

## 半無限連続高架橋における粘性境界の設定

Viscous Boundary for Infinitely Long Elevated Bridge

李相勲\*, 中沢正利\*\*, 遠藤孝夫\*\*, 石川雅美\*\*

Sanghun Lee, Masatoshi Nakazawa, Takao Endo, Masami Ishikawa

\*工博, 東北学院大学講師, 工学部環境土木工学科 (〒985-8537 多賀城市中央1丁目13-1)

\*\*工博, 東北学院大学教授, 工学部環境土木工学科 (〒985-8537 多賀城市中央1丁目13-1)

High-speed transport infrastructure such as the *Shinkansen* rail line in Japan or superhighways involve the construction of very long elevated bridges, and seismic analyses of such semi-infinite structures are typically performed by considering a unit of the structure with free boundary at each end. However, the end of the unit is not free in practice, and interaction with adjoining structures is inevitable. Furthermore, a simple wave solution that can be applied to the soil structure is not applicable to the structure of a discrete system such as an elevated bridge, which consists of columns, beams and joints. The present authors have formulated the energy transmitting boundary as an infinite continuous system using the mass-spring model or a beam element model. However, the energy transmitting boundary is for analysis in frequency domain, and then it is not applicable to nonlinear analysis. In this research, for applying to the analysis in time domain, a viscous boundary is introduced using the mass-spring model for a discrete system with an infinite medium. And an equivalent viscous boundary is proposed for frame structure using a two-dimensional beam element.

*Key Words:* viscous boundary, energy absorption, wave velocity, group velocity

キーワード: 粘性境界, エネルギー吸収, 波動速度, 群速度

### 1. はじめに

新幹線や高速道路のようにその路線の線形をなるべく直線にする必要がある場合では、同形式の構造が非常に長く連続する高架橋が想定される。無論、実際の高架橋は、ジョイントにより数スパンごとに分離されており完全な連続体とは言えない。しかし、全く独立でもなくエネルギーの出入りが存在するはずである。このような半無限構造物における動的応答解析の際、その一部を取り出し両端を自由境界として取り扱う既存の解析方法は対象高架橋の中に不規則的な構造を含んでいる場合には対応できない。著者らは、このような問題点を解決するために、離散系半無限構造物の動的解析において、不規則構造の部分を解析領域と両側の規則的部分を半無限領域としたエネルギー伝達境界を提案している<sup>1),2),3),4)</sup>。

しかし、厳密解であるこれらの研究は周波数領域の解析であるため、コンクリート構造物のような材料の非線形性が強い構造物に対してはより正確な応答を求めるのに適していない。この問題点に対し各種の伝達境界<sup>5)</sup>の中から粘性境界が挙げられる。粘性境界は取り扱いが容易で、時間領域における解析が可能であるため非線形挙動を解析領域内に限れば非線形解析が可能である。地盤

の分野では以前から関連する研究<sup>6),7)</sup>が数多くなされておりその粘性境界を取り組んでいる汎用プログラムも少なくないが、構造物のような離散系においては皆無に等しい。一方、粘性境界においては媒体中を移動する波の伝播速度が非常に重要な要素である。連続系である地盤の場合では、均質等方性の弾性体と仮定すれば、実体波であるP波とS波の速度はその運動方程式から簡単に求めることができる<sup>8)</sup>。しかし、本研究の適用対象となる連続高架橋のように、構造物が地盤と連結され連成振動する場合では、粘性境界における波の伝播速度の定義がはつきりされていないのが現状である。

本研究では連続高架橋をマス-バネ系モデルに置き換え、上部構造物に橋軸方向疎密波が伝播する速度（以下基本縦波速度という）を求める。また、橋脚に該当する地盤連結バネの存在は上部構造物に移動する波動を分散させ波動エネルギーの伝播速度（群速度）を遅くする。その群速度を数値計算的に推測する方法を提案し、これらの速度を基準に粘性境界における速度の影響やエネルギー吸収能を高める境界の設定方法について議論する。また、2次元ラーメン構造に簡便に使える等価粘性境界を提案する。

## 2. 縦方向波動の伝播速度

前述したように、粘性境界では媒体中を移動する波動の速度を求めるのが最も重要である。本章では連続高架橋を地盤連結バネを持つマス-バネモデルに置き換え、それに対する縦波速度を求める。また、その速度について数値計算的に検証を行う。

### 2.1 マス-バネ系における伝播速度

図-1に示すような質量 $m$ 、軸方向バネ係数 $k$ 、地盤との連結バネ係数 $k'$ で表される無限に続く一様なマス-バネモデルを考える。任意の質点 $r$ に着目して運動方程式を立てる

$$-m \frac{d^2 x_r}{dt^2} - (x_r - x_{r-1})k + (x_{r+1} - x_r)k - x_r k' = 0 \quad (1)$$

ここに、 $r = -\infty, \dots, -1, 0, 1, \dots, \infty$

この式は、考慮している無限のマス-バネ系のどの部分についても、 $r$ を変更することによって成り立つ式である。中央差分法の表現を借りると、

$$x_{r,rr} \approx \frac{1}{\Delta r^2} (x_{r+\Delta r} - 2x_r + x_{r-\Delta r}) \equiv x_{r+1} - 2x_r + x_{r-1} \quad (2)$$

