

弾性変形を考慮したポンツーン型浮体に作用する 変動波漂流力の解析

Analysis of slowly-varying wave drift force on a pontoon type VLFS

貴田勝太郎*・宇都宮智昭**・渡邊英一***

Shotaro KIDA, Tomoaki UTSUNOMIYA and Eiichi WATANABE

*学生員 京都大学大学院 工学研究科社会基盤工学専攻 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)

**正会員 工博 京都大学助教授 大学院工学研究科社会基盤工学専攻 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)

***フェロー Ph.D., 工博 京都大学教授 大学院工学研究科社会基盤工学専攻 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)

A pontoon type Very Large Floating Structure (VLFS) is expected to be implemented in the near future. Design of mooring system of VLFS requires an estimate of slowly-varying wave drift force. However, slowly-varying wave drift force on elastic VLFS has not been precisely computed yet. Slowly-varying wave drift force is second order wave force with respect to the wave height. Computation of second order wave force is very complicated and difficult because it requires computation of second order velocity potential. The authors have resolved this problem by using assistant radiation potential method, restricting the model for analysis to a pontoon type VLFS. In this paper, computation of slowly-varying wave drift force on elastic VLFS has been made, and comparison between direct computation and well-known approximation (Newman's approximation) is presented.

Key Words : *slowly varying wave drift force, VLFS, second order wave force, boundary element method*

1. はじめに

新しい海洋域の利用法として、近年、超大規模浮体構造物の構想がたてられ、研究、実用化が進められている。この超大規模浮体構造物には、埋め立てなどの方法と比べて、地震などの災害に強いことや、海洋の生物環境に与える影響が少ないこと、施工期間が短いことなど、多くの利点がある。その中でも、長方形の平面形状をもつポンツーン型浮体は、最も標準的な形状であって、多くの利用が見込まれる。超大規模浮体構造物は、その水平方向寸法の大きさゆえに、波浪に対する鉛直応答(動揺)の解析において、剛体として扱えないという特徴があり、弾性変形を考慮することが必要となる。また、超大型浮体構造物の係留系を検討する際には、構造物にかかる波力、特に変動波漂流力の設定が必要となるが、これまでは超大規模浮体構造物に対して、弾性変形を含めて、厳密に変動波漂流力を求めることがなされていなかった。その代わりに、相対水位法¹⁾や、反射率を使った簡易推定式²⁾などが用いられてきた。それらの推定法の中で、精度と簡便性を兼ね備えたものに Newman 近似⁵⁾がある。

本研究では、ポンツーン型浮体に対して弾性変形を含めた形で 2 次オーダー波力を計算することで、厳密な変動波漂流力の時刻歴を計算し、Newman 近似によって得られる変動波漂流力と比較することを目的とする。なお、1 次、2 次というのは、波高に関する 1 次、2 次の物理量を意味する。これは、後述の波面勾配をパラメータとする摂動展開から生じる。

超大型浮体構造物は、その質量の大きさゆえに、係留系の固有周期が長く、長周期の力の影響が強いもの

と考えられる。このことは、本論文で長周期の力である変動波漂流力を取り扱う理由の一つであるが、本論文では外力としての変動波漂流力を求めることに注力し、水平方向の動揺についてはこれを拘束して扱う。すなわち、係留系の固有周期とここで求められる変動波漂流力の間には構造物の固有周期とは直接の関連は無いことを付記しておく。

2. 解析手法

2.1 解析モデル

座標系として右手系の空間座標系 $o-xyz$ を考える。原点 o 、及び、 x 軸、 y 軸を静水面上にとり、 z 軸は鉛直上向きを正にとることとする。また、流体は非粘性、非圧縮性、非回転流れを仮定する。この仮定によって、流体運動をポテンシャル理論で解析する。対象とする浮体構造物は、長辺 $2a$ 、短辺 $2b$ 、喫水 d の箱型の、図 1 のようなポンツーン型浮体とし、鉛直な側面と、水平な底面で構成されているものとする。水平方向の剛体運動、変位は無視し、鉛直方向の変形のみを考慮に入れることとする。水深は一定水深 h とする。

2.2 1 次オーダーポテンシャル

2 次オーダー波力の計算には 1 次オーダーポテンシャルの計算を必要とする。まず、1 次オーダーポテンシャルについて、弾性応答による 1 次の radiation ポテンシャルも含めて、計算の基礎となる定式化をすすめる。定式化は Utsunomiya, T. et al. (2001)³⁾を参考に行なった。流体やその運動に関する仮定によって、流体運動

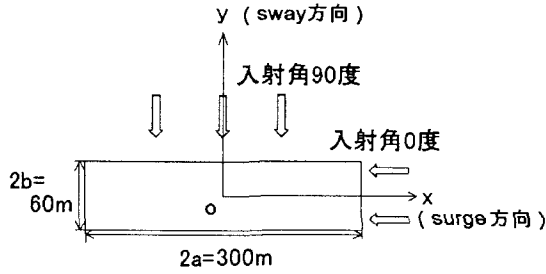


図-1 解析モデル

は速度ポテンシャル Φ によって記述される。以下では、 Φ をオーダー、性質ごとに以下のように、微小パラメータ ε によって摂動展開する。

$$\begin{aligned}\Phi &= \varepsilon \Phi^{(1)} + \varepsilon^2 \Phi^{(2)} + O(\varepsilon^3) \\ &= \varepsilon (\Phi_I^{(1)} + \Phi_S^{(1)} + \Phi_R^{(1)}) \\ &\quad + \varepsilon^2 (\Phi_I^{(2)} + \Phi_S^{(2)} + \Phi_R^{(2)}) + O(\varepsilon^3) \quad (1)\end{aligned}$$

ただし、上添字は各ポテンシャルのオーダーを示し、下添字は各ポテンシャルの性質を示している。ここでは、 I は入射波ポテンシャル、 S は scattering ポテンシャル、 R は radiation ポテンシャルを示している。また、 ε は $\varepsilon = k_0 A \left(k_0 = \frac{2\pi}{\lambda} : \text{波数}, A : \text{入射波振幅}, \lambda : \text{波長} \right)$ で定義される微小パラメータである。 $O(\varepsilon^3)$ は3次以上のオーダーの項であり、本研究では無視する。角周波数 ω_j の規則波による1次オーダーポテンシャルは以下のように記述される。

$$\Phi^{(1)} = \Re[\phi_j^{(1)} e^{i\omega_j t}] \quad (2)$$

ただし、 t は時間を表し、 $\phi_j^{(1)}$ は複素ポテンシャルを表す。本研究では、1次オーダーのポテンシャルについては3種類全てを考慮するが、2次オーダーのポテンシャルについては radiation ポテンシャルを考慮しないこととする。2次オーダーの radiation ポテンシャルから生じる波力が、本研究で対象とするものについて、工学的にみてあまり大きくないと考えられるためと、その扱いが非常に複雑であることがその理由である。以下では、各ポテンシャルについて、その計算方法を示す。

(1) 入射波ポテンシャル

片振幅波高 A_j 、角振動数 ω_j 、波数 k_j の入射波が x 軸と β の角をなして進行しているものとする。ただし、 $\beta = 0$ の時、入射波は x 軸の正の方向から入射し、 $\beta = 90^\circ$ の時、 y 軸の正の方向から入射するものとする。この時、上述の規則波中での1次オーダー入射波ポテンシャルは以下のように表される。

$$\Phi_I^{(1)} = \Re \left[\frac{i A_j g}{\omega_j} \phi_{Ij}^{(1)} e^{i\omega_j t} \right] \quad (3)$$

$$\phi_{Ij}^{(1)} = \frac{\cosh k_j(z+h)}{\cosh k_j h} e^{ik_j(x \cos \beta + y \sin \beta)} \quad (4)$$

ただし、

$$\omega_j^2 = g k_j \tanh k_j h \quad (5)$$

また、 g は重力加速度である。入射波ポテンシャルと同様に、他の種類の1次オーダーポテンシャルに関しても以下のように表す。

$$\Phi_S^{(1)} = \Re \left[\frac{i A_j g}{\omega_j} \phi_{Sj}^{(1)} e^{i\omega_j t} \right] \quad (6)$$

$$\Phi_R^{(1)} = \Re \left[\phi_{Rj}^{(1)} e^{i\omega_j t} \right] \quad (7)$$

(2) diffraction ポテンシャル

入射波ポテンシャルと scattering ポテンシャルを足し合わせたものを diffraction ポテンシャルとすると、1次オーダーの diffraction ポテンシャル $\phi_{Dj}^{(1)}$ は以下の積分方程式によって求められる。

$$\begin{aligned}C(P) \phi_{Dj}^{(1)}(P) + \int \int_{S_H} \phi_{Dj}^{(1)} \frac{\partial}{\partial n_Q} G(P; Q) dS(Q) \\ = \phi_{Ij}^{(1)}(P) \quad (8)\end{aligned}$$

