

レール継目部の衝撃応答解析における道床・路盤部のモデル化の影響

Influence of ballast- and substrate models on simulated impact response in rail joints of railway track

紅露一寛*・阿部和久**・石田 誠***・鈴木貴洋****

Kazuhiro KORO, Kazuhisa ABE, Makoto ISHIDA and Takahiro SUZUKI

*正会員 博士(工学) 新潟大学助手 大学院自然科学研究科(〒950-2181 新潟市五十嵐二の町 8050 番地)

**正会員 工博 新潟大学助教授 工学部建設学科(〒950-2181 新潟市五十嵐二の町 8050 番地)

***正会員 (財)鉄道総合技術研究所 鉄道力学研究部(〒185-8540 東京都国分寺市光町 2-8-38)

****正会員 (財)鉄道総合技術研究所 鉄道力学研究部(〒185-8540 東京都国分寺市光町 2-8-38)

The influence of ballast- and substrate models on simulated impact response in rail joints of railway track is investigated. In the present, the ballast and substrate are modelled with either the lumped mass or 2-D/3-D continuous models. The 3-D models have the layered or embankment structures. The lumped mass model can be effective only for simulating the impact force at the top of ballast. However, the acceleration of ballast is accurately simulated with the continuous models. Although the 2-D model tends to overestimate the sleeper- and ballast acceleration in comparison with the 3-D model, in particular in 150-300Hz frequency range, the difference between these modellings is rather small. Hence it may be practical to use the 2-D model rather than the 3-D one which consumes huge computational work.

Key Words : rail joint, track-substrate dynamic interaction, modelling of track

1. はじめに

鉄道軌道において、レール継目は剛性が局所的に低下する構造上の弱点箇所である。レール継目を車両が走行・通過する際には、特に継目近傍において衝撃的な動的応答が発生する。一般に、継目通過に起因する衝撃応答の水準はそれ以外の箇所を走行した場合の応答と比べて著しく大きく、バラスト道床の沈下に代表される軌道破壊を進展させる一因となっている。そのため、軌道の合理的な設計や保守を実現することを目的として、著大な衝撃応答を定量的に評価することが求められている。

特に、バラスト道床の沈下現象は、バラスト粒子(碎石)の寸法効果が無視できないこともあって、その進行メカニズムについて不明な点が多い。そのため、沈下量の定量予測は、専ら実測に基づいて構成した経験式に依っている¹⁾。今日提案されている沈下量の予測手法は、多くの場合車両の通過トン数(または通過回数)、もしくはまくらぎ下面から道床に伝達する圧力(まくらぎ下面圧力)に基づいて構成されている^{1),2)}。上述の経験式では、いずれも車両通過時の動的効果を合理的に反映させることが困難である。また、まくらぎ下面圧力に基づく予測式では、下面圧力の静的・動的応答を高精度で計測することが技術的に難しい。そのため、著者の二人は文献2)において、まくらぎ下面圧力を振動解析によって数値的に評価し、その値を実測に代えて沈下量予測に反映させる方法を提案している。この方法は、沈下過程で生じる軌道不整の影響を考慮するための現状における実用的な対処方法である。

まくらぎ下面圧力を数値的に与える場合、解析結果

は道床およびそれより下層の路盤・路床部を表現する解析モデルの影響を受けるものと考えられる。当該部分の解析モデルとしては、集中質点モデル^{2),3)}と連続体モデル^{4),5),6),7)}の2種類に大別することができる。

集中質点モデルでは、道床以下を複数の質点と、それらを相互に連結する Voigt ユニットによって表現する。その結果、道床・路盤の鉛直方向の振動は、各質点の上下動として再現されることとなる。集中質点モデルの長所は、その簡易さゆえに振動解析モデルへの導入が容易であることにある。しかし多くの場合、上述の質点はまくらぎ直下位置で直列となるように連結される²⁾。そのため、道床・路盤内を伝播する波動の影響を考慮するためには、軌道進行方向(または横断方向)に隣接して配置された質点間の動的な相互作用をばね等で表現する必要がある³⁾。特に文献3)では、道床のせん断剛性の影響を考慮する Voigt ユニットを導入することで、バラスト道床内の鉛直加速度の過大評価を回避できると論じている。なお、鉛直方向のばねの弾性については、文献3)にも示されているように、まくらぎ直下での道床・路盤内部を静的な一軸応力場とみなすことで評価可能である。しかし、せん断剛性に関するばね定数については、実測に基づいて設定せざるを得ない。また、当該部位を質点やばねに置換する場合には、変形の影響を考慮する(有限)領域を別途設定しなければならない。

集中質点モデルの問題点は、道床・路盤部を連続体としてモデル化することで概ね解決できる。連続体モデルは、道床のみを深さ方向の1次元波動場として考え、路盤・路床部は2次元・3次元連続体として表現する方法と、道床以下を複層の2次元または3次元弾性体として表現する方法のいずれかで適用されることが

[†] Dedicated to the memory of Prof. Michihiro KITAHARA

多い。前者は Knothe ら⁴⁾によって提案された方法で、1次元モデルの簡潔さと2・3次元モデルの正確さを折衷する解析モデルである。文献4)では、当該のモデルと Winkler 支持モデルとを比較している。また、Kruse ら⁵⁾は、文献4)と同様の解析モデルを用いて、列車走行時のバラスト道床内部の動力学状態について論じている。特に文献5)では道床沈下を念頭に、500Hz 程度までの動的応答特性を軌道上部との連成を考慮した形で検討している。一方、後者は連続体とみなした道床・路盤内の波動伝播を適切に表現できるため、軌道周辺部の地盤振動の解析(例えば、文献7))において専ら用いられてきた。道床部の動的特性の把握を目的とした解析において連続体モデルを適用した研究成果は、Luo ら⁶⁾によって報告されている。文献6)では、まくらぎ・バラスト道床・地盤を3次元波動場としてモデル化し、有限要素法(FEM)によって数値解を計算している。得られた解析結果に基づき、車両の走行速度やレール凹凸の有無の影響について論じている。

連続体モデルはより現実に近い解析モデルを与えるが、解析時の計算負荷が必然的に大きくなってしまう。この弱点は、3次元解析の場合には深刻な問題である⁷⁾。動的解析の場合、計算負荷の大きさは解析対象とする応答の上限周波数によって概ね決まるため、当該モデルの適用については慎重に検討する必要がある。特に、継目通過に起因する衝撃応答を解析対象とする場合には、対象とする応答成分が高周波数帯に及んでおり、軌道系上部との連成振動の影響を無視できない。そのため、道床の位置においても高周波数域の応答成分を再現する必要がある。場合によっては計算負荷の問題が一層深刻となる。

そこで本研究では、レール継目部の道床沈下量を文献2)の方法で予測する場合を想定し、継目通過時の衝撃応答解析における道床・路盤・路床部のモデル化の影響について検討する。本論文では、道床・路盤・路床部を集中質量または2次元/3次元連続体としてモデル化する場合について考える。さらに、解析結果を通して、レール継目部の衝撃応答を再現する上でより合理的な解析モデルについて考える。

2. レール継目部の振動解析モデル

本研究では、継目通過時に軌道系に生じる衝撃応答について考える。解析の際には高周波成分の再現性を考える必要がある。図-1に示すようなレール・車輪間の動的相互作用を考慮した解析モデル⁸⁾を採用する。本節ではまくらぎ上部の軌道構造、およびレール・車輪間の接触に関する解析モデルについて説明する。道床以下の解析モデルについては、次節で示す。

