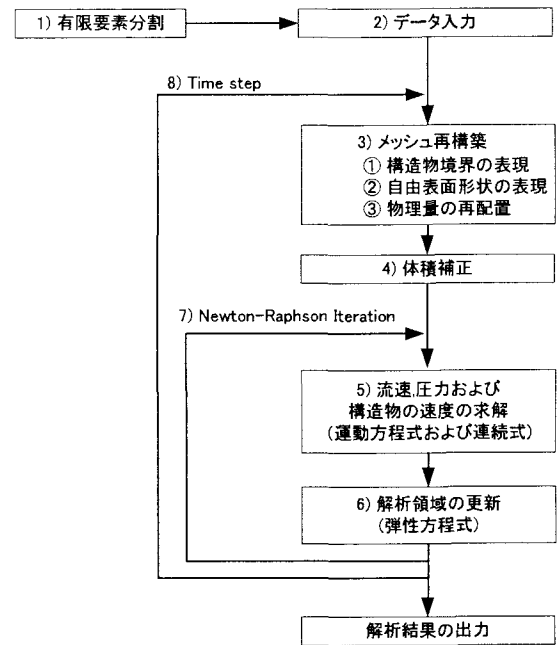


図-8 フローチャート

2.8 解析アルゴリズム

前述の解析手法による計算の流れをまとめると、図-8に示すフローチャートようになる。以下にその手順を示す。

- 1) 流体が移動する領域全体の有限要素分割と初期流体形状を定義する。
- 2) 有限要素分割、境界条件、初期条件、計算条件を入力する。
- 3) 構造物、自由表面形状を考慮したメッシュを再構築し、物理量を再配置する。
- 4) 自由表面をオフセットすることにより質量補正を行う。
- 5) GMRES 法により流体の運動方程式、連続式および構造物の運動方程式に関する線形方程式を解き、流体の流速、圧力および構造物の速度の近似解を求解する。
- 6) 運動学的条件により求めた自由表面位置を境界条件として弾性方程式 (28) を E-By-E SCG 法により解き、解析領域を更新する。
- 7) 解が収束するまで Newton-Raphson 法の反復 5)~6) を繰り返す。
- 8) 時間進行を行い、時間ステップが終了するまで 3)~7) を繰り返す。

3. 数値解析例

本手法の妥当性および有効性を検討するため、本手法を円柱浮体のつり合い問題と楔形物体の着水問題に適用し、理論解や実験結果と比較を行った。また、応用例として円柱物体の落下問題を取り上げた。

