

疲労強度を考慮した形状最適設計

Shape optimum design considering fatigue strength

山東篤*・鈴木克幸**・川畑篤敬***・栗原康行****

Atsushi Sando, Katsuyuki Suzuki, Atsunori Kawabata and Yasuyuki Kurihara

* 博士(工学), 科学技術振興機構 CREST 研究員 (〒525-8577 滋賀県草津市野路東 1-1-1)

** Ph.D, 東京大学助教授, 新領域創成科学研究科 (〒113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1)

*** JFE エンジニアリング 鋼構造事業部 (〒230-8611 神奈川県横浜市鶴見区末広町 2-1)

**** JFE 技研 土木・建築研究部 (〒210-0855 神奈川県川崎市川崎区南渡田町 1-1)

The most major procedure for fatigue design is to use the S-N curve as of now. According to the curve, it is expected that steel structures have a long life with the low stress amplitude. In this paper, we propose the formulation of the optimization problem considering the fatigue damage, which is based on minimization of an evaluation stress like a hot spot stress or a 1st principal stress. Then it is necessary to transform the discontinuous objective function written as a min-max problem into a continuous function using the temporary objective function β . Additionally we describe the shape optimization technique effective to control a local shape.

Key Words: Shape optimum design, fatigue, evaluation stress, mesh superposition method

1. 序論

疲労現象に関する研究はコメットの墜落事故¹⁾から今日に至るまで盛んに行われてきたが, その完全な挙動は未解明であり, それゆえ完全な疲労対策法は未だ確立されていない。しかし S-N 線図が示すように疲労損傷に対して応力と載荷回数が関係することは明らかであり, 疲労設計を極めて単純に考えると, 「応力振幅(最大応力)が低いほど疲労寿命が向上する」と解釈することができる。今日における鋼構造物の疲労設計は, 疲労損傷が発生しやすい溶接部に応力が集中しないように設計することを基本方針としており, スカラップやリブ周り等の溶接部近傍の形状決定は設計者の経験に依るところが大きい。

モデルの形状を制御する形状最適化は, CAE の概念の中で実務設計と密接に関わっており, 構造の重量最小化や応力最小化を目的関数とした形状最適設計は, コスト削減や構造の高強度化に貢献している。最適化自体はある目的関数を最小化するという作業である。しかし発想次第では様々な問題へ適用することが可能であり, 目的関数が開発コストや応力のように直接的でなくとも, 間接的に設計の目的に関連付けることができれば, 新しい使用法を確立することが可能であることから, 今なお最適化の新領域への開拓は続いている。

以上のような背景から, 形状最適化手法による疲労設計システムを構築することは, 疲労設計の自動化に大きく寄与すると思われる。しかしその実用化に関して, 目的関数

をどのように設定すれば疲労に強い形状を導くことができるかという目的関数の定式化に関する課題がある。本論文では疲労強度の評価指標である各種評価応力を, 鋼構造物の疲労強度, さらに各構造部位の相対的な疲労強度差と関連付け, 最適化問題として定式化を行うことを主題とする。また, 疲労損傷の発生が予想される構造物の部分領域の最適形状を適切に導くための手法として, 重畳メッシュ法を用いた形状最適化手法を適用する。最適化技術を用いた疲労対策法の確立により, あらゆる条件下での疲労対策を理論的・客観的に行うことができる。

2. 鋼構造物の疲労設計

2.1 S-N 線図

構造物の疲労寿命は S-N 線図を用いて推定されることが多い。S-N 線図は縦軸に応力振幅(S), 横軸に載荷の繰返し回数(N)をとり, 繰返し載荷によりある応力振幅を受ける構造物がどの程度の繰返し載荷に耐えうるかを表す。一般に S-N 線図は繰返し回数 N の増加に伴い破壊に至る応力振幅 S が減少する傾向を示す。以前は無限の載荷回数に対して疲労損傷が発生しない疲労限が存在すると考えられていたが, 近年その定説を否定した報告が数多くなされており, 研究レベルの議論が未だ続いている分野といえる。しかし, 応力振幅が低いほど疲労寿命が向上するという基本的な傾向は揺ぎない事実として認知されている。

2.2 評価応力

溶接構造物における疲労損傷の多くは溶接継手部において生じる。よって溶接構造物に対する疲労設計は、溶接部近傍の応力を低減することが基本方針となる。多くの鋼構造物において、公称の直応力やせん断応力はより理論や簡単な弾性論によって容易に求められる。継手の疲労試験の多くは単純な直応力下あるいはせん断応力下で行われており、それらにより得られたデータは信頼性も高く利用しやすい。そのため、直応力およびせん断応力のそれぞれに対して疲労照査を行うことは、最も簡便な評価方法といえる²⁾。一方、せん断応力と直応力が組み合わさった組合せ応力下において、疲労限度に関する組合せ応力の影響に対して、最大主応力説、最大主ひずみ説、せん断ひずみエネルギー説、最大せん断能力説等の数多くの仮説が提案されている。評価応力として最大直応力、最大せん断応力、最大主応力を用いることは非常に簡潔な考え方であり、疲労強度最大化を既存の応力最小化問題へ容易に変換することができる。しかし溶接構造物では、多くの場合、最大応力は溶接部またはその直下に生じるため、応力集中部の応力を正確に導くためには溶接部周りを微細なメッシュで分割する必要がある。これはモデリングを困難にする、形状最適化を行う際に扱いにくい、最大応力は要素の応力評価方法によってはメッシュに大きく依存するといった欠点がある。