2.1 レール継目構造のモデル化

鉄道における一般的な継目部では、数ミリの遊間を挟んで存在する2本のレールを、継目板を添接してボルトによって締結する。2本のレールは、文献9)を参考に、Timoshenko ばりとしてモデル化する。継目板については、レールを挟み込むように添接される2枚の継目板を、それと等価な剛性を有する1本の Timoshenko

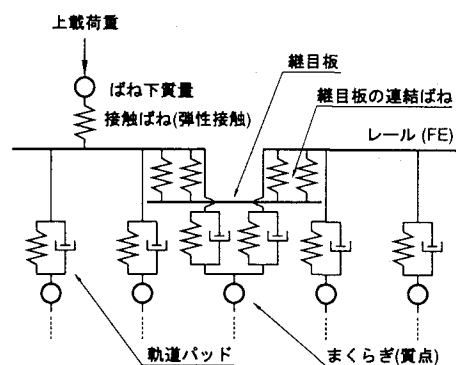


図-1 レール継目を考慮した振動解析モデル。(まくらぎ下部の点線部は、道床以下の解析モデルと結合することを表す。)

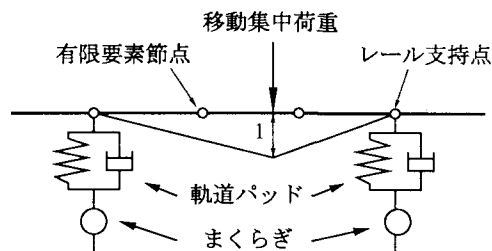


図-2 移動集中荷重作用点でのたわみ角の不連続性を表現する重合要素。

ばりとして表現する。レールと継目板は、ボルト締結位置に配置されたばねによって締結されており、当該のばねの復元力はレール・継目板の鉛直方向の相対変位に比例するように定義する。

Timoshenko ばりとしてモデル化されるレール・継目板は、ともに有限要素法(FEM)によって離散化する。Timoshenko ばりを採用する場合、未知量となるたわみ・断面回転の補間多項式の組み合わせによっては、せん断ロックが発生する。既往の研究では、たわみ・断面回転ともに3次 Hermite 補間で近似する有限要素(3次 Hermite 要素)¹⁰⁾が専ら用いられてきた。しかし、3次 Hermite 要素の thin beam limit を考えると、たわみを3次 Hermite 補間、断面回転を2次 Lagrange 補間で与える TIM7 要素¹¹⁾に縮退する。せん断ロックの回避に対しては TIM7 要素もノンロック要素であることから、本研究では Timoshenko ばりの有限要素近似に TIM7 要素を用いる。

当該問題における軌道振動は、レール・車輪間の相互作用力によって励起される。2.2 節でも示すが、本研究ではレール・車輪接触力を Hertz の弾性接触理論に基づき、集中力として表現する。また、レールに作用する反力、レール・継目板間の相互作用力のいずれも集中力として表現される。Timoshenko ばりに集中力が作用する場合、力の作用点ではたわみ角の不連続とならねばならない。しかし、上述の要素をそのまま適用すると、たわみ角の不連続性を表現できない。その際、有限要素近似が実際の変形に適合せず、不自然な応答が発生する原因となる¹²⁾。そこで、まくらぎ反力などの移動しない集中力に関するたわみ角の不連続

性については、荷重作用点を要素端節点とし、当該節点をたわみ角に関する二重節点とすることで表現する。なお、移動集中荷重に対して同様の方法を適用する場合、はりの動的応答の再現範囲を大きく超える空間分解能を有する要素分割が必要となる上、計算量の増加が懸念される。そこで、移動集中荷重に関するたわみ角の不連続性については、図-2に示す三角形の重合要素を用いて表現する¹²⁾。その結果、レールたわみ u と断面回転 ψ は、TIM7 要素における節点値ベクトル $\mathbf{u}$, ψ とその補間関数 $\mathbf{N}$, ϕ 、重合要素の補間関数 $\mathbf{w}$ とそれに関するたわみの補正量 $\Delta \mathbf{u}$ を用いて、次式のように近似される。

$$\begin{Bmatrix} u \\ \psi \end{Bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \mathbf{N} & 0 & \mathbf{w} \\ 0 & \phi & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \psi \\ \Delta \mathbf{u} \end{Bmatrix}, \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{u}$ はたわみ・たわみ角の節点値ベクトルであり、 ψ は断面回転の節点値を収納するベクトルである。なお、前述のように、 $\mathbf{w}$ は三角形を有している。そのため、図-2に示す定義の下では、移動荷重がレール支持点の直近に存在すると剛性行列成分が擬似特異となり、解析が不安定となることが懸念される。しかし、本研究における振動解析においては、重合要素の形状の影響で計算が不安定となることはなく、解析精度の面で重大な問題が生じることはなかった。

式(1)における $\mathbf{w}(x)$ の形状は荷重の移動とともに変化する。また、 $\mathbf{w}$ に関する剛性行列・質量行列成分についても各時刻で更新する必要がある。そこで、有限要素近似によって得られた時間 t に関する常微分方程式に直接時間積分法を適用し、各時間ステップにおける応答を逐次計算・評価する。時間積分は、積分方程式に基づく方法¹³⁾によって処理する。なお、本節で示したレール・継目板の有限要素定式化は文献 12) に示されており、その詳細については文献 12) を参照されたい。

2.2 車輪・レール間に作用する接触力と接触判定

本研究では、車輪をばね下質量としてモデル化し、車体・台車からの伝達力は一定の上載荷重として表現する(図-1 参照)。車輪・レール間に作用する接触力については、Hertz の弾性接触理論に基づきモデル化する。すなわち、接触力 P_c は、車輪中心・レール接触点間相対変位 δ_c から次式で与えられる。

$$P_c = \begin{cases} k_c \delta_c^{3/2}, & (\delta_c > 0), \\ 0, & (\delta_c \leq 0), \end{cases} \quad (2)$$

ここで、 δ_c は押込み側を正としており、 k_c は車輪・レールの Young 率、Poisson 比、接触面の曲率によって定まる接触ばね定数である。

式(2)を用いて接触力を評価する都合上、解析における各時間ステップにおいて車輪とレールの幾何学的関係に基づく接触判定を逐次行なう必要がある。加えて、本研究ではレール継目においてレールが不連続となるため、車輪がレール表面(踏面)またはレール端での角部のいずれかで接触し得る。そこで、図-3に示すように、レール端におけるたわみ角とレール凹凸勾配から

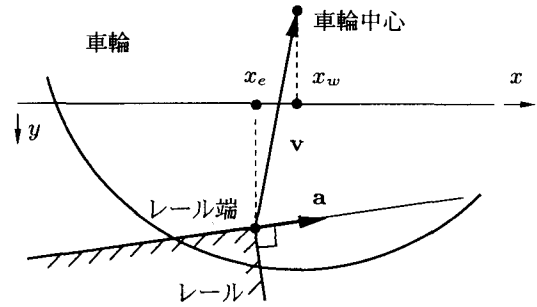


図-3 レール端・角部で車輪と接触する場合の幾何学的関係。
(x_e : レール端での横座標, x_w : 車輪中心位置での横座標)