ここで、 S_H は浮体の没水表面であり、 $P = (x, y, z)$ は流体内の点、 $Q = (x', y', z')$ は物体表面上の積分点を表し、 n_Q は浮体に関して内向きの法線ベクトルである。また、 G は3次元有限水深自由表面グリーン関数である。 $C(P)$ は点 P がなめらかな浮体表面上にあるときは $\frac{1}{2}$ 、流体内にあるときは1となる。

(3) 弾性応答による radiation ポテンシャル

ポンツーン型浮体の鉛直方向変位 $w(x, y; t)$ を時間調和振動と考えると、ポテンシャルと同様に、

$$w(x, y; t) = \Re [w_j(x, y) e^{i\omega_j t}] \quad (9)$$

と表せる。本来、積分方程式法によって得られるポテンシャルは浮体の弾性応答変位振幅 $w_j(x, y)$ を指定した後にのみ得られるものである。このポテンシャルと浮体の振動に対する動的相互作用問題を分離するため、浮体を薄板と考え、板の運動を両端自由ばりのモードより導かれたモード関数の重ね合わせにより表現する。

$$w_j(x, y) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \zeta_{jmn} f_m(x) g_n(y) \quad (10)$$

ここで、 ζ_{jmn} は m, n モードの複素振幅であり、 $f_m(x)$ 、 $g_n(y)$ は両端自由ばりのモード関数である。これらのモード関数については、 x 軸について $2a$ 、 y 軸について $2b$ の長さをもつポンツーン型浮体に対しては、以下のように求められている。

$$f_m(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & m=1 \\ \frac{1}{2} \left[\frac{\cosh(\mu_m x/a)}{\cosh \mu_m} + \frac{\cos(\mu_m x/a)}{\cos \mu_m} \right] & m=3, 5, \dots \end{cases} \quad (11)$$

$$f_m(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{x}{a} & m=2 \\ \frac{1}{2} \left[\frac{\sinh(\mu_m x/a)}{\sinh \mu_m} + \frac{\sin(\mu_m x/a)}{\sin \mu_m} \right] & m=4, 6, \dots \end{cases} \quad (12)$$

ここで、 μ_m は次式の正根で与えられる。

$$\begin{cases} \tan \mu_m + \tanh \mu_m = 0 & m=3, 5, \dots \\ \tan \mu_m - \tanh \mu_m = 0 & m=4, 6, \dots \end{cases} \quad (13)$$

$g_n(y)$ についても同様に求められる。さて、上述のように浮体構造物の弾性応答をモード関数の重ね合わせによって表現すると、1次オーダーの radiation ポテンシャル $\phi_{Rj}^{(1)}$ は、次のように分解された形で表される。

$$\phi_{Rj}^{(1)} = i\omega_j \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \zeta_{jmn} \phi_{mn}^R(x, y, z) \quad (14)$$

一方で、分解された各1次オーダーの radiation ポテンシャルについて次の境界条件が成り立つ。

$$\frac{\partial \phi_{mn}^R}{\partial n} = \begin{cases} f_m(x)g_n(y) & \text{on } S_{HB} \\ 0 & \text{on } S_{HS} \end{cases} \quad (15)$$

ここで、 S_{HB} は浮体底面、 S_{HS} は浮体側面である。よって、分解された radiation ポテンシャルは以下の積分方程式から求めることができる。

$$\begin{aligned} C(P)\phi_{mn}^R(P) + \int \int_{S_H} \phi_{mn}^R(Q) \frac{\partial}{\partial n_Q} G(P; Q) dS(Q) \\ = \int \int_{S_{HB}} f_m(Q)g_n(Q)G(P; Q) dS(Q) \end{aligned} \quad (16)$$

このようにして求められた ϕ_{mn}^R 、既に求められた $\phi_{Dj}^{(1)}$ から、モード応答 ζ_{jmn} が以下のように表される板の運動方程式から求められる。

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \zeta_{jmn} (K_{mn,kl} + i\omega_j C_{mn,kl} \\ - \omega_j^2 (M_{mn,kl} + M_{amn,kl})) = F_{kl} \end{aligned} \quad (17)$$

$$k = 1, 2, \dots, M; l = 1, 2, \dots, N$$

ここで、 $K_{mn,kl}$ 、 $M_{mn,kl}$ 、 F_{kl} はそれぞれ、一般化剛性マトリックス、一般化質量マトリックス、強制波力のベクトルであり、 $M_{amn,kl}$ 、 $C_{mn,kl}$ はそれぞれ、付加質量マトリックス、造波減衰マトリックスを表している。これらはポンツーン型浮体に対しては求められている⁷⁾。これらのマトリックスに含まれるパラメータとしてはボアソン比と水の単位体積質量があり、本研究ではそれぞれ0.3、1.0ton/m³とする。未知の応答モード ζ_{jmn} はこの運動方程式を解くことで得られ、全応答 $w_j(x, y)$ や全 radiation ポテンシャル $\phi_{Rj}^{(1)}$ もこれから求められる。

2.3 2次オーダー波力

2次オーダー波力の定式化、計算方法については渡邊、宇都宮、佐藤 (2003)⁴⁾の研究を基本に行っている。本研究では、assisting radiation potential method を用いて、2次オーダーのポテンシャルを直接計算することなく、2次オーダーの波力を計算することとする。1次オーダー量は複数の入射波に対して、線形足し合わせが可能であるが、2次オーダー量に関しては、線形足し合わせはできない。よって、複数の入射波から同時に求めなければならない。通常、2次オーダー波力を求める場合には、全入射波から二つの入射波の組み合わせを求め、それら二つの入射波からそれぞれ2次オーダー波力を求め、その上でそれらを足し合わせるという手法が取られる (式 (82))。以下では、 ω_1 、 ω_2 という二つの周波数の入射波に対する2次オーダー波力を考える。先にも記したが、2次オーダーでの radiation ポテンシャルは考慮しない。2周波数中では、各オーダーの総ポテンシャルは以下のように表される。

$$\Phi^{(1)} = \Re \sum_{j=1}^2 \left[\phi_j^{(1)} e^{i\omega_j t} \right] \quad (18)$$

$$\Phi^{(2)} = \Re \sum_{j=1}^2 \sum_{l=1}^2 \left[\phi_{jl}^+ e^{i\omega^+ t} + \phi_{jl}^- e^{i\omega^- t} \right] \quad (19)$$

ただし、 $\omega^+ = \omega_j + \omega_l$ 、 $\omega^- = \omega_j - \omega_l$ である。2次オーダーポテンシャルに関しては、さらに以下のように分解して考える。

$$\Phi_I^{(2)} = \Re \sum_{j=1}^2 \sum_{l=1}^2 \left[\phi_{Ijl}^+ e^{i\omega^+ t} + \phi_{Ijl}^- e^{i\omega^- t} \right] \quad (20)$$

$$\Phi_S^{(2)} = \Re \sum_{j=1}^2 \sum_{l=1}^2 \left[\phi_{Sjl}^+ e^{i\omega^+ t} + \phi_{Sjl}^- e^{i\omega^- t} \right] \quad (21)$$

+, - はそれぞれ、和周波数、差周波数成分を表している。2次オーダー波力は、次のように表される。

$$F^{(2)} = \Re \sum_{j=1}^2 \sum_{l=1}^2 \left[f_{jl}^+ e^{i\omega^+ t} + f_{jl}^- e^{i\omega^- t} \right] \quad (22)$$

また、次のように1次オーダーポテンシャルの積による項 $F_q^{(2)}$ と2次オーダーポテンシャルによる項 $F_p^{(2)}$ の和で示される。 $F_q^{(2)}$ と $F_p^{(2)}$ は後述の式 (32)、(33) で明示される。

$$F^{(2)} = F_p^{(2)} + F_q^{(2)} \quad (23)$$

$$F_p^{(2)} = \Re \sum_{j=1}^2 \sum_{l=1}^2 \left[f_{pjl}^+ e^{i\omega^+ t} + f_{pjl}^- e^{i\omega^- t} \right] \quad (24)$$

$$F_q^{(2)} = \Re \sum_{j=1}^2 \sum_{l=1}^2 \left[f_{qjl}^+ e^{i\omega^+ t} + f_{qjl}^- e^{i\omega^- t} \right] \quad (25)$$