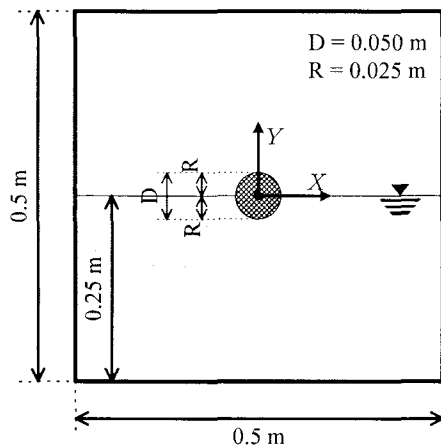


図-9 解析モデル

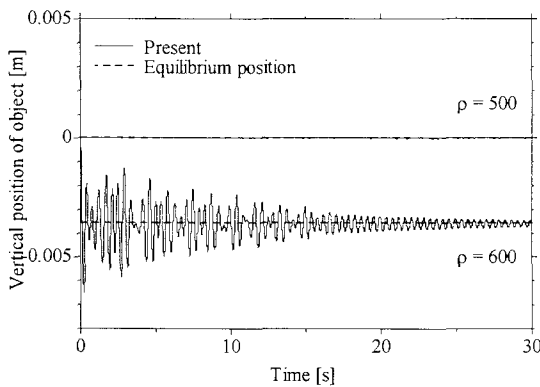


図-10 物体図心位置の時刻歴

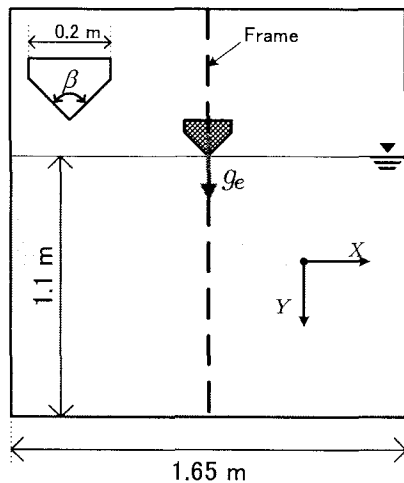


図-11 解析モデル

3.1 円柱浮体のつり合い問題

本手法の計算精度を検証するために、円柱浮体のつり合い問題を取り上げる。図-9に示す解析モデルのように直径5cmの円柱浮体を貯められた流体に対して、半分沈めた静止状態から解析を始める。流体は水と仮定し、密度 ρ および動粘性係数 ν はそれぞれ、 $1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 、 $1.0 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ とした。物体の密度 $\rho_s = 500 \text{ kg/m}^3$ 、 600 kg/m^3 と変え、それぞれの挙動をアルキメデスの原理に基づくつり合い位置と比較する。解析条件とし

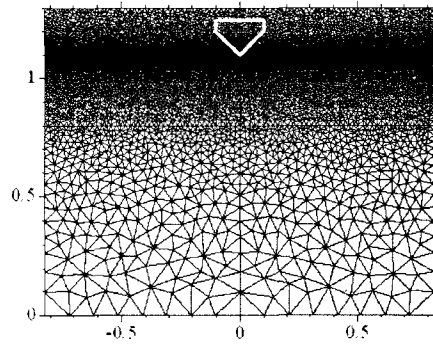


図-12 バックグラウンドメッシュ

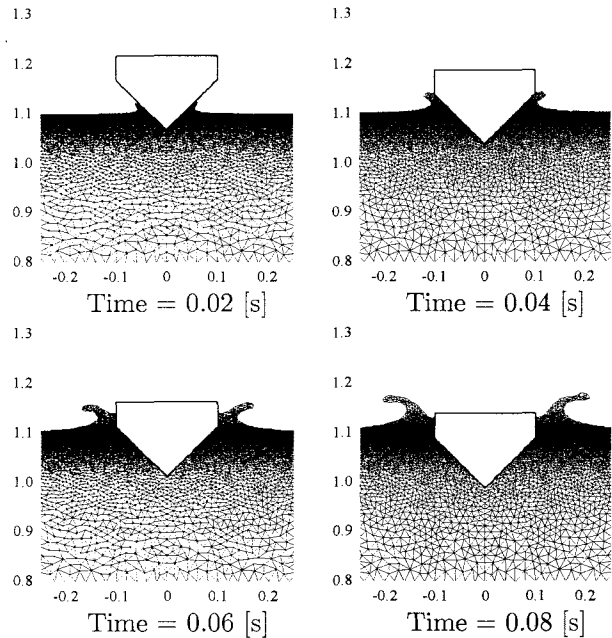


図-13 各時刻における解析メッシュ(物体近傍)

て、微小時間増分量は $5 \times 10^{-3} \text{ s}$ とし、有限要素分割には、最小メッシュ幅:2mmの非構造格子をバックグラウンドメッシュとして用いた。解析結果として図-10に各密度における物体図心位置の時刻歴を示す。この図より、 $\rho_s = 500 \text{ kg/m}^3$ の場合では、物体はアルキメデスの原理に基づくつり合い位置を保ったまま動かず、また、 $\rho_s = 600 \text{ kg/m}^3$ の場合では、つり合い位置を中心とした振動をしていることがわかる。これらの計算結果より、本手法は構造物と流体間に作用する力を定量的に評価できているといえる。

3.2 楔形物体の着水問題

本手法の流体-構造連成問題における計算精度を検証するために、楔形の着水問題を取り上げる。図-11に示す解析モデルのような水槽内に貯められた水に対して、楔形の物体を落下させる。その際、物体はスライドレールに沿って落下するため、水平方向、回転方向に拘束されている。また、スライドレールからの摩擦等の影響により、物体の重力加速度は $g_e = 8.2015 \text{ m/s}^2$ となっている。物体の単位長さ当たり重量は 22.537 kg/m 、楔の先端角度 $\beta = \pi/2$ とした。解析は、楔の先端が静止水面

