

領域積分方程式を用いた媒質の揺らぎと散乱波の far field pattern についての検討

Analyses of far field patterns of scattered waves due to fluctuations of an acoustic wave field by means of the volume integral equation.

飯島貴男*・東平光生**
Takao IJIMA, Terumi TOUHEI

*非会員 東京理科大学大学院 理工学研究科 土木工学専攻 修士課程 (〒 278-8510 千葉県野田市山崎 2641)

**正会員 工博 東京理科大学教授 理工学部 土木工学科 (〒 278-8510 千葉県野田市山崎 2641)

Effects of fluctuations of an acoustic wave field on far field patterns were analyzed in this paper. The multiscale decomposition of the volume integral equation was employed for the analyses. The additive decomposition of the far field patterns was carried out according to the scale decomposition for the fluctuation of the medium as well as solution of the integral equation. Numerical results were presented to clarify the relationship between the size of the localized low velocity area and the wavelength.

Key Words : far field patterns, scale decomposition, volume integral equation, scattered waves, acoustic wave field, fluctuation of medium

1. はじめに

波動の散乱の解析は、地震工学や材料の非破壊検査、資源探査などに関わる裾野の広い問題である。そして、これまでも多数の波動散乱に関わる研究論文が出されてきた(たとえば¹⁾)。しかしながら、媒質の構造が複雑な場合、たとえば、比較的ゆるやかなスケールの媒質変動に細かな揺らぎが重なり合うような場合、それぞれのスケールの変動がどのように散乱波に寄与するかについては、今後の研究に待つことも多いと思われる。

ところで、先に第二著者は領域積分方程式を用いて、媒質の揺らぎのスケールに関連付けて積分方程式の解を分解する方法を提示した²⁾。ここでの領域積分方程式は、弾性流体波動場や量子論などで用いられてきた Lippmann-Schwinger 方程式³⁾に基づいている。領域積分方程式は、この Lippmann-Schwinger 方程式に基づく方法だけでなく、Kitahara, Niwa および Hirose などによる静的弾性体の Green 関数に基づく方法もある⁴⁾⁵⁾。静的 Green 関数に基づく方法は行列の作成の容易さに利点がある一方、Lippmann-Schwinger 方程式では媒質の揺らぎと遠方へ伝播する散乱波を直接関係づける利点を有する。

しかしながら、Lippmann-Schwinger 方程式を直接 3 次元で離散化する場合には、媒質の揺らぎ領域の広がりが大きくなるにつれ、非常に大きな連立方程式を解く必要に迫られる。したがって、たとえば比較的大きなスケールの媒質の揺らぎに細かな媒質の揺らぎが重なっている状況などでは、媒質の揺らぎのスケールにあわせて方程式を分解する方法が確立できれば、方程式の自由度の縮減に効果があるであろう。

こうした背景の下、ここで扱う積分方程式のスケ-

ール分解の方法は、Lippmann-Schwinger 方程式の利点に着目し、Haar のスケーリング関数とウェーブレット⁶⁾で媒質の揺らぎをそのスケールに応じた関数で被覆する。そして、積分方程式の解を、そこで用いたスケーリング関数とウェーブレットで加法的に分解する。こうした解のスケールに応じた加法的な分解方法については Hughes⁷⁾の基本的なアイディアに倣っている。

しかし、前論文で示した数値計算では、媒質の揺らぎと散乱波の far field pattern についての関連性が十分論じられたわけではない。特に、積分方程式を揺らぎのスケールに応じて分解し、それぞれについて解く場合、それぞれのスケールの解の相互の関係を明らかにすることは、解析手法の妥当性の検証、波動伝播特性の検討の両面から必要なことである。そこで、本論文では、媒質の揺らぎと散乱波の far field pattern との関連を明確にすることを目的とする。特に、局所的な媒質の変動がどのような影響を散乱波に与えるかについて検討する。ここでは、媒質の揺らぎと積分方程式の解のスケール分解を通して、far field pattern のスケール分解を行う。そして、解析モデルとして比較的ゆるやかな速度構造の変動をもつ媒質に、局所的な低速度領域を設定する。数値計算は局所的な低速度領域のサイズと波長との関連に着目し、パラメータスタディを行う。そして、far field pattern がどのスケールの解に影響を受けているのかを検討する。

