

波と潮流を受ける海洋構造物の応答の特徴

Response Characteristics of Offshore Structures subjected to Wave and Current

谷口朋代*・河野健二**

Tomoyo TANIGUCHI and Kenji KAWANO

*正会員 博士(工学) 鳥取大学助教授 (〒680-8552 鳥取市湖山町南 4 丁目 101 番地)

**正会員 工博 鹿児島大学教授 (〒890-0065 鹿児島市郡元 1 丁目 21-40)

This paper examines the response characteristics of offshore structures under the simultaneous action of the wave and current. Based on the linearized equations of motion with optimization of non-linearity arising in hydrodynamic drag force term, the structural response to wave and current is computed by the random vibration approach. The general theory also suggested that the uniform current statically induces response of offshore structure that should be superimposed on its dynamic response. The comparison of dynamic response and static one yields the necessity of inclusion of static response induced by steady current force in design of offshore structures under the ambient conditions concerned.

Key Words: wave- current-structure interaction, random vibration analysis, steady current force

1. はじめに

海洋構造物は、波とともに潮汐や地球自転に起因する潮流の影響を受けるので、海洋構造物を適切に設計するためには、外力である波や潮流による構造物の応答を把握する必要がある。これまで、波による海洋構造物の応答は、Malhotra らが示した手法に基づく詳細な検討が数多くなされた¹⁾。しかし、波と潮流が同時に作用する場合の海洋構造物の応答については、ほとんど検討されていないのが現状である。

Huang らは²⁾、海面上昇量の変動がパワースペクトル密度関数で表わされる波を対象に、潮流が波高の分布に及ぼす影響について検討を行い、潮流による波の変形を表す修正パワースペクトル密度関数を示した。また、煤田らは、振動流と定常流の共存場に設置された円柱の流体力係数について検討している^{11), 12), 13)}。一方、波と潮流を受ける海洋構造物の動的応答解析については、Kawano らの研究があるが³⁾、波-潮流-構造物の動的相互作用を考える場合の非線形抗力の取り扱いについての検討が、十分になされていない。

そこで、著者らは、潮流が海洋構造物の動的応答に及ぼす影響について明らかにすべく、波力と潮流力を受ける海洋構造物の動的応答解析を行うために必要な基礎理論の構築を行った^{4), 5)}。波力と潮流力から成る外力を慣性力と抗力の和として表わし、波力と潮流力が作用する海洋構造物の運動方程式を導いた。そして、潮流の流速が、波高、水粒子の速度や加速度のパワースペクトル密度関

数や、等価線形抗力と慣性力に及ぼす影響を明らかにした。また、抗力は潮流の流速、波による水粒子の速度と構造物の応答の速度が連成する非線形な力であることを示した。そこで、潮流の流速を一定値とし、潮流による波の変形効果を反映した波による水粒子の運動とそれに伴う力を受ける海洋構造物の動的応答はエルゴード性を示し、その出現確率が平均値 0 の正規分布に従うと仮定して、等価線形化した運動方程式を導いた。その際、非線形抗力を等価線形化抗力に置換する際に生じる誤差の二乗平均値が最小になるように等価線形化抗力に付する係数を定めた。また、モーダルアナリシスによって応答解析を行う場合、一般化座標上では等価線形化付加減衰を含む減衰項のモード間の連成が無視できることを示し、一般化座標変換によって得られる独立した線形微分方程式を用いて、不規則振動論の手法に従って海洋構造物の動的応答値が求められることを示した。そして、波と潮流による作用を同時に受ける海洋構造物の応答は、波-潮流-構造物の動的相互作用を考慮した運動方程式の解として与えられる動的成分と、一様な潮流による静的な力に対する応答として与えられる静的成分の和として与えられることを示した。しかし、これらの研究では、潮流の流速が海洋構造物の動的応答に及ぼす影響についての検討はなされたが、潮流によって海洋構造物に生じる静的な応答についての検討はなされていない。

本研究では、ある海洋構造物のモデルを対象に、一様な潮流に伴う力によって生じる海洋構造物の静的な応答

と、波-潮流-構造物の動的相互作用を考慮した海洋構造物の動的応答とを比較し、一様な潮流に伴う力によって海洋構造物に生じる静的な応答の重要性を指摘する。

2. 運動方程式

波力と潮流力を同時に受ける海洋構造物の運動方程式は節点の変位ベクトル $\{X\}$ を用いて、次のように表わすことができる。

$$[M]\{\ddot{X}\} + [C]\{\dot{X}\} + [K]\{X\} = \{P\} \quad (1)$$

ここで $[M]$ 、 $[C]$ 、 $[K]$ はそれぞれ質量マトリックス、減衰マトリックス、剛性マトリックスであり、 $\{P\}$ は波と潮流による外力を表わすベクトルである。モリソン式に従えば、 $\{P\}$ は波による水粒子の速度ベクトル $\{\dot{V}_u\}$ 、加速度ベクトル $\{\ddot{V}_u\}$ と潮流による水粒子の速度ベクトル $\{\dot{V}_c\}$ を用いて次のように表わすことができる。ただし、本研究では、付加質量と排水質量を区別して扱う。

$$\{P\} = [C_A]\{\ddot{V}_u\} + [C_M]\{\ddot{V}_u\} + [C_D]\left\{\left(\dot{V}_c + \dot{V}_u\right)\dot{V}_c + \dot{V}_u\right\} \quad (2)$$

ここで、 $[C_A] = [\cdot \cdot \rho(K_M - 1)V \cdot \cdot]$ 、 $[C_M] = [\cdot \cdot \rho V \cdot \cdot]$ 、 $[C_D] = [\cdot \cdot \rho K_D A \cdot \cdot]$ であり、 ρ ：海水の密度、 K_M ：質量係数、 V ：水粒子の運動方向に投影した構造物の体積、 K_D ：抗力係数、 A ：水粒子の運動方向に投影した構造物の面積である。(2)式の右辺第3項は、水粒子速度に関する非線形な項を含んでおり、直ちに応答計算を行うことができない。そこで、以後に示す操作により本項を等価線形化し、応答計算を行うことにした。