パイプ継手のような複雑な応力場を有する部位に対して、ホットスポット応力のような有効疲労応力が疲労の評価に用いられている。ホットスポット応力の基本的な概念は、複雑な問題において溶接止端部の局所的な領域における応力集中を扱うのを避け、余盛の形状と寸法の影響が及ばなくなる程度に離れた構造的要因のみによる応力集中を考慮して、疲労寿命の評価を行おうとするものである。しかし、実際にはホットスポット応力は多くの因子の影響を受け、その外挿法にも様々なものが提案されており、定義の曖昧さが残っているのが実情である。ホットスポット応力の導出には、経験式、有限要素解析、モデル試験体を用いたひずみ測定などがあるが、本論文では形状最適化を行うことが前提であるため、必然的に有限要素解析を用いることになる。従来のホットスポット応力の定義は鋼管継手を対象としているが、平板構造に対するホットスポット応力の定義の仕方についても、様々な提案がなされている。例えば、溶接止端から距離 a ・ b の応力を溶接止端位置まで線形外挿することで仮想的な応力とすると、溶接止端からの距離 a ・ b の設定方法として、A法～F法の6通りの手法がある²⁾。これらのうち、B法、F法はホットスポット応力の推定法を安全側に見積もることが知られている。2点で外挿するホットスポット応力の他に、溶接部からわずかに離れた1点の応力を代表してホットスポット応力とする提案もあり、一点代表法と呼ばれている。また、溶接止端から板厚方向に1mm内部の応力をホットスポット応力に設定する方法も提案されている³⁾。2点外挿法や1点代表法は、溶接部から板の面内方向へ応力値の安定を求めるものに対し、1mm法は板厚方向へ応力値の

安定を求めた方法であり、応力の導出が容易であると共に、複雑な形状においても代表点が明快という利点がある。

有限要素解析において、解析モデルの応力は要素単位で評価され、一般に要素中心またはGauss点の平均値など、疲労とは直接関連付けられていない構造内のある点から導く。溶接端部は理論的には応力値が無限大となる特異点であり、そのような点を含む任意形状の要素の応力を直接物理現象と関連付けることは難しい。構造全体の中から設計領域を限定したモデリングを行う際には、ソリッド要素で溶接部の形状までモデリングすることで、そのビード形状の影響を考慮した応力を算出することができる。このようなモデリングに対しては図-1(a)のようなピーク応力による評価より、(b)～(d)のようなホットスポット応力による疲労評価の方が適切であると考えられる。ホットスポット応力はピーク応力の近似値ではなく、疲労強度と関連付けられた評価値である。よって、その値と実挙動の関連や、その適用範囲が明確に示されれば、どの算出方法を採用しても構造物の疲労強度を評価することができる。一方、構造全体をシェル要素でモデリングした場合は、溶接部のビード形状が表現できないため、溶接部と見立てた部位の交差部からの距離を用いて評価点まで応力を外挿することに対する有用性は乏しい。よって、シェル要素を用いたモデルでは、近似的に要素の最大応力を評価基準とする他ない。要素単位で導いた応力は直接的に疲労強度と関連付けられていないため、その値から直ちに具体的な疲労強度を算出することはできないが、モデル形状毎の相対的な強度比較には適用できると思われる。

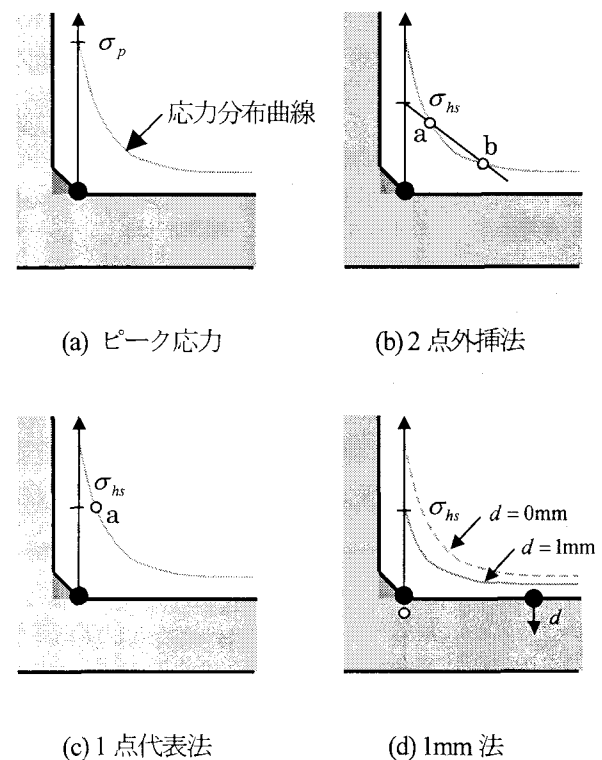


図-1 評価応力

3. 疲労設計の最適化問題への定式化

鋼構造物は何らかの方法で接合され、または変形を加えられて構造物として形成されるため、その疲労強度は、母材部、ガス切断部、溶接部等の部位毎に、そして荷重条件や継手形式などでも大きく異なる。よって、単純に評価応力を最小化するだけでは、疲労に弱い部位が過小評価されることになり不適切な最適化となる。従って、構造の各部位毎に疲労強度の優劣に見合った重みを考慮して評価応力を最小化することが適切であると思われる⁴⁾。この概念を目的関数として定式化すると、次式のようになる。