2. 領域積分方程式の定式化と far field pattern の検討手法について

2.1 弾性流体波動場に対する領域積分方程式

図-1 に示すように異なるスケールの揺らぎを持つ媒質に平面波が入射する問題を考える。波動場は弾性流

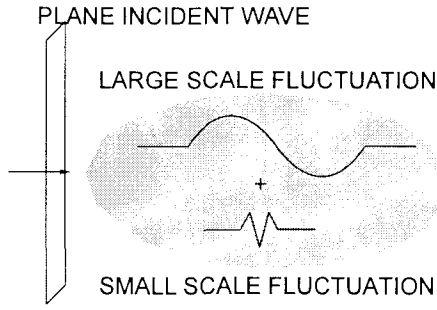


図-1 異なるスケールの揺らぎを持つ媒質を伝播する平面波

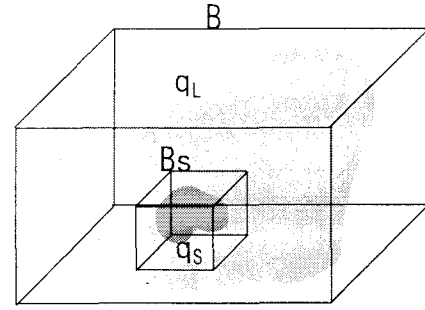


図-2 q_S, q_L のサポートと集合 B, B_S の包含関係

体とする．すなわち，変位場は非回転的で微小振幅の振動を行う．波動場には変位ポテンシャルが存在し，次式を満足する．

$$(\nabla^2 + k^2)u(x) = 0, \quad (x \in R^3) \quad (1)$$

ここに， ∇^2 はラプラシアン， k は媒質の波数， u は変位ポテンシャルである，波動場の時間因子は $e^{i\omega t}$ で与える．ただし， ω は角振動数， t は時間である．変位ポテンシャル u は流体圧力 p と次の関係で結ばれる．

$$p(x) = \rho\omega^2 u(x) \quad (2)$$

ここに， ρ は媒質の密度である．波数 k は，音速の変動による空間の関数であり，次のように記述される．

$$k = \omega/\alpha(x), \quad (x \in R^3) \quad (3)$$

ここに， $\alpha(x)$ は音速である．

今，音速は，速度一定の部分 α_0 と局所的な変動部分 α_1 に分けられるものとする．

$$\alpha(x) = \alpha_0 + \alpha_1(x) \quad (4)$$

この局所的な速度変動はある有界な集合 B の外側では必ずゼロになると仮定する．すなわち，

$$\alpha_1(x) = 0, \quad (\forall x \notin B, x \in R^3) \quad (5)$$

媒質の波動伝播速度を速度一定の部分と局所的な変動部分に分解したことに合わせ，波数 k も次のように分解する．

$$k^2 = k_0^2 - q(x), \quad (x \in B) \quad (6)$$

ここに， $k_0 = \omega/\alpha_0$ で媒質の速度一定の場所での波数である．また， $q(x)$ は次式で示される波数の変動を表わす関数である．

$$q(x) = k_0^2 \frac{2\alpha_1(x)\alpha(x) - \alpha_1(x)^2}{\alpha(x)^2} \quad (7)$$

式 (5) の性質を引き継いで， $q(x)$ にも次の性質があることが分かる．

$$q(x) = 0, \quad (x \notin B) \quad (8)$$

式 (6) の波数の分解によって，式 (1) の Helmholtz 方程式は次のように変形される．

$$(\nabla^2 + k_0^2)u(x) = q(x)u(x) \quad (9)$$

式 (9) の右辺を非同次項とみなし，解を領域積分方程式で表現すると次式となる．

$$u(x) = f(x) - \int_B g(x, y)q(y)u(y)dy, \quad (x, y \in R^3) \quad (10)$$

ここに， $g(x, y)$ は次式で定義される Green 関数である．

$$(\nabla^2 + k_0^2)g(x, y) = -\delta(x - y), \quad (x, y \in R^3) \quad (11)$$

ただし， $\delta(\cdot)$ は Dirac のデルタ関数である．時間因子 $e^{i\omega t}$ で外向波となる Green 関数は，次式で与えられる⁹⁾．

$$g(x, y) = \frac{\exp(-ik_0|x - y|)}{4\pi|x - y|} \quad (12)$$

また，式 (10) の $f(x)$ は次式を満足する．

$$(\nabla^2 + k_0^2)f(x) = 0 \quad (13)$$

2.2 領域積分方程式のスケール分解と far field pattern の分解について

波動伝播速度の局所的な変動がさらに二つのスケールの変動，すなわち比較的ゆるやかな変動とさらに細かな揺らぎの変動から構成される場合を考える．数学的には，媒質の揺らぎは次式で示される状況である．

$$q(y) = q_L(y) + q_S(y), \quad \text{supp } q_S \subset B_S \subset \text{supp } q_L \subset B \quad (14)$$

ここに， supp は関数のサポートを表わす．ここでの q_L と q_S のサポートの包含関係の模式図を図-2 に示す．式 (14) は微小なゆらぎ領域のサポートが大きな揺らぎ領域に含まれる場合を考えている．数値計算は微小な揺らぎ領域をウェーブレットで被覆するように考えることを意味する．もちろん，この被覆のとり方には任意性がある．具体的なとり方については，数値計算例で言及する．積分方程式のスケール分解では，式 (14) のサポートの包含関係に着目し，解が次のように加法的に分解されることを仮定している²⁾．

$$u(x) = u_L(x) + u_S(x), \quad B_S \subset \text{supp } u_S \subset B \quad (15)$$

ここに， u_L は積分方程式の large scale solution， u_S は small scale solution と呼ぶ．特に u_S のサポートは細かな揺らぎの領域を被覆するようにとり， u_L のサポー