浮体底面、浮体側面の法線ベクトルについても摂動展開し、弾性変形による鉛直変位を1次オーダーのものとし、仮定のように水平方向の変位を無視すると、 $\mathbf{F}^{(2)}$ は、以下のように表される。

$$\begin{aligned}\mathbf{F}^{(2)} = & -\rho \int \int_{S_{HB}} \left(gw^{(1)} + \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial t} \right) \mathbf{n}_B^{(1)} dS \\ & -\rho \int \int_{S_{HB}} \left\{ \frac{\partial \Phi^{(2)}}{\partial t} + \frac{1}{2} \left| \nabla \Phi^{(1)} \right|^2 \right. \\ & \quad \left. + w^{(1)} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial t} \right) \right\} \mathbf{n}_B^{(0)} dS \\ & -\rho \int \int_{S_{HS}} \left\{ \frac{\partial \Phi^{(2)}}{\partial t} + \frac{1}{2} \left| \nabla \Phi^{(1)} \right|^2 \right. \\ & \quad \left. + w^{(1)} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial t} \right) \right\} \mathbf{n}_S^{(0)} dS \\ & + \frac{1}{2} \rho g \int_{CH} \zeta_r^{(1)2} \mathbf{n}_S^{(0)} dl\end{aligned}\quad (26)$$

ただし、 $\zeta_r^{(1)}$ は相対波高で、

$$\zeta_r^{(1)} = \zeta^{(1)} - w^{(1)} \quad (27)$$

であり、 $\zeta^{(1)}$ は自由表面における1次オーダーの波高で、

$$\zeta^{(1)} = -\frac{1}{g} \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial t} \Big|_{z=0} \quad (28)$$

と表される。また、上式は浮体構造物が鉛直な側壁と水平な底部からなるとの仮定から得られたものである。ここで、 $\mathbf{n}_B$ 、 $\mathbf{n}_S$ は底面、側面の法線ベクトルを指し、並進成分については以下のように表される(回転に関する法線ベクトルは、浮体表面の位置ベクトル $\mathbf{x}$ と、並進方向法線ベクトル $\mathbf{n}$ のベクトル積 $\mathbf{x} \times \mathbf{n}$ で表される)。

$$\mathbf{n}_B^{(0)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (29)$$

$$\mathbf{n}_B^{(1)} = \begin{pmatrix} -\frac{\partial w^{(1)}}{\partial x} \\ -\frac{\partial w^{(1)}}{\partial y} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (30)$$

$$\mathbf{n}_S^{(0)} = \begin{pmatrix} n_x \\ n_y \\ 0 \end{pmatrix} \quad (31)$$

法線ベクトルは浮体に関して内向きである。 n_x 、 n_y は変形していない場合の浮体の法線ベクトルを示している。 C_H は静水面と浮体との交線を示している。また、 $w^{(2)}$ が含まれる法線ベクトルは全体として無視した。

よって、 $\mathbf{F}_q^{(2)}$ 、 $\mathbf{F}_p^{(2)}$ はそれぞれ、

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_q^{(2)} = & -\rho \int \int_{S_{HB}} \left(gw^{(1)} + \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial t} \right) \mathbf{n}_B^{(1)} dS \\ & -\rho \int \int_{S_H} \left\{ \frac{1}{2} \left| \nabla \Phi^{(1)} \right|^2 \right. \\ & \quad \left. + w^{(1)} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial t} \right) \right\} \mathbf{n}^{(0)} dS \\ & + \frac{1}{2} \rho g \int_{CH} \zeta_r^{(1)2} \mathbf{n}_S^{(0)} dl\end{aligned}\quad (32)$$

$$\mathbf{F}_p^{(2)} = -\rho \int \int_{S_H} \frac{\partial \Phi^{(2)}}{\partial t} \mathbf{n}^{(0)} dS \quad (33)$$

となる。ここで、 $\mathbf{n}^{(0)}$ は S_H での法線ベクトルを表す。弾性変形は、二つの周波数に対するものを足し合わせたもので、

$$\begin{aligned}w^{(1)} = & \Re \sum_{j=1}^2 [w_j(x, y) e^{i\omega_j t}] \\ = & \Re \sum_{j=1}^2 \left[\left\{ \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \zeta_{jmn} f_m(x) g_n(y) \right\} e^{i\omega_j t} \right]\end{aligned}\quad (34)$$

と表される。

(1) 1次オーダー量の積からなる波力

$\mathbf{F}_q^{(2)}$ は渡邊ら⁴⁾によって用いられたものと異なるため、新たに定式化を行う。なお、渡邊ら⁴⁾によって用いられた $\mathbf{F}_q^{(2)}$ は

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_q^{(2)} = & -\rho \int \int_{S_H} \frac{1}{2} \left| \nabla \Phi^{(1)2} \right| \mathbf{n}^{(0)} dS \\ & + \frac{1}{2} \rho g \int_{CH} \zeta^{(1)2} \mathbf{n}_S^{(0)} dl\end{aligned}\quad (35)$$

である。以下では本研究で用いる $\mathbf{F}_q^{(2)}$ を展開する。式(32)における第1項の法線ベクトルは時間によって変化するので、周波数成分ごとに分解しておく。

自由度 $k(k=1, \dots, 6)$ について、

$$n_B^{(1)} = \Re [n_{w1} e^{i\omega_1 t} + n_{w2} e^{i\omega_2 t}] \quad (36)$$

と表す。 $\Re[A] \cdot \Re[B] = \frac{1}{2} \Re[(A + A^*)B]$ の関係を用いて、渡邊ら⁴⁾によって得られた結果を利用すると、

$$\begin{aligned}\mathbf{f}_{qjl}^+ = & -\frac{1}{2} \rho \int \int_{S_{HB}} \left(gw_j + i\omega_j \phi_j^{(1)} \right) \mathbf{n}_{wl} dS \\ & -\frac{1}{4} \rho \int \int_{S_H} \nabla \phi_j^{(1)} \cdot \nabla \phi_l^{(1)} \mathbf{n}^{(0)} dS \\ & -\frac{1}{2} \rho \int \int_{S_H} w_j i\omega_l \frac{\partial \phi_l^{(1)}}{\partial z} \mathbf{n}^{(0)} dS \\ & + \frac{1}{4} \rho g \int_{CH} \left(\frac{i\omega_j}{g} \phi_j^{(1)} + w_j \right) \left(\frac{i\omega_l}{g} \phi_l^{(1)} + w_l \right) \mathbf{n}_S^{(0)} dl\end{aligned}\quad (37)$$

$$\begin{aligned}
f_{qjl}^- &= -\frac{1}{2}\rho \int \int_{S_{HB}} (gw_l^* - i\omega_l \phi_l^{(1)*}) \mathbf{n}_{wj} dS \\
&\quad - \frac{1}{4}\rho \int \int_{S_H} \nabla \phi_j^{(1)} \cdot \nabla \phi_l^{(1)*} \mathbf{n}^{(0)} dS \\
&\quad - \frac{1}{2}\rho \int \int_{S_H} w_l^* i\omega_j \frac{\partial \phi_j^{(1)}}{\partial z} \mathbf{n}^{(0)} dS \\
&\quad + \frac{1}{4}\rho g \int_{CH} \left(-\frac{i\omega_l}{g} \phi_l^{(1)*} + w_l^* \right) \left(\frac{i\omega_j}{g} \phi_j^{(1)} + w_j \right) \mathbf{n}_S^{(0)} dl
\end{aligned} \tag{38}$$

となる。

(2) 2次オーダーポテンシャルによる波力

2次オーダーポテンシャルによる波力 $F_p^{(2)}$ はさらに次のように分解される。ここからは、波力は自由度 ($k = 1, \dots, 6$) に関する成分として考える。

$$\begin{aligned}
F_p^{(2)} &= -\rho \int \int_{S_H} \frac{\partial}{\partial t} (\Phi_I^{(2)} + \Phi_S^{(2)}) n_k dS \\
&= \Re \sum_{j=1}^2 \sum_{l=1}^2 \left[-\rho i\omega^+ \int \int_{S_H} (\phi_{Ijl}^+ + \phi_{Sjl}^+) n_k dS e^{i\omega^+ t} \right. \\
&\quad \left. - \rho i\omega^- \int \int_{S_H} (\phi_{Ijl}^- + \phi_{Sjl}^-) n_k dS e^{i\omega^- t} \right]
\end{aligned} \tag{39}$$