規定される接線方向単位ベクトル $\mathbf{a}$ と、レール端から車輪中心へ向かうベクトル $\mathbf{v}$ が次の関係を満足する場合、車輪はレール端の角部で接触するものとする。

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{v} > 0. \quad (3)$$

この場合、レール・車輪間の相対変位 δ_c は次式で与える。

$$\delta_c = R - \|\mathbf{v}\|, \quad (4)$$

ここで、 R は車輪径であり、 $\|\mathbf{v}\|$ はベクトル $\mathbf{v}$ の長さである。

これ以外の場合については、車輪とレールは面的に接触するものとする。接触判定においては、車輪直下またはレール端での変形形状を直線で近似し、車輪は円弧として表現する。相対変位 δ_c は、レール(直線)と車輪(円弧)との幾何学的関係によって与える。なお、本研究で用いる接触状態の判定方法は、Wu & Thompson¹⁴⁾ が継目通過時の衝撃音の評価の際に用いたものと類似している。ただし、本手法が各時刻におけるレールと車輪の運動状態を反映させた接触判定方法である点が、文献 14) とは大きく異なっている。

前述のように、本研究ではレール・車輪接触力 P_c は Hertz の接触理論に基づき定義されている。そのため、接触点近傍における半無限体近似がレール・車輪双方で妥当であることが求められる。しかし、継目通過時にはレールの不連続箇所を車輪が走行するため、この場合には半無限体近似に矛盾が生じる。そこで、以下においては式(2)の接触力評価式を次のように修正して用いることとする¹⁵⁾。

$$P_c = \begin{cases} \kappa \cdot k_c \delta_c^\gamma, & (\delta_c > 0), \\ 0, & (\delta_c \leq 0), \end{cases} \quad (5)$$

なお、片岡らの方法¹⁵⁾によれば、修正パラメータ κ, γ は、有限要素解析によって評価したレール変形の影響関数と Kalker のアルゴリズムとを用いて設定可能である。

2.3 軌道パッド・まくらぎのモデル化

次に、軌道パッドとまくらぎの振動解析モデルについて説明する。軌道パッドは、既往の研究(例えば、2),

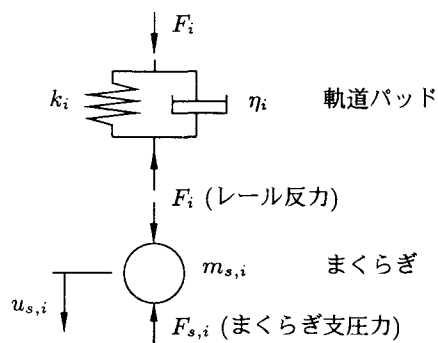


図-4 i 番まくらぎの釣り合い状態.

4), 8)) と同じく、慣性力を考慮せずに Voigt ユニットによって表現する。(図-1, 図-2 参照). その際, Voigt ユニットの作用力(レール反力)は, 次式で定義される.

$$F_i = k_i(u_i - u_{s,i}) + \eta_i(\dot{u}_i - \dot{u}_{s,i}), \quad (i = 1, 2, \dots, N_s), \quad (6)$$

ここで, k_i, η_i はそれぞれ軌道パッドのばね定数, 減衰係数である. また, $u_i, u_{s,i}$ はそれぞれ i 番まくらぎ直上のレール変位, i 番まくらぎ変位であり, N_s はまくらぎ本数である.

一方, まくらぎは車輪と同様に質点としてモデル化する. i 番まくらぎの質量を $m_{s,i}$ とすると, i 番まくらぎの釣り合い状態は 図-4 に示すようになる. その結果, 運動方程式は次のように記述できる.

$$m_{s,i}\ddot{u}_{s,i} = F_i - F_{s,i}, \quad (i = 1, 2, \dots, N_s), \quad (7)$$

ここで, $F_{s,i}$ はまくらぎ・道床間作用力(まくらぎ支圧力)である. 式(6), (7)は, レール, 継目板と同様に積分方程式に基づく方法¹³⁾によって時間積分を実行し, 各時間ステップにおける応答を評価する.

3. 道床・路盤・路床部の振動解析モデル

本節では, 道床・路盤・路床部の振動解析モデルとして, 集中質点モデルと連続体モデルについて考える. なお, 前述のように, 軌道振動解析においては道床を 1 次元波動場, それより下部を 2 次元/3 次元波動場として表現する方法^{4), 5)}を用いることもある. しかし, 本研究では当該部分内部の波動伝播の影響を検討することを目的としていることから, モデル化の影響がより明確となると思われる上記 2 種類の解析モデルについて論じる. 同様の理由から, 集中質点モデルにおいては, せん断剛性を表現するばね³⁾は導入しない.

3.1 集中質点モデル

本論文で対象とする集中質点モデルは, 図-5 に示すように, 道床以下各層の動的応答を複数の質点とそれらを直列に連結する Voigt ユニットによって表現する. このとき, 上から第 i 番目の質点 ($i = 1, 2, \dots, n_b, n_b$: まくらぎ直下の質点数) の運動方程式は, 次式で与えられる.

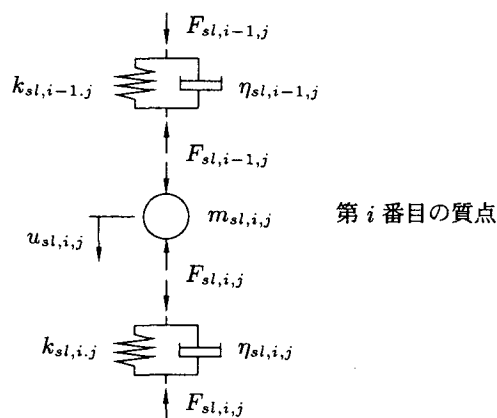


図-5 上層から第 i 番目の質点のつりあい状態.

$$m_{sl,i,j}\ddot{u}_{sl,i,j} = F_{sl,i-1,j} - F_{sl,i,j} \quad (8)$$

ここで, $j = 1, 2, \dots, N_s$ であり, $m_{sl,i,j}, u_{sl,i,j}$ はそれぞれ j 番まくらぎ直下・第 i 番目の質点の質量, 鉛直変位である. また, $F_{sl,i-1,j}, F_{sl,i,j}$ はそれぞれ第 i 番目の質点の上方, 下方からの作用力である. なお, $F_{sl,0,j} = F_{s,j}$ とし, $F_{sl,i,j}$ は Voigt ユニットのばね定数 $k_{sl,i,j}$, 減衰係数 $\eta_{sl,i,j}$ を用いて次式で定義される.

$$F_{sl,i,j} = k_{sl,i,j}(u_{sl,i-1,j} - u_{sl,i,j}) + \eta_{sl,i,j}(\dot{u}_{sl,i-1,j} - \dot{u}_{sl,i,j}). \quad (9)$$

式(8), (9) で用いられる質量 $m_{sl,i,j}$ は, 文献 3) に示すように, 上部からの荷重が伝達する領域(有効領域)を各層で設定した上で, 当該領域の質量によって与えられる. 一方, ばね定数 $k_{sl,i,j}$ は, 有効領域内部が深さ方向について一軸応力状態であると仮定し, 静的条件下で荷重・変位関係を定義することで評価することができる. 減衰係数については合理的な設定方法がなく, 過去の知見を参考に経験的に設定せざるを得ない.