トはゆるやかな揺らぎ領域を被覆するようにとる。そして u_S はウェーブレットで、 u_L はスケーリング関数で近似する。詳細な式展開は前論文²⁾にゆずり、ここでは、Haar のスケーリング関数で定義される射影演算子を P 、ウェーブレットで定義される射影演算子を Q とし、それぞれのスケールの解を次のように表現する。

$$\begin{aligned} u_L(x) &= (Pu)(x) \\ u_S(x) &= (Qu)(x) \end{aligned} \quad (16)$$

式 (16) のように解を表現する場合、用いた射影演算子の解像度より高い解像度の成分は切り捨てられ、離散化に際して誤差を生じることになる。

u_L と u_S を求めるプロセスを見通しの良いものにするために積分方程式を演算子的に次のように表現する。

$$u = f - Au \quad (17)$$

ここに、 A は積分演算子で

$$(Au)(x) = \int_B g(x, y) q(y) u(y) dy \quad (18)$$

で定義される。この積分方程式は前述の演算子 P と Q により次の二つに分解される。

$$u_S + QAu_S = Qf - QAu_L \quad (19)$$

$$u_L + PAu_L = Pf - PAu_S \quad (20)$$

この二つの方程式を連立させることで u_L と u_S を求めることができる。

次に、以上の手続きで求められた large scale および small scale solution がどのように遠方へ伝播するかを考える。そのために、領域 B 内で求められた u_L と u_S によって領域 B の外側へ伝播する全波動場 u_T が次のように表わされることを確認する。

$$\begin{aligned} u_T(x) &= f(x) - \int_B g(x, y) q(y) (u_L(y) + u_S(y)) dy \\ (x \in R^3 \setminus B, y \in B) \end{aligned} \quad (21)$$

これと同様に B 内で求められた u_L と u_S がどのように外側へ伝播するかを表わす関数として

$$\begin{aligned} \bar{u}_L(x) &= - \int_B g(x, y) q(y) u_L(y) dy \\ \bar{u}_S(x) &= - \int_B g(x, y) q(y) u_S(y) dy, \\ (x \in R^3 \setminus B, y \in B) \end{aligned} \quad (22)$$

を定義する。さらに、媒質の揺らぎ $q(x)$ の分解 $q(x) = q_L(x) + q_S(x)$ に従い、 $\bar{u}_L(x)$ および $\bar{u}_S(x)$ を次のように分解する。

$$\begin{aligned} \bar{u}_L(x) &= \bar{u}_{LL}(x) + \bar{u}_{SL}(x) \\ \bar{u}_S(x) &= \bar{u}_{LS}(x) + \bar{u}_{SS}(x) \end{aligned} \quad (23)$$

ここに、

$$\bar{u}_{LL}(x) = - \int_B g(x, y) q_L(y) u_L(y) dy$$

$$\begin{aligned} \bar{u}_{SL}(x) &= - \int_B g(x, y) q_S(y) u_L(y) dy \\ \bar{u}_{LS}(x) &= - \int_B g(x, y) q_L(y) u_S(y) dy \\ \bar{u}_{SS}(x) &= - \int_B g(x, y) q_S(y) u_S(y) dy \end{aligned} \quad (24)$$

である。物理的には、 $\bar{u}_{LL}$ は large scale solution が大きな揺らぎのフィルターを通して、 B の外部へ伝播する解であるという解釈を与えることが可能である。同様に $\bar{u}_{SS}$ は small scale solution が小さな揺らぎのフィルターを通して、また、 $\bar{u}_{SL}$ 、 $\bar{u}_{LS}$ は B で求められた large または small scale solution が小さな揺らぎのフィルターまたは大きな揺らぎのフィルターを通して外部へ伝播する解であるという解釈が可能となる。

また、 $\bar{u}_{LL}$ の遠方でのふるまいを次のように表現する。

$$\bar{u}_{LL} \sim \frac{\bar{u}_{LL}^\infty}{R} \exp(-ik_0 R), \quad R \rightarrow \infty \quad (25)$$

このとき、 $\bar{u}_{LL}^\infty$ は次のように表わされる。

$$\bar{u}_{LL}^\infty\left(\frac{x}{|x|}\right) = -\frac{1}{4\pi} \int_B q_L(y) u_L(y) \exp(ik \frac{x}{|x|} \cdot y) dy \quad (26)$$

同様に他の成分も次の量が定義できる。

$$\begin{aligned} \bar{u}_{SL}^\infty\left(\frac{x}{|x|}\right) &= -\frac{1}{4\pi} \int_B q_S(y) u_L(y) \exp(ik \frac{x}{|x|} \cdot y) dy \\ \bar{u}_{LS}^\infty\left(\frac{x}{|x|}\right) &= -\frac{1}{4\pi} \int_B q_L(y) u_S(y) \exp(ik \frac{x}{|x|} \cdot y) dy \\ \bar{u}_{SS}^\infty\left(\frac{x}{|x|}\right) &= -\frac{1}{4\pi} \int_B q_S(y) u_S(y) \exp(ik \frac{x}{|x|} \cdot y) dy \end{aligned} \quad (27)$$