$$F = \max(c_1\sigma_1, c_2\sigma_2, \dots, c_n\sigma_n) \quad (1)$$

ここで、 c_i は領域*i*における疲労強度に関する重み係数であり、 σ_i は当該領域の評価応力である。この目的関数が疲労強度を正しく評価するためには、各部の疲労強度の重みを適切に設定することが不可欠である。疲労強度の重みに関する要因の整理と影響の定量化は、一般論として次の6つに大別できると考えられる。すなわち①材料に関する要因、②母材部、切断部、溶接部などの加工に関する要因、③溶接条件、止端処理に属する要因、④荷重条件、作用応力に属する要因、⑤FEMなどの構造解析法および応力評価法に属する要因（メッシュサイズ、応力集中、要素特性、応力評価位置など）、⑥その他の要因である。疲労強度に関するこれまでの研究や実験のデータを整理することにより、多くの場合において適切な重みを決定できると思われる。重み係数は各部位、特に溶接部と母材との相対的な疲労強度の優劣を表す値であるが、溶接部が母材より疲労に弱いことは過去の疲労損傷や多くの実験結果から明白である。よって、母材への重み係数を1.0としたとき、溶接部に設定する重み係数は1.0以上となる。その具体的な数値であるが、溶接部を有するウェブギャップ板等の実験結果⁴⁾から、2.0未満であると推定しているが、適切な値に関しては今後研究を進めていく必要がある。

(1)式の目的関数は最大値を最小化する、いわゆるmin-max問題であるが、このような関数は最大値が入れ替わる点において不連続となる。このような目的関数の最小化は最大値の候補が入れ替わる点で不連続となり収束することが多く、数値計画法による最適化には不向きであるといわれている。そこで、Taylorらにより提案された β 法⁵⁾を用いてmin-max問題を連続な関数に変換する。 β 法により、疲労強度の最大化を目的関数とした形状最適化は以下のように定式化される。

$$\text{minimize} \quad \beta \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \text{subject to} \quad & |c_1\sigma_1(\alpha)| \leq \beta \\ & |c_2\sigma_2(\alpha)| \leq \beta \\ & \vdots \\ & |c_m\sigma_m(\alpha)| \leq \beta \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 α は設計変数、 σ は疲労寿命を推定するための評価応力である。 c は構造部位ごとに設定される重み係数である。目的関数は評価応力の制約値であるパラメータ β の最小化である。各最適化ステップにおいて最大値となる評価応力を β と設定し、残りの評価応力値が β を超えないように制約することで、目的関数の不連続性を解消することができる。最終的に(2)、(3)式が疲労強度の最大化を目的関数とした最適化問題を表す目的関数および制約条件である。

応力集中を低減するほど疲労強度は向上するため、単純に疲労に強い形状を導くためには上記の定式化で十分である。疲労強度の絶対評価を行うためにはホットスポット応力とS-N線図を用いる必要があるが、最適化自体は上記のように各部応力の相対評価で可能である。実際の荷重は変動荷重であるため、所定の寿命（例えば20年、 10^8 回の変動繰り返し荷重）に対しては各部の疲労累積被害度の重みに基づいて最適化を行う必要がある。例えば船舶の場合では、寿命の達したとき疲労累積被害度が1になることを基準として、部材の重要度、継ぎ手形式や端部処理などに応じて最大応力振幅の許容値 $\sigma_i^{allowable}$ が設定されていることが多い。この場合は各構造部位の応力 $\sigma_1, \sigma_2, \dots$ の代わりに $\sigma_1/\sigma_1^{allowable}, \sigma_2/\sigma_2^{allowable}, \dots$ を用いて最適化を行えばよい⁶⁾。

4. 重合メッシュ法を用いた形状最適化

4.1 重合メッシュ法の基礎理論

図-2は全体領域 Ω と、その部分領域として定義される領域 Ω^{AB} を表したものである。全体領域 Ω の境界を Γ 、部分領域 Ω^A と Ω^{AB} の境界を Γ^{AB} とする。 Γ は幾何学的境界条件の課される境界 Γ' と力学的境界条件の課される境界 Γ'' の和集合となっている。

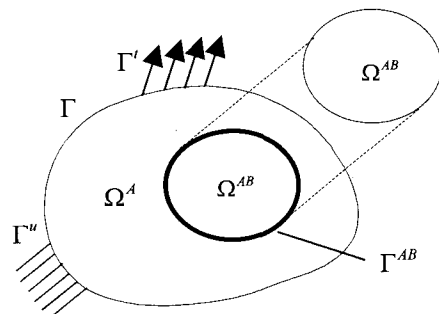


図-2 重合メッシュ法における領域設定

グローバルモデルの領域を Ω^G 、ローカルモデルの領域を Ω^L と書くと、これらは部分領域を用いて以下のように表すことができる。

$$\Omega^G = \Omega^A \oplus \Omega^{AB} \quad (\Omega^G = \Omega) \quad (4)$$

$$\Omega^L = \Omega^{AB} \quad (5)$$

本論文では、各ベクトル、マトリックスの右上添え字の G, L はそれぞれ領域 Ω^G を表すグローバルモデル、領域 Ω^L を表すローカルモデルに関する量であることを意味するものとする。領域 Ω^G 内、領域 Ω^L 内ではそれぞれ独立に変位場 u_i^G, u_i^L が定義されており、領域 Ω^L 内では、実際の変位は両モデルの変位の和で定義される。すなわち、