柔な構造物の変形の数値や加速度は、波や潮流による水粒子の速度や加速度と同程度であると仮定して、(2)式を(1)式に代入して、波、潮流と構造物の相互作用を考慮した運動方程式を得る。

$$[M]\{\ddot{X}\} + [C]\{\dot{X}\} + [K]\{X\} = [C_A]\{\ddot{V}_u - \ddot{X}\} + [C_M]\{\ddot{V}_u\} + [C_D]\left\{\left(\dot{V}_c + \dot{V}_u - \dot{X}\right)\dot{V}_c + \dot{V}_u - \dot{X}\right\} \quad (3)$$

ここで、水粒子の速度や加速度は、構造物に比べて比較的波長が長い波、即ち波数 κ が比較的小さい波では、構造物やその変形が波の場に与える影響は通常は無視できるので、潮流による波の変形を含んだ海面運動の上昇量を用いて十分な精度で求められる。これより、外力の周期的成分である水粒子の速度と加速度は、波数 κ の関数として与えられるものとする。

$$\{\dot{V}_u\} = \{\dot{V}_o(\kappa)\}, \quad \{\ddot{V}_u\} = \{\ddot{V}_o(\kappa)\} \quad (4)$$

また、潮流の速度は、粘性底層の影響がある海底付近を除けば、一様な流れと見なせることから、水深や構造物の応答とは無関係な時間的変動のない一定値であるとする。

$$\{\dot{V}_c\} = \text{const.} \quad (5)$$

(4)式を(3)式に代入して、構造物の変位と波による水粒子の位置との相対変位ベクトル $\{r\} = \{\dot{V}_o\} - \{X\}$ を用いて整理する。

$$[M + C_A]\{\ddot{r}\} + \{C\}\{\dot{r}\} + [K]\{r\} + [C_D]\left\{\left(\dot{V}_c + \dot{r}\right)\dot{V}_c + \dot{r}\right\} = [M - C_M]\{\ddot{V}_o\} + [C]\{\dot{V}_o\} + [K]\{V_o\} \quad (6)$$

(6)式の減衰に関する項をまとめて、次式を得る。

$$[M + C_A]\{\ddot{r}\} + [\tilde{C}]\{\dot{r}\} + [K]\{r\} + \{E\} = [M - C_M]\{\ddot{V}_o\} + [C]\{\dot{V}_o\} + [K]\{V_o\} \quad (7)$$

$\{E\}$ は次式で表わされる誤差ベクトルである。

$$\{E\} = [C] - [\tilde{C}]\{\dot{r}\} + [C_D]\left\{\left(\dot{V}_c + \dot{r}\right)\dot{V}_c + \dot{r}\right\} \quad (8)$$

ここで、構造物に作用する波と潮流による力の性質より、

誤差ベクトル $\{E\}$ の第 j 成分は相対速度 $\dot{r}_j$ 成分にのみ依存する。誤差ベクトル $\{E\}$ の二乗平均値を最小化すること、 $[\tilde{C}]$ に含まれる抗力に付する係数の最適値を求めることができる。これにより、潮流の影響を含む流体による減衰力が、減衰マトリックスの対角項に反映される。

$$\left\langle \frac{\partial E_j^2}{\partial \tilde{C}_{jj}} \right\rangle = 0 \quad \text{より,}$$

$$2 \left\langle (-\dot{r}_j) \cdot \left\{ (C_{jj} - \tilde{C}_{jj}) \dot{r}_j + C_{Dj} (\dot{V}_{ej} + \dot{r}_j) |\dot{V}_{ej} + \dot{r}_j| \right\} \right\rangle = 0 \quad (9)$$

$\langle \rangle$ は時間平均であり、(9)式より $[\tilde{C}]$ の $\tilde{C}_{jj}$ 成分が次のように求められる。

$$\tilde{C}_{jj} = C_{jj} + C_{Dj} \frac{\left\langle \dot{r}_j (\dot{V}_{ej} + \dot{r}_j) |\dot{V}_{ej} + \dot{r}_j| \right\rangle}{\langle \dot{r}_j^2 \rangle} \quad (10)$$

ここで、 C_{Dj} の定義から、最適化された減衰マトリックス $[\tilde{C}]$ の一般項は次のようになる。

$$\tilde{C}_{ij} = C_{ij} \quad (i \neq j \text{ のとき}) \quad (11)$$

また、前述のように最適化された $[\tilde{C}]$ を用いれば、誤差ベクトル $\{E\}$ の影響を無視できると考え、(6)式を次のように表わすことにした。

$$[M + C_A] \{\ddot{r}\} + [\tilde{C}] \{\dot{r}\} + [K] \{r\} = [M - C_M] \{\ddot{V}_o\} + [C] \{\dot{V}_o\} + [K] \{V_o\} \quad (12)$$

一方、潮流による波の変形の影響を含んだ水粒子の運動に伴って発生する力の出現確率が、平均値0の正規分布に従うと仮定すれば、構造物の応答を含む相対変位ベクトル $\{r\}$ の出現確率も平均値0の正規分布に従う。この性質より、(10)式に含まれる時間平均に関する項が、次のように計算できる。

$$\left\langle \dot{r}_j (\dot{V}_{ej} + \dot{r}_j) |\dot{V}_{ej} + \dot{r}_j| \right\rangle = 4 \sigma_{\dot{r}_j}^2 \left\{ \sigma_{\dot{r}_j}^2 z(\dot{V}_{ej}) + |\dot{V}_{ej}| z(\dot{V}_{ej}) \right\} \quad (13. a)$$

$$\langle \dot{r}_j^2 \rangle = \sigma_{\dot{r}_j}^2 \quad (13. b)$$

$$\frac{\left\langle \dot{r}_j (\dot{V}_{ej} + \dot{r}_j) |\dot{V}_{ej} + \dot{r}_j| \right\rangle}{\langle \dot{r}_j^2 \rangle} = 4 \left\{ \sigma_{\dot{r}_j}^2 z(\dot{V}_{ej}) + |\dot{V}_{ej}| z(\dot{V}_{ej}) \right\} \quad (13. c)$$

$$z(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\dot{r}_j}} \exp \left[-\frac{t^2}{2\sigma_{\dot{r}_j}^2} \right] \quad (13. d)$$

$$Z(\dot{V}_{ej}) = \int_0^{\dot{r}_j} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\dot{r}_j}} \exp \left[-\frac{\dot{r}^2}{2\sigma_{\dot{r}_j}^2} \right] d\dot{r} = \int_0^{\dot{r}_j} z(t) dt \quad (13. e)$$