以降では、それぞれの far field pattern がどのように算出されたかを明確にするために式 (26) および式 (27) で定義された 4 つの量を次のように表わす。

$$\begin{aligned} \bar{u}_{LL}^\infty\left(\frac{x}{|x|}\right) &= A_L u_L \\ \bar{u}_{SL}^\infty\left(\frac{x}{|x|}\right) &= A_S u_L \\ \bar{u}_{LS}^\infty\left(\frac{x}{|x|}\right) &= A_L u_S \\ \bar{u}_{SS}^\infty\left(\frac{x}{|x|}\right) &= A_S u_S \end{aligned} \quad (28)$$

ここに、 A_L 、 A_S は演算子でそれぞれ、large および small scale のフィルターを通して far field pattern を求める作用を表わす。large および small scale solution がフィルターを通して遠方へ伝播する様子を図-3 に示す。

3. 数値計算例

数値計算は図-4 に示すように球状の不均質領域に平面波が入射するモデルを扱う。球の半径は 0.5 km とし、球の中心を座標系の原点とする。図-4 に示す座標系で平面波は z 軸方向に伝播する。球の外側の波動伝播速度は 1.0 km/s で波動伝播速度は球の内部に向かっ

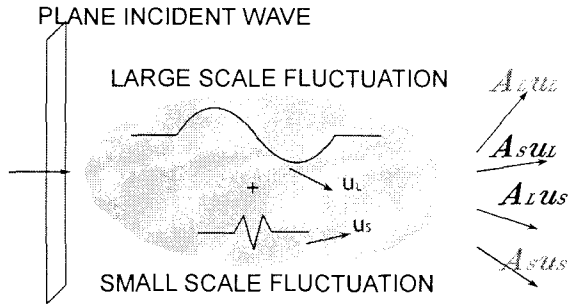


図-3 far field pattern のスケール分解

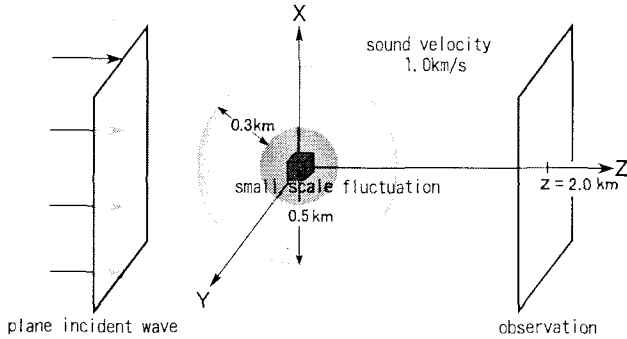


図-4 解析モデル

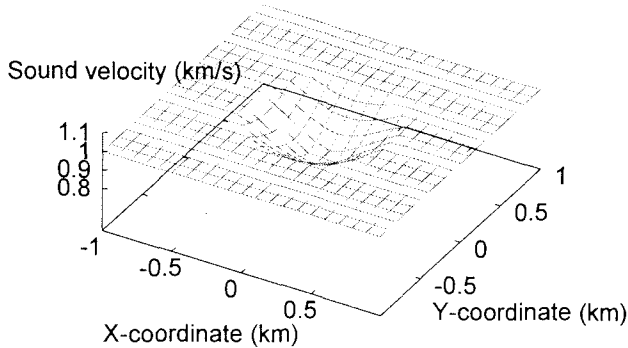


図-5 $z = 0$ 平面における速度構造

て連続的に減少するものとする。また、球の中心に局所的に波動伝播速度の低い領域を置き、これを小さな揺らぎ領域として扱うことにする。局所的な低速度領域が存在しないときの、 $z = 0$ 平面での媒質の速度構造を図-5 に示す。

局所的な低速度領域を B_S と表し、本数値計算では次式で与える。

$$B_S = \{(x, y, z) \mid -0.10 \text{ km} \leq x, y, z \leq 0.10 \text{ km}\} \quad (29)$$

すなわち、 B_S は一辺が 0.20 km で与えられる立方体の領域である。ここでは解析振動数を 1.0 Hz として低速度領域での波長 $\lambda(\text{km})$ と B_S の一辺の長さ $w(\text{km})$ の比 λ/w に着目してパラメータスタディを行う。解析ケー

表-1 解析ケース

case	acoustic velocity (km/s)	ratio (λ/w)
1	0.29	1.45
2	0.26	1.30
3	0.23	1.15
4	0.20	1.00
5	0.17	0.85
6	0.14	0.70

スを表-1 にまとめる。表-1 に示すように解析は Case-1 から Case-6 まで波長 λ が w より長いケースから順に λ が w の 70% 程度になるまで設定する。

揺らぎ領域の離散化においては、原点を含む一辺が 1.0 km の立方体で大きな揺らぎ領域である球を被覆する。スケーリング関数の解像度は $m = 4$ である。このときのスケーリング関数の立方体の一辺の長さはおおよそ 0.06 km である。一方、小さな揺らぎ領域は一辺が 0.26 km の立方体で被覆している。ただし、ウェーブレットの階層数は 1 である。この離散化によると、スケーリング関数の個数は 4096 個であり、ウェーブレットの個数は約 260 個となる。また、解像度はスケーリング関数のサポートの長さが波長の 1/8 以下になるように設定され、数値解に対する解像度は十分確保されていると言える。