3.2 連続体モデル

前述の集中質量モデルでは, 道床以下の動的応答については鉛直方向の振動成分しか再現できず, 各層内での水平方向の波動伝播の影響が考慮されない. この問題点は, 道床以下各層を 2 次元または 3 次元の弾性波動場とみなすことで容易に解決できる. 本研究では, 道床以下の動的応答の影響を時間域 Green 関数法によって軌道振動解析に反映させることとする. 以下にその定式化を示す.

図-6 に示すように, N_s 本のまくらぎを質点, 道床以下を連続体としてモデル化する場合について考える. i 番まくらぎと道床とは所定の接触面を介して接触した状態にあり, 接触面における法線方向直応力は一様に分布するものと仮定する. この直応力の合力としてまくらぎ支圧力 $F_{s,i}$ を定義し, この接触力を Voigt ユニットでモデル化する. このとき, $F_{s,i}$ は次式で評価できる.

$$F_{s,i} = k_{s,i}(u_{s,i} - u_{bs,i}) + \eta_{s,i}(\dot{u}_{s,i} - \dot{u}_{bs,i}), \quad (10)$$

ここで, $i = 1, 2, \dots, N_s$ であり, $k_{s,i}, \eta_{s,i}$ はそれぞれ接触ばね定数, 減衰係数である. $u_{bs,i}$ は接触位置にお

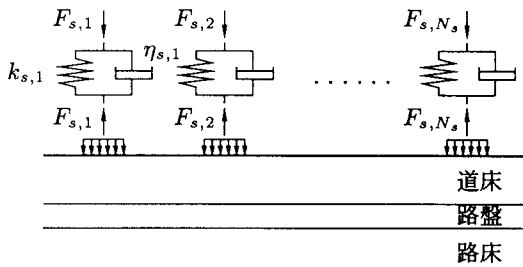


図-6 連続体モデルにおけるまくらぎ・道床間の変位・作用力.

ける道床上面鉛直方向変位であり、本研究では接触面上での当該変位の重み平均として定義する。

時間域 Green 関数法によれば、式(10)における道床変位 $u_{bs,i}$ は次式で評価できる。

$$u_{bs,i}(t) = \sum_{j=1}^{N_s} \int_0^{t^+} F_{s,i}(\tau) G^*(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j, t - \tau) d\tau, \quad (11)$$

ここで、 $G^*(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j, \tau)$ は時間域 Green 関数である。その物理的意味は、時刻 $t = 0$ において $\mathbf{x} = \mathbf{x}_j$ なる点を代表点に大きさ 1 の鉛直下向きの支圧力が作用したときの、時刻 $t = \tau$ での i 番まくらぎ直下 ($\mathbf{x} = \mathbf{x}_i$) の鉛直方向道床変位と解釈できる。なお、Green 関数は、1 なる支圧力と等価な等分布圧力を道床上面に作用させ、有限要素解析によって数値的に作成する。具体的な作成方法・条件は次節で述べる。

式(11)における τ についての積分を一定の時間間隔 Δt に細分割し、まくらぎ支圧力 $F_{s,i}(\tau)$ がこの間隔では一定値をとるものとする。 $F_{s,j}$ の一定近似を後退方向に定義すると、時刻 $t = M\Delta t$ における道床上面鉛直変位 $u_{bs,i}^{(M)}$ は次式で評価できる。

$$u_{bs,i}^{(M)} = \sum_{j=1}^{N_s} \sum_{m=1}^M F_{s,j}^{(m)} G_{ij}^{*(M-m+1)}, \quad (12)$$

$$G_{ij}^{*(M-m+1)} := \int_{(M-m+1)\Delta t}^{(M-m)\Delta t} G^*(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j, \tau) d\tau, \quad (13)$$

なお、 $F_{s,j}^{(m)} = F_{s,j}(t = m\Delta t)$ である。式(12)、(13)によって道床変位を与える場合、道床・路盤・路床部に非線形性が存在しない限り、レール継目部の軌道振動解析と G^* を評価する有限要素解析はそれぞれ独立に実行できる。

4. 道床・路盤・路床部のモデル化がレール継目部の衝撃応答に及ぼす影響

本節では、道床以下を前節で示した 2 種類の解析モデルのいずれかで表現し、各モデル間での動的応答の相違点について検討する。なお、本研究はレール継目通過時の衝撃応答解析結果を、文献 2) に示す方法で道床沈下量予測に活用することを想定している。そのため、動的応答の比較は、レール継目直下でのまくらぎ加速度、道床上面での加速度、まくらぎ支圧力について行なうこととする。

表-1 レール継目部の衝撃応答解析において設定される各種物性値。

(a) まくらぎ.		(b) 軌道パッド.	
まくらぎ間隔	0.58(m)	ばね定数	110(MN/m)
まくらぎ本数	21(本)	減衰係数	98(kNsec/m)
まくらぎ質量	80(kg)		
(c) 車両・車輪			
車輪の弾性係数	206(GN/m ²)		
車輪の Poisson 比	0.3		
車輪質量	697.0(kg)		
車輪径	0.43(m)		
上載荷重	56.050(kN)		

表-2 道床・路盤・路床の物性値。 (V_s : せん断波の伝播速度, ρ : 質量密度, ν : Poisson 比, f_{max} : 再現する動的応答の上限周波数)

	V_s (m/sec)	ρ (kg/m ³)	ν	f_{max}
道床	142.2	1.7×10^3	0.28	500
アスコン	173.2	2.4×10^3	0.25	500
碎石	179.3	2.0×10^3	0.40	500
路床	107.0	1.8×10^3	0.30	250

4.1 解析条件

レール継目部の衝撃応答解析は、継目を有する 50N レール上を一車輪が 150km/h で走行する場合を対象とする。レール継目の遊間長を 14mm とし、まくらぎ、軌道パッド等の物性値は表-1 のように設定した。車輪・レール接触力評価式の修正パラメータ κ , γ については、文献 15) に示されている値に一部外挿値を加えて使用した。軌道の自重、まくらぎの浮きの影響は、ともに無視している。また、連続体モデルにおけるまくらぎ・道床間の Voigt ユニットのばね定数は、まくらぎと道床が完全付着の状態にあるものと仮定して 10(GN/m) に設定した。なお、減衰係数は 98(kNsec/m) としているが、当該の設定値の妥当性を判断する実測・解析結果に乏しく、今後さらなる検討の余地がある。

本研究では、アスファルトコンクリート(アスコン)・碎石からなる強化路盤層を有する軌道構造を解析対象とする。道床以下を集中質点モデルで表現する場合、変形を考慮する有効領域を道床 3 層、アスコン 1 層、碎石 2 層、路床 1 層の計 7 層で設定した。有効領域の形状は、道床以下を成層とみなした 3 次元静弾性解析から得られる応力分布に基づき設定した。なお、7 個の質点を連結する Voigt ユニットのばね定数は、静的条件下において道床上面の変位量が集中質点モデル・3 次元半無限連続体モデルの双方で概ね等しくなるように設定している。集中質点モデルにおける各質点の質量とばね定数は、表-3 に示す通りである。減衰係数については、まくらぎ・道床間で 98(kNsec/m)、それより下層では 980(kNsec/m) とした。