ここで、(13. a)式の導出過程については、付録に示す。(13. c)式を用いて、(10)式を次のように書換える。

$$\tilde{C}_{jj} = C_{jj} + 4C_{Dj} \left\{ \sigma_{\dot{r}_j}^2 z(\dot{V}_{ej}) + |\dot{V}_{ej}| z(\dot{V}_{ej}) \right\} \quad (j = 1, 2, \dots, N) \quad (14)$$

(14)式を(12)式に代入し、再び $\{r\} = \{V_o\} - \{X\}$ の関係を用いて運動方程式を整理して次式を得る。

$$[M + C_A] \{\ddot{X}\} + [\tilde{C}] \{\dot{X}\} + [K] \{X\} = [C'_M] \{\ddot{V}_o\} + [\bar{C}_D] \{\dot{V}_o\} \quad (16. a)$$

$$\bar{C}_{Dij} = 0 \quad (i \neq j)$$

$$= 4C_{Dj} \left\{ \sigma_{\dot{r}_j}^2 z(\dot{V}_{ej}) + |\dot{V}_{ej}| z(\dot{V}_{ej}) \right\} \quad (i = j) \quad (16. b)$$

ここで、 $[C'_M] = [\cdot \cdot \rho K_M V \cdot \cdot]$ である。(16. b)式より等価線形化抗力を求めるためには、反復計算が必要になることが分かる。また、(16. a)式の右辺は、Tung らが示した剛な杭に作用する波と潮流による力と同様の表記であり⁶⁾、潮流の流速を0にすれば、Borgman が示した波による力の表記に一致する⁷⁾。そして、潮流の流速が0の場合には、(16. a)式はMalhotra らが示した波力を受ける海洋構造物の運動方程式と同様の表記になることから¹⁾、本研究で示した潮流と波による力と潮流と波を同時に受ける海洋構造物の運動方程式は、潮流の有無に関らず成立する一般的な表記であるといえる。

また、抗力項を等価線形化する際に、外力 $\{P\}$ のうち

潮流力に相当する時間的に変動のない力の成分が除去されている。(1)式は連立常微分方程式であるから、(2)式の波と潮流による力のうち、時間的に変動のない潮流力とそれ以外の力とは分離して計算することができる。これより、対象となる海洋構造物の全応答値は(16. a)式の運動方程式から得られる動的応答値に、時間的に変動のない潮流力による静的応答値 $\{X_s\}$ を加えたものになる。

$$[K]\{X_s\} = [C_D]\{\dot{V}_c|\dot{V}_c\} \quad (17)$$

3. 動的応答解析

不規則振動解析によって(16. a)式の動的応答値を求める。ここでは、付加減衰を含む減衰項のモード間の連成が無視でき、一般化座標変換によって(16. a)式が独立な線形微分方程式に分解できることを利用して、不規則振動論の手法に則って(16. a)式の動的応答を求める方法について示す。

変位ベクトル $\{X\}$ を、(20)式に示す規準化したモードマトリックス $[\Psi]$ と(19)式の関係を用いて、一般化座標 $\{\phi\}$ へ変換すると、(16. a)式は(18)式のようになる。

$$\{\ddot{\phi}\} + [\cdot 2\zeta\omega \cdot]\{\dot{\phi}\} + [\cdot \omega^2 \cdot]\{\phi\} = [\Psi]^T\{\bar{P}\} \quad (18)$$

$$\{X\} = [\Psi]\{\phi\} \quad (19)$$

$$[\Psi]^T[M + C_A][\Psi] = [I] \quad (20)$$

$$[\cdot \omega^2 \cdot] = [\Psi]^T[K][\Psi] \quad (21)$$

$[I]$ は単位マトリックス、 ζ は減衰係数、 ω は固有振動数であり、 $\{\bar{P}\}$ は潮流の効果を含む等価線形化された波力を表わしている。

一方、減衰マトリックスは、以後に示す検討により対角化マトリックスとして扱うことにした。(16. a)式における減衰マトリックスは、一般化座標変換により、次のようになる。

$$[C_O] = [\Psi]^T[\tilde{C}][\Psi] \quad (22)$$

一般化座標上の減衰マトリックス $[C_O]$ は対称マトリックスではあるが、対角マトリックスではないのでモード間の連成が生じる。一般に、減衰が連成する場合は、複素モード解析により解を求めることができる。しかし、本研究では、モード減衰を対角化の際に生じる誤差の二乗平均値を最小化し、モード減衰係数の最適値を定めることで、減衰マトリックスを非連成化する。これより、一般化座標上の減衰項は、各モード毎に次のように表わすことができる。

$$[C_O]\{\dot{\phi}\} = [C^*]\{\dot{\phi}\} + \{\alpha\} \quad (23)$$

$[C^*]$ ：最適化された対角減衰マトリックス

$\{\alpha\}$ ：対角化に伴う誤差ベクトル

一般項 C_{jj}^* ($j = 1, 2, \dots, N$)の最適値を決定するために、誤差の2乗平均値 α_j^2 の最小値を検討する。

$$\left\langle \frac{\partial \alpha_j^2}{\partial C_{jj}^*} \right\rangle = \left\langle 2 \left(\sum_{k=1}^n C_{Ojk} \dot{\phi}_k - C_{jj}^* \dot{\phi}_j \right) \cdot (-\dot{\phi}_j) \right\rangle = 0 \quad (24)$$