であるので ( $\because \Delta r=1$ )、これを式(1)に代入すると次式が得られる。

$$x_{r,rr}k - x_r k' - m \frac{d^2 x_r}{dt^2} = 0 \quad (3)$$

ここで、地盤連結バネ $k'$ が0の場合の伝播速度、即ち基本縦波速度 $V_0$ は

$$V_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (4)$$

である。

### 2.2 地盤連結バネの影響

式(4)で求めた基本縦波速度 $V_0$ は地盤連結バネ $k'$ が0の場合の伝播速度であり $k'$ の影響は含まれていない。

図-1のようなマス-バネモデルにおける波動解<sup>4)</sup>は、伝播する条件の場合、次式で表される。

$$x_r = u \cdot a^r e^{i(\omega t \pm r\phi)} \quad (5)$$

この波動式から任意の角振動数 $\omega$ を持つ調和波の位相速度は $V=\omega/\phi$ であることが分かる。ここでは有限要素解

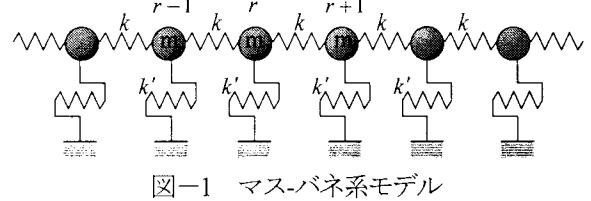


図-1 マス-バネ系モデル

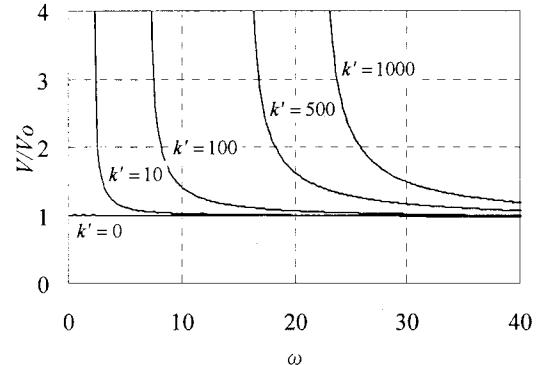


図-2 振動数と位相速度の関係

析を用いて地盤連結バネ $k'$ による位相速度の変化を調べる。解析条件は、図-1に示すマス-バネモデルにおいて、質量 $m=2\text{ ton}$ 、軸方向バネ $k=5000\text{ kN/m}$ とし、地盤連結バネを $k'=0, 10, 100, 500, 1000\text{ kN/m}$ とする。図-2に、この5ケースについて基本縦波速度に対する位相速度の比 $V/V_0$ を角振動数 $\omega$ の関数で表す。 $k'=0$ の場合を除いたすべてのケースの位相速度が $\omega$ に依存することが分かる。これは $k'=0$ 以外の場合では波動が分散することを示している。このことから、 $k' \neq 0$ の場合では波動の速度を議論するには群速度の概念を導入する<sup>9)</sup>必要がある。

### 2.3 群速度

前節で地盤連結バネ $k'$ が存在すると上部構造を媒体に伝播する波動が分散することを確認した。その場合、多数の周波数成分の持った波はそれぞれの周波数成分の速度で伝播するので、この場合の波動の速度を一意的に求めるのは一般的には不可能でない。しかし、狭い範囲の周波数成分を持つ時刻歴波動は‘群速度’という速度で伝播する<sup>10)</sup>。いま、次式で表される、周波数依存性の位相速度 $c(\omega)=\omega/k(\omega)$ が正の $x$ 方向に伝播する波動を考える。

$$f(x,t) = A e^{i[\omega t - k(\omega)x]} \quad (6)$$

狭い幅の周波数成分からなる波動の場合は、その波動の伝播速度、即ち群速度は一般的に次式で表すことができる。

$$c_g = \frac{d\omega}{dk} \quad (7)$$

一方、図-1 のような無限マス-バネモデル、すなわち式(5)で表される波動解において、この波動が伝播する条件<sup>4)</sup>は

$$k' < m\omega^2 < k' + 4k \quad (8)$$

$$\text{または, } \omega_p > \sqrt{\frac{k'}{m}} \quad \text{and} \quad \omega_s < \sqrt{\frac{k' + 4k}{m}} \quad (9)$$

である。これは波動の振動数がこの条件を満足する成分のみが伝播し、それ以外の振動数を持つ成分の波は伝播せず減衰していくことを意味する。

マス-バネ系モデルに対する波動解において、 $k'=0, 10, 100, 500, 1000 \text{ kN/m}$  の5ケースに対し、各振動数における位相速度の変化 $\Delta\omega/\Delta\phi$ を図-3に示す。ここで

$$\frac{\Delta\omega}{\Delta\phi} = \frac{\omega_i - \omega_{i-1}}{\phi_i - \phi_{i-1}} \quad (10)$$

である。これはある振動数を中心とした狭い幅の振動数成分を持つ波動が伝播するときの群速度を表している。例えば、図-4に示すように、 $k'=500$ の場合、振動数50を中心に $\pm 10$ の振動数成分を持つ波の群速度は $\Delta\omega/\Delta\phi - \omega$ 関係曲線から振動数50のときの $\Delta\omega/\Delta\phi$ の値( $=41.6$ )を読むことで求められる。また、 $\Delta\omega/\Delta\phi$ 曲線における $\omega$ の最小および最大値は式(8)または(9)の伝播条件を表しており、計算すると $\omega_p=15.8$ ,  $\omega_s=101.2$ になる。これは、対象のモデルにおいて、波動を構成する無数の周波数成分の中で $15.8 < \omega < 101.2$ の周波数成分のみが伝播することを意味する。

図-5は、同条件の部材特性を持った質点数501のマス-バネモデルにおいて中央質点(251番質点)に衝撃を与えたときの同質点における応答変位に対するスペクトル分布である。これは応答変位の波形を構成する各周波数成分の分担率と等しい。また、曲線における2つのピークは伝播条件 $\omega_p$ と $\omega_s$ を表す。従って、 $\omega_p < \omega < \omega_s$ の部分のスペクトルに対し重心を求める伝播に寄与する振動数成分の分担率を考慮した振動数(以下重心振動数とする)になる。 $\Delta\omega/\Delta\phi - \omega$ 関係曲線において、この重心振動数 $\omega_c$ に該当する $\Delta\omega/\Delta\phi$ の値を、真の群速度に対し、ここでは重心群速度 $V_{gc}$ と称する。

各ケースにおける重心振動数と重心群速度を表-1に示す。計算には中心点の応答に対するスペクトルを用いた。全ケースで、式(4)の基本縦波速度より小さく、 $k'$ が大きいほど速度が遅くなる傾向が見られる。

表-1 重心群速度

$k' =$	0	10	100	500	1000
重心振動数	15.1	27.7	35.4	45.0	50.5
重心群速度	49.4	47.9	46.0	42.5	40.0