$$u_i = u_i^G + u_i^L \quad \text{in } \Omega^L \quad (6)$$

また、境界 Γ^{AB} 上で変位の連続性を保証するために次式のような条件が必要となる。

$$u_i^L = 0 \quad \text{on } \Gamma^{AB} \quad (7)$$

領域 Ω^L 内のひずみは(6)式を偏微分することで得られる。

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j}^G + u_{j,i}^G) + \frac{1}{2}(u_{i,j}^L + u_{j,i}^L) = \varepsilon_{ij}^G + \varepsilon_{ij}^L \quad \text{in } \Omega^L \quad (8)$$

領域 Ω^G, Ω^L を有限要素分割したメッシュをそれぞれグローバルメッシュ、ローカルメッシュと呼称し、それぞれの領域の要素内での離散化された変位場・ひずみ場をそれぞれ以下のように表す。

ここで $\bar{u}_i^G, \bar{u}_i^L$ は離散化された変位を示す節点変位ベクトル N^G, N^L はそれぞれグローバルメッシュ、ローカルメッシュの要素変位を補完する形状関数マトリックスであり、同様に B^G, B^L は要素内のひずみと変位を関係づけるひずみ-変位関係マトリックスである。

(6)式~(8)式を仮想仕事の原理に代入し、離散化された平衡方程式を導くと(9)式のようになる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}^G & \mathbf{K}^{GL} \\ \mathbf{K}^{LG} & \mathbf{K}^L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{u}}^G \\ \bar{\mathbf{u}}^L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}^G \\ \mathbf{f}^L \end{Bmatrix} \quad (9)$$

ここで

$$\begin{aligned} \mathbf{K}^G &= \int_{\Omega^G} B_{ij}^G D_{ijkl} B_{kl}^G d\Omega \\ \mathbf{K}^L &= \int_{\Omega^L} B_{ij}^L D_{ijkl} B_{kl}^L d\Omega \\ \mathbf{K}^{LG} &= \int_{\Omega^L} B_{ij}^L D_{ijkl} B_{kl}^G d\Omega \\ \mathbf{K}^{GL} &= \int_{\Omega^L} B_{ij}^G D_{ijkl} B_{kl}^L d\Omega = \mathbf{K}^{LG^T} \\ \mathbf{f}^G &= \int_{\Omega^G} N_{ij}^G b_j d\Omega + \int_{\Gamma} N_{ij}^G t_j d\Gamma \\ \mathbf{f}^L &= \int_{\Omega^L} N_{ij}^L b_j d\Omega + \int_{\Gamma} N_{ij}^L t_j d\Gamma \end{aligned} \quad (10)$$

$\mathbf{K}^G, \mathbf{K}^L$ は対応するメッシュの剛性マトリックス、 $\mathbf{K}^{GL}$ は両メッシュの連成を表す項である。連成項 $\mathbf{K}^{GL}$ は解析精度に大きく関係している項であるが、その数値積分を厳密に行うことが困難であるため、感度計算を行う際には十分な解析精度を有する数値積分を行う必要がある。

4.2 ローカルモデルによる形状評価

前節で示した基礎理論は様々な領域設定下において同様に定式化されている⁷⁾。例えば図3のようなローカルモデルの内部に穴を有する領域設定について考える。

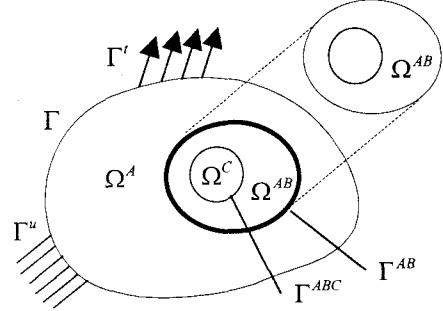


図3 ローカルモデルに穴を有する領域設定

部分領域 Ω^C は Ω^{AB} でのみ表現された空隙であり、グローバルモデルの領域内に空隙は存在しない。

$$\Omega^G = \Omega^A \oplus \Omega^{AB} \oplus \Omega^C \quad (11)$$

$$\Omega^L = \Omega^{AB} \quad (12)$$

このような領域設定において、境界 Γ^{AB} の変位を拘束し、境界 Γ^{ABC} を拘束しない境界条件を設定する。

$$u_i^L = 0 \quad \text{on } \Gamma^{AB} \quad (13)$$

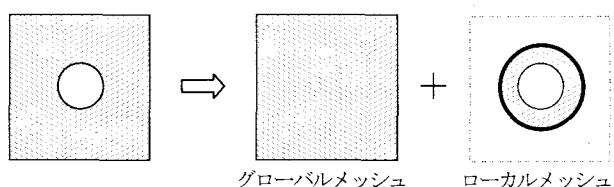
$$u_i^L \neq 0 \quad \text{on } \Gamma^{ABC} \quad (14)$$