(24)式を解いて、 C_{jj}^* が次のように求められる。

$$C_{jj}^* = C_{Ojj} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n \frac{C_{Ojk} \langle \dot{\phi}_k \dot{\phi}_j \rangle}{\langle \dot{\phi}_j^2 \rangle} \quad (25)$$

(25)式より、最適化の過程で、誤差ベクトル $\{\alpha\}$ に関する項が除去されていることが分かる。これより、次の近似関係を得る。

$$[C_O]\{\dot{\phi}\} \approx [C^*]\{\dot{\phi}\} \quad (26)$$

ここでは、残差の規模について論じないが、波と潮流が同時に作用する場合でも、減衰がモード間で連成することの影響は小さいと考え、一般化座標上の減衰マトリックスを対角マトリックスとして扱うこととした。これは、Yamada らが示した⁸⁾、波力が作用する海洋構造物の場合に、波による付加減衰を含む減衰マトリックスを対角マ

トリックスとして扱っても、海洋構造物の動的応答値に及ぼす影響は少ないという結果と一致する。

また、 $[C^*]$ は、モーダルマトリックス $[\Psi]$ を用いて、次式のように変換できるとした。

$$[\Psi]^T [C^*] [\Psi] = [\cdot 2\zeta \omega \cdot] \quad (27)$$

これまでの検討により、潮流と波を受ける海洋構造物の運動方程式が、一般化座標変換によって、自由度の数に相当する独立した線形微分方程式に分解できることが分かったので、海洋構造物の動的応答値を、不規則振動論の手法に則って求めることができる。これより、海洋構造物の変位の共分散マトリックス $E[\{X\}\{X\}^T]$ が、次のように求められる。

$$E[\{X\}\{X\}^T] = \int_{-\infty}^{\infty} [\Psi][\cdot H^*(\omega) \cdot] [\Psi][S_{\bar{P}\bar{P}}(\omega)][\Psi]^T [\cdot H(\omega) \cdot] [\Psi]^T d\omega \quad (28. a)$$

$$[\cdot H(\omega) \cdot] = [\cdot \omega^2 - \omega_i^2 + 2i\zeta_i \omega_i \omega \cdot]^{-1}, \quad (28. b)$$

$$[\cdot H^*(\omega) \cdot] = [\cdot H(-\omega) \cdot] \quad (28. b)$$

(28. a) 式の右辺中の $[S_{\bar{P}\bar{P}}(\omega)]$ は、潮流の効果を含む等価線形化された波力による外力のパワースペクトルマトリックスであり、左辺の対角項の正の平方根が rms 応答変位である。外力のパワースペクトルマトリックスは次のように求めた。

$$[S_{\bar{P}\bar{P}}(\omega)] = \int_{-\infty}^{\infty} [R_{\bar{P}\bar{P}}(\tau)] e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (29)$$

$$[R_{\bar{P}\bar{P}}(\tau)] = \left\langle \{\bar{P}(t)\} \{\bar{P}(t+\tau)\}^T \right\rangle \quad (30)$$

ここで、 $[R_{\bar{P}\bar{P}}(\tau)]$ は相関マトリックスであり、相関マトリックスの一般項は、潮流の効果を含む等価線形化された波力を用いて次のように表わすことができる。

$$\bar{P}_i(t) = C'_{Mi} \ddot{V}_{oi}(t) + \bar{C}_{Di} \dot{V}_{oi}(t) \quad (31)$$

$$R_{\bar{P}_i \bar{P}_j}(\tau) = C'_{Mi} C'_{Mj} R_{\dot{V}_{oi} \dot{V}_{oj}}(\tau) + \bar{C}_{Di} \bar{C}_{Dj} R_{\dot{V}_{oi} \dot{V}_{oj}}(\tau)$$

$$+ C'_{Mi} \bar{C}_{Dj} R_{\dot{V}_{oi} \dot{V}_{oj}}(\tau) + \bar{C}_{Di} C'_{Mj} R_{\dot{V}_{oi} \dot{V}_{oj}}(\tau) \quad (32)$$

本研究では、水粒子の速度と加速度を微小振幅波理論を用いて表わす。微小振幅波理論によれば、任意の水深 y_i における水粒子の速度と加速度を、潮流による波の変形を考慮した海面上昇量 $\eta^*(t)$ を用いて次のように表わすことができる。座標系の定義は、図-2に示す。

$$\dot{V}_{oi}(t) = \omega \frac{\cosh \kappa y_i}{\sinh \kappa h} \eta^*(t) \quad i // x \quad (33. a)$$

$$\ddot{V}_{oi}(t) = \omega^2 \frac{\cosh \kappa y_i}{\sinh \kappa h} \eta^*(t) \quad i // x \quad (33. b)$$

$$\dot{V}_{oi}(t) = \omega \frac{\sinh \kappa y_i}{\sinh \kappa h} \eta^*(t) \quad i // y \quad (33. c)$$

$$\ddot{V}_{oi}(t) = \omega^2 \frac{\sinh \kappa y_i}{\sinh \kappa h} \eta^*(t) \quad i // y \quad (33. d)$$

ここで、 $i // x$ は、添字 i で識別されるの水粒子の速度ベクトルの方向が x 軸に平行であることを示し、 h は対象海域の水深である。

また、微小振幅波理論で表した水粒子の速度と加速度の相関係数には次のような関係がある⁸⁾。

$$R_{\dot{V}_{oi} \dot{V}_{oj}}(-\tau) = R_{\dot{V}_{oi} \dot{V}_{oj}}(\tau) \quad (34)$$