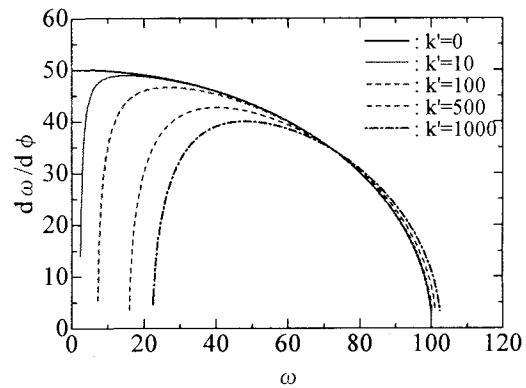


図-3  $\Delta\omega/\Delta\phi - \omega$  関係

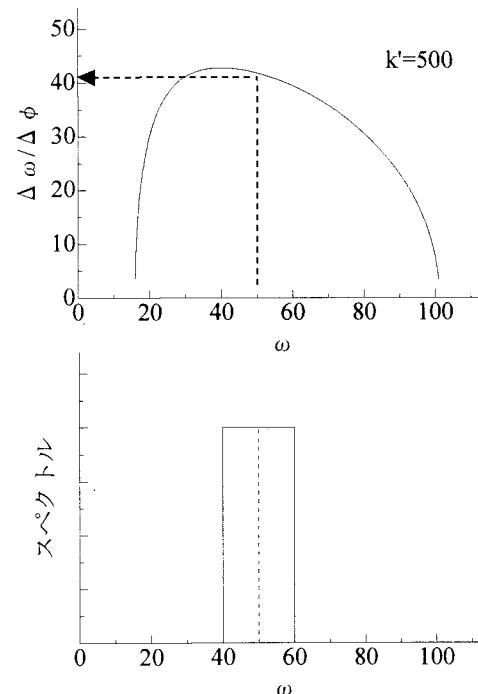


図-4 群速度の求め方

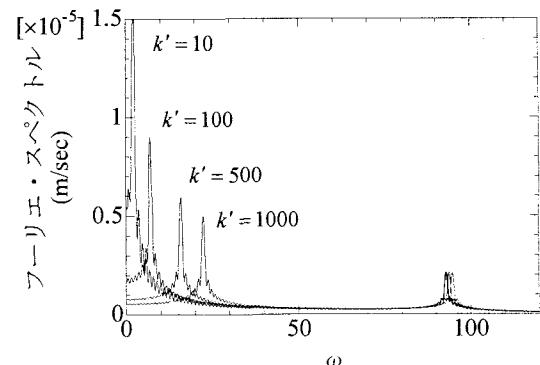


図-5 衝撃波による応答のスペクトル分布

### 3. 粘性境界の設定

#### 3.1 粘性境界の設定

Lysmer・Kuhlemeyer<sup>6)</sup> は無限連続体に対し、次式で与えられる応力を仮想境界上に与える粘性境界を提案している。

$$\sigma = \rho V_p \dot{w}, \quad \tau = \rho V_s \dot{u} \quad (11)$$

ここに、 $\sigma$  と  $\tau$  はそれぞれ垂直応力とせん断応力、 $\dot{w}$  と  $\dot{u}$  は法線方向と接線方向の速度、 $\rho$  は密度、 $V_p$  と  $V_s$  はそれぞれP波およびS波速度である。

同様に、マス-バネ系においては仮想境界上に次式で表される力を与えられることにする(図-6)。

$$f = mV_m \dot{u} \quad (12)$$

ここで、 $V_m$  はマス-バネモデルにおいて波動が質点から質点へ伝播する速度である。従って、粘性境界の設定方法とは式(12)の  $mV_m$  を全体系の減衰マトリックスに

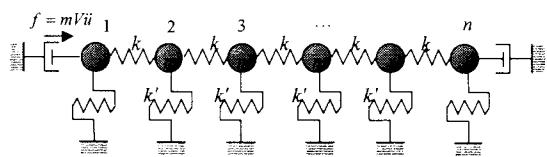


図-6 粘性境界の設定

おける境界部分に対応して加えることである。本研究の対象となる地盤連結バネを有するマス-バネ系モデルの場合においては、移動する波は分散することを2章で議論した。本章では基本縦波速度と重心群速度を中心に粘性境界において伝播速度がエネルギー吸収能に及ぼす影響について検討する。

#### 3.2 粘性境界における速度とエネルギー吸収率

本節では2章と同条件のマス-バネモデル( $k=5000\text{kN/m}$ ,  $m=2\text{ton}$ )に、異なる速度で設定された粘性境界を設け、10kNの軸方向の衝撃荷重による応答変位波形を比較することで粘性境界における速度の影響を検討する。比較するのは、 $k'=0$  の場合と  $k'=100$  の場合、そして  $k'=1000$  の場合の3つのケースである。粘性境界を設けない質点数501のモデルの応答を正解とし、異なる速度の粘性境界を設けた質点数51のモデルの応答と比較する。501質点モデルは中央点から発生した波が両側の境界から反射し測定する点に到達する前までの波形を考慮することで正解と見なすことができる。各ケースに対して伝播速度を0, 30, 40, 45, 50, 60(mass/sec)とした粘性境界を設けたモデルについて解析を行う。

その前に、粘性境界の働きについて簡単に検証する。 $k'=0$  の場合、即ち地盤連結バネがないときの衝撃荷重による応答変位を、501質点モデルの場合と51質点モデルの自由境界と粘性境界(縦波速度50mass/sec)の場合について図-7に示す。時間のステップが衝撃作用後0.5sec, 1.0sec, 1.5secのときの応答変位である。ここで、51質点モデルの質点は501質点モデルの中央部である質点番号226~276に該当する。501質点モデルの解析結果から、中央点の衝撃荷重で0.0005m位の変位が発生し、その変位は変化せず外側に伝播することが分かる。それに