ケーススタディに先立ち、まず局所的な低速度領域が存在しない場合の応答を図-6 に示す。この応答は $z = 2$ km の平面上で散乱波の成分の実数部をプロットしている。また、振幅は入射波振幅で除し、無次元化している。この図からも明らかなように、散乱波の振幅は $x-y$ 座標の原点でピークを持ち、それが周囲へ伝播している。図-6 の積分方程式の解は、球関数展開による解との比較も行っている。球関数展開による解は、球座標 (r, θ, φ) を用いたポテンシャルの球関数展開

$$u(r, \theta, \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(A_n(r) h_n^{(1)}(kr) + B_n(r) h_n^{(2)}(kr) \right) \times P_n(\cos \theta) \quad (30)$$

において、関数 $A_n(r)$ ならびに $B_n(r)$ を伝達マトリックス法で求めている。ただし、伝達マトリックス法では、球を薄層に分割し、薄層内で音速が一定であるものとして計算している。ただし、 $h_n^{(\tau)}$ ($\tau = 1, 2$) は球 Hankel 関数、 P_n は Legendre 多項式である。また、ここでは平面波が z 方向に伝播していることから φ 依存性はない。球関数展開による解と、積分方程式による解は球関数展開による解と良好に一致しており、積分方程式による解の基本的な妥当性は検証されている。

また、球の内部に局所的な低速度領域 B_S の波動伝播速度を 0.29 km/s と設定した場合の積分方程式の解と前述の球関数展開の解との比較を図-7 に示す。この比較によると局所的な低速度領域の影響は散乱波の振幅に見られ、波の位相はほぼ等しい。また、振幅の差異は大きくはないものの、この差異は遠方でも認められる。

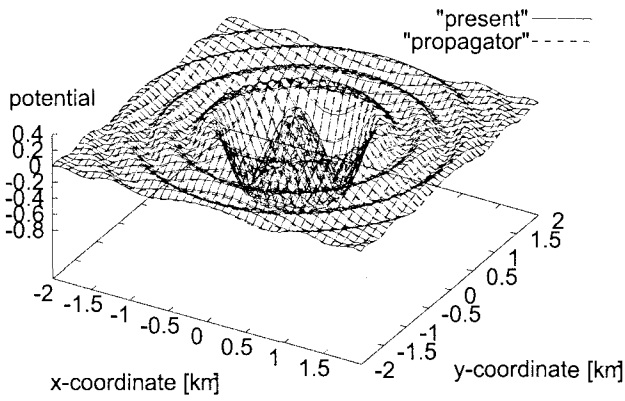


図-6 積分方程式の解と球関数展開の解との比較

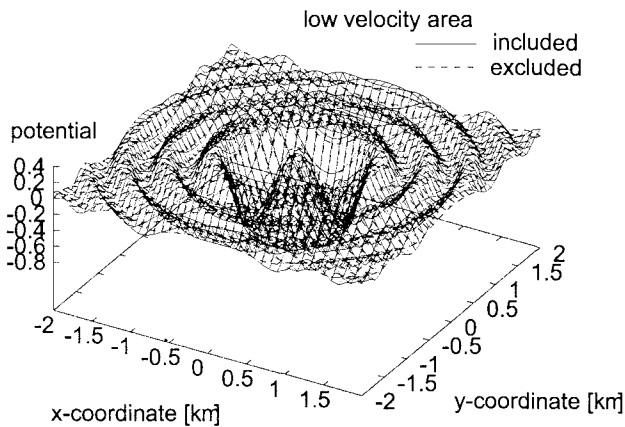


図-7 小さな揺らぎの影響を含めた積分方程式の解と図-3の球関数展開の解との比較

次に表-1 に示した解析ケースについての散乱波の特性を far field pattern を用いて検討してゆく。これらの解析結果を図示したものを図-8 から図-13 に示す。図中では A_{LuS} ならびに A_{SuL} は媒質の揺らぎのスケールと異なるスケールの解の掛け合わせとして得られることから、相互作用的な解であると考え、一つにまとめて表示している。ただし、図中での far field pattern は次元 km を持つ。なお、波動場は入射波振幅が単位振幅であるものとして無次元化して考えている。そのため、式 (25) において $\bar{u}_{LL}$ が無次元量であるためには、 $\bar{u}_{LL}$ 等は長さの次元を持つ必要がある。

図-8 は Case-1, すなわち、 $\lambda/w = 1.45$ の場合の解析結果である。この図によると、前方へ伝播する散乱波 A_{LuL} が圧倒的に大きく、小さな揺らぎの影響は小さい。この結果は図-7 に示した積分方程式の解と球関数展開の解の比較の結果、両者の差は小さかったことと調和している。一方、後方へ伝播する散乱波は A_{LuL} と $A_{LuS} + A_{SuL}$ の振幅がほぼ同程度である。また、 A_{SuS} の振幅が非常に小さいことから、ここでの $A_{LuS} + A_{SuL}$ の解に寄与しているものは、 u_L が小さな揺らぎのフィルターを通して伝播する波動であると推測できる。