これらより、波力と潮流力による外力のパワースペクトルマトリックスの一般項を、次のように表わすことができる。

$$S_{\bar{P}_i \bar{P}_j}(\omega) = C'_{Mi} C'_{Mj} S_{\dot{V}_{oi} \dot{V}_{oj}}(\omega) + \bar{C}_{Di} \bar{C}_{Dj} S_{\dot{V}_{oi} \dot{V}_{oj}}(\omega) \quad (35. a)$$

ここで、

$$S_{\dot{V}_{oi} \dot{V}_{oj}}(\omega) = \omega^2 \frac{\cosh \kappa y_i \cosh \kappa y_j}{\sinh^2 \kappa h} S_{\eta\eta}^*(\omega) \quad \begin{matrix} i // x \\ j // x \end{matrix} \quad (35. b)$$

$$S_{\dot{V}_{oi} \dot{V}_{oj}}(\omega) = \omega^2 \frac{i \cosh \kappa y_i \sinh \kappa y_j}{\sinh^2 \kappa h} S_{\eta\eta}^*(\omega) \quad \begin{matrix} i // x \\ j // y \end{matrix} \quad (35. c)$$

$$S_{\dot{V}_{oi} \dot{V}_{oj}}(\omega) = \omega^2 \frac{-i \sinh \kappa y_i \cosh \kappa y_j}{\sinh^2 \kappa h} S_{\eta\eta}^*(\omega) \quad \begin{matrix} i // y \\ j // x \end{matrix} \quad (35. d)$$

$$S_{\dot{V}_{oi} \dot{V}_{oj}}(\omega) = \omega^2 \frac{\sinh \kappa y_i \sinh \kappa y_j}{\sinh^2 \kappa h} S_{\eta\eta}^*(\omega) \quad \begin{matrix} i // y \\ j // y \end{matrix} \quad (35. e)$$

$$S_{\dot{V}_{oi} \dot{V}_{oj}}(\omega) = \omega^2 S_{\dot{V}_{oi} \dot{V}_{oj}}(\omega) \quad (35. f)$$

$S_{\eta\eta}^*(\omega)$: 潮流による波の変形を考慮した海面上昇量

の変動を表すパワースペクトル密度関数
(以下、波の修正パワースペクトル密度関数)

これらのことから、波力と潮流力によるパワースペクトル密度関数は、慣性力のパワースペクトル密度関数と等価線形化された抗力のパワースペクトル密度関数の和で与えられることが分かる。また、波の修正パワースペクトル密度関数は潮流による波の変形効果を表わす関数と海面上昇量の変動を示すパワースペクトル密度関数との積として与えられる²⁾。

$$S_{\eta\eta}^*(\omega) = C(\omega) S_{\eta\eta}(\omega) \quad (36. a)$$

$$C(\omega) = \frac{4}{\left[1 + \left(1 + \frac{4\dot{V}_c \omega}{g} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \left[\left(1 + \frac{4\dot{V}_c \omega}{g} \right)^{\frac{1}{2}} + \left(1 + \frac{4\dot{V}_c \omega}{g} \right) \right]} \quad (36. b)$$

$S_{\eta\eta}(\omega)$: 海面上昇量の変動を示すパワースペクトル
密度関数

ただし、 $1 + 4\dot{V}_c \omega / g < 0$ となる領域では波が碎けて存在しなくなることを表わすカットオフ振動数が存在する。

また、潮流の流速 $\dot{V}_c = 0$ のときに、 $S_{\eta\eta}^*(\omega) = S_{\eta\eta}(\omega)$ となることから、(36) 式の波の修正パワースペクトル密度関数は潮流の有無に関らず成立つ一般的な表示方法である。

4. 解析結果と考察

4.1 パワースペクトル密度関数に及ぼす潮流の影響

海面上昇量の変動を表すパワースペクトル密度関数と潮流の流速との関係を示したものが図-1 である。本研究で用いた波のパワースペクトル密度関数は、(37) 式で表わされる Bretschneider 型である⁹⁾。波浪条件を表わすパラメータである平均波高： $\bar{H}$ (m)，平均周期： $\bar{T}$ (s) の組合せを $(\bar{H}, \bar{T}) = (7.0, 11.7)$ とし、潮流の流速の範囲を $-3.0\text{m/s} \sim 3.0\text{m/s}$ とした。

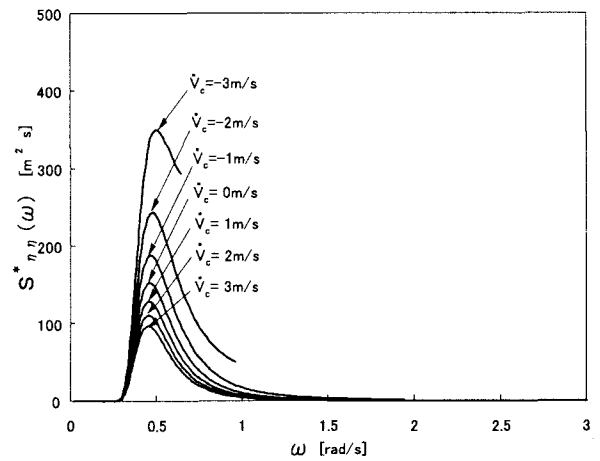


図-1 波高のパワースペクトル

$$S_{\eta\eta}(\omega) = \left(\frac{A}{\omega^5} \right) \exp \left(-\frac{B}{\omega^4} \right) \quad (37. a)$$

$$A = 4210 \left(\frac{\bar{H}}{\bar{T}^2} \right)^2, \quad B = \frac{1052}{\bar{T}^4} \quad (37. b)$$

図-1 より、潮流の流速が負値の場合、パワースペクトルのピーク値が上がり、高い振動数を有する波を多く含むようになることが分かる。これは、負の流速によって波の形状が鋭くなることを高い振動数を有する波を重ね合せて表わしているためである。しかし、負の流速が大きくなると、高い振動数を有する波を重ね合せようとする途中で、カットオフ振動数を迎え、パワースペクトルが途切れた形状となり、波が碎けること、あるいは、波が潮流を越えないことを表している。一方、潮流の流速が正值の場合には、パワースペクトルのピーク値が下がり、高い振動数を有する波が少なくなっていることが分かる。これは、正の流速によって波の形状が緩やかになることを表わしているためである。