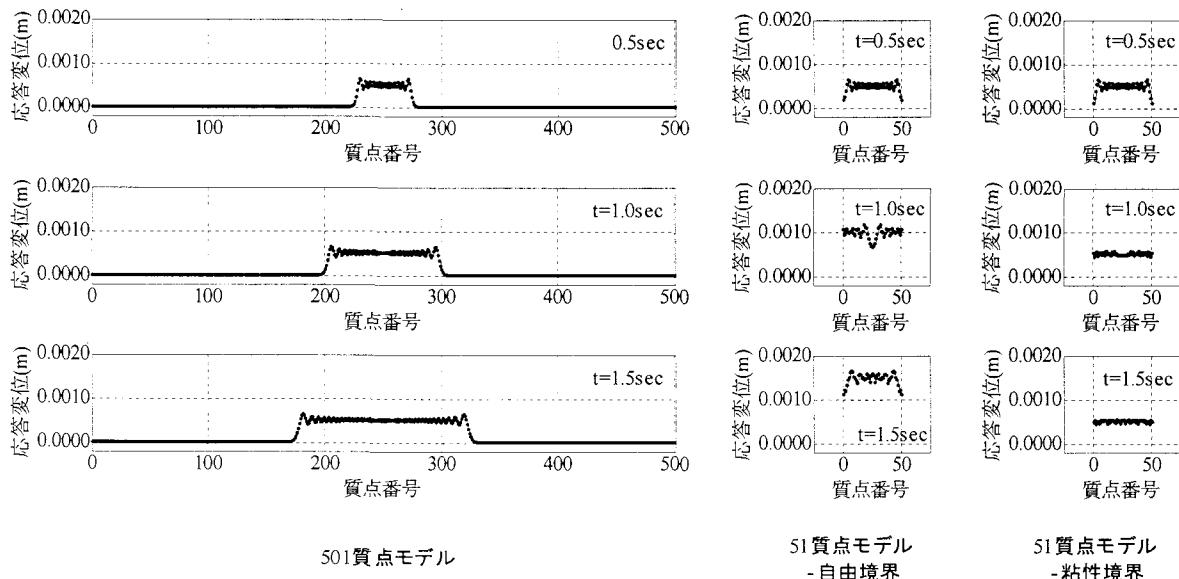


図-7  $k'=0$  の場合における各ケースの応答変位

対し、51質点モデルの自由境界の場合では  $t=0.5\text{sec}$  の時点で境界に到達したときの変位が  $t=1.0\text{sec}$  の時点では反射によって2倍である約0.001m位の変位になり、 $t=1.5\text{sec}$  の時点ではその変位がおよそ3倍になる。しかし、51質点モデルの粘性境界の場合では、両側の境界でエネルギーが吸収され501質点モデルと同様に時間が経過しても0.0005m位の変位を維持することが分かる。これは  $k'=0$  の場合では粘性境界の伝播速度を50(mass/sec)にすればエネルギーを吸収する伝達境界としての機能を果たすことを示している。

次に粘性境界に対する速度の影響を詳しく調べる。ここでは、グラフを比較する方法のひとつとして‘Waveform Chain Code’を利用する方法<sup>11)</sup>を用いる。これは、まずデジタル信号において forward differencingにより勾配を求める。それを平準化し forward differencingしたのが曲率である。2つのデジタル信号を比較するのに両信号の勾配と曲率の差を利用する方法である。衝撃作用後1秒が経過した時点において、501質点モデルの226から276までの質点の応答と51質点モデルにおいて縦波速度の変化に対する応答に対しこれら2つの波形の勾配差と曲率差を求め表-2に示す。数値が小さいほど基準になる正解波形と近いことになる。即ち、数値が小さいほどエネルギー吸収能がよいことを意味する。比較した結果は、粘性境界に用いる伝播速度Vの値に50mass/sを基準としてより小さい値を用いるほどエネルギー吸収能が高くなることを示している。

また、これらの応答変位波形は、粘性境界の場合では互いに類似しているのでその曲線に対するスペクトルの面積で比較を行うことにする。 $k'=0, k'=100, k'=1000$ の場合、各ケースの応答変位に対するフーリエ・スペクトルとその面積( $= \sum F_i \Delta \omega$ ,  $F_i$ はフーリエ振幅)を表-3に示す。 $k'=0$ の場合、 $V=0$ のケースは粘性境界を考慮しない場合、即ち自由境界と等しい。若干の差はあるものの、粘性境界の考慮した場合は同スケールのスペクトルを表し、また $V=50$ の場合が最も正解(501質点モデルの応答のフーリエ・スペクトル)に近いことが分かる。 $k'=100$ の場合では重心群速度の $V=45$ ではなく $V=40$ の場合が501質点モデルとその応答に対するフーリエ・スペクトルの面積が接近しているが、 $k'=1000$ の場合では重心群速度を縦波速度にした $V=40$ の場合が最も501質点モデルとその応答に対するフーリエ・スペクトルの面積が接近している。

図-8、図-9、図-10はそれぞれ $k'=0, 100, 1000$ の場合、51質点モデルにおいて粘性境界を考慮した場合と非考慮の場合の境界点(質点1)に対する応答波形と、それに対応する501質点モデルの質点226に対する応答波形をプロットしたものである。粘性境界の伝播速度としては各ケースの重心群速度を適用した。この結果から粘性境界を考慮しない自由境界の場合は正解である501質点モデルの応答とは明らかに異なった応答波形を表す。粘性境界を考慮した場合では最初の部分では501質点モデルの応答と一致するが、段々その応答が小さくなる。

これは、粘性境界の場合では境界の部分の減衰項が働いた影響であると考えられる。

次は、波動が届いた瞬間の、その応答の最大応答変位で比較する。表-4に各ケースにおける境界点(501質点では質点番号226)応答波形の最大応答変位を示す。この結果からも $k'=0$ のケース以外は速度 $V$ が50より小さい場合にエネルギー吸収能が高くなることが確認された。以上、本検討ではそれほど敏感ではなかったが、粘性境界の速度はそのエネルギー吸収能に影響を与えることが分かった。また、その速度は群速度を用いるのが妥当であると考えられる。

表-2 WCCによる応答波形比較

区分	平均値	$V=0$	$V=30$	$V=40$	$V=45$	$V=50$	$V=60$
$k'=0$	勾配差	23.9	13.3	11.1	10.2	<u>9.8</u>	<u>9.8</u>
	曲率差	15.7	<u>8.9</u>	7.9	<u>7.5</u>	<u>7.4</u>	<u>8.1</u>
$k'=100$	勾配差	19.4	10.8	9.3	<u>8.7</u>	<u>8.8</u>	9.3
	曲率差	14.6	7.3	<u>5.6</u>	<u>5.7</u>	<u>5.9</u>	6.4
$k'=1000$	勾配差	18.5	<u>8.9</u>	<u>7.9</u>	<u>7.8</u>	<u>7.9</u>	8.6
	曲率差	14.4	7.5	<u>6.8</u>	<u>6.5</u>	<u>6.3</u>	6.7

表-3 スペクトル面積比較

区分	スペクトルの面積 ( $\times 10^4$ )					
	501 質点 モデル	51質点モデル				
		$V=0$	$V=30$	$V=40$	$V=45$	$V=50$
$k'=0$	6.8	13.7	8.5	7.6	7.2	<u>6.8</u>
$k'=100$	1.95	3.45	<u>2.07</u>	<u>2.04</u>	<u>2.07</u>	2.09
$k'=1000$	1.50	2.35	<u>1.65</u>	<u>1.64</u>	<u>1.65</u>	1.66
						1.72

