

高精度フリーメッシュ法による新設コンクリート構造物の ひび割れ原因に関する研究

Study on crack cause of the establishment concrete structure using the highly accurate Free Mesh Method

山城建樹*, 松原仁*, 伊良波繁雄**, 富山潤***, 矢川元基****

Tateki Yamashiro, Hitoshi Matsubara, Shigeo Iraha, Jun Tomiyama, Genki Yagawa

*学生会員 修(工) 琉球大学大学院 理工学研究科 (〒903-0129 沖縄県中頭郡西原町千原 1 番地)

**正会員 博(工) 琉球大学教授 工学部環境建設工学科 (〒903-0129 沖縄県中頭郡西原町千原 1 番地)

***正会員 博(工) 琉球大学助手 工学部環境建設工学科 (〒903-0129 沖縄県中頭郡西原町千原 1 番地)

****非会員 工博 東洋大学教授 工学部コンピューターショナル情報工学科 (〒350-8585 埼玉県川越市鯨井 2100)

This paper shows the thermal stress analysis of the establishment concrete structure using the highly accurate Free Mesh Method. Up to turn the Free Mesh Method had the problem on analytical accuracy. Then, we proposed a high accuracy tetrahedral element including the vertex rotations, and analytical accuracy of Free Mesh Method has been improved. The thermal stress of the establishment concrete structure analyzed by the highly accurate Free Mesh Method. And, The study investigated the cause of the crack of on the concrete bridge.

Key Words: free mesh method, crack, concrete structure, vertex rotations

1. はじめに

近年, 計算機性能の飛躍的な進歩に伴い, 各種の数値解析手法が, 構造解析, 熱伝導問題, 流体問題などの様々な工学分野の諸問題の数値解析に用いられるようになった¹⁾.

しかし, 我々にとって重要な社会基盤となっている土木構造物は大型化, 複雑形状化する傾向にあり, その中でも特にダムや橋梁といった公共物であるコンクリート構造物は大型構造物の一つである. さらに, これらのコンクリート構造物は通常自然の中に曝され, 極めて複雑な外力が作用している. そのため, より安全な設計・施工を行うには, その応力状態を正確に評価するための実験や数値解析が必要不可欠である. しかし, これら大型構造物の性能実験を行うにはコスト的, 労力的, 技術的な面において困難な状況が多々ある.

このような背景から土木構造物の数値解析への期待が大きくなっているが, 数値解析手法によっては入力データ作成の困難さが問題とされている. この問題

に対処する方法として, 自動要素分割手法やメッシュレス法の研究が盛んに行われており, その適用範囲は一段と広がりを見せている. そのメッシュレス法の一つとして, 筆者の一人である矢川らによって開発された有限要素法を基礎概念に持つフリーメッシュ法 (Free Mesh Method : FMM)^{2), 3)}がある. しかし, フリーメッシュ法やその基礎である有限要素法のように, 解析時に要素を必要とする解析手法では, その精度は使用要素に強く依存する. そのため, 高い解析精度を持つ要素の必要性が求められていた⁴⁾.

筆者らは, 高精度の解が得られる要素として, 三次元問題に対しては回転自由度を有する四面体要素^{5), 6)}を示した. さらに, 二次元問題に対しては三角形要素を示し, コンクリートの応力解析や破壊解析, フレッシュコンクリートの流動解析などに適用し, 良好な結果を得ている^{7), 8)}.

本研究では, 新設コンクリート橋の地覆コンクリート連結部分である伸縮目地付近から生じた床版コンクリートのひび割れ原因を検討するため, 三次元フリーメッシュ法の局所要素に高精度な解が得られる回転自

由度を有する四面体要素を用いた。なお、ひび割れの発生原因は地覆コンクリートの乾燥収縮によるものと思われたため、地覆コンクリートに収縮ひずみを与えた新設コンクリート橋の弾性解析を行った。