上式では2次オーダーの入射波ポテンシャルが用いられているため、以下にそれを記す。

$$\Phi_I^{(2)} = \Re \sum_{j=1}^2 \sum_{l=1}^2 \left[\phi_{Ijl}^+ e^{i\omega^+ t} + \phi_{Ijl}^- e^{i\omega^- t} \right] \tag{41}$$

$$\phi_{Ijl}^+ = \frac{1}{2} (\gamma_{jl}^+ + \gamma_{lj}^+) \frac{\cosh k^+(z+h)}{\cosh k^+ h} e^{ik^+(x \cos \beta + y \sin \beta)} \tag{42}$$

$$\phi_{Ijl}^- = \frac{1}{2} (\gamma_{jl}^- + \gamma_{lj}^{*-}) \frac{\cosh k^-(z+h)}{\cosh k^- h} e^{ik^-(x \cos \beta + y \sin \beta)} \tag{43}$$

$$\begin{aligned}
\gamma_{jl}^+ &= \frac{igA_j A_l}{2\omega_j} \\
&\quad \frac{k_j^2(1 - \tanh^2 k_j h) + 2k_j k_l(1 - \tanh k_j h \tanh k_l h)}{\nu^+ - k^+ \tanh k^+ h}
\end{aligned} \tag{44}$$

$$\begin{aligned}
\gamma_{jl}^- &= \frac{igA_j A_l^*}{2\omega_j} \\
&\quad \frac{k_j^2(1 - \tanh^2 k_j h) - 2k_j k_l(1 + \tanh k_j h \tanh k_l h)}{\nu^- - k^- \tanh k^- h}
\end{aligned} \tag{45}$$

ただし、 $\nu^\pm = \frac{\omega^\pm{}^2}{g}$ 、 $k^\pm = k_j \pm k_l$ である。すなわち、

$$f_{pjl}^\pm = -\rho i\omega^\pm \int \int_{S_H} (\phi_{Ijl}^\pm + \phi_{Sjl}^\pm) n_k dS \tag{46}$$

である。さらに分けて表すと、

$$f_{pIjl}^\pm = -\rho i\omega^\pm \int \int_{S_H} \phi_{Ijl}^\pm n_k dS \tag{47}$$

$$f_{pSjl}^\pm = -\rho i\omega^\pm \int \int_{S_H} \phi_{Sjl}^\pm n_k dS \tag{48}$$

上式で示される $f_{pSjl}^\pm$ は通常2次オーダーの scattering ポテンシャルから求められるが、ここでは、assisting radiation potential method を用いてこの複雑な計算を回避する。なお、以下の記述では簡便のため添え字 jl を除いて記述する。この assisting ポテンシャル $\Psi_k^\pm$ は1次オーダーのポテンシャルで、

$$\Psi_k^\pm = \Re [\psi_k^\pm e^{i\omega^\pm t}] \tag{49}$$

と表され、以下の条件を満たす。

$$\nabla^2 \psi_k^\pm = 0 \text{ in } V \tag{50}$$

$$-\omega^\pm{}^2 \psi_k^\pm + g \frac{\partial \psi_k^\pm}{\partial z} = 0 \text{ on } S_F \tag{51}$$

$$\frac{\partial \psi_k^\pm}{\partial n} = n_k \text{ on } S_H \tag{52}$$

$$\frac{\partial \psi_k^\pm}{\partial n} = 0 \text{ on } S_{B_0} \tag{53}$$

ここで、 V は流体の領域、 S_F は自由表面、 S_{B_0} は海底面を示す。よって、assisting ポテンシャルは従来の積分方程式法によって計算することができる。

(3) 2次オーダーポテンシャル

2次オーダーポテンシャルについて、特徴的なのは、以下の自由表面上での境界条件式である。

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial^2 \Phi^{(2)}}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi^{(2)}}{\partial z} \\
&= \frac{1}{g} \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial t} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial^2 \Phi^{(1)}}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \Phi^{(1)})^2
\end{aligned} \tag{54}$$

これを2次オーダーの scattering ポテンシャルについて表すと、

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + g \frac{\partial}{\partial z} \right) \Phi_S^{(2)} = Q \tag{55}$$

$$\begin{aligned}
Q &\equiv \frac{1}{g} \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial t} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial^2 \Phi^{(1)}}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial z} \right) \\
&\quad - \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \Phi^{(1)})^2 - \frac{\partial^2 \Phi_I^{(2)}}{\partial t^2} - g \frac{\partial \Phi_I^{(2)}}{\partial z}
\end{aligned} \tag{56}$$

となり、成分を和周波数と差周波数とに分けて表現すると、

$$Q = \Re \left[\sum_{j=1}^2 \sum_{l=1}^2 \left\{ Q_{jl}^+ e^{i\omega^+ t} + Q_{jl}^- e^{i\omega^- t} \right\} \right] \quad (57)$$

となる。 $Q_{jl}^\pm$ は渡邊ら⁴⁾によって求められていて、次のように表される。

$$Q_{jl}^+ = \frac{1}{2} (q_{jl}^+ + q_{lj}^+) - Q_{IIjl}^+ \quad (58)$$

$$Q_{jl}^- = \frac{1}{2} (q_{jl}^- + q_{lj}^{-*}) - Q_{IIjl}^- \quad (59)$$

ただし、 $Q_{IIjl}^\pm$ は 1 次の入射波ポテンシャル同士の積による成分を表す。また、

$$q_{jl}^+ = \frac{i\omega_l}{2g} \phi_l^{(1)} \left(-\omega_j^2 \frac{\partial \phi_j^{(1)}}{\partial z} + g \frac{\partial^2 \phi_j^{(1)}}{\partial z^2} \right) - i\omega_l \nabla \phi_j^{(1)} \cdot \nabla \phi_l^{(1)} \quad (60)$$

$$q_{jl}^- = -\frac{i\omega_l}{2g} \phi_l^{(1)*} \left(-\omega_j^2 \frac{\partial \phi_j^{(1)}}{\partial z} + g \frac{\partial^2 \phi_j^{(1)}}{\partial z^2} \right) + i\omega_l \nabla \phi_j^{(1)} \cdot \nabla \phi_l^{(1)*} \quad (61)$$

である。2 次オーダーの scattering ポテンシャルは以下の条件を満たす。

$$\nabla^2 \phi_S^\pm = 0 \text{ in } V \quad (62)$$

$$-\omega^{\pm 2} \phi_S^\pm + g \frac{\partial \phi_S^\pm}{\partial z} = Q^\pm \text{ on } S_F \quad (63)$$

$$\frac{\partial \phi_S^\pm}{\partial n} = -\frac{\partial \phi_I^\pm}{\partial n} \text{ on } S_H \quad (64)$$

$$\frac{\partial \phi_S^\pm}{\partial n} = 0 \text{ on } S_{B_0} \quad (65)$$

よって、Green の定理等を利用すると、 $f_{pSjl}^\pm$ は以下のよう求められる。

$$f_{pSjl}^\pm = -\rho i \omega^\pm \left(-\int \int_{S_H} \psi_{kjl}^\pm \frac{\partial \phi_{Ijl}^\pm}{\partial n} dS + \frac{1}{g} \int \int_{S_F} Q_{jl}^\pm \psi_{kjl}^\pm dS \right) \quad (66)$$

これをさらに分けて次のように表す。

$$f_{pHjl}^\pm = -\rho i \omega^\pm \left(-\int \int_{S_H} \psi_{kjl}^\pm \frac{\partial \phi_{Ijl}^\pm}{\partial n} dS \right) \quad (67)$$

$$f_{pFjl}^\pm = -\rho i \omega^\pm \left(\frac{1}{g} \int \int_{S_F} Q_{jl}^\pm \psi_{kjl}^\pm dS \right) \quad (68)$$

$$I_{Fk}^\pm = \int \int_{S_F} Q_{jl}^\pm \psi_{kjl}^\pm dS \quad (69)$$

ここで、ポテンシャルの表示を変更し、次のようにおく。

$$\tilde{\phi}_{Ij}^{(1)} = \frac{iA_j g}{\omega_j} \phi_{Ij}^{(1)} \quad (70)$$

$$\tilde{\phi}_{Sj}^{(1)} = \frac{iA_j g}{\omega_j} \phi_{Sj}^{(1)} \quad (71)$$

$$\tilde{\phi}_{Rj}^{(1)} = \phi_{Rj}^{(1)} \quad (72)$$

このようにすると、

$$\phi_j^{(1)} = \tilde{\phi}_{Ij}^{(1)} + \tilde{\phi}_{Sj}^{(1)} + \tilde{\phi}_{Rj}^{(1)} \quad (73)$$