表-4 最大応答変位比較

区分	最大応答変位 ( $\times 10^4$ )				
	501 質点 モデル	51質点モデル			
		$V=30$	$V=40$	$V=45$	$V=50$
$k'=0$	6.40	7.84	6.97	<u>6.60</u>	<u>6.27</u>
$k'=100$	2.99	3.65	3.27	<u>3.05</u>	<u>2.95</u>
$k'=1000$	-2.05	<u>-2.17</u>	<u>-1.90</u>	-1.79	-1.69
					-1.52

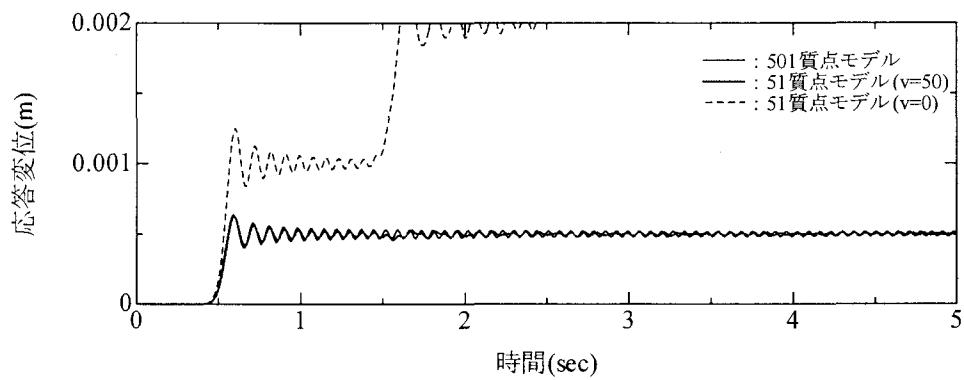


図-8  $k'=0$  の場合、各ケースに対する時刻歴応答変位

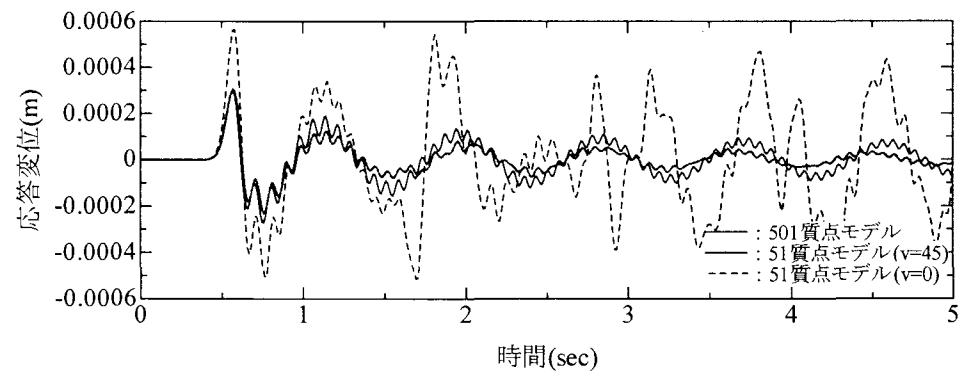


図-9  $k'=100$  の場合、各ケースに対する時刻歴応答変位

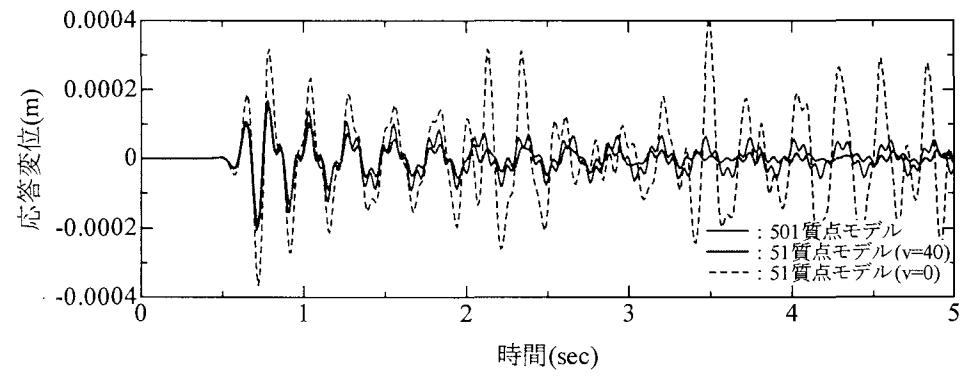


図-10  $k'=1000$  の場合、各ケースに対する時刻歴応答変位

### 3.3 地震動が作用する場合

前節までは衝撃荷重を与えた場合の、粘性境界における速度がエネルギー吸収に与える影響を検討した。しかし、実際に粘性境界が使われる場合は地震動が作用するときの連続高架橋の応答を求める場合がほとんどである。本節では地震動が作用するときの、粘性境界のエネルギー吸収能に影響を及ぼす因子について論ずる。

解析モデルは前節と同様であるが、外乱を中央点の衝撃ではなく地震動として解析領域に入力することが異なる点である。入力地震動としては道路橋示方書<sup>12)</sup>のレベル2地震動、内陸型I(図-11)とする。また、501質点モデルの中央部51質点に対し地震動を与え、その応答を正解と見なす。この場合、端部の反射波が解析領域に到達する前の時間は伝播速度を考慮して計算すると、225質点×2回/50=9秒である。即ち、9秒以前の応答は正解と等しい。

図-12と図-13は、51質点モデルにおいて $k'=100, 1000(\text{kN/m})$ の場合に対し各々 $v=46, 40(\text{mass/sec})$ の粘性境界を適用した解析を行い、境界点と中央点の応答をプロットし501質点モデルと比較したものである。各ケースの波形から分かるように中央点においては $k'=100, 1000$ 両ケースともに正解との差はあまり見られないが境界点については多少の違いが発生している。これは、粘性境界が近似解であるため境界の近くに多少の誤差が発生することが考えられる。これについては解析部分と境界の間にDUMMYの部分を設けることで好転できる。DUMMYの部分とは解析には含まれるが地震動の入力はない部分をいう。図-14と図-15に示すのは51質点モデルにDUMMYの質点を25質点ずつ設けたモデルと501質点モデルの結果を比較したものである。両ケースともに比較的精度良く正解の波形を再現していることが分かる。