4.2 海洋構造物の動的応答に及ぼす潮流の影響

図-2 に示す海洋構造物の解析モデルを用いて、潮流の流速が海洋構造物の応答に及ぼす影響について検討を行った。対象にした海洋構造物は鋼製で、柱、横梁、斜材は円形断面であり、直径はそれぞれ、3m, 3m, 1.5m, 板厚はそれぞれ、30mm, 30mm, 15mm であり、海面上のデッキ部分に相当する横梁の剛性は十分に高く、かつデッキの質量として 2000t を均等に見込んでいる。解析モデルの一次の固有周期は 1.82 秒であり、検討に用いた波の平均周期とは十分に離れている。解析に用いた質量係数 K_M と抗力係数 K_D は、それぞれ 2.0, 1.0 である。

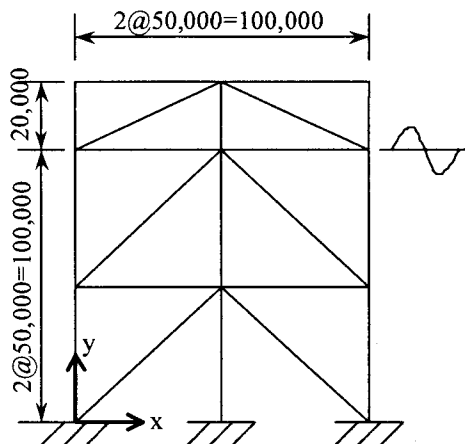


図-2 解析モデル図 (寸法の単位: mm)

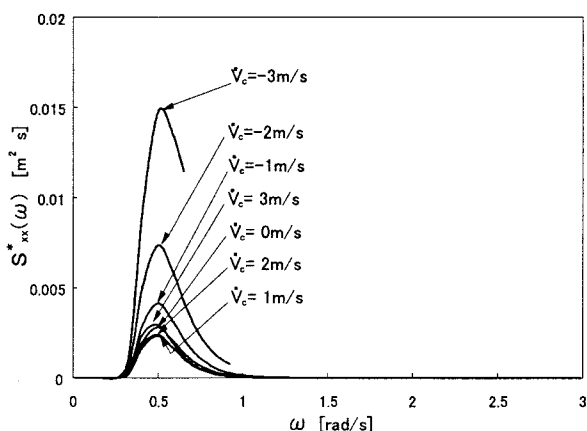


図-3 応答変位スペクトルと潮流の流速との関係

波浪条件を $(\bar{H}, \bar{T}) = (3.0, 7.6)$ 、潮流の流速の範囲を $-3.0\text{m/s} \sim 3.0\text{m/s}$ とした場合、解析モデルの左柱上端部水平方向の応答変位スペクトルを図-3に示す。尚、首藤によれば¹⁰⁾、本研究で用いた水深と波浪条件は、微小振幅波理論が適用可能な範囲である。

図-3より、潮流の流速が負値の場合には、応答変位スペクトルのピーク値は大きくなるが、流速毎のピーク値の差は波高のパワースペクトルのそれよりもかなり大きいことが分かる。応答変位は、慣性力と抗力の両者からなる流体力によって決まるため、負の潮流速度の増加がもたらす波高増加は、慣性力による変位に対しては比例関係になるが、抗力による変位に対しては、波高の2乗で影響するため、図-3の変位応答スペクトルのピーク値に与える負の潮流速度の影響は、図-1の波高スペクトルへの場合よりも、遥かに大きくなる場合がある。一方、潮流の流速が正值の場合には、応答変位スペクトルのピーク値は小さくなるが、波高のパワースペクトルのように流速毎に小さくなるのではなく、順序が逆転しているものがあることが分かる。これは、波力と付加減衰力の