となる。これからは、 $\tilde{\phi}_{Ij}^{(1)}$ 、 $\tilde{\phi}_{Sj}^{(1)}$ 、 $\tilde{\phi}_{Rj}^{(1)}$ を、 $\phi_{Ij}^{(1)}$ 、 $\phi_{Sj}^{(1)}$ 、 $\phi_{Rj}^{(1)}$ と表示する。また、渡邊ら⁴⁾によって得られた結果を利用するため、1 次オーダーの scattering ポテンシャルと radiation ポテンシャルをまとめて表現する。

$$\phi_{SRj}^{(1)} = \phi_{Sj}^{(1)} + \phi_{Rj}^{(1)} \quad (74)$$

本研究で扱う 2 次オーダー波力の数値計算プログラムは渡邊ら⁴⁾によって開発されたものを基礎とする。渡邊ら⁴⁾は 1 次オーダーポテンシャルについて、radiation ポテンシャルは考慮していない。しかし、radiation ポテンシャルと scattering ポテンシャルは無限遠で減衰するなど、その性質は似ており、これらの和を渡邊ら⁴⁾の開発したプログラムでの scattering ポテンシャルの値として扱うことができる。つまりこれは、1 次オーダーの radiation ポテンシャルと diffraction ポテンシャルを足し合わせ、あたかも種類のポテンシャルであるかの様に扱うということである。さて、 $\phi_j^{(1)} = \phi_{Ij}^{(1)} + \phi_{SRj}^{(1)}$ であり、 $\phi_{Ij}^{(1)}$ 、 $\phi_{SRj}^{(1)}$ で別々に自由表面条件が成り立つので、渡邊ら⁴⁾によって得られた結果を利用でき、

$$\begin{aligned} Q_{jl}^+ &= \frac{i\omega_l}{4} \left(\phi_{Il}^{(1)} \frac{\partial^2 \phi_{SRj}^{(1)}}{\partial z^2} + \phi_{SRI}^{(1)} \frac{\partial^2 \phi_{Ij}^{(1)}}{\partial z^2} + \phi_{SRI}^{(1)} \frac{\partial^2 \phi_{SRj}^{(1)}}{\partial z^2} \right) \\ &+ \frac{i\omega_j}{4} \left(\phi_{Ij}^{(1)} \frac{\partial^2 \phi_{SRI}^{(1)}}{\partial z^2} + \phi_{SRj}^{(1)} \frac{\partial^2 \phi_{Il}^{(1)}}{\partial z^2} + \phi_{SRj}^{(1)} \frac{\partial^2 \phi_{SRI}^{(1)}}{\partial z^2} \right) \\ &- \frac{i(\omega_j + \omega_l)}{2} \left(\frac{\partial \phi_{Ij}^{(1)}}{\partial x} \frac{\partial \phi_{SRI}^{(1)}}{\partial x} + \frac{\partial \phi_{Ij}^{(1)}}{\partial y} \frac{\partial \phi_{SRI}^{(1)}}{\partial y} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial \phi_{SRj}^{(1)}}{\partial x} \frac{\partial \phi_{Il}^{(1)}}{\partial x} + \frac{\partial \phi_{SRj}^{(1)}}{\partial y} \frac{\partial \phi_{Il}^{(1)}}{\partial y} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial \phi_{SRj}^{(1)}}{\partial x} \frac{\partial \phi_{SRI}^{(1)}}{\partial x} + \frac{\partial \phi_{SRj}^{(1)}}{\partial y} \frac{\partial \phi_{SRI}^{(1)}}{\partial y} \right) \\ &+ \lambda_{jl}^+ \left(\phi_{Ij}^{(1)} \phi_{SRI}^{(1)} + \phi_{SRj}^{(1)} \phi_{Il}^{(1)} + \phi_{SRj}^{(1)} \phi_{SRI}^{(1)} \right) \end{aligned} \quad (75)$$

$$\begin{aligned}
Q_{jl}^- &= -\frac{i\omega_l}{4} \left(\phi_{Il}^{(1)*} \frac{\partial^2 \phi_{SRj}^{(1)}}{\partial z^2} + \phi_{SRl}^{(1)*} \frac{\partial^2 \phi_{Ij}^{(1)}}{\partial z^2} + \phi_{SRl}^{(1)*} \frac{\partial^2 \phi_{SRj}^{(1)}}{\partial z^2} \right) \\
&+ \frac{i\omega_j}{4} \left(\phi_{Ij}^{(1)} \frac{\partial^2 \phi_{SRl}^{(1)*}}{\partial z^2} + \phi_{SRj}^{(1)} \frac{\partial^2 \phi_{Il}^{(1)*}}{\partial z^2} + \phi_{SRj}^{(1)} \frac{\partial^2 \phi_{SRl}^{(1)*}}{\partial z^2} \right) \\
&- \frac{i(\omega_j - \omega_l)}{2} \left(\frac{\partial \phi_{Ij}^{(1)}}{\partial x} \frac{\partial \phi_{SRl}^{(1)*}}{\partial x} + \frac{\partial \phi_{Ij}^{(1)}}{\partial y} \frac{\partial \phi_{SRl}^{(1)*}}{\partial y} \right. \\
&\quad + \frac{\partial \phi_{SRj}^{(1)}}{\partial x} \frac{\partial \phi_{Il}^{(1)*}}{\partial x} + \frac{\partial \phi_{SRj}^{(1)}}{\partial y} \frac{\partial \phi_{Il}^{(1)*}}{\partial y} \\
&\quad \left. + \frac{\partial \phi_{SRj}^{(1)}}{\partial x} \frac{\partial \phi_{SRl}^{(1)*}}{\partial x} + \frac{\partial \phi_{SRj}^{(1)}}{\partial y} \frac{\partial \phi_{SRl}^{(1)*}}{\partial y} \right) \\
&+ \lambda_{jl}^- \left(\phi_{Ij}^{(1)} \phi_{SRl}^{(1)*} + \phi_{SRj}^{(1)} \phi_{Il}^{(1)*} + \phi_{SRj}^{(1)} \phi_{SRl}^{(1)*} \right)
\end{aligned} \tag{76}$$

となる。ここで、

$$\lambda_{jl}^\pm = -\frac{i}{4} \{ \omega_j \nu_l^2 \pm \omega_l \nu_j^2 + 2(\omega_j \pm \omega_l) \nu_j \nu_l \} \tag{77}$$

である。 $I_{Fk}^\pm$ に含まれる自由表面積分について、これで式の上では1次オーダーのポテンシャルだけで表すことができた。しかし、実際にはこの自由表面積分には2階微分が含まれており、これを高精度に計算することは難しい。また、自由表面は無限に広がっているため、数値計算において、その扱いに工夫を要する。以下では、自由表面を遠方場と近傍場に分け、計算の手法を変えることでこれらの問題を解決する。

自由表面領域を分割して近傍場領域における積分を考える。2階の空間微分の問題を回避するために、divergence theorem を利用した次の関係式を利用する。

$$\begin{aligned}
&\int \int_{S_F} \phi_j^{(1)} \frac{\partial^2 \phi_l^{(1)*}}{\partial z^2} \psi_{kjl}^+ dS \\
&= - \int_{C_H+P_C} \phi_j^{(1)} \left(\frac{\partial \phi_l^{(1)}}{\partial x} n_x + \frac{\partial \phi_l^{(1)}}{\partial y} n_y \right) \psi_{kjl}^+ dl \\
&\quad + \int \int_{S_F} \left(\frac{\partial \phi_j^{(1)}}{\partial x} \frac{\partial \phi_l^{(1)}}{\partial x} + \frac{\partial \phi_j^{(1)}}{\partial y} \frac{\partial \phi_l^{(1)}}{\partial y} \right) \psi_{kjl}^+ dS \\
&\quad + \int \int_{S_F} \phi_j^{(1)} \left(\frac{\partial \phi_l^{(1)}}{\partial x} \frac{\partial \psi_{kjl}^+}{\partial x} + \frac{\partial \phi_l^{(1)}}{\partial y} \frac{\partial \psi_{kjl}^+}{\partial y} \right) dS
\end{aligned} \tag{78}$$

$$\begin{aligned}
&\int \int_{S_F} \phi_j^{(1)} \frac{\partial^2 \phi_l^{(1)*}}{\partial z^2} \psi_{kjl}^- dS \\
&= - \int_{C_H+P_C} \phi_j^{(1)} \left(\frac{\partial \phi_l^{(1)*}}{\partial x} n_x + \frac{\partial \phi_l^{(1)*}}{\partial y} n_y \right) \psi_{kjl}^- dl \\
&\quad + \int \int_{S_F} \left(\frac{\partial \phi_j^{(1)}}{\partial x} \frac{\partial \phi_l^{(1)*}}{\partial x} + \frac{\partial \phi_j^{(1)}}{\partial y} \frac{\partial \phi_l^{(1)*}}{\partial y} \right) \psi_{kjl}^- dS \\
&\quad + \int \int_{S_F} \phi_j^{(1)} \left(\frac{\partial \phi_l^{(1)*}}{\partial x} \frac{\partial \psi_{kjl}^-}{\partial x} + \frac{\partial \phi_l^{(1)*}}{\partial y} \frac{\partial \psi_{kjl}^-}{\partial y} \right) dS
\end{aligned} \tag{79}$$