2. 三次元フリーメッシュ法

本研究において、求解法として用いた三次元フリーメッシュ法(3DFMM)について説明する。FMMの基本アルゴリズムは、まず、領域内のある一つの節点に着目し、その節点を中心節点とする。次に、その中心節点付近にある他の節点群の中から、衛星節点と呼ばれる節点を集める。そして、これらの衛星節点と中心節点から、一時的に仮要素(局所要素)を自動的に生成する。これらの要素剛性マトリックスから中心節点に寄与する成分を求め、全体剛性マトリックスを生成する。具体的には、図-1の局所要素概念図に示すように中心節点1付近にある衛星節点(m, n, o, p, q, ...)を集め(中心節点1の節点密度関数で定義される半径Rの球領域)、中心節点1まわりで一時的な四面体要素(lmno, lmoq, lopq, ...)を作成する。次に、各四面体要素について有限要素法と同様に要素剛性マトリックスを作成し、中心節点1に寄与する行成分のみを全体剛性マトリックスに足し込んでいく。得られた全体剛性マトリックスを解く方法は、従来用いられている反復法の一つであるCG法(Conjugate Gradient Method)を用いた。このようにフリーメッシュ法は局所要素の生成から、全体剛性マトリックスの作成及び求解までをシームレスに行うことの出来る解析手法である。また、これらの各節点に関する処理は、本質的に節点ごとに独立であるため、大規模問題を取り扱う並列計算やリメッシングを必要とするようなアダプティブ解析などに有効である^{6), 8)}。

このようなフリーメッシュ法の特徴を生かすとフレッシュコンクリートの流動解析のような解析領域が大きく変形するような解析も可能である⁸⁾。

3. 三次元フリーメッシュ法による熱応力解析

3.1 回転自由度を有する四面体要素

本章では、本研究で高精度な解が得られる要素として三次元フリーメッシュ法の局所要素に適用した回転自由度を有する四面体要素の定式化を簡単に示す。

まず、その基本要素となったMichigan大学の関口、菊池によって開発された回転自由度を有する四辺形要素⁹⁾を図-2に示す。関口らは図-2に示すように四辺形要素の各頂点に回転自由度を持たせることで高精度化を図り、その変位場(u, v)を式(1)

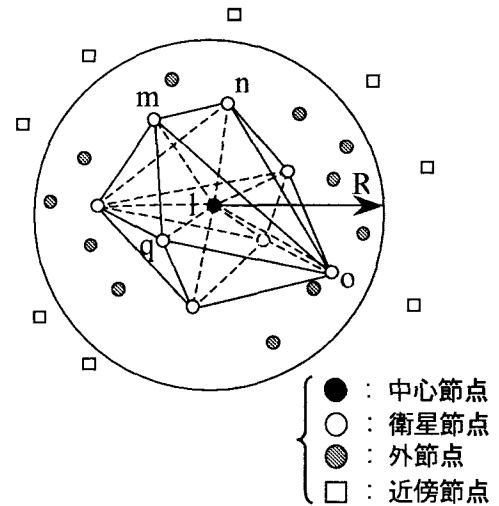


図-1 局所要素概念図

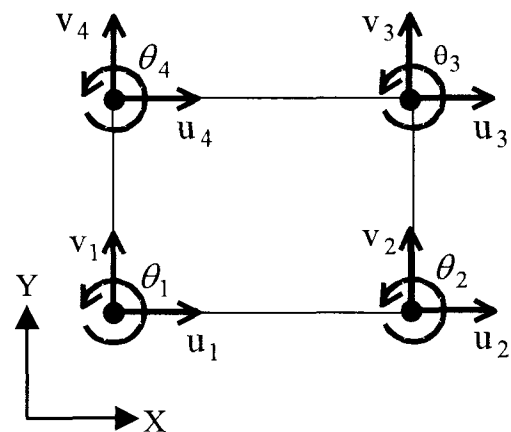


図-2 回転自由度を四面体要素有する四辺形要素

$$\begin{cases} u = \sum_{i=1}^4 \{u_i - (y - y_i)\theta_i\}N_i \\ v = \sum_{i=1}^4 \{v_i + (x - x_i)\theta_i\}N_i \end{cases} \quad (1)$$

の形で仮定した。ここで、式中のiは四辺形要素節点番号、 u_i, v_i はi節点の各軸方向変位、 x, y は要素内部の任意点座標、 x_i, y_i はi節点座標、 θ_i はi節点の回転角、 N_i は四辺形一次要素の形状関数を表している。そこで筆者らは、関口、菊池によって開発された回転自由度を有する四辺形要素の