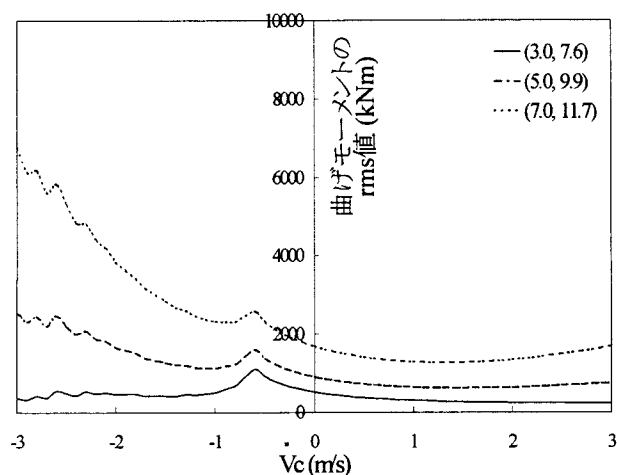


図-4 曲げモーメントのrms値と潮流の流速との関係

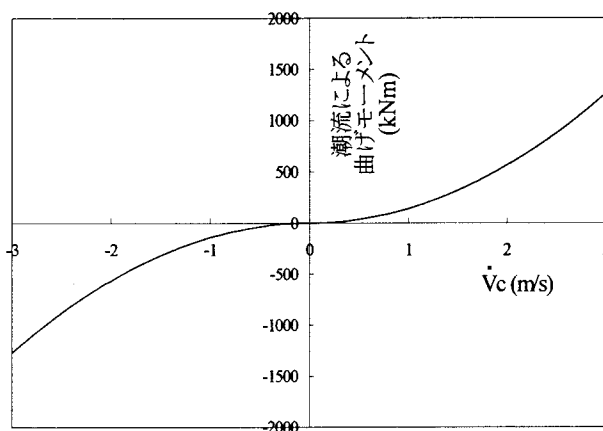


図-5 潮流による曲げモーメントと潮流の流速との関係

釣合いによるものと考えられる。この様に、潮流の流速は、海洋構造物の応答スペクトルに大きな影響を与えることが分かる。

次に、波浪条件を $(\bar{H}, \bar{T}) = (3.0, 7.6)$ 、 $(5.0, 9.9)$ 、 $(7.0, 11.7)$ 、潮流の流速の範囲を $-3.0\text{m/s} \sim 3.0\text{m/s}$ として、解析モデルの左柱下端部の曲げモーメントのrms値に着目し、潮流の流速の影響について検討した結果を図-4に示す。図-4より、潮流の流速が構造物の曲げモーメントのrms値に及ぼす影響は、波浪条件に関わらず、ほぼ同じ傾向であることが分かる。これは、負の潮流が高い振動数の波の成分を増加させる効果と、カットオフ振動数が平均パワーを減少させる効果が、波の状態に関わらず、潮流の流速毎にほぼ一定になっているからと考えられる。また、曲げモーメントのrms値が波浪条件に関わらず、潮流の流速が -0.7m/s 付近でピーク値を示すことが分かる。これは、潮流が存在する場合の波による慣性力の変化と同様の変化であることから⁴⁾、潮流が存在する場合であっても、波による慣性力が海洋構造物の動的応答に支配的であることが分かる。また、負の潮流の影響により、波高が高くなり波は砕けていくが、その中に慣

性力に影響を及ぼす振動数を有する波が含まれることが、流速-0.7m/sを境に顕著になるからと考えられる。そして、平均波高が低い波ほど曲げモーメントの rms 値のピークの前後の曲線の勾配が急であることから、潮流が曲げモーメントの rms 値に及ぼす影響は、平均波高が低い波ほど大きいことが分かる。また、潮流の流速が負値の場合には、海洋構造物の応答が、潮流の流速が 0 の場合の応答の 3 倍以上となる場合もあり、構造設計時には潮流の影響を十分に考慮しなければならないと考えられる。

以上のことより、潮流の存在は、海洋構造物の動的応答値に大きな影響を及ぼすので、海洋構造物の動的応答解析に潮流の影響を考慮することが、不可欠であることが分かる。

4.3 海洋構造物の静的応答に及ぼす潮流の影響

図-5 は、潮流の流速の範囲を-3.0m/s~3.0m/s として、一様な潮流に伴う力によって、解析モデルの左柱下端部に生じる静的な曲げモーメントについて検討した結果である。潮流に伴う力による曲げモーメントの変化が放物線状になるのは、潮流力に相当する力の成分が、潮流の流速の二乗に比例する抗力として与えられるからであり、曲げモーメントに正負が生じるのは、潮流の方向を判別しているためである。ここで、現実的な設計条件としての潮流の流速の絶対値が 2.0m/s 程度であると考え、潮流による静的な曲げモーメントは、波-潮流-構造物の動的相互作用に基づく曲げモーメントの rms 値とほぼ同じオーダーであることが分かる。

2. で示したように、波と潮流による作用を同時に受ける海洋構造物の応答は、波-潮流-構造物の動的相互作用を考慮した(16)式の運動方程式の解として与えられる動的成分と、一様な潮流による(17)式の釣合い方程式の解として与えられる静的成分の和として与えられることから、前述の結果は、波と潮流の作用を同時に受ける海洋構造物を設計する場合には、一様な潮流による静的な応答を適切に考慮する必要があることを示唆している。

6. おわりに

本研究で得られた結果を次に要約する。

- 1) 潮流と波を同時に受ける海洋構造物の等価線形化した運動方程式と時間的に変動のない潮流力による釣り合い式に基づき、海洋構造物の動的及び静的応答に及ぼす潮流の影響について検討した。
- 2) 潮流の流速が波のスペクトルのピーク値に及ぼす影響は、潮流の流速の正負に関らず、潮流の流速に応じてほぼ比例的である。しかし、潮流の流速が構造物の応

答スペクトルに及ぼす影響は、潮流の流速とその方向によって大きく異なる。

- 3) 負の潮流による慣性力の変化と海洋構造物の動的応答の変化がほぼ一致することから、潮流が存在する場合であっても、海洋構造物の動的応答には慣性力が支配的であることを示した。
- 4) 潮流の存在は、海洋構造物の動的応答値に大きな影響を及ぼすので、海洋構造物の動的応答解析に潮流の影響を考慮することが不可欠であることを示した。
- 5) 一様な潮流に伴う力により、海洋構造物に静的な応答が生じるが、それは波-潮流-構造物の動的相互作用に基づく動的な応答と同じオーダーであるので、波と潮流の作用を同時に受ける海洋構造物の設計する場合には、潮流による静的な応答を適切に考慮する必要があることを示した。

付録

(13. a)式の時間平均に関する計算は、積分範囲を工夫して絶対値記号をはずすことにより、次のように計算できる。

$$\begin{aligned} & \left\langle \dot{r}_j (\dot{V}_{cj} + \dot{r}_j) \dot{V}_{cj} + \dot{r}_j \right\rangle \\ &= \int_{-\infty}^{\dot{V}_{cj}} -\dot{r}_j (\dot{V}_{cj} + \dot{r}_j)^2 z(\dot{r}_j) d\dot{r}_j + \int_{\dot{V}_{cj}}^{\infty} \dot{r}_j (\dot{V}_{cj} + \dot{r}_j)^2 z(\dot{r}_j) d\dot{r}_j \end{aligned} \quad (\text{A. 1})$$

ここで、 $\dot{r}_j$ の出現確率が、平均値 0 の正規分布に従うことから、関数 z を次のように与える。

$$z(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\dot{r}_j}} \exp \left[-\frac{t^2}{2\sigma_{\dot{r}_j}^2} \right] \quad (\text{A. 2})$$