連続体モデルにおいては、道床以下を 2 次元または 3 次元の弾性体としてモデル化する。道床以下各部の物性値と解析対象とする上限周波数の設定値は、表-2 に

表-3 集中質点モデルにおける各質点の質量と各質点間のばね定数. ($i = 1, 2, \dots, N_s$)

質量 (kg)	ばね定数 (MN/m)
$m_{sl,i,1}$	$k_{s,i}$
$m_{sl,i,2}$	$k_{sl,i,1}$
$m_{sl,i,3}$	$k_{sl,i,2}$
$m_{sl,i,4}$	$k_{sl,i,3}$
$m_{sl,i,5}$	$k_{sl,i,4}$
$m_{sl,i,6}$	$k_{sl,i,5}$
$m_{sl,i,7}$	$k_{sl,i,6}$
	$k_{sl,i,7}$

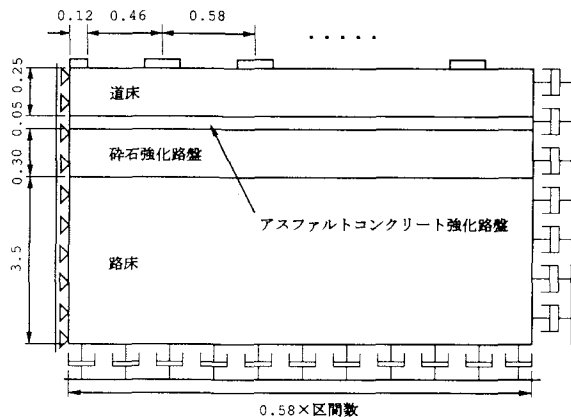
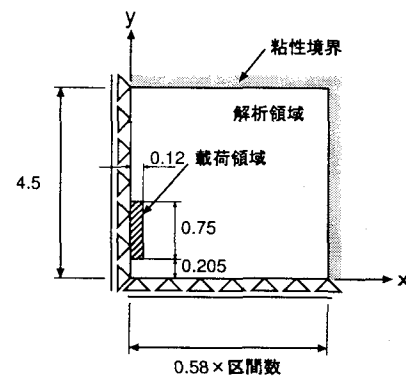


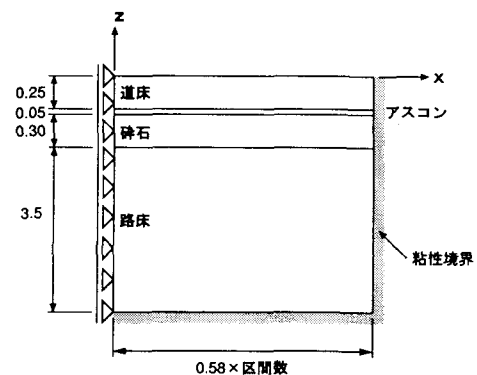
図-7 2次元モデルにおける解析対象領域の設定. (単位: m, 図中まくらぎ位置が表示されているが, Green 関数の計算の際にはまくらぎの弾性変形の影響は考慮されていない.)

示す通りである. 2次元モデルの場合, 時間域 Green 関数は図-7に示す解析領域について数値的に評価しており, 道床とまくらぎとの接触幅はまくらぎ幅 (0.24m) に設定している. 道床以下各層は成層構造を有するものとしてモデルを構築し, 解析を行なった. 一方, 3次元モデルを採用した場合には, 図-8に示す成層構造と, 実際の軌道を想定した盛土構造の2種類を解析対象とした. 盛土構造の形状については図-9に示すとおりである. 図-8, 図-9においては, 空間内の座標 x, y, z をそれぞれ軌道進行方向, 横断方向, 深さ方向に定めている. また, まくらぎと道床の接触面の形状は, 文献16)を参考に, 図-8, 図-9に示すような 0.75(m)×0.24(m)の長方形領域に設定した.

前述のように, 連続体モデルにおいて用いられる時間域 Green 関数は, 図-7-図-9の境界条件に基づき有限要素解析によって与えた. その際, 加振外力は道床の深さ方向成分のみを考慮した. 3次元モデルにおいては, まくらぎ・道床接触面に等分布に加振力を作用させ, 分布力の大きさはその合力が1となるように定めた. 一方, 2次元モデルにおいては, 合力としての加振力が奥行き方向の接触幅 (0.75m) あたりで1となるように等分布圧力の大きさを調整した. 解析に際しては, 加振力の載荷時間は, 軌道振動解析における時間刻み (1/16000(sec)) と等しく設定し, この時間内では作用



(a) xy 平面上の領域の広がりと境界条件.

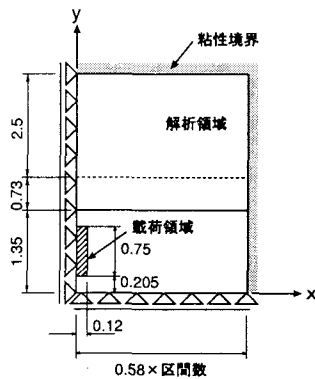


(b) xz 平面上の領域の広がりと境界条件.

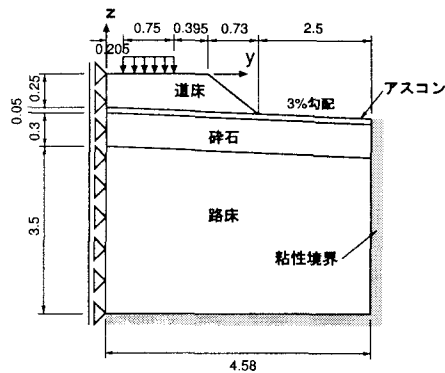
図-8 3次元成層構造モデルにおける解析対象領域の設定. (単位: m)

外力の大きさは変化しないものとした. なお, Green 関数の計算のための時間刻みは, 軌道振動解析における時間刻みの1/4に定め, 時間積分は直接積分法によって処理することとした. 当該の解析が衝撃応答の再現を目的としており, 十分小さな時間刻みの下で解析を進めることを考慮して, 時間積分は4次の Runge-Kutta 法により陽的に実行することで処理した.

時間積分を直接積分で処理している都合上, 道床以下各層の減衰性は Rayleigh 減衰で評価している. 解析においては, 無減衰の場合, 減衰パラメータを $\alpha = 0$, $\beta = 1.0 \times 10^{-5}$ に設定した場合を対象とした. また, 無限遠方での波動の放射は粘性境界¹⁷⁾を導入することで表現している. 有限要素分割については, 解析対象とする上限周波数を路床より上層で 500Hz, 路床部で 250Hz とした (表-2 参照). メッシュの解像度は, 文献18)の方法に準じ, 節点間隔がせん断波の波長の1/8以内となるように定めた. 当該の解析では, まくらぎ・道床接触面において軌道進行方向に5節点, 横断方向に21節点を等間隔に配置して有限要素を導入した. なお, 道床上面における動的応答 (波動伝播) の影響範囲はまくらぎ間隔8本分に設定し, それより遠方からの影響は無視することとした. 紙面の都合上省略しているが, 動的応答の影響範囲の妥当性は衝撃応答解析結果を通して既に検討しており, 解析実行上の障害とはならないことを確認している.



(a) xy 平面上的領域の広がりと境界条件.



(b) yz 平面上的領域の広がりと境界条件.