上記の境界条件を設定したとき、領域 Ω^C および境界 Γ^{ABC} に関する方程式は以下のようになる。

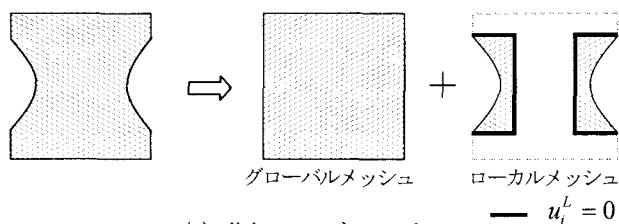
$$D_{ijkl} \varepsilon_{kl}^{GC} n_j^{AB} = 0 \quad \text{on } \Gamma^{ABC} \quad (15)$$

$$D_{ijkl} \varepsilon_{kl}^{GC} = 0 \quad \text{in } \Omega^C \quad (16)$$

(15)式、(16)式は領域 Ω^C および境界 Γ^{ABC} は応力が生じないことを表しており、それは領域 Ω^C が空隙であることと等価である。このような特徴を利用して図4(a)のような穴あき板をモデリングする場合には、穴を無視してモデリングしたグローバルメッシュに、穴をモデリングしたローカルメッシュを重ねればよい。このとき、ローカルメッシュの外縁を拘束し、穴の境界となる内縁を自由境界とすれば(13)式、(14)式の境界条件を満足したモデリングとなり、ローカルメッシュの内周に囲まれたグローバルメッシュの領域は理論上空隙と同義となる。このようなモデリングは図4(b)のような一部に自由表面を含む問題に対しても同様に適用可能である。ローカルメッシュにより評価された局所形状を変化・修正するには、グローバルメッシュとは無関係にローカルメッシュのみを変更すればよい。



(a) 穴あき板のモデリング



(b) 曲部のモデリング

図4 ローカルメッシュによる空隙の付加

4.3 重合メッシュ法を用いた形状最適化

本節では前述の重合メッシュ法による形状評価を応用した形状最適化手法について解説する⁸⁾。本手法は現在最も主流な形状最適化手法であるベシスベクトル法に重合メッシュ法概念を導入し、メッシュのゆがみに起因する適用範囲の制限を大幅に緩和できる手法である。特に、モデルの極めて局所的な領域のみを設計対象とする応力最小化問題において非常に有用である。ベシスベクトル法では設計領域の形状と設計変数は最適形状を誘導する際の基底となるベシスベクトルを用いて関連付けを行う。設計領域におけるメッシュの節点座標ベクトル M を、初期メッシュの節点座標ベクトル M_0 とベシスベクトル M_i 、そしてパラメータ α_i ($i=1 \sim n$) を用いて次式のように表す。

$$M = M_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i (M_i - M_0) \quad (17)$$

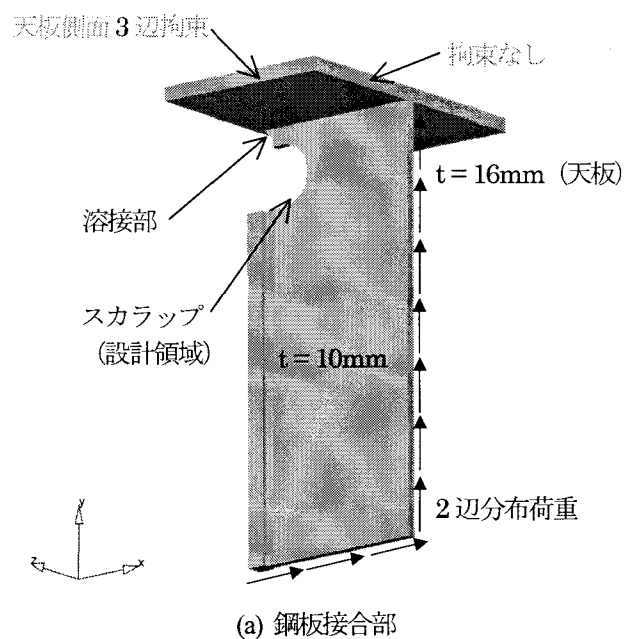
α_i は定義したベシスベクトルのメッシュ更新に対する倍率であり、最適化問題における設計変数となる。本手法による設計領域の形状評価を(17)式と同様に定式化を行うと次式のようになる。

$$\begin{aligned} M_G &= M_{G0} \\ M_L &= M_{L0} + \sum_{i=1}^n \alpha_i (M_{Li} - M_{L0}) \end{aligned} \quad (18)$$

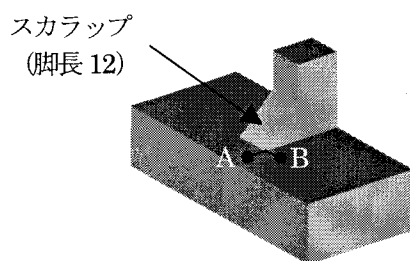
ここで、下添字 G はグローバルメッシュ、 L はローカルメッシュを表す。本手法はモデルの局所形状をローカルメッシュによって評価するため、従来法ではメッシュが形状変更に追従できない問題に対して非常に有効である。さらに、最適化領域が全体形状と比較して極めて局所的な場合にローカルメッシュによってズームインを兼ねることができる。