図-9 は Case-2, すなわち、 $\lambda/w = 1.30$ の場合の解析結果である。ここに示された far field pattern の性質

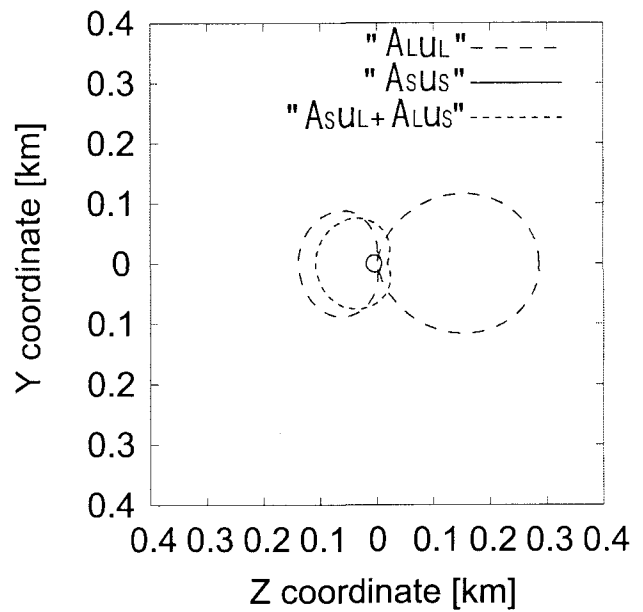


図-8 Case1 における far field pattern

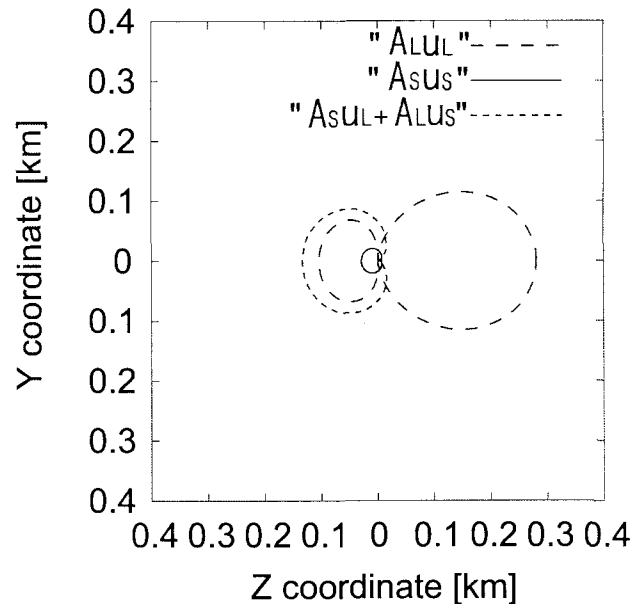


図-9 Case2 における far field pattern

はほぼ Case-1 と同じである。すなわち、前方へ伝播する散乱波は A_{LuL} が圧倒的に大きく、後方へは A_{LuL} と $A_{LuS} + A_{SuL}$ の振幅がほぼ同程度である。このように、局所的な低速度領域のサイズより波長がある程度長い場合には、ここに示した傾向の far field pattern が現れるようである。

ところが、局所的な低速度領域のサイズと波長が同程度もしくは、波長が短い場合には様相が大分異なってくる。図-10 は Case-3, すなわち、 $\lambda/w = 1.15$ で波長は低速度領域のサイズよりも長いものの、ほぼ近い大きさを持つケースである。これによると前方に最も大きく散乱するのは $A_{LuS} + A_{SuL}$ 、次に A_{SuS} 、最