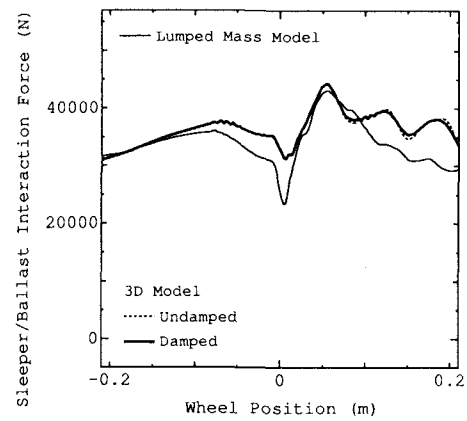
図-9 3次元盛土構造モデルにおける解析対象領域の設定.
(単位: m)

4.2 集中質点モデル・3次元モデル間での動的応答の比較

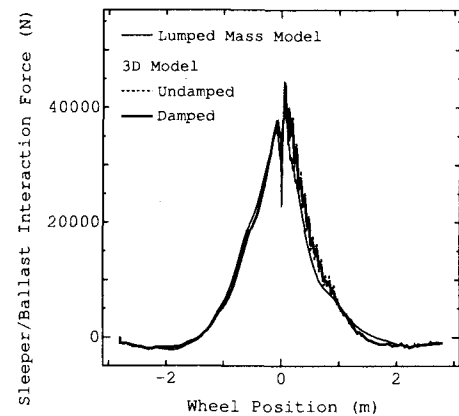
以下においては、3次元モデルにより得られた解析結果をベンチマークとして、集中質点モデルの下での動的応答特性について論じる。なお、3次元モデルは、道床以下を成層構造として表現している。まず、車輪走行位置とまくらぎ支圧力(まくらぎ・道床間作用力)の変動履歴との関係を図-10に示す。

解析結果を比較すると、衝撃応答発生時の作用力の低減は、集中質量モデルの方が明確である。しかし、直後に生じる作用力のピークはモデル化の影響を受けることなく、双方とも同水準のピーク値を示している。なお、3次元モデルを採用した場合、集中質点モデルの場合と比べて衝撃応答発生後の作用力の変動がより明確となっている。この変動は道床以下を無減衰としたときに顕著であることから、道床以下のモデル化の影響が反映された応答成分であると考えられる。ただし、現時点では当該成分の応答特性が軌道系のどの部位の影響を強く受けているのか不明であり、今後パラメータスタディによって明確にする必要がある。衝撃応答を除いた作用力の変動は双方のモデルで若干の違いがあり、作用力の差は各時刻での作用力の大きさの1割弱に及んでいる。この傾向は、継目通過後により顕著である。

次に、まくらぎ・道床上面での加速度について考え



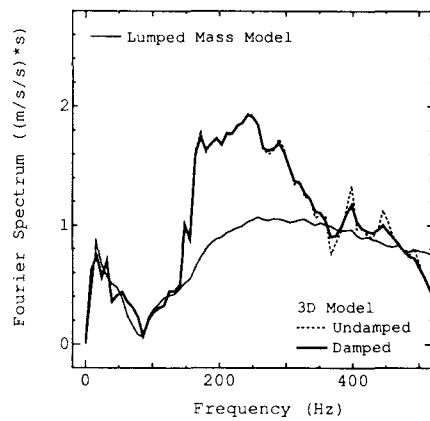
(a) 継目通過時の変動.



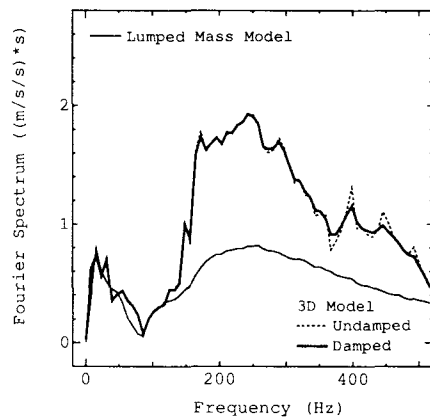
(b) 解析全時刻での変動.

図-10 集中質点モデル・3次元成層モデルの下で得られたまくらぎ支圧力。(走行速度 150km/h, 遊間長 14mm)

る。図-11に示すように、150Hz以下の加速度成分については、道床以下のモデル化の影響はほとんど認められない。よって、100Hz以下の周波数領域で生じているピークは、まくらぎより上部の軌道振動における卓越成分であると考えられる。しかし、150-500Hzの応答については明瞭な違いが確認できる。集中質点モデル・3次元モデルとも250Hz付近にピークを有しているが、その水準は双方のモデルで大きく異なっている。そのため、250Hz付近のピークについては、道床以下の振動における卓越成分の影響が反映されたものであると考えられる。今回の解析においては、集中質点モデルの下での250Hz付近の応答レベルは、3次元モデルの約半分に過ぎないことがわかる。一方、道床での鉛直方向加速度は、まくらぎ同様150Hz以上の周波数帯で双方のモデル間の違いが明確となっている。250Hz付近の応答が卓越する傾向にあるのは共通の応答特性であるが、その水準は2倍程度の開きがある。この原因としては、道床以下のモデル化の違いのほかに、双方の解析モデルにおけるまくらぎ・道床間のVoigtユニットの役割の違いが考えられる。集中質点モデルにおいては、当該のVoigtユニットが道床内部の変形を表現するものである。一方、3次元モデルでは、まくらぎ・道床変位を拘束する役割を果たしている。道床に



(a) まくらぎ加速度.



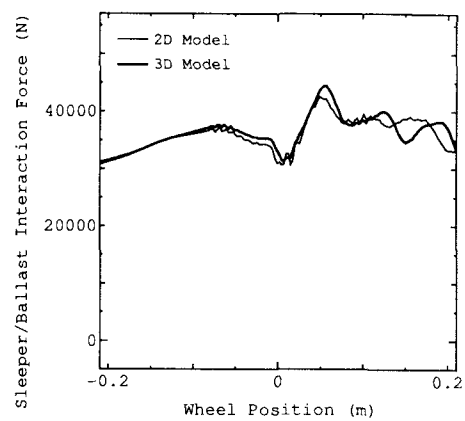
(b) 道床加速度.

図-11 集中質点モデル・3次元モデルの下で得られたまくらぎ・道床の加速度スペクトル. (走行速度 150km/h, 遊間長 14mm)

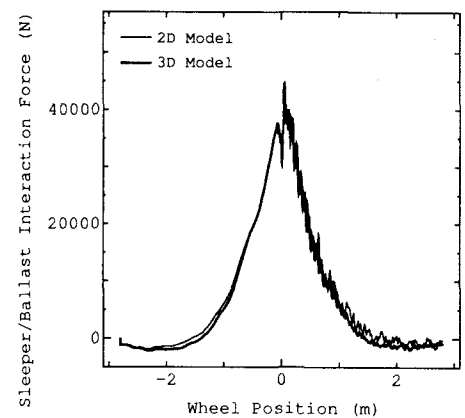
おける加速度レベルはバラスト粒子の運動状態を表わす指標の一つであることを考えると、集中質点モデルをバラスト内部の動力学状態の検証に用いる際には注意が必要である。

4.3 2次元モデル・3次元モデル間での動的応答の比較

本節では、道床以下の力学状態をより正確に表現する3次元モデルを簡易な2次元モデルで代用する可能性について検討する。まず、車輪走行位置とまくらぎ支圧力の変動履歴の関係を図-12に示す。なお、3次元モデルは、道床以下を成層構造としてモデル化している。また、双方のモデルとも無減衰としている。衝撃応答成分に着目すると、継目通過時の支圧力の低減とその直後の上昇については、道床以下の解析モデルの影響をほとんど受けていない。継目通過に伴う衝撃応答が発生した後、比較的短い周期で作用力が変動している。この応答の変動周期は双方のモデルで若干異なっており、2次元モデルの方が3次元モデルと比べてわずかに短くなっている。衝撃応答以外の変動成分は、図-12(b)に示すように、作用力の変動が3次元モデルの方がわずかに速く進展している。これは、平面ひずみ状態を仮定した2次元の変位場と比して、3次



(a) 継目通過時の変動.