5. 例題

図5に示す鋼板接合部において、疲労強度の最大化を目的関数としたスカラップの形状を導く。本モデルは側面を3辺拘束された板厚16の天板に、分布荷重が作用する縦板がT型に接合されており、縦板上部にスカラップがある。スカラップ端部の溶接部のホットスポット応力とスカラップの疲労強度を適切に配分するようにスカラップ形状を最適化することで疲労強度の向上を図る。



(a) 鋼板接合部



(b) 溶接部拡大図と応力評価点 (天地逆)

図5 鋼板接合部モデル

評価応力は溶接部周りのホットスポット応力およびスカラップ周りの最大主応力とする。ホットスポット応力はモデル内のある点の応力、またはある点からの外挿により導かれるが、変位・ひずみマトリックスの要素座標系から Gauss 点以外の地点の応力を導くと、実際とは大きく異なる値が導かれることが知られている⁹⁾。そこで、要素中で最も精度の高い Gauss 点から、要素の任意の点まで線形外挿した応力値をホットスポット応力の算出に用いる。同様に、最大主応力は要素単位でスカラップの表面まで外挿した値を用いる。本例題では、ホットスポット応力の算出法として1点代表法 (評価点 : 0.3t) を用いる。

最適化問題の制約条件である(3)式を, 本例題では以下のように設定する.

$$\text{Subject to } |1.0\sigma_{scarapp}^{1st Pr}| \leq \beta$$

$$|1.5\sigma_{welding}^{hs}| \leq \beta$$

$\sigma_{scarapp}^{1st Pr}$ はスカラップ周りの要素からスカラップ境界まで外挿した最大主応力, $\sigma_{welding}^{hs}$ は 1 点代表法により算出されたホットスポット応力である. 重み係数 c は溶接部のホットスポット応力に対して 1.5, スカラップ周りの主応力に対して 1.0 とする. これは前述の知見から決定した値であり, 溶接部は母材より相対的に 5 割ほど疲労強度が低いという設定に相当する.

図-5 のモデルを以下のメッシュによって表す. 最適化の対象となるスカラップ形状はローカルメッシュによりグローバルメッシュの領域を切断して評価する.

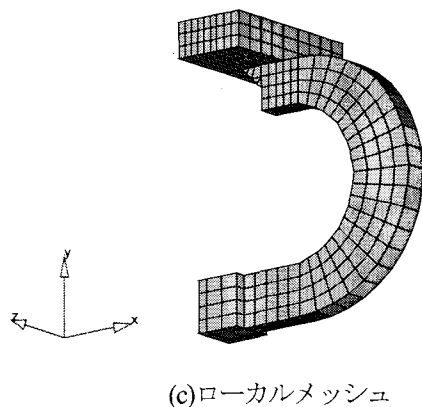
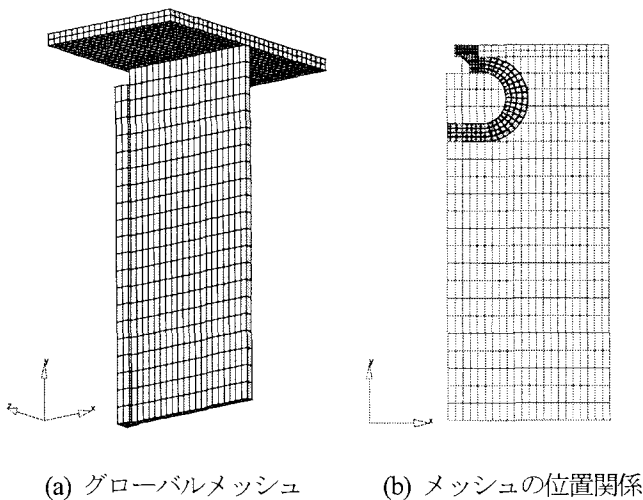


図-6 重合メッシュモデルによる設計領域のモデリング

設計変数の数は 3 とし, それに対応する 3 種類のベシスベクトルを以下に示す. これらの図のうち, 左図は設計変数の下限値, 右図は上限値のときに対応したローカルメッシュの変形状を表す.

ベシスベクトル 1 は, 図-7 に示すようなスカラップを Y 方向へ伸縮する基底成分である.

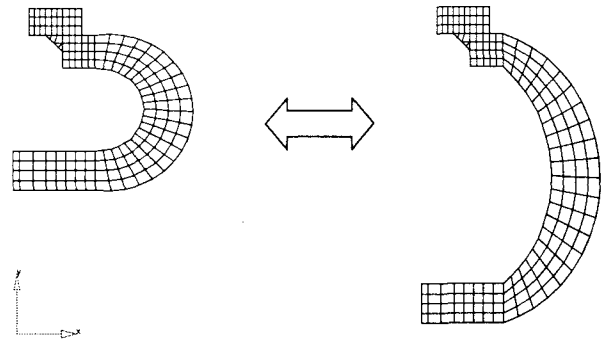


図-7 ベシスベクトル 1 : Y 方向への伸縮

ベシスベクトル 2 は, 図-8 のようにスカラップを X 方向へ伸縮する基底成分である.