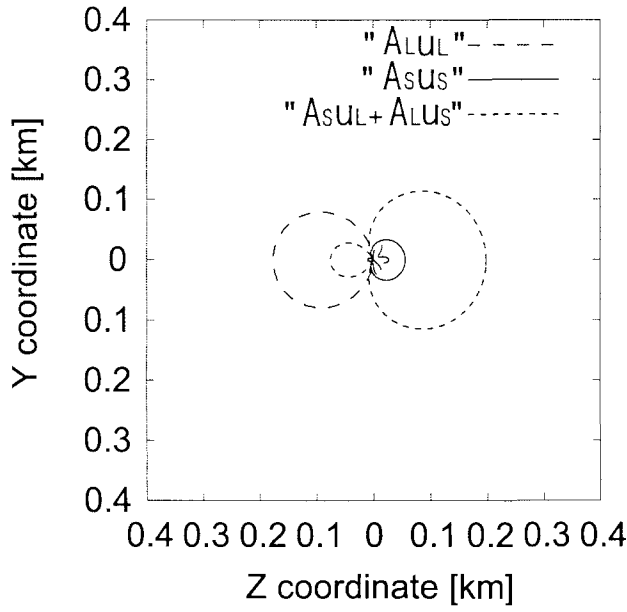


図-10 Case3における far field pattern

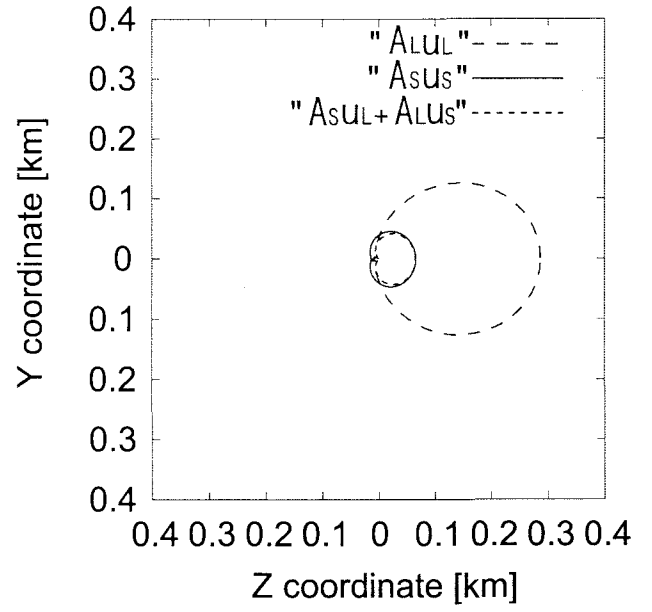


図-12 Case5における far field pattern

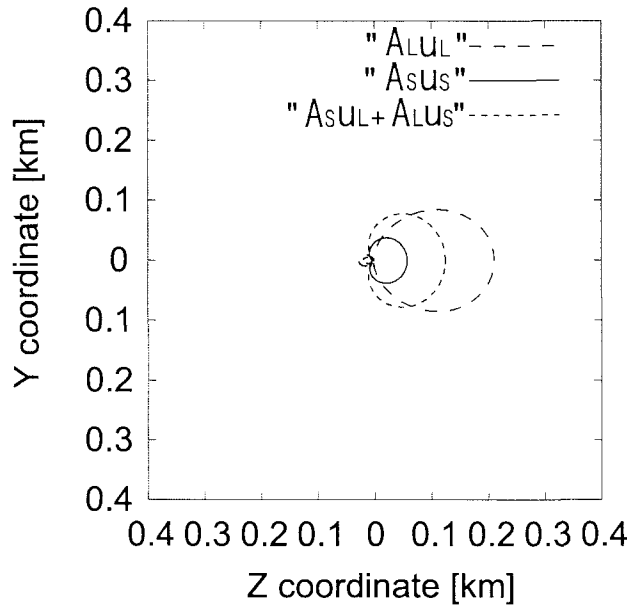


図-11 Case4における far field pattern

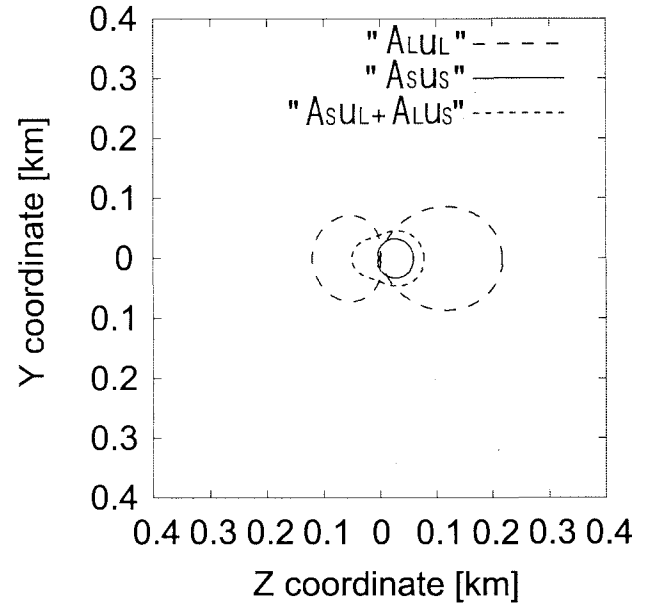


図-13 Case6における far field pattern

後に A_{LuL} である。このことは前方への散乱波は局所的な低速度領域の影響を反映していることを示す。なお、small scale solution u_S はウェーブレットによる解で、large scale solution を補う detail であることを考えると、常識的には A_{SuS} は大きくなることは考えにくい。しかしながら、このように波長が短くなってくると、 A_{SuS} の振幅が A_{LuL} を上回る場合が生じてくる。

図-11 は Case-4、すなわち、 $\lambda/w = 1.00$ で波長は低速度領域のサイズと等しい。このケースでは、後方への散乱波の振幅はほとんどゼロである。また、前方に関しては、振幅の大きい順番に解を並べれば、 A_{LuL} 、 $A_{LuS} + A_{SuL}$ 、 A_{SuS} である。ただし、振幅は、 A_{LuL}