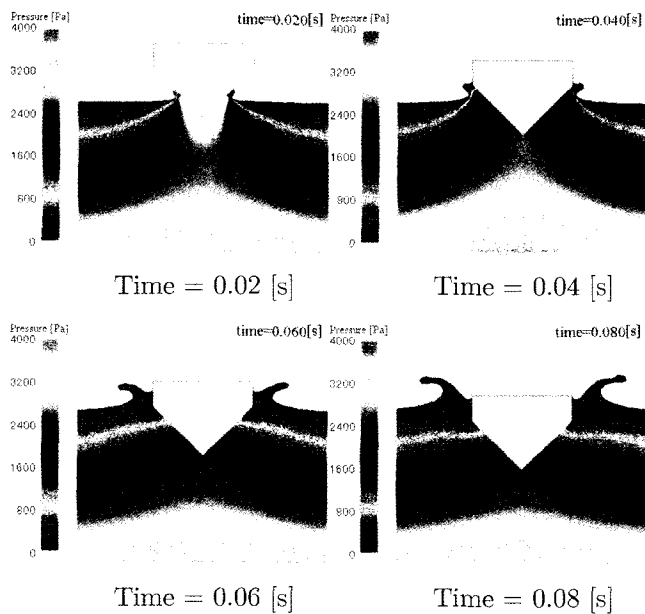


図-14 各時刻における自由表面形状と圧力分布

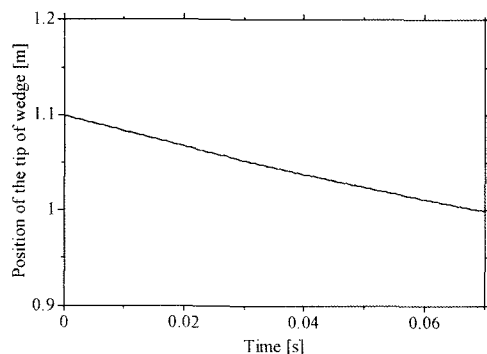


図-15 物体先端位置の時刻歴

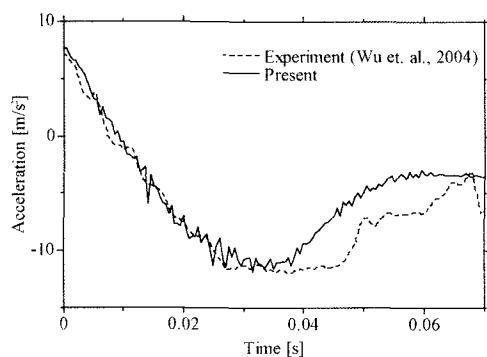


図-16 物体加速度の時刻歴

に接した時刻より開始し、着水速度は 1.57972m/s とした。これらの諸元は、文献²⁰⁾の条件より引用している。解析条件として、微小時間増分量は $5 \times 10^{-4}\text{s}$ とし、有限要素分割は図-12に示すような最小メッシュ幅:1mmの非構格子をバックグラウンドメッシュとして用いた。図中の白線枠は、物体の初期位置を示す。解析結果として、図-13に各時刻における物体近傍の有限要素分割を、図-14にその際の圧力分布を示すが、これらの図より、安定に解析を進めることができてい