(b) 解析全時刻での変動.

図-12 2次元モデル・3次元成層モデルの下で得られたまくらぎ支圧力. (走行速度 150km/h, 遊間長 14mm)

元の変位場の方が変形が局所的に発現するために生じたものと考えられる。

次に、振動加速度に及ぼす解析モデルの影響について考える。道床上面での振動加速度スペクトルを図-13に示す。なお、まくらぎの加速度については、双方のモデルとも道床上面での加速度とほぼ同一の挙動を示したため、以下では道床での加速度に関して議論を進める。150Hz以下の応答成分については、当該の周波数領域でピークを示す応答レベルにわずかではあるが差が生じている。解析結果では、2次元モデルの方が大きな加速度レベルを与えることがわかる。200-400Hz付近の応答については、2次元モデルの方が明らかに大きな加速度レベルを与えている。走行速度を50km/hまで低減させた解析も行なったが、この傾向は高速走行時に顕著であった。上記以外の応答成分については、道床以下のモデル化の影響は小さく、双方で同水準の応答レベルを示すことがわかる。

本節で示した考察を総合すると、まくらぎ支圧力においてはモデル化の影響は軽微である。一方、道床上面での加速度については、双方のモデルで概ね同様のスペクトル分布を示す。しかし、応答のレベルは2次元モデルの方が大きくなっている。道床以下において減衰性を考慮した場合においても、同様の定性的傾向

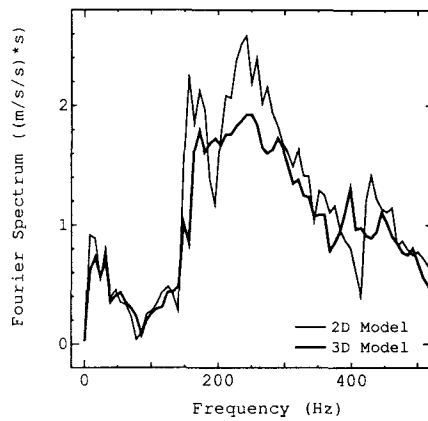


図-13 2次元モデル・3次元モデルの下で得られた道床上面での加速度スペクトル。(走行速度 150km/h, 遊間長 14mm)

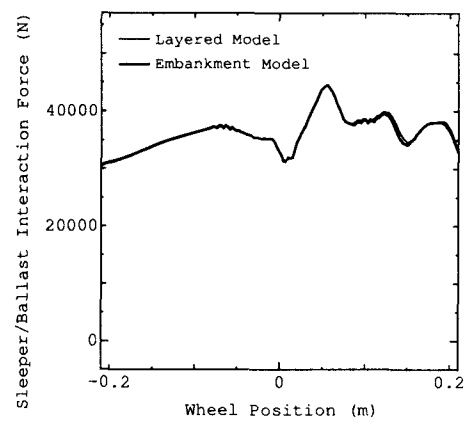
となった。ただし、2次元モデルにおいてバラスト道床の運動状態を過大評価することは、道床沈下の観点から考えると安全側の解析結果を与えることになる。そのため、道床沈下量の予測に3次元モデルに代えて2次元モデルを用いることは、実用上検討に価するものとする。

4.4 3次元成層モデル・盛土モデル間の動的応答の比較

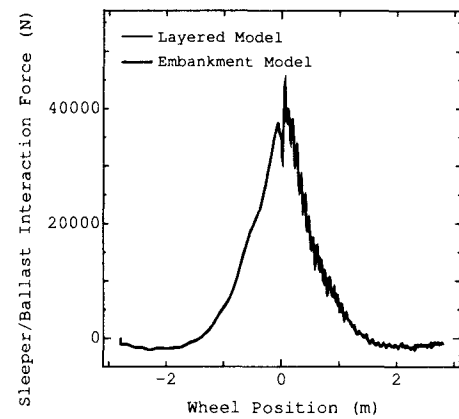
最後に、レール継目部の衝撃応答解析において、道床・路盤・路床を図-9に示すような盛土構造として表現することの必要性について考える。まず、成層モデル・盛土モデルの双方で得られたまくらぎ支圧力と車輪走行位置の関係を図-14に示す。なお、解析においては、道床以下各部は無減衰としている。また、図中“Layered Model”は成層モデル、“Embankment Model”は盛土構造モデルの下で得られた解析結果を表わしている。まくらぎ支圧力においては、道床以下の構造の違いの影響はほとんど認められない。最大作用力の発生の時刻やその大きさ、衝撃応答成分を除いた支圧力成分は、成層構造・盛土構造のいずれにおいてもほぼ同一の挙動を示している。

次に、継目直下での道床上面位置における振動加速度スペクトルを図-15に示す。解析結果より、500Hz以下の応答成分を対象とした場合、200Hz以上の周波数帯でモデル間のわずかな違いが認められるものの、その違いは前節までに示したモデル化の影響と比べて十分小さく、応答レベル・卓越周波数ともほとんど同一とみなして差し支えないと思われる。

以上の結果より、3次元モデルによって道床・路盤・路床部をモデル化した場合、当該の部位を成層構造・盛土構造のいずれによって表現しても、軌道各部に生じる動的応答はほとんど影響を受けないことが確認できた。特に衝撃応答については、現象の継続時間が短いこともあり、下部構造の違いの影響はより一層小さなものとなる。そのため、継目直下での道床沈下量予測において当該の衝撃応答解析結果を活用する場合には、道床以下を成層とみなして特段の問題は生じないもの



(a) 継目通過時の変動。



(b) 解析全時刻での変動。

図-14 3次元成層モデル・盛土モデルの下で得られたまくらぎ支圧力。(走行速度 150km/h, 遊間長 14mm)

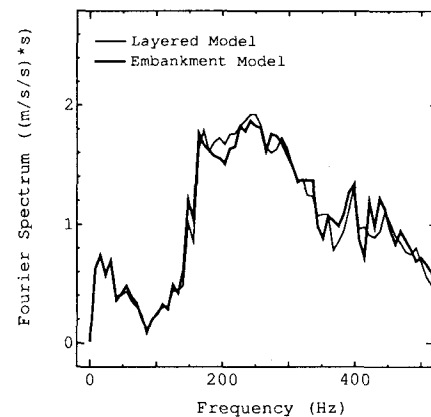


図-15 3次元成層モデル・盛土モデルの下で得られた道床上面での加速度スペクトル。(走行速度 150km/h, 遊間長 14mm)