が圧倒的に大きいわけではなく、 $A_{LuS} + A_{SuL}$ が A_{LuL} の振幅の 50% ほどである。局所的な低速度領域の情報を散乱波は拾っていることが分かる。

図-12 は Case-5、すなわち、 $\lambda/w = 0.85$ の結果である。波長は低速度領域のサイズよりも短い。このケースでも Case-4 同様、散乱波は、後方へはほとんど伝播しない。また、前方に関しては、 A_{LuL} の振幅が最も大きく、ついで、 $A_{LuS} + A_{SuL}$ と A_{SuS} が同程度の振幅を示している。振幅の比で述べれば、 $A_{LuS} + A_{SuL}$ は、 A_{LuL} の 1/4 程度である。

図-13 は Case-6、すなわち、 $\lambda/w = 0.70$ の結果である。Case-5 に比べ波長は低速度領域のサイズよりも

さらに短い。このケースでは Case-5 と異なり、ふたたび、散乱波は、後方へ伝播するようになる。また、前方に関しては、 A_{LuL} の振幅が最も大きく、ついで、 $A_{LuS} + A_{SuL}$ と A_{SuS} が続いてゆく。振幅の比で述べれば、前方に関しては $A_{LuS} + A_{SuL}$ は、Case-5 と同様 A_{LuL} の $1/4$ 程度である。また、後方に関しては、 A_{LuL} が大きく、次に $A_{LuS} + A_{SuL}$ が続く。振幅の比で述べればおよそ、2 対 1 程度である。

4. 結論

本論文では、媒質の揺らぎのスケールと散乱波の far field pattern の関係を領域積分方程式を用いて検討した。領域積分方程式の特性に着目することで far field pattern は媒質の揺らぎと解のスケールに応じて分解された。これらは、不均質領域内で得られた large scale solution と small scale solution がそれぞれ揺らぎのスケールのフィルターを通してどのように遠方へ伝わるかという物理的な解釈を可能にした。

数値計算はゆるやかな媒質変動の中に局所的な低い波動伝播速度の領域を設定し、その領域のサイズと波長の関係に着目したパラメータスタディを行った。これによれば、局所的な低速度領域のサイズより波長が長い場合は、 A_{LuL} が前方で大きく卓越する。ただし、 A_{LuL} とは large scale solution が大きな揺らぎのフィルターを通して遠方へ伝播する波動であった。すなわち、局所的な低速度領域の影響は前方では非常に小さい。しかしながら、後方では相互作用的な波動もかなりの割合を占めることが分かった。

一方、低速度領域のサイズと波長が同程度あるいは、さらに波長が短い場合には、どの種類の波動の far field pattern が卓越するか、一概に述べることは困難であった。場合によっては、通常は最も寄与が小さいと考えられる A_{SuS} 、すなわち small scale solution が微小な揺らぎを通る波動が卓越することもあった。また、今回の数値実験では、低速度領域のサイズと波長が同程度のとき、後方への散乱振幅が非常に小さいことも特徴的であった。

ここで得られた数値計算結果はある一つのモデルに対するもので、large scale solution と small scale solution の相互関係についての一般的な性状であるとは、ただ

ちには言い難い。しかしながら、局所的な変動領域のサイズと波長が同程度あるいは波長がそれ以下になると far field pattern が性状を大きく変化させることは、直感的にも理解しやすい。このことは、ここで得られた結果がより一般的な散乱波の性状になり得る可能性を示唆するものと考えられる。

参考文献

- 1) Budreck, D.E. and Achenbach, J.D.: Three dimensional elastic wave scattering by surface-breaking cracks, *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 86, pp. 395-406, 1989.
- 2) 東平光生: 領域積分方程式の多重スケール分解の定式化に基づく散乱波の解析, 応用力学論文集, Vol. 7, pp. 21-29, 2004
- 3) Colton, D. and Kress, R.: *Inverse acoustic and electromagnetic scattering theory*, Berlin, Springer, 1998.
- 4) Kitahara, M., Niwa, Y., Hirose, S. and Yamazaki, M.: Coupling of numerical Green's matrix and boundary integral equations for the elastodynamic analysis of inhomogeneous bodies on an elastic half-space, *Applied Mathematical Modelling Applied Mathematical Modelling*, Vol. 8, pp. 397-407, 1984
- 5) Niwa, Y., Hirose, S. and Kitahara, M.: Elastodynamic analysis of inhomogeneous anisotropic bodies, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 22, pp. 1541-1555, 1986.
- 6) Williams, J.R. and Amaratunga, K.: Introduction to wavelets in engineering, *International Journal for Numerical Methods in engineering*, Vol. 37, pp. 2365-2388, 1994.
- 7) Hughes, T.J.R.: Multiscale phenomena: Green's functions, the Dirichlet-to-Neumann formulation, subgrid scale models, bubbles and the origins of stabilized methods, *Comput. Methods. Appl. Mech. Engrg*, Vol. 127, pp. 387-401, 1995.
- 8) 佐藤泰夫: 弾性波動論, 岩波書店.
- 9) 今村勤: 物理とグリーン関数, 岩波書店.

(2005 年 4 月 15 日 受付)