変位場を三次元空間に拡張する事によって、図-3に示すように四面体要素の各頂点に回転自由度を加えた四面体要素を示した⁹⁾。ここで、回転自由度を有する四面体要素の変位場 (u, v, w) を式(2)に示す。

ここで、式中の i は四面体要素節点番号、 u_i, v_i, w_i は i 節点の各軸方向変位、 x, y, z は要素内部の任意点座標、 x_i, y_i, z_i は i 節点座標、 $\theta_{ix}, \theta_{iy}, \theta_{iz}$ は i 節点の各軸周りの回転角、 N_i は四面体一次要素の形状関数を表している。

$$\begin{cases} u = \sum_{i=1}^4 \{u_i + (z - z_i)\theta_{iy} - (y - y_i)\theta_{iz}\}N_i \\ v = \sum_{i=1}^4 \{v_i + (x - x_i)\theta_{iz} - (z - z_i)\theta_{ix}\}N_i \\ w = \sum_{i=1}^4 \{w_i + (y - y_i)\theta_{ix} - (x - x_i)\theta_{iy}\}N_i \end{cases} \quad (2)$$

式(2)より、回転自由度を有する四面体要素のひずみ-変位マトリックス $[B]$ は式(3)の形で導かれる。

$$[B] = [B_1 \ B_2 \ B_3 \ B_4]$$

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y} & 0 & -(z - z_1)\frac{\partial N_1}{\partial y} \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_1}{\partial z} & (y - y_1)\frac{\partial N_1}{\partial z} \\ \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & -(z - z_1)\frac{\partial N_1}{\partial x} \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_1}{\partial x} & (y - y_1)\frac{\partial N_1}{\partial y} - (z - z_1)\frac{\partial N_1}{\partial z} \\ \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_1}{\partial x} & (y - y_1)\frac{\partial N_1}{\partial z} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (z - z_1)\frac{\partial N_1}{\partial x} & -(y - y_1)\frac{\partial N_1}{\partial x} \\ 0 & (x - x_1)\frac{\partial N_1}{\partial y} \\ -(x - x_1)\frac{\partial N_1}{\partial z} & 0 \\ (z - z_1)\frac{\partial N_1}{\partial y} & (x - x_1)\frac{\partial N_1}{\partial x} - (y - y_1)\frac{\partial N_1}{\partial y} \\ -(x - x_1)\frac{\partial N_1}{\partial y} & (x - x_1)\frac{\partial N_1}{\partial z} \\ -(x - x_1)\frac{\partial N_1}{\partial x} - (z - z_1)\frac{\partial N_1}{\partial z} & -(y - y_1)\frac{\partial N_1}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (3)$$

式(3)より、回転自由度を有する四面体要素の要素剛性マトリックス $[k]$ は体積座標 $\varsigma_1, \varsigma_2, \varsigma_3, \varsigma_4$ を用いて、式(4)で表される。

$$[k] = \int_0^1 \int_0^{1-\varsigma_1} \int_0^{1-\varsigma_1-\varsigma_2} [B]^T [D][B] \det[J] d\varsigma_1 d\varsigma_2 d\varsigma_3 \quad (4)$$

ここで、式(4)の $[D]$ は応力-ひずみマトリックス、 $[J]$ はヤコビアンマトリックス、 T は転置記号を表している。

以上に示すように、回転自由度を有する四面体要素の要素剛性マトリックスは、四面体一次要素の形状関数を用いて、従来と同様な方法で導くことが可能である。なお、本研究では式(4)の体積積分については、ガウスの数値積分の4点積分を用いている。