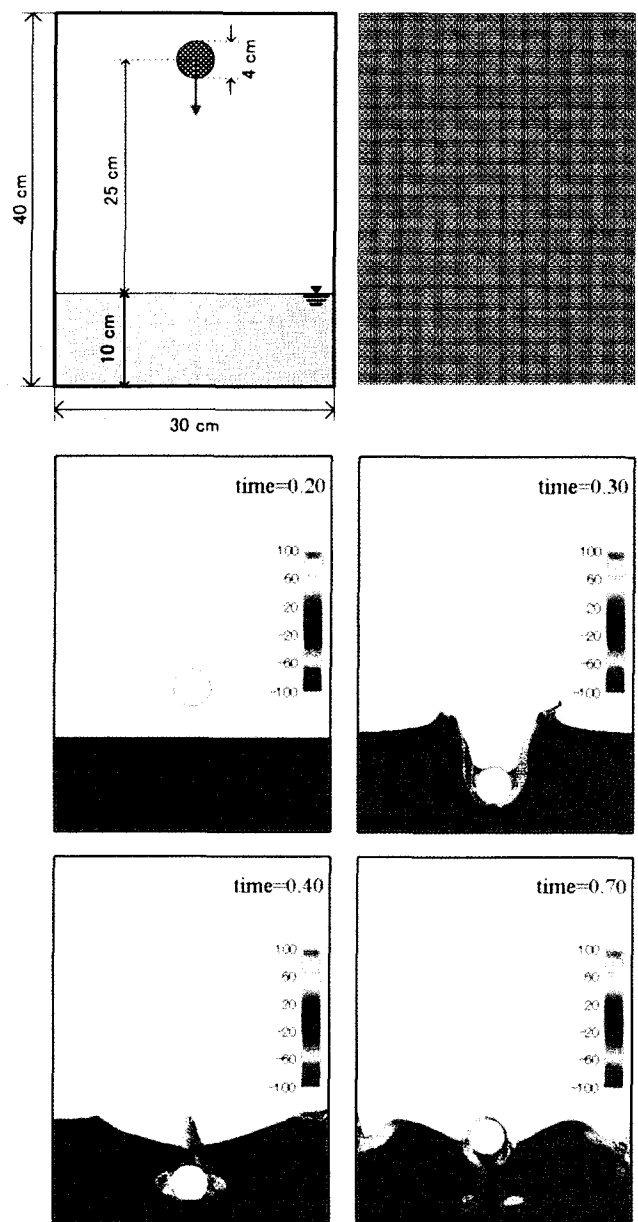


図-17 解析モデル(左上)、バックグラウンドメッシュ(右上)および各時刻での自由表面形状と温度分布

がわかる。また時刻0.02sでは楔先端に高い圧力が現れており、物体が水に衝突することによる衝撃力の発生を捉えることができています。また、図-15に物体先端位置の時刻歴を示すが、この図より着水現象を安定に解析できていることがわかる。また、図-16には物体の加速度の時刻歴を示す。なお、図中の加速度は鉛直下向きを正としている。この図より、本手法により得られた解析結果は実験値と比較して、時刻0.04s付近までは定量的に良い一致を示している。しかし、時刻0.04s以降では、解析結果と実験値に差異が見られる。この原因として、実験では物体と水の衝突終了時に物体の運動を制止するための力が働くが、解析にはこの力が考慮されていないことや、スライドラールからの摩擦

力を一定値としていること等の影響が考えられる。これらの点については、今後、検討が必要である。

3.3 円柱物体の落下問題

本手法の流体-構造連成問題への有効性を検討するために、円柱物体の液面への落下問題を取り上げる。図-17(左上)に示す解析モデルのように幅:30cm,高さ:40cmの水槽に貯められた流体に、水面から25cmの位置から直径:4cmの円柱物体を自由落下させる。物体の密度は 600kg/m^3 とし、流体は水を仮定した。有限要素分割には、図-17(右上)に示すような、 90×120 分割(水平方向 $\times$ 鉛直方向)の構造格子をバックグラウンドメッシュとして用いた。解析結果として図-17に各時刻における流体領域形状と物体の位置を示す。図中のカラーは渦度分布を表しているが、カラーバーの範囲外の値は最大色および最小色で色付けしてある。この図より、大移動を伴う流体-構造連成解析を行うことができおり、複雑な自由表面形状も表現できている。

4. おわりに

本論文では、自由表面を有する流体-構造連成問題に対するバックグラウンドメッシュに基づくメッシュ再構築手法を用いたALE有限要素法を提案した。本手法の妥当性および有効性について検討するため、数値解析例として円柱浮体のつり合い問題、楔形物体の着水問題および円柱物体の落下問題を取り上げ、理論解および実験結果との比較を行った。その結果、以下の結論が得られた。

- 本手法による計算結果は、理論解および実験結果と定量的に良い一致を示した。
- バックグラウンドメッシュに基づくメッシュ再構築手法を導入することにより、従来の界面追跡法では解析が困難であった複雑な自由表面形状や大移動する構造物を有する流体-構造連成問題を安定に解析することが可能となった。