と考えられる。

5. おわりに

本研究では、レール継目部の道床沈下量を文献2)の方法で予測する場合を想定し、継目通過時の衝撃応答

解析結果における道床・路盤・路床部のモデル化の影響について検討した。本論文では、道床・路盤・路床部を集中質点または2次元/3次元連続体としてモデル化する場合について考え、3次元モデルについては成層構造・盛土構造の2種類の軌道構造を解析対象とした。解析結果の比較は、集中質点モデルと3次元成層モデル、2次元モデルと3次元モデル、3次元モデルにおける成層構造・盛土構造の3パターンを対象に、まくらぎ支圧力、まくらぎ加速度、道床上面での加速度について行なった。

集中質点モデルと3次元モデルの応答特性を比較した場合、衝撃応答発生時のまくらぎ支圧力のピークは、モデル化の影響をほとんど受けないことがわかった。このことから、衝撃応答を含むまくらぎ支圧力の最大値を単に評価する場合には、集中質点モデルでも十分有用であると考えられる。しかし、まくらぎ・道床の鉛直方向加速度においては、双方のモデル間で大きな違いが認められた。特に、150-500Hzの応答特性の違いが顕著となった。集中質点モデル・3次元モデルとも250Hz付近にピークを有しているが、その水準は集中質点モデルの下では3次元モデルの場合の半分程度となった。道床での加速度応答の違いはまくらぎ・道床間のVoigtユニットの役割の違いにも起因している。なお、道床における加速度レベルは、バラスト粒子の運動状態を表わす有効な指標の一つであると考えられる。そのため、バラスト内部の動力学状態を検証する際に集中質点モデルを用いる場合には、十分な注意が必要である。

2次元モデルと3次元モデルの応答特性を比較した場合、双方のモデル間での動的応答の違いは、集中質点モデルの場合よりも明らかに小さくなる。まくらぎ支圧力について検討した場合、継目通過時の支圧力の低減とその直後の上昇については、道床以下の解析モデルの影響をほとんど受けなかった。作用力の低減・上昇を含む一連の衝撃的な変動成分が発生した後は、比較的短い周期で作用力が変動している。一方、道床上面での加速度については、双方のモデルで概ね同様のスペクトル分布を示す。しかし、応答のレベルは2次元モデルの方が大きくなった。すなわち、道床沈下の観点から考えると、2次元モデルは安全側の解析結果を与えることになる。そのため、道床沈下量の予測に3次元モデルに代えて2次元モデルを用いることは、実用上検討する価値があるものと考えられる。

集中質点モデル・2次元モデルとは異なり、軌道横断構造の違いがレール継目部の衝撃応答解析結果に及ぼす影響は非常に小さい。特に衝撃応答については、現象の継続時間が短いこともあり、下部構造の違いの影響はより一層小さなものとなる。そのため、継目直下での道床沈下量予測において当該の衝撃応答解析結果を活用する場合には、道床以下を成層とみなして特段の問題は生じないものと考えられる。

最後に、本研究で検討した解析モデルは、いずれもまくらぎ・道床間の接触面の形状を長方形と仮定し、接触圧力は接触面内で一様に分布するものとした。しかし、文献19)では、当該の接触面の形状は、300Hz以下の周波数帯における応答特性に対して大きな影響を

及ぼすことが指摘されている。このことは、まくらぎと道床の相互作用を適切に表現することの重要性を示唆するものである。また、本論文では一車輪の走行によって生じる動的応答を解析の対象としたが、実際の列車走行においては複数の車輪の連行によって軌道系の振動が励起される。これらの点を含めて、今後は解析結果と実測との比較を通し、道床沈下予測時においてより合理的なレール継目部の衝撃応答解析手法について論じることとしたい。

参考文献

- 1) Dahlberg, T.: Some railroad settlement models – a critical review. *Proc. Instn. Mech. Engrs., Part F*, Vol.215, pp. 289–300, 2001.
- 2) 石田 誠, 名村 明, 鈴木貴洋: 軌道沈下の実態と予測モデル. 鉄道力学シンポジウム論文集, Vol.6, pp.61–66, 2002.
- 3) Zhai, W.M., Wang, K.Y. & Lin, J.H.: Modelling and experiment of railway ballast vibrations. *J. Sound and Vib.*, Vol.270, pp.673–683, 2004.
- 4) Knothe, K. & Wu, Y.: Receptance behaviour of railway track and subgrade. *Arch. Appl. Mech.*, Vol.68, pp.457–470, 1998.
- 5) Kruse, H. & Popp, K.: The influence of wave propagation in the subsoil on the train-track dynamics. *Wave 2000*, Balkema, Rotterdam, pp.171–183, 2000.
- 6) Luo, Y., Yin, H. & Hua, C.: The dynamic response of railway ballast to the action of trains moving at different speeds. *Proc. Instn. Mech. Engrs. Part F*, Vol.210, 95–101, 1996.
- 7) Hall, L.: Simulations and analyses of train-induced ground vibrations in finite element models. *Soil Dyn. & Earthquake Engng.*, Vol.23, pp.403–413, 2003.
- 8) 紅露一寛, 阿部和久, 石田 誠, 鈴木貴洋: レール継目を考慮した振動解析モデルによる軌道系の衝撃応答の評価, 第31回土木学会関東支部技術研究発表会講演概要集, 2004.
- 9) Knothe, K.L. & Grassie, S.L.: Modelling of railway track and vehicle/track interaction at high frequencies. *Vehicle System Dynamics*, Vol.22, pp.209–262, 1993.
- 10) Thomas, J. & Abbas, A.H.: Finite element model for dynamic analysis of Timoshenko beam. *J. Sound and Vib.*, Vol.41, No.3, pp.291–299, 1975.
- 11) Nickel, R.E. & Secor, G.A.: Convergence of consistently derived Timoshenko beam finite elements. *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, Vol.5, pp.243–253, 1972.
- 12) 紅露一寛, 阿部和久, 石田 誠, 鈴木貴洋: 車両・軌道系の振動解析に適した Timoshenko ばり有限要素の提案. 第10回鉄道技術連合シンポジウム講演論文集, pp.533–536, 2003.
- 13) 阿部和久: 積分方程式に基づく時間積分法の動弾性有限要素・境界要素結合法への適用. 境界要素法論文集, Vol.14, pp.93–98, 1997.
- 14) Wu, T.X., Thompson, D.J.: On the impact noise

- generation due to a wheel passing over rail joints. *J. Sound and Vib.*, Vol.267, pp.485-496, 2003.
- 15) 片岡宏夫, 阿部則次, 若月 修, 及川祐也: レール継目部の梁モデルによる動的応力解析. 土木学会第 57 回年次学術講演会講演概要集, pp.283-284, 2002.
- 16) 鉄道総合技術研究所編: 鉄道構造物等設計基準・同解説 — 構造物. 丸善, pp.280-291, 2000.
- 17) Lysmer, J. & Kuhlemeyer, R.L.: Finite dynamic model for infinite media. *Proc. of ASCE*, Vol.95, No.EM4, pp.859-877, 1969.
- 18) Kuhlemeyer, R.L. & Lysmer, J.: Finite element method accuracy for wave propagation problems. *Proc. of ASCE*, Vol.99, No.SM5, pp.421-427, 1973.
- 19) Kumaran, G., Menon, D. & Nair, K.K: Dynamic studies of railtrack sleepers in a track structure system. *J. Sound and Vib.*, Vol.268, No.3, pp.485-501, 2003.

(2004 年 4 月 16 日 受付)