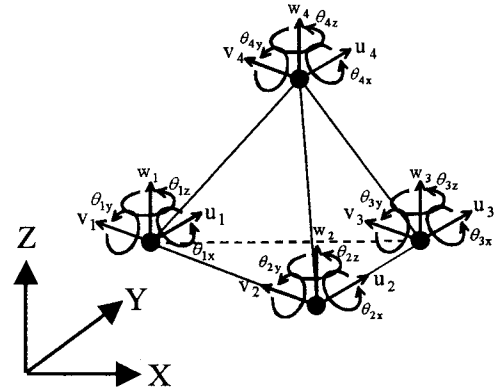


図-3 回転自由度を有する四面体要素

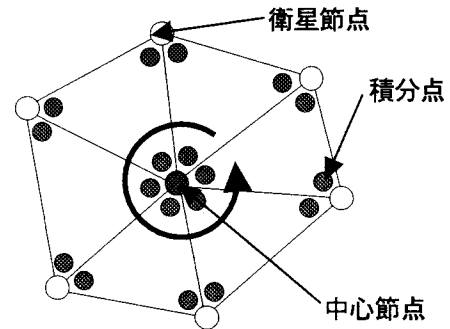
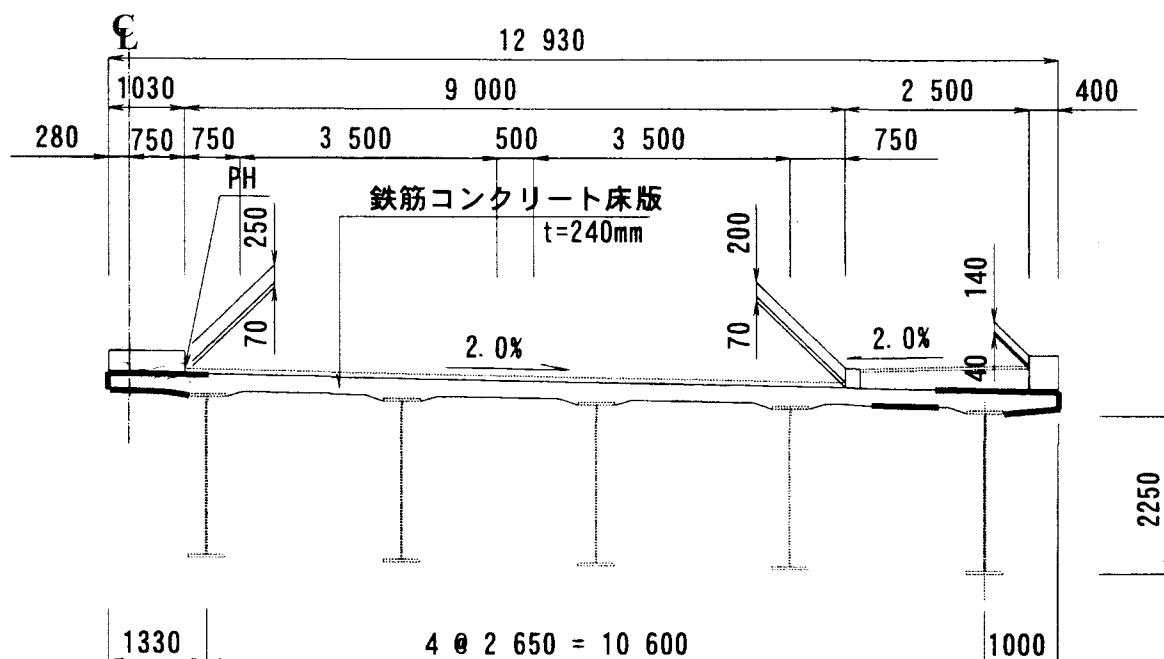


図-4 節点ひずみ、節点応力の評価

3.2 節点ひずみ・節点応力の評価方法

本解析で求解法として用いたフリーメッシュ法は、各節点ごとに剛性の評価を行うため、節点情報のみで解析を行うことが可能である。つまり、Node by Node型の解析手法である。しかし、3.1で示した回転自由度を有する四面体要素は、要素内部に積分点を持つため、フリーメッシュ法の局所要素に適用する場合、節点ひずみ・節点応力については各節点ごとに評価するための処理が必要となる。そこで、筆者らは式(5)、(6)に示すように、中心節点番号 n におけるひずみ (ϵ_n) や応力 (σ_n) は、中心節点に最も近い積分点のひずみ



$(\varepsilon_{e,near})$ や応力 $(\sigma_{e,near})$ から体積の重み(局所要素の体積: w_e)を用いて求めた。ここで、 e は中心節点周りの要素である。なお、中心節点でのひずみや応力の評価方法を二次元問題として説明すると次のようになる。図-4に示すように中心節点でのひずみや応力は、中心節点に近い局所要素の積分点のひずみや応力から局所要素の面積を重みとして、平均値を求めたことになる。

$$\varepsilon_n = \frac{\sum_e w_e \varepsilon_{e,near}}{\sum_e w_e} \quad (5) \quad \sigma_n = \frac{\sum_e w_e \sigma_{e,near}}{\sum_e w_e} \quad (6)$$