ただし、 P_C は自由表面領域を近傍場と遠方場に分割する分割円を示している。これらの関係式を用いることにより、ポテンシャルの方向微分階数の少ない式を導くことができる。近傍場では、この微分階数の少ない式を直接積分して評価する。

遠方場においては、 $\frac{\partial^2 \phi_{I,SR}^{(1)}}{\partial z^2} = k^{\pm 2} \phi_{I,SR}^{(1)}$ であることを利用して、極座標で $I_{Fk}^\pm$ を表すと、

$$\begin{aligned}
I_{Fk}^+ &= \int \int_{S_F} \left\{ \left(\frac{i\omega_l k_j^2}{4} + \frac{i\omega_j k_l^2}{4} + \lambda_{jl}^+ \right) \right. \\
&\quad \cdot \left(\phi_{Ij}^{(1)} \phi_{SRl}^{(1)} + \phi_{SRj}^{(1)} \phi_{Il}^{(1)} + \phi_{SRj}^{(1)} \phi_{SRl}^{(1)} \right) \\
&\quad - \frac{i(\omega_j + \omega_l)}{2} \left(\frac{\partial \phi_{Ij}^{(1)}}{\partial r} \frac{\partial \phi_{SRl}^{(1)}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \phi_{Ij}^{(1)}}{\partial \theta} \frac{\partial \phi_{SRl}^{(1)}}{\partial \theta} \right. \\
&\quad + \frac{\partial \phi_{SRj}^{(1)}}{\partial r} \frac{\partial \phi_{Il}^{(1)}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \phi_{SRj}^{(1)}}{\partial \theta} \frac{\partial \phi_{Il}^{(1)}}{\partial \theta} \\
&\quad \left. \left. + \frac{\partial \phi_{SRj}^{(1)}}{\partial r} \frac{\partial \phi_{SRl}^{(1)}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \phi_{SRj}^{(1)}}{\partial \theta} \frac{\partial \phi_{SRl}^{(1)}}{\partial \theta} \right) \right\} \psi_{kjl}^+ dS
\end{aligned} \tag{80}$$

$$\begin{aligned}
I_{Fk}^- &= \int \int_{S_F} \left\{ \left(-\frac{i\omega_l k_j^2}{4} + \frac{i\omega_j k_l^2}{4} + \lambda_{jl}^- \right) \right. \\
&\quad \cdot \left(\phi_{Ij}^{(1)} \phi_{SRl}^{(1)*} + \phi_{SRj}^{(1)} \phi_{Il}^{(1)*} + \phi_{SRj}^{(1)} \phi_{SRl}^{(1)*} \right) \\
&\quad - \frac{i(\omega_j - \omega_l)}{2} \left(\frac{\partial \phi_{Ij}^{(1)}}{\partial r} \frac{\partial \phi_{SRl}^{(1)*}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \phi_{Ij}^{(1)}}{\partial \theta} \frac{\partial \phi_{SRl}^{(1)*}}{\partial \theta} \right. \\
&\quad + \frac{\partial \phi_{SRj}^{(1)}}{\partial r} \frac{\partial \phi_{Il}^{(1)*}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \phi_{SRj}^{(1)}}{\partial \theta} \frac{\partial \phi_{Il}^{(1)*}}{\partial \theta} \\
&\quad \left. \left. + \frac{\partial \phi_{SRj}^{(1)}}{\partial r} \frac{\partial \phi_{SRl}^{(1)*}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \phi_{SRj}^{(1)}}{\partial \theta} \frac{\partial \phi_{SRl}^{(1)*}}{\partial \theta} \right) \right\} \psi_{kjl}^- dS
\end{aligned} \tag{81}$$

遠方場については、これらの式に各ポテンシャルの級数展開表現を代入して計算を行う。このことによって積分の値を収束させることができる。

2.4 差周波数波強制力

規則波成分の重ね合わせで表現される不規則波浪場では、平均水面からの波の高さは規則波の重ね合わせによって表される。また、漂流力は波の高さの2乗に関連しているため、 N 個の規則波成分の重ね合わせで表現される不規則波中の差周波数波強制力 F_i^{SV} は以下のように記述することができる。

$$\begin{aligned}
F_i^{SV} &= \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N A_j A_k [T_{jk}^{ic} \cos\{(\omega_k - \omega_j)t + (\epsilon_k - \epsilon_j)\} \\
&\quad + T_{jk}^{is} \sin\{(\omega_k - \omega_j)t + (\epsilon_k - \epsilon_j)\}] \tag{82}
\end{aligned}$$

A_j は周波数スペクトルを用いて、

$$\frac{1}{2} A_j^2 = S(\omega_j) \Delta \omega \tag{83}$$

と表され、 ω_j 、 ϵ_j は波 j の角周波数、位相である。 i は力の方向を示し、ここでは仮定より 3 方向 ($i = 1$; surge, $i = 2$; sway, $i = 6$; yaw) に限定されている。 T_{jk}^{ic} 、 T_{jk}^{is} は 2 つの周波数 ω_j 、 ω_k の関数となる。Newman による定義⁵⁾によれば、

$$T_{jk}^{ic} = T_{kj}^{ic} \quad (84)$$

$$T_{jk}^{is} = -T_{kj}^{is} \quad (85)$$

となり、二次オーダー波力の差周波数成分との関係は、

$$\Re[f_{jk}^-] = T_{jk}^{ic} \quad (86)$$

$$\Im[f_{jk}^-] = -T_{jk}^{is} \quad (87)$$

である。また、この差周波数波強制力の時間平均をとると、 $j \neq k$ の項は消えて、

$$\overline{F_i^{SV}} = \sum_{j=1}^N A_j^2 T_{jj}^{ic} \quad (88)$$

となる。

2.5 Newman 近似

Newman は T_{jk}^{ic} と T_{jk}^{is} を T_{jj}^{ic} 、 T_{kk}^{ic} 、 T_{jj}^{is} 、 T_{kk}^{is} から近似的に求める方法を提案した⁵⁾。これによって、計算時間を減少させることができる上、2 次オーダー波力を直接求める必要がなくなるため、非常に望ましい。Newman による近似は、

$$T_{jk}^{ic} = T_{kj}^{ic} = 0.5(T_{jj}^{ic} + T_{kk}^{ic}) \quad (89)$$

$$T_{jk}^{is} = T_{kj}^{is} = 0 \quad (90)$$

のように表される。 T_{jj}^{ic} は式 (88) に示される通り定常漂流力から求めることができる。

2.6 定常漂流力

定常漂流力は、1 次オーダーポテンシャルから求めることができ、無限遠での、運動量の収支を考えることによって得られる遠場法と、浮体表面の圧力を直接計算することによって得られる近場法がある。今回は既存のプログラムを利用して、近場法での定常漂流力を求める。

近場法は、浮体表面の圧力を直接求めるもので、水平方向に関しては以下のように示される。ここでは、底面は鉛直運動のみを行い、水平面内の運動は拘束されている、との仮定を適用している。

$$\begin{aligned} \overline{F_H^{(2)}} = & -\rho \int \int_{S_{HB}} \left(\overline{g w^{(1)}} + \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial t} \right) (-\nabla w^{(1)}) dS \\ & -\rho \int \int_{S_{HS}} \left\{ \frac{1}{2} |\nabla \Phi^{(1)}|^2 \right. \\ & \quad \left. + w^{(1)} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial t} \right) \right\} n_S^{(0)} dS \\ & + \frac{1}{2} \rho g \int_{CH} \overline{\zeta_r^{(1)2}} n_S^{(0)} dl \end{aligned} \quad (91)$$