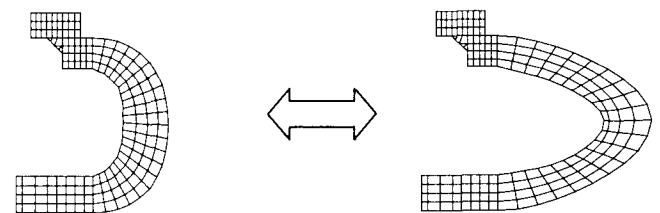


図-8 ベシスベクトル 2 : X 方向への伸縮

ベシスベクトル 3 は図-9 のように半円形のスカラップを心房形に変形させる基底成分である.

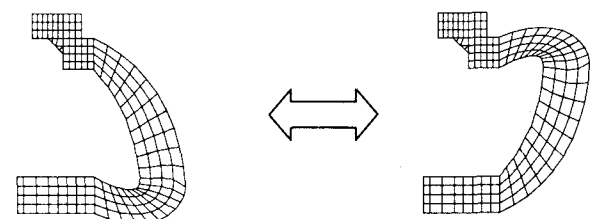


図-9 ベシスベクトル 3 : 心房形への変形

本例題の定式化においてスカラップの面積に関する制約は設定していないため, これらのベシスベクトルが許容する限り, スカラップの収縮・拡張は自由としている.

ここで提示したベシスベクトルは, いずれも有限要素法によるメッシングでは周辺のメッシュに甚大なゆがみを発生させるため, 従来の形状最適化手法ではこれらと同一の基底変形を表すベシスベクトルを構築することが極めて困難である. しかし, 重合メッシュ法を用いることで, 特にベシスベクトル 1 や 2 のような基底変形を, 甚大なゆがみを発生させることなく設定することができる.

加えて、この例題のスカラップはモデルの全体形状から見て非常に局所的であり、さらに評価応力を精度よく算出するためには、その周辺を十分に微細なメッシュによりモデリングする必要がある。このような問題に対して、重合メッシュ法を用いた形状最適化手法は、設計領域のズームとモデリングを同時に実現できるため、非常に有用である。

図-6(c)のスカラップ形状を初期形状として、溶接部周りのホットスポット応力と、重みを考慮した評価値を計算した。A点のホットスポット応力は8.02MPaであるが、重み1.5を考慮した評価値は12.03となる。B点ではホットスポット応力値が9.10MPa、重みを乗じた評価値が13.65となり、B点の評価値がA点のそれを上回っている。一方、母材部の評価値であるスカラップ表面の最大主応力の最大値は16.45MPaであり、第一に最小化の対象となるのはスカラップ表面の最大主応力となる。しかし、スカラップ表面の応力を低減するために溶接部の応力を増加させると、最大値は直ちに入れ替わるため、最終的には両者を共にバランスよく低減するような形状が導かれる。なお、本論文で提示した定式化はmin-max問題に起因する不連続化を回避しているため、最大応力の候補が入れ替わる点で直ちに解が停留することはない。

本例題の収束計算には逐次線形計画法 (SLP) を用いた。設計変数の上下限値は全て $0.0 \leq \alpha_i \leq 1.0$ にスケールし、それを基準としてムーブリミットを0.05と設定した。また、感度計算は最適化ツールDOTの前進差分機能を用い、その微小増分を0.01と設定した。

図-10に最適化により得られたローカルメッシュを示す。スカラップの大きさを制御するベシスベクトル1,2によって、スカラップはY方向に縮まり、X方向へ伸長している。また、ベシスベクトル3の効果で、半円形の形状は溶接部寄りに凸形状となっている。

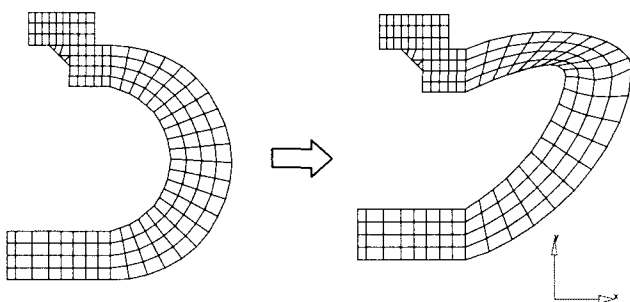


図-10 スカラップの最適形状

最適化後のモデルにおける溶接部周りのホットスポット応力は、評価点A、Bいずれの応力値も初期形状より大幅に減少し、スカラップの形状が溶接部の応力に大きく影響を与えていることが分かる。重みを考慮したB点の評価値は10.32であり、最適化によって約25%低減された。

スカラップ周りの要素から外挿した最大主応力を図-11に示す。初期メッシュにおいて、スカラップ表面に生じた最大主応力が16.45MPaであるのに対して、最適解では10.32MPaまで低減されていることが分かる。最適解では、評価点Bにおける重みを考慮したホットスポット応力と、スカラップ表面の最大主応力が同値となっており、最適解として非常に良好といえる。