3.3 コンクリートの収縮ひずみによる節点力

本研究で対象としているコンクリートのひび割れ問題は、コンクリートの乾燥収縮をその原因として仮定(数値解析例において述べる)している。そのため、ここでは乾燥収縮ひずみによる節点力の計算方法について示す。

本研究では、コンクリートの収縮ひずみを熱ひずみとして表し、これに伴う節点力 $\{f_t\}$ を式(7)のように表す。

$$\{f_t\} = \int_V [B]^T [D] \{\varepsilon^t\} dV \quad (7)$$

$$\{\varepsilon^t\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^t & \varepsilon_y^t & \varepsilon_z^t & \gamma_{xy}^t & \gamma_{yz}^t & \gamma_{zx}^t \end{Bmatrix}^T = \{\alpha t \quad \alpha t \quad \alpha t \quad 0 \quad 0 \quad 0\}^T \quad (8)$$

ここで、式(7)中の $\{\varepsilon^t\}$ は収縮ひずみベクトル、 $[B]$ はひずみ-変位マトリックス、 $[D]$ は応力-ひずみマトリックス、 V は要素体積、 T は転置記号である。また、収縮ひずみベクトルである $\{\varepsilon^t\}$ は、式(8)に示すように温度変化に伴うひずみとして、各軸方向ひずみ $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ のみを考慮する。また、式(8)中の α は熱膨張係数、 t は温度変化量である。

4. 数値解析例

ここで、三次元フリーメッシュ法の局所要素に高精度な解が得られる回転自由度を有する四面体要素を用いた、新設コンクリート構造物の乾燥収縮により生じる応力の弾性解析を行い、その構造物に発生したひび割れの原因を検討する。

本研究で数値解析を行ったのは、沖縄県本島中部に新設されたコンクリート橋である。図-5、図-6に、コンクリート橋の断面図及び立面図を示す。このコンクリート橋は、図-5に示すように中央分離帯側と歩道側に区別されており、その両側に高欄及び照明を設置するための地覆コンクリートがコンクリート床版の上部に施工されている。しかし、その地覆コンクリートの施工後に、地覆コンクリート連結部分に設置された伸縮目地部分のコンクリート床版に、いくつかのひび割れが発生した。写真-1は、地覆コンクリートの連結部分であ

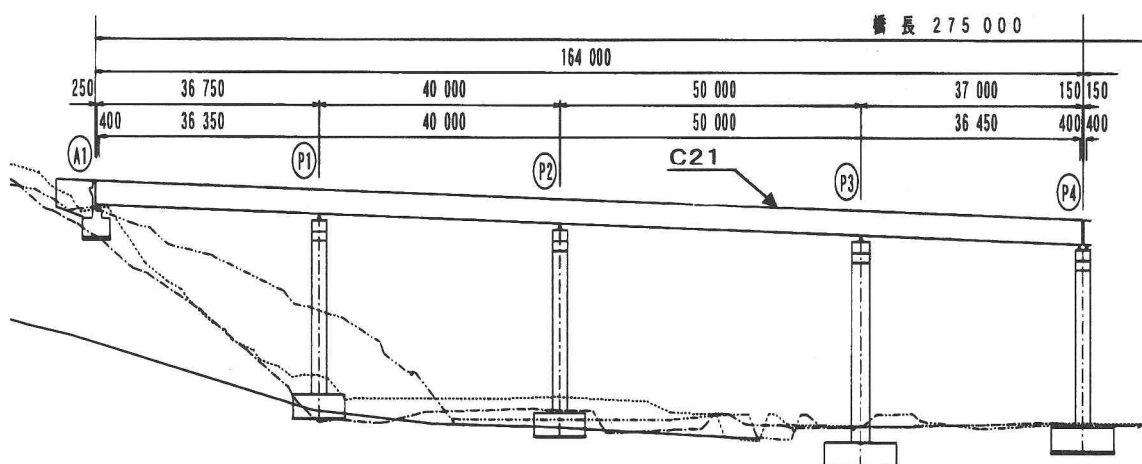


図-6 コンクリート橋立面図(単位：mm)