ここで、上線は時間平均を示している。

3. 解析結果

3.1 解析モデル

解析モデルは、ポンツーン型浮体で、長辺 300m、短辺 60m、喫水 0.5m である。これを水平方向の座標系とともに図-1 に示した。浮体を薄板としたときの板剛性は $8.86 \times 10^6 \text{ kNm}$ である。水深は 20m で、遠方場と近傍場を分ける分割円は原点から 400m とした。また、境界要素法の要素は 8 節点 2 次要素を用いた。要素分割は、図-2 のように、浮体・自由表面について行った。変動波漂流力の計算には、二つの入射波周波数の多数の組み合わせに関して 2 次オーダー波力を求める必要があり、計算時間が非常に長くなる。そこで図-2 よりも自由表面での要素分割に関して粗くとした要素分割をこの場合の計算に用いた。なお、図-2 の要素分割の場合とで計算結果に差の無いことを確認している。

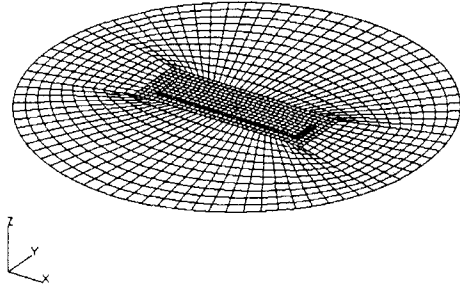


図-2 要素分割図

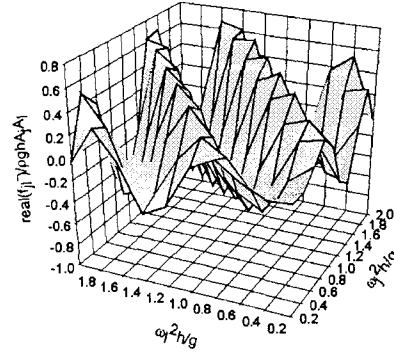


図-3 2 次オーダー波力差周波数成分の周波数分布 (実部、入射角 0 度)

3.2 2 次オーダー波力における差周波数成分の周波数分布

本研究において想定したモデルに対して、0 度、90 度の入射角に対して 2 次オーダー波力の差周波数成分の周波数分布を算出した。図-3、図-4、図-5 が 0 度で surge 方向 (x 軸正方向)、図-6、図-7、図-8 が 90 度で sway 方向 (y 軸正方向) に対応している。また、比較のために渡邊ら⁴⁾のプログラムで、同じモデルを剛体と

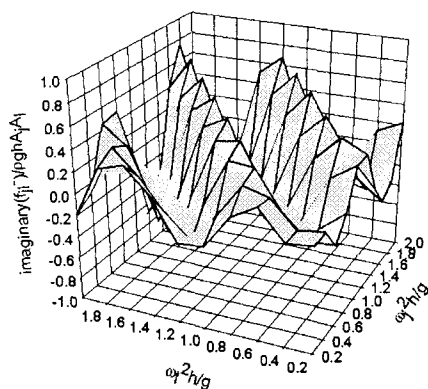


図-4 2次オーダー波力差周波数成分の周波数分布 (虚部、入射角 0 度)

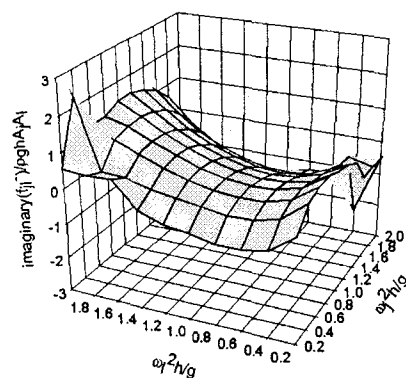


図-7 2次オーダー波力差周波数成分の周波数分布 (虚部、入射角 90 度)

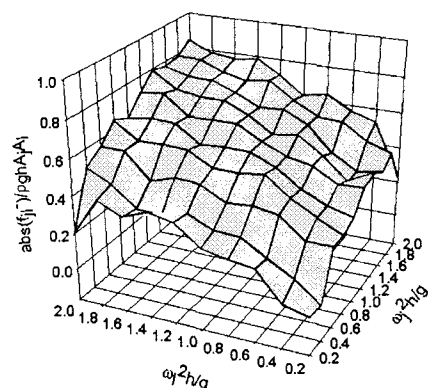


図-5 2次オーダー波力差周波数成分の周波数分布 (絶対値、入射角 0 度)

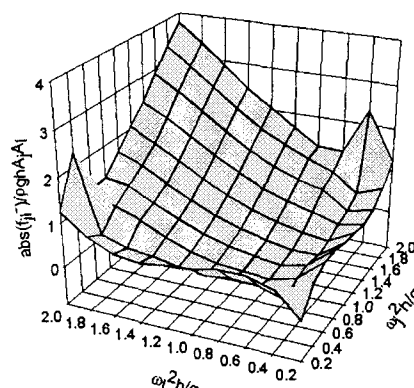


図-8 2次オーダー波力差周波数成分の周波数分布 (絶対値、入射角 90 度)

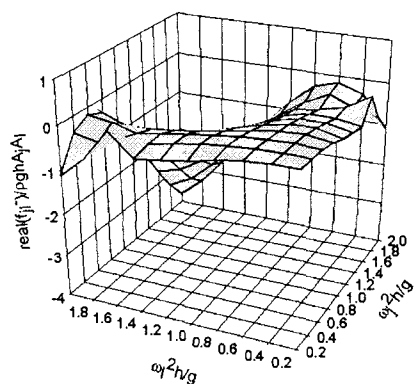


図-6 2次オーダー波力差周波数成分の周波数分布 (実部、入射角 90 度)

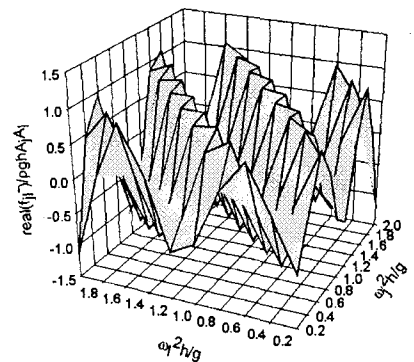


図-9 2次オーダー波力差周波数成分の周波数分布 (実部、入射角 0 度、剛体)

考え、かつ浮体動揺を抑制したときの2次オーダー波力の差周波数成分の周波数分布を、入射角0度、surge方向に関して、図-9、図-10、図-11に示した。構造物の弾性を考慮しない場合は、考慮する場合に比べて、2次オーダー波力の差周波数成分の大きさが過大に計算されることが分かる。

3.3 変動波漂流力の比較

本研究によって得られた変動波漂流力と、従来より広く用いられているNewman近似により得られる変動波漂流力を比較する。なお、Newman近似で用いる定常漂流力の周波数分布は、Utsunomiya *et al.*³⁾ で用いられた定常漂流力算出プログラムで求めた。時刻歴の波スペクトルは Bretschneider-Mitsuyasu のスペクトル

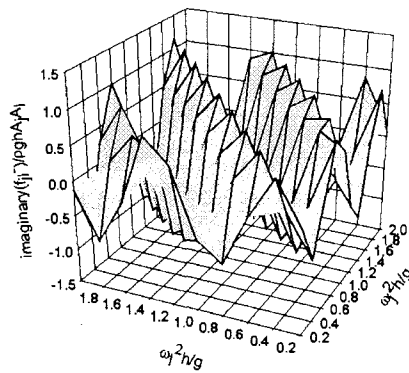


図-10 2次オーダー波力差周波数成分の周波数分布 (虚部、入射角 0 度、剛体)

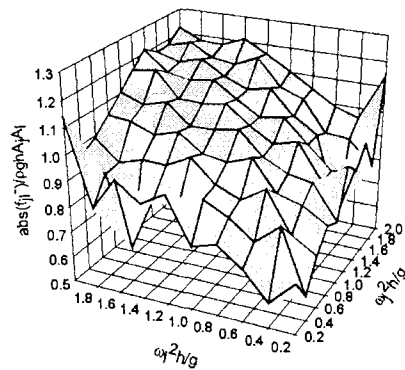


図-11 2次オーダー波力差周波数成分の周波数分布 (絶対値、入射角 0 度、剛体)