これより、(A. 1)式中の $\dot{r}_j$ の1次、2次、3次モーメントに関する項が、次のように計算できる。

$$\int_{-\infty}^{\dot{V}_{cj}} \dot{r}_j z(\dot{r}_j) d\dot{r}_j = -\sigma_{\dot{r}_j}^2 z(-\dot{V}_{cj}) \quad (\text{A. 3a})$$

$$\int_{\dot{V}_{cj}}^{\infty} \dot{r}_j z(\dot{r}_j) d\dot{r}_j = \sigma_{\dot{r}_j}^2 z(\dot{V}_{cj}) \quad (\text{A. 3b})$$

$$\int_{-\infty}^{\dot{V}_{cj}} \dot{r}_j^2 z(\dot{r}_j) d\dot{r}_j = \dot{V}_{cj} \sigma_{\dot{r}_j}^2 z(-\dot{V}_{cj}) + \sigma_{\dot{r}_j}^2 \int_{-\infty}^{\dot{V}_{cj}} z(\dot{r}_j) d\dot{r}_j \quad (\text{A. 4a})$$

$$\int_{\dot{V}_{cj}}^{\infty} \dot{r}_j^2 z(\dot{r}_j) d\dot{r}_j = -\dot{V}_{cj} \sigma_{r_j}^2 z(-\dot{V}_{cj}) + \sigma_{r_j}^2 \int_{\dot{V}_{cj}}^{\infty} z(\dot{r}_j) d\dot{r}_j \quad (\text{A. 4b})$$

$$\int_{-\infty}^{\dot{V}_{cj}} \dot{r}_j^3 z(\dot{r}_j) d\dot{r}_j = -\dot{V}_{cj}^2 \sigma_{r_j}^2 z(-\dot{V}_{cj}) - 2\sigma_{r_j}^4 z(-\dot{V}_{cj}) \quad (\text{A. 5a})$$

$$\int_{\dot{V}_{cj}}^{\infty} \dot{r}_j^3 z(\dot{r}_j) d\dot{r}_j = \dot{V}_{cj}^2 \sigma_{r_j}^2 z(-\dot{V}_{cj}) + 2\sigma_{r_j}^4 z(-\dot{V}_{cj}) \quad (\text{A. 5b})$$

(A. 1) 式に (A. 3) ~ (A. 5) 式を代入して次式を得る.

$$\begin{aligned} & \left\langle \dot{r}_j (\dot{V}_{cj} + \dot{r}_j) \right| \dot{V}_{cj} + \dot{r}_j \rangle \\ &= 4\sigma_{r_j}^2 \left\{ \sigma_{r_j}^2 z(\dot{V}_{cj}) + |\dot{V}_{cj}| Z(\dot{V}_{cj}) \right\} \quad (\text{A. 6}) \end{aligned}$$

ここで, $z(-t) = z(t)$ であり,

$$Z(\dot{V}_{cj}) = \int_0^{\dot{V}_{cj}} z(t) dt \quad (\text{A. 7})$$

である.

また, (A. 6) 式の右辺第 2 項の潮流の流速の項の絶対値は, 等価線形化された抗力の大きさは, 潮流の流れの方向とは無関係に, その強度にのみ依存することを示している.

参考文献

- 1) Malhotra, A. K. and Penzien, J.: Nondeterministic analysis of offshore structures, Journal of the Engineering Mechanics Division, Proceedings of ASCE, EM6, pp. 985-1003, 1970.
- 2) Huang, N. E., Chen, D. T., Tung, C. C. and Smith, J. R.: Interactions between steady non-uniform currents and gravity waves with applications for current measurements, Journal of Physical Oceanography, Vol. 2, pp. 420-431, 1972.
- 3) Kawano, K., Venkataramana, K., Hashimoto, T. and Taniguchi, T.: Dynamic response analysis of semi float type offshore platform, Proceedings of 7th (1997) International Offshore and Polar Engineering Conference, pp. 485-492, 1997.
- 4) 谷口, 河野: 波-潮流-構造物の相互作用を考慮した有脚式海洋構造物の不規則応答解析, 土木学会論文集, No. 661/I-53, pp. 141-150, 2000.
- 5) T. Taniguchi and K. Kawano: Current effects on extreme response value statistics of offshore structures subjected to wave and current, The Proceedings of 11th International Offshore and Polar Engineering Conference, Volume III, pp. 347-353, 2001.
- 6) Tung, C. C. and Huang, N. E.: Combined effects of current and waves on fluid force, Ocean Engineering, Vol. 2, pp. 183-193, 1973.
- 7) Borgman, L. E.: Spectral analysis of ocean wave forces on piling, Journal of the Waterways and Harbors Division, Proceedings of ASCE, WW2, pp. 129-156, 1967.
- 8) Yamada, Y. and Kawano, K.: Seismic response analysis of non proportional damping system due to response spectrum method, Journal of Structural Engineering/ Earthquake Engineering, JSCE, Vol. 4, pp. 213-222, 1987.
- 9) Bretschneider, C. L.: Sea motion and wave forecasting, Handbook of Ocean and Underwater Engineering, McGraw-Hill, 1969.
- 10) 首藤伸夫: 非線形長波の変形, 水路幅, 水深の変化する場合, 第 21 回海岸工学講演会論文集, pp. 57-64, 1974.
- 11) 榎田真也・馬替敏治・由比政年・石田 啓: 振動流と定常流の共存場に設置された円柱に作用する流体力特性の数値解析, 海岸工学論文集, 第 48 巻, pp. 886-890, 2001. 11.
- 12) 榎田真也・由比政年・石田 啓: 共存流による直立円柱底面付近の 3 次元流体場の変動特性, 海岸工学論文集, 第 49 巻, pp. 706-710, 2002. 10.
- 13) 榎田真也・馬替敏治・由比政年・石田 啓: 振動流と定常流の斜交共存場における円柱に作用する流体力特性, 海岸工学論文集, 第 50 巻, pp. 731-735, 2003. 11.

(2004 年 4 月 16 日受付)