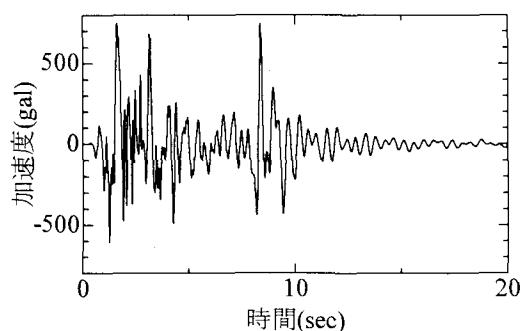


図-11 入力地震動

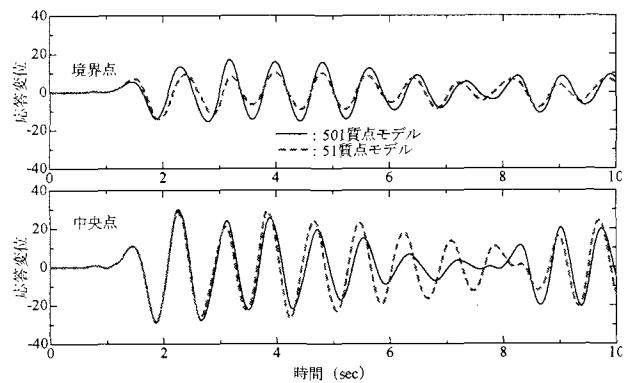


図-12 応答変位,  $k'=100$ , 減衰  $h=0.01$

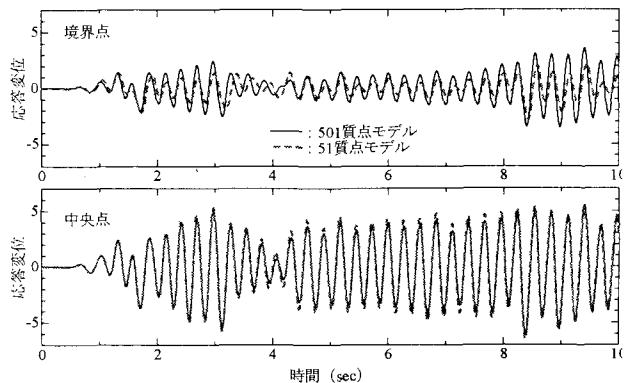


図-13 応答変位,  $k'=1000$ , 減衰  $h=0.01$

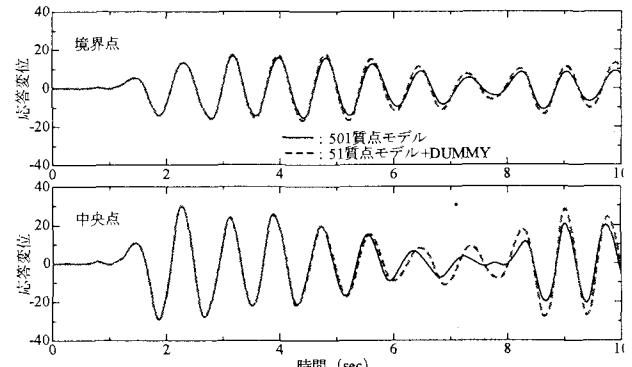


図-14 応答変位,  $k'=100$ , 減衰  $h=0.01$

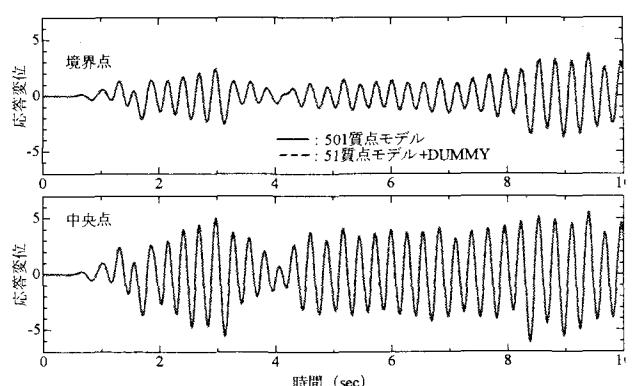


図-15 応答変位,  $k'=1000$ , 減衰  $h=0.01$

## 4. 等価粘性境界

以上で、非常に長く連続する高架橋を無限に連なるマス・バネ系モデルに置き換え、解析領域からの逸散エネルギーが吸収できる伝達境界として粘性境界を提案した。本章では2次元ラーメン構造を有限要素動的解析する際、本研究で提案した粘性境界の適用について議論する。

### 4.1 解析モデル

解析モデルには図-16に示す3自由度を持つ質点系はり要素モデルを用いる。解析領域の質点数は51質点で両側に同形式の構造物が無限に連なっていると仮定する。解析領域とはその領域を地震動で励振し、また領域内の全質点で正確な応答を求める部分ということを意味する。このような3次元はり要素モデルにおいて粘性境界を適用する際には原則として3つの成分、即ち橋軸方向、鉛直方向そして回転方向に対して粘性境界を設定する必要があるが、本研究では質量の回転成分は無視する。また、鉛直方向の衝撃を与えた動的解析の結果、柱の剛性によって多少の差はあるが、鉛直成分の変位はほとんど伝播しないことを確認した。解析条件は図-16の51質点モデルにおいて中央の質点(52番節点)に鉛直方向の衝撃を与える。柱の影響を調べるために、図-16に示す柱の断面剛性に対しそれぞれ100%, 50%, 10%の柱剛性を持った3つのモデルについて解析を行った。減衰はレーリー減衰を用い、減衰定数ηは1%とした。図-17にその結果を示す。解析結果から、例題のようなラーメン構造の場合は鉛直方向の変位成分がほとんど伝播しないことが予想される。また、地震動が水平方向の場合は、鉛直変位はさらに小さいので境界での反射を無視しても応答には影響はないと考えられる。

### 4.2 等価粘性境界

本節では図-16の解析モデルに対し水平方向のみの等価な粘性境界を考慮することにする。等価な粘性境界は無限領域部分を等価なマス・バネ系に置き換え、それを3章に提案した方法に従って粘性境界を設けることである。図-16の解析モデルを図-1のようなマス・バネモデルに置き換えるためのバネ係数k, k'は、構造力学の手法を用いた次式で求められる。

$$k' = \frac{12EIL + EI'l}{3EIL + EI'l} \cdot \frac{3EI'}{L^3}, \quad k = \frac{EA}{l} \quad (13)$$