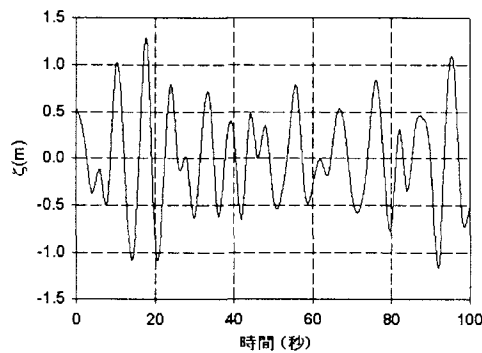


図-12 水位の時刻歴

ル⁶⁾を用いた。有義波高(両振幅)は2m、有義波周期は8秒で、20個の規則波の重ね合わせとした。この場合の水位の時刻歴は図-12のようになる。入射波の入射角を0度とし、surge方向の力を比較したものを図-13に示した。一方、入射角を90度にして算出したsway方向のものを図-14に示した。さらに、入射角60度に対する、surge、sway方向に関する変動波漂流力を図-15、図-16に示した。一般に変動波漂流力には差周波数成分の力が長周期成分として現れるが、特に図-16では、

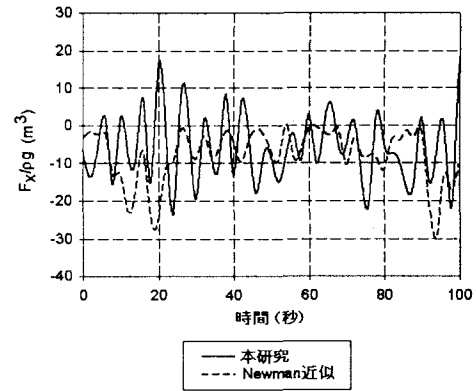


図-13 変動波漂流力 (入射角 0 度、surge 方向)

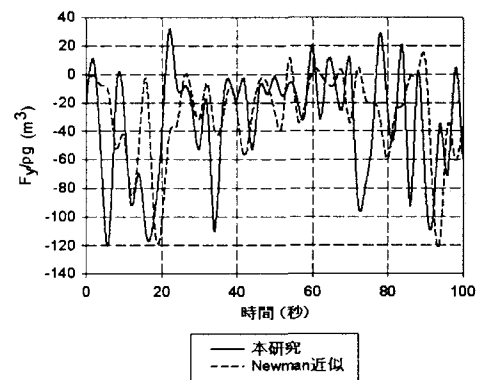


図-14 変動波漂流力 (入射角 90 度、sway 方向)

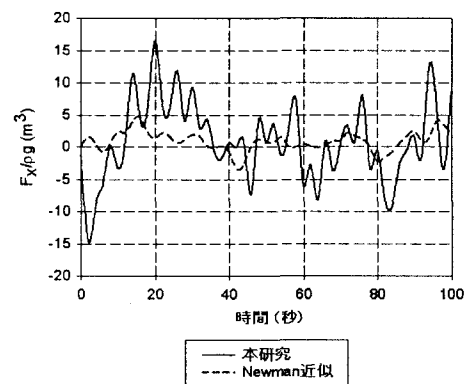


図-15 変動波漂流力 (入射角 60 度、surge 方向)

変動波漂流力の長周期成分として約70秒の周期が顕著である。また、比較のために、モデルを剛体として計算する渡邊ら⁴⁾のプログラムを用いて同じモデルに対して入射波0度のsurge方向の変動波漂流力を算出し、図-17に示した。ここでも、弾性を考慮しないものは、考慮するものに対して、過大に計算されていることが分かる。また、同じく、渡邊ら⁴⁾のプログラムで解析

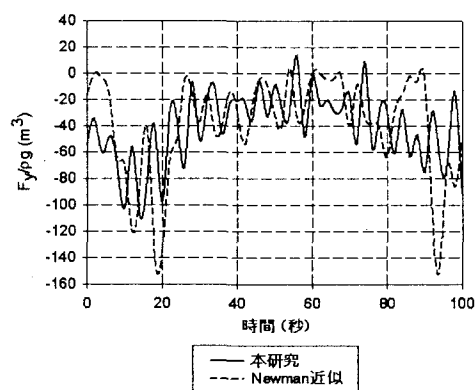


図-16 変動波漂流力 (入射角 60 度、sway 方向)

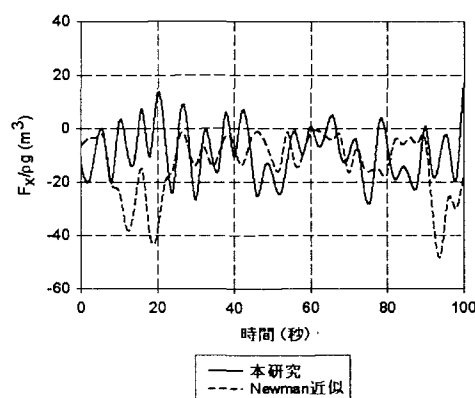


図-17 変動波漂流力 (入射角 0 度、surge 方向、剛体)

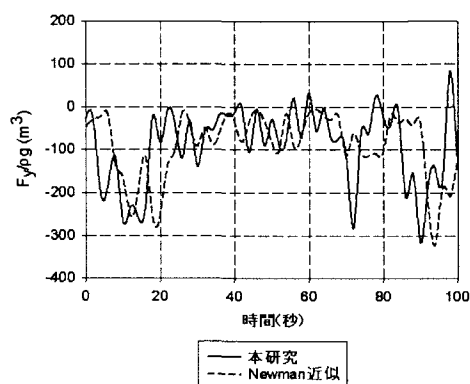


図-18 変動波漂流力 (入射角 90 度、sway 方向、剛体)

した、入射角 90 度の sway 方向の変動波漂流力を図-18 に示した。弾性を考慮したものについて、入射角 90 度のものに比べ、入射角 0 度のものは、本研究による直接計算と Newman 近似があまり近接していない。これは、図-3、図-4 に示されるように 2 次オーダー波力の差周波数成分の周波数分布が滑らかでなく、周波数に関して変化が大きいためだと考えられる。これは、剛体に関するものにも言え、弾性影響でなく、構造物の形状による影響だと考えられる。全体として、2 次オーダー波力の差周波数成分の虚部の影響から、Newman

近似と直接計算の間には位相差がみられ、極大値においても差異がみられる。実際の設計においては、このように Newman 近似とあまり一致しない部分に関しては、直接計算を用いることが有益であり、確実であると判断される。

4. 結論及び今後の課題

Newman 近似によって得られた変動波漂流力は、直接計算で得られたものに近接する場合もあるが、浮体の形状によっては大きなずれを生じることもある。よって、厳密な変動波漂流力を算出するには直接計算が望ましいが、本研究で開発された手法を実設計に用いるためには、さらなる計算精度の向上が必要だと考えられる。

今後の課題としては、2 次オーダー波力の和周波数成分を計算できるようにプログラムを改変することがある。また、対象を任意形状の構造物に拡張することも必要だと考えられる。その他、本論文で扱わなかったこととして、多方向不規則波浪場における変動波漂流力の解析が挙げられる。通常、多方向から波が入射する場合には、一方向から入射する場合と比べて変動波漂流力は小さいものとして扱われている。しかし、実際の海洋では、多方向から波が入射するため、解析条件を実現に近付けるという点からも多方向からの入射波を用いた解析が望ましいものと考えられる。また、本論文では組み入れなかった、2 次オーダーの radiation ポテンシャルを計算に組み入れ、浮体動揺が大きな場合に対する適用性を確保することも今後の課題であると考えられる。

参考文献

- 1) 難波康広, 加藤俊司, 斉藤昌勝: “超大型浮体式構造物に働く変動漂流力の推定法-その 1: 長波頂波中模型実験-,” 日本造船学会論文集, 第 186 号, pp235-242, 1999.
- 2) 財団法人 日本海事協会: “係留システム設計指針,” p91, 1983.
- 3) Utsunomiya, T. Watanabe, E. & Nakamura, N.: “Analysis of drift force on VLFS by the near-field approach,” *Proc. 11th Int. Offshore & Polar Eng. Conf.*, Stavanger, Norway, pp217-221, 2001.
- 4) 渡邊英一, 宇都宮智昭, 佐藤宏樹: “任意形状浮体に作用する 2 次回折波力の高精度計算プログラムの開発,” 第 17 回 海洋工学シンポジウム, 東京, pp305-312, 2003.
- 5) Faltinsen, O. M.: “Sea loads on ships and offshore structures,” Cambridge ocean technology series, p157, 1990.
- 6) Fujii, H. et al.: “Design of mooring system of oil storage barges,” *Applied Ocean Research*, 1982, Vol.4, No.1, pp44-45, 1982.
- 7) Utsunomiya, T., Watanabe, E. & Eatock Taylor, R.: “Wave response analysis of a box-like VLFS close to a breakwater,” *Proc. 17th Int. Conf. of Offshore Mechanics & Arctic Eng.* Paper 98-4331, 1998.

(2004 年 4 月 16 日 受付)