具体的な構造物の寿命予測は、導かれた評価応力から算定する必要があるが、S-N線図が常に右下がりであることから、最適形状は初期形状よりも確実に長寿命となる。

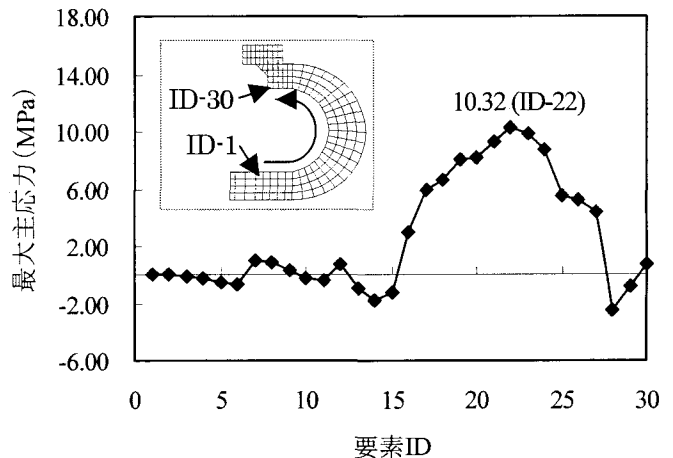


図-11 最適解におけるスカラップ周りの主応力 (MPa)

目的関数 β の収束過程を図-12に示す。目的関数は初期形状から約37%低減された。以上のように、形状最適化によって疲労強度の評価応力を大幅に低減し、長寿命な構造を導くことが確認できた。

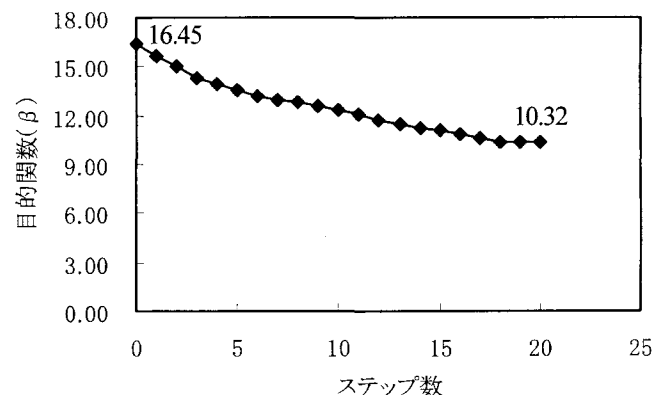


図-12 目的関数の収束過程

本例題で導かれた溶接部方向に凸なスカラップ形状は、疲労損傷に有効であると実務設計において経験的に言われており、ここで導かれた最適解はその経験則の妥当性を証明するものである。

6. まとめ

本論文では、鋼構造物の疲労設計を応力最小化をベースとした最適化問題として定式化を行った。また、重合メッシュ法を用いた形状最適化手法により、スカラップを有する構造物の疲労設計例を示した。疲労寿命は構造部位の評価応力により算定することが一般的であるため、その評価応力を目的関数として設定することにより、疲労現象の最適化問題への適用を図った。さらに、構造物には溶接部のように疲労に弱い部位が存在することを考慮して、各部位の相対的な強度を重み係数として評価し、各部位に発生する評価応力に重みを考慮した最大応力の最小化問題として定式化を行った。ここで、最大応力の最小化は数値計画法では扱いにくい多峰性のある問題であるため、それを連続関数に変換し、より実用的な目的関数として再構築を行った。

応力最小化問題はモデルの局所的な形状を設計領域とすることが多く、そのような問題は従来用いられている形状最適化手法ではメッシュのゆがみにより適切な最適解を導くことは一般に困難である。よって、本論文では重合メッシュ法を用いた形状最適化手法を用いて、局部形状を扱う問題に対処した。例題では溶接部周りのホットスポット応力とスカラップ周りの主応力を基に、スカラップの形状最適化を行った。形状最適化手法は最小限のメッシュのゆがみで適切に最適形状を評価し、その最適解は評価応力を大幅に低下させ、経験的に疲労に強いと指摘されているスカラップ形状に類似した形状となった。

溶接部に対する重み係数は体系化されていないため、現段階では推定値として与える他はない。しかし多くの実験、計算、実構造物の計測結果から、あらゆる状況下に対して信頼できる値を将来的に提示できると確信しており、それを今後の展望として付記する。

参考文献

- 1) 遠藤浩：飛行機はなぜ落ちるか，講談社ブルーバックス，1994.
- 2) 鋼構造物の疲労設計指針・同解説，日本鋼構造協会編，技報堂出版，1993
- 3) Zhi-Gang XIAO, Kentaro YAMADA, Fatigue evaluation of steel post structures, *Journal of Structural Mechanics and Earthquake Engineering*, 2002,10
- 4) 伊藤久，中村哲也，溶接継手を含む局部構造の疲労強度の最適化，土木学会年次学術講演会，2001
- 5) Taylor, J.E and Bendsøe, M.P.: An Interpretation for Min-max Structural Design Problems Including a Method for Relaxing Constraints, *International Journal of Solids and Structures*, 20-4, pp.301-314, 1984.
- 6) JFE エンジニアリング研究所：溶接継手を含む局部構造の疲労強度の最適化（予備的検討），船体構造委員会構造強度専門委員会資料，1999.4.16.
- 7) 中住昭吾，鈴木克幸，藤井大地，大坪英臣，重合メッシュ法による穴あき板の解析に関する一考察，日本計算工学会論文集 Vol.6，2001
- 8) 山東篤，鈴木克幸，大坪英臣，重合メッシュ法を用いた形状最適化手法の構築，応用力学論文集，Vol.7, pp.373-382, 2004.
- 9) O.C. Zienkiewicz and R.L. Taylor：マトリックス有限要素法 I [改訂新版]，科学技術出版社，1996.

(2005年4月15日 受付)