以上の結果より、本解析手法は自由表面を有する流体-構造連成問題に対して有効な手法といえる。今後の課題として、液滴や巻き込み現象等を取り扱うための表面張力項の導入や、構造物同士の接触の考慮が挙げられる。また、構造物・自由表面の挙動に合わせてバックグラウンドメッシュの粗密を変化させるアダプティブメッシュ法の検討を行う予定である。

参考文献

- 1) Hirt, C.W., Nichols, B.D. : Volume of fluid(VOF) method for the dynamics of free boundaries, *Journal of Computational Physics*, **39**, pp.201-225, 1981.
- 2) Nakayama, T., Shibata, M. : A finite element technique combined with gas-liquid two-phase flow calculation for unsteady free surface flow problem, *Computational Mechanics*, **22**, pp.194-202, 1988.
- 3) Xiao, F., Yabe, T., Ito, T. and Tajima, M. : An algorithm for simulating solid objects suspended in stratified flow, *Computer Physics Communications*, **102**, pp.147-160, 1997.
- 4) Aliabadi, S., Abedi, J. and Zellars, B. : Parallel finite element simulation of mooring forces on floating objects, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, **41**, pp.809-822, 2003.
- 5) Sussman, M., Smereka, P., Osher, S. : A level set approach for computing solution for incompressible two-phase flow, *Journal of Computational Physics*, **114**, pp.146-202, 1994.
- 6) 岡本隆, 川原陸人 : ALE有限要素法による二次元スロッシング解析, 土木学会論文集, No.441/I-18, pp.29-48, 1992.
- 7) Nomura, T., Hughes, T.J.R. : An arbitrary Lagrangian-Eulerian finite element method for interaction of fluid and a rigid body, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **95**, pp.115-138, 1992.
- 8) Nomura, T. : ALE finite element computations of fluid-structure interaction problems, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **112**, pp.291-308, 1994.
- 9) 桜庭雅明, 田中聖三, 樫山和男 : PCクラスターを用いたALE並列有限要素法による非線形自由表面流れ解析, 応用力学論文集, 土木学会, **4**, pp.113-120, 2001.
- 10) Kashiya, K., Tanaka, S., Sakuraba, M. : PC cluster finite element analysis of sloshing problem by earthquake using different network environments, *Communication in Numerical Methods in Engineering*, **18**, pp.681-690, 2002.
- 11) 田中聖三, 樫山和男 : ALE安定化有限要素法を用いた任意境界を有する自由表面流れ解析, 応用力学論文集, 土木学会, **6**, pp.223-230, 2003.
- 12) Behr, M., Tezduyar, T.E. : Finite element solution strategies for large-scale flow simulations, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **112**, pp.3-24, 1994.
- 13) Güler, I., Behr, M. and Tezduyar, T.E. : Parallel finite element computation of free-surface flows, *Computational Mechanics*, **23**, pp.117-123, 1999.
- 14) Johanson, A.A., Tezduyar, T.E. : 3D simulation of fluid-particle interactions with the number of particles reaching 100, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **145**, pp.301-321, 1997.
- 15) 田中聖三, 樫山和男 : 界面追跡法による自由表面流れ解析のためのメッシュ再構築手法, 応用力学論文集, 土木学会, **7**, pp.313-321, 2004.
- 16) Tezduyar, T.E. : Stabilized finite element formulations for incompressible flow computations, *Advanced in Applied Mechanics*, **28**, pp.1-44, 1991.
- 17) Johan, Z., Hughes, T.J.R., Mathur, K.K. and Johanson, S.L. : A data parallel finite element method for computational fluid dynamics on the Connection Machine system, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **99**, pp.113-134, 1992.
- 18) Saad, Y., Schultz, M. : GMRES: A generalized minimal residual algorithm for solving nonsymmetric linear systems, *SIAM J. Scientific and Statistical Computing*, **7**, pp.856-869, 1986.
- 19) 田中伸厚 : 数値流体力学のための高精度メッシュフリー手法の開発, 日本機械学会論文集(B編), **64-620**, pp.103-110, 1998.
- 20) Wu, G.X., Sun, H., and He, Y.S. : Numerical simulation and experimental study of water entry of a wedge in free fall motion, *Journal of Fluids and Structures*, **19**, pp.227-289, 2004.

(2005年4月15日 受付)