計算すると、 $k=2200000.0\text{kN/m}$ ,  $k'=18858.0\text{kN/m}$ である。このマス・バネモデル(1質点)に対し、地震動による時刻歴応答解析を行う。地震動としては図-11のレベル2地震動内陸型1を用いる。その応答変位に対するフーリエ・スペクトルを図-18に示す。また、同じモデルに対する $\Delta\omega/\Delta\phi - \omega$ 関係曲線を図-19に示す。伝播条件内( $27.38 < \omega < 592.16$ )に対する重心群速度を求める

	$m$ (ton)	$E$ (kN/m <sup>2</sup> )	$A, A'$ (m <sup>2</sup> )	$I, I'$ (m <sup>4</sup> )	$l, L$ (m)
BEAM	25.15	$2.058 \times 10^7$	0.962	0.0685	9.0
COLUMN		$2.058 \times 10^7$	0.962	0.0685	9.0

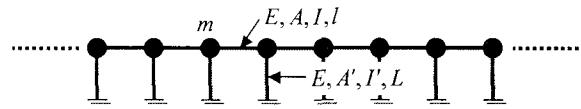


図-16 解析モデル

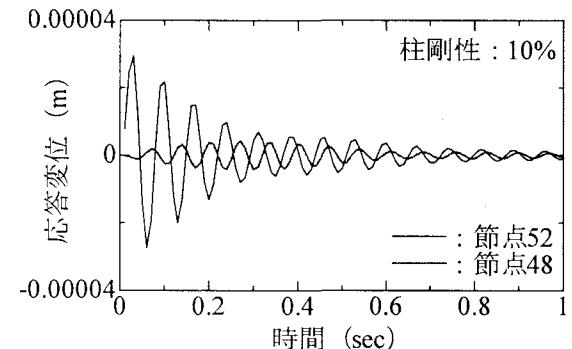
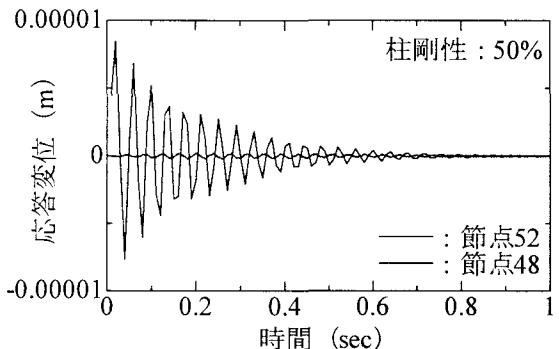
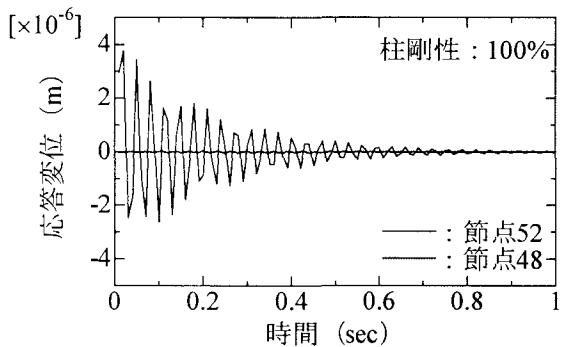


図-17 鉛直変位応答

と 235 である。この速度を用いれば等価粘性境界を設定することになる。図-20 にエネルギー伝達境界<sup>1)</sup>を設けたモデルと等価粘性境界を設けたモデルを用いた動的解析の結果を示す。解析は 51 質点モデルに対して両側にエネルギー伝達境界を設けた場合（ケース 1）とモデルの両側に DUMMY の質点を 25 ずつ追加し縦波速度を 235 とした粘性境界を設けた場合（ケース 2），DUMMY を設けず縦波速度を 235 とした粘性境界を設けた場合（ケース 3）の 3 つのケースについて行った。地震動は中央の 51 質点に対し慣性力として入力した。

図-20 の上のグラフが各ケースにおける中央点に対する時刻歴応答変位を示しており、下のグラフが境界点（3 つのケースともに中央から 25 質点離れたところ）の時刻歴応答変位を示したものである。中央点の応答については 3 のケースともに波形の形や振幅、位相がよく一致している。しかし、境界点の応答変位を見ると、エネルギー伝達境界を設けた場合を基準として、ケース 2 ではよい一致を示しているがケース 3 の場合では振幅や位相において多少異なっていること（特に後半部）が分かる。このことは、3 節と同様に Waveform Chain Code を用いた水平応答変位に対するフーリエ・スペクトル曲線の比較によっても確認出来る。ケース 1 を基準として中央点の勾配平均差と曲率平均差を計算すると、ケース 2 ではそれぞれ 2.322% と 0.325% で、ケース 3 の場合は 3.035% と 0.411% である。境界点ではケース 2 が 2.696% と 0.372% で、ケース 3 の場合が 4.378% と 0.539% である。すなわち、重心群速度を用いた粘性境界は有効であり、また DUMMY を追加した場合がより正確な結果が得られることを表している。

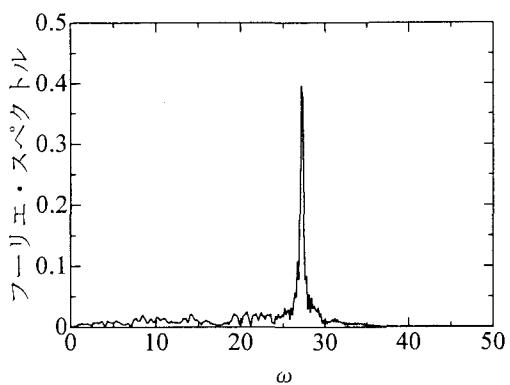


図-18 1 質点モデルの応答に対する  
フーリエ・スペクトル

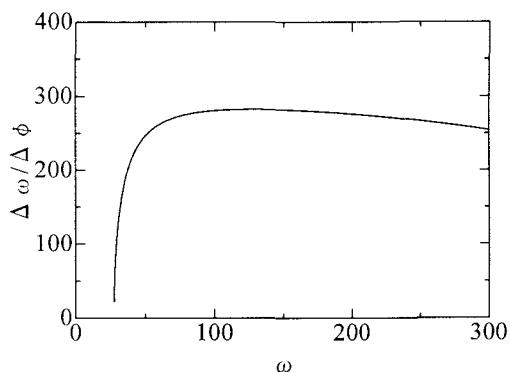


図-19  $\Delta\omega/\Delta\phi - \omega$  関係

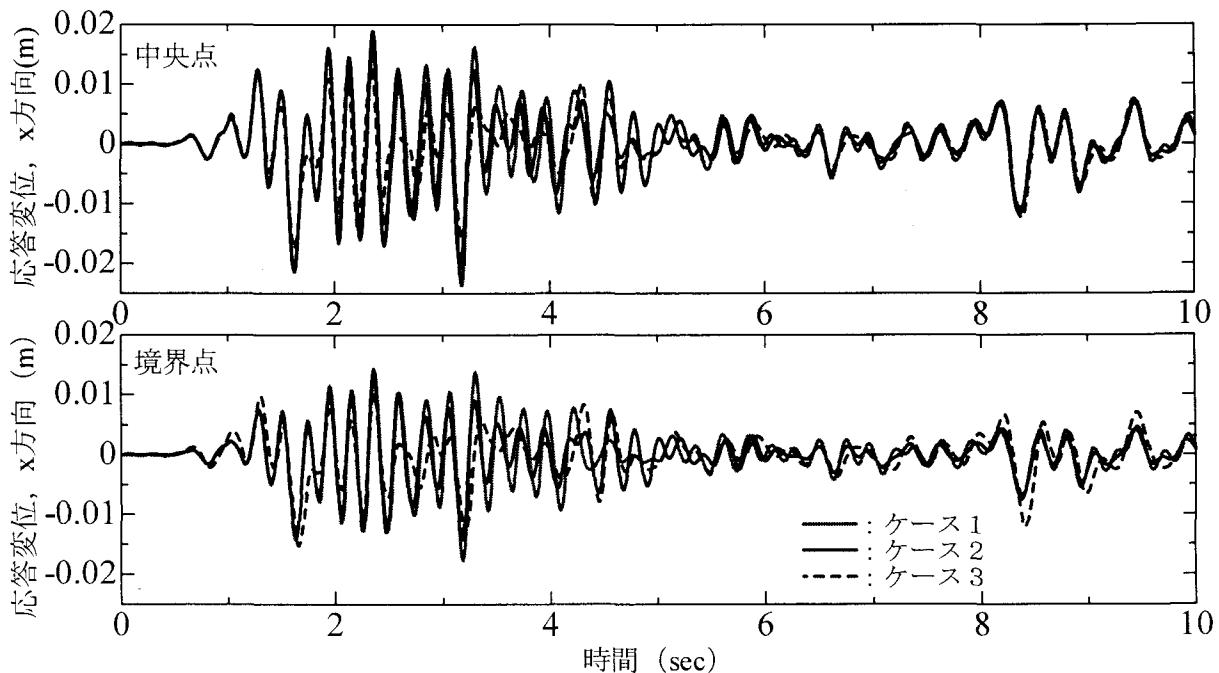


図-20 地震動による応答

## 5. 結論

本研究では非常に長く連なる連続高架橋、すなわち離散系半無限構造物を動的解析する際に、解析領域から発生する逸散エネルギーを吸収する伝達境界を設定するために、粘性境界を用いて様々な検討を行った。その結果から得られた知見を以下のまとめめる。

- 1) 地盤連結バネがあるマス-バネ系モデルに粘性境界を設定する場合に、その縦波速度には、伝播する波の振動数成分の分担率を考慮した群速度を用いるのがよい。
- 2) 重心群速度は、1質点モデルの地震動による応答のスペクトルと $\Delta\omega/\Delta\phi - \omega$ 関係曲線を利用することにより求められる。
- 3) よりよい結果を得るためにには解析領域と粘性領域の間に適切な数のDUMMYの部分をおく必要がある。
- 4) 3自由度はり要素モデルに対するラーメン構造の解析については本研究で提案した簡便な等価粘性境界を用いることにより十分な結果が得られる。

今後の研究課題には、無限遠方からの波動エネルギーの入射を考慮することと、橋軸方向に対する横波の伝播に対する伝達境界の定式化などが挙げられる。

**謝辞**：本研究を行うあたりに、波動の比較分析に対して親切なご助言を頂いた名古屋大学大学院工学研究科澤田義博先生にここに記して感謝の意を表します。

## 参考文献

- 1) 李相勲、田邊忠顯：3自由度はり要素モデルを用いた離散系における伝達境界の定式化、土木学会論文集, No. 745 / I-65, pp.25-38, 2003
- 2) 李相勲、田邊忠顯：無限領域の地動を考慮したマス-バネ系モデルのエネルギー伝達境界、コンクリート工学年次論文報告集, Vol.25, No.2, pp.1453-1458, 2003
- 3) 李相勲、田邊忠顯：連続高架構造物におけるエネルギー伝達境界と逸散減衰評価に関する一検討、第11回日本地震工学シンポジウム論文集, pp.1339-1342, 2002
- 4) 李相勲、田邊忠顯：連続したマス-バネ系モデルを用いた連続高架橋構造物の伝達境界の定式化、コンクリート工学年次論文報告集, Vol.24, No.2, pp.1165-1170, 2002
- 5) 土木学会：動的解析と耐震設計第2巻、動的解析の方法、技報堂出版、4章、1989
- 6) Lysmer, J. and Kuhlemeyer, R.L.: Finite dynamic model for infinite media, *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, Vol.95, pp.859-877, 1969
- 7) 三浦房紀、沖中宏志：仮想仕事の原理に基づく粘性境界を用いた三次元構造物・地盤系の動的解析手法、土木学会論文集, No. 404 / I-11, pp.395-404, 1989
- 8) 西岡陸：構造震動解析、培風館, pp.161-164, 1987
- 9) Wolf, J.P.: Soil-Structure-Interaction Analysis in Time Domain, *Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ*, pp.88-90, 1988
- 10) Bedford, A. and Drumheller, D.S.: Introduction to elastic wave propagation, *John Wiley & Sons Ltd*, pp.143-145, 1994
- 11) Samman, M. J. and Biswas, M.: Vibration testing for nondestructive evaluation of bridges. I: Theory, *Journal of Structural Engineering, ASCE*, Vol.120, pp.269-289, 1994
- 12) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説V耐震設計編、日本道路協会、2002

(2005年4月15日 受付)