る伸縮目地部分の床版コンクリートに発生したひび割れである。写真-1に示すように、このひび割れは、伸縮目地の位置から発生し、地覆コンクリートに対して垂直方向へと進展している。

そのため本研究では、この新設コンクリート橋に発生したひび割れの原因は、地覆コンクリートの体積収縮(乾燥収縮や水和熱による膨張後の温度低下による収縮)により発生したものであると仮定した。

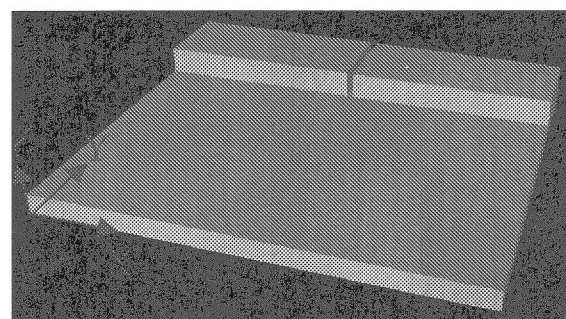
その理由として、このコンクリート橋の施工過程においてコンクリート床版を施工した後、その上部に設置する地覆コンクリートの施工までに約二週間程の時間的な開きがあった。そのため、後から施工された地覆コンクリートに収縮が生じ、また、地覆コンクリートの連結部となっていたため、伸縮目地部分に応力の集中が起これと考えられる。



ひび割れ

(ひび割れ長さ 950mm, ひび割れ幅 0.15mm)

写真-1 伸縮目地直下の床版コンクリートのひび割れ



(a) 伸縮目地部解析モデル



(b) 解析モデル断面図



(c) 解析モデル平面図

●：解析モデル原点位置

図-7 伸縮目地部解析モデル(単位：mm)

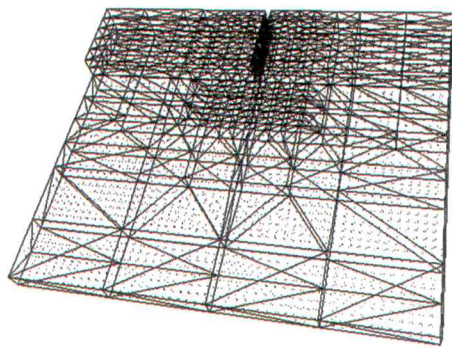


図-8 表面パッチと節点分布

そこで、本研究ではこの仮定の妥当性を検討するため、コンクリート橋の伸縮目地部分を図-7(a)に示すようにモデル化した。図-7(b)、図-7(c)に解析モデルのサイズを示す。

本解析では、施工時期の遅かった地覆コンクリートのみに収縮が生じたと仮定している。本研究では換算を容易に行える値として、コンクリートの熱膨張係数を $10 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ 、コンクリートの温度変化量は -10°C とした。すなわち、収縮ひずみを 100×10^{-6} とした収縮量を地覆コンクリートに与えた。この収縮ひずみの値は、コンクリートの乾燥収縮に伴う不静定力を弾性理論により計算する時に用いる値¹⁰⁾(150×10^{-6})より低い値である。

また、解析時の材料特性としては、コンクリートのヤング率を 25000N/mm^2 、ポアソン比を 0.2 としている。なお、本解析では図-7に示した解析モデルを単純なコンクリート構造物として扱い、内部鉄筋や高欄などの影響は考慮していない。ここで、本解析に用いた表面パッチと節点分布状況を図-8に示す。また、解析時の総節点数は 8072、境界条件としては、床版コンクリートの側面($X=0, X=5000$)および前面($Y=0$)と、図-7(c)に示す床版コンクリート底面の主桁位置を垂直方向の変位のみを拘束している。図-9は、地覆コンクリート全体に収縮を与えた場合の主応力値を可視化した図である。図-9(a)は床版コンクリート表面($Z=240\text{mm}$)の主応力値の分布状況を示している。図-9(b)は、床版コンクリートの外側面($Y=4200\text{mm}$)の主応力値の分布状況を示している。

これらの解析結果より、伸縮目地部分に主応力が集中しているのが確認でき、コンクリート橋の実際のひび割れ位置とよく一致している。また、収縮ひずみとして、一般的に不静定力を弾性理論により計算する時に用いる値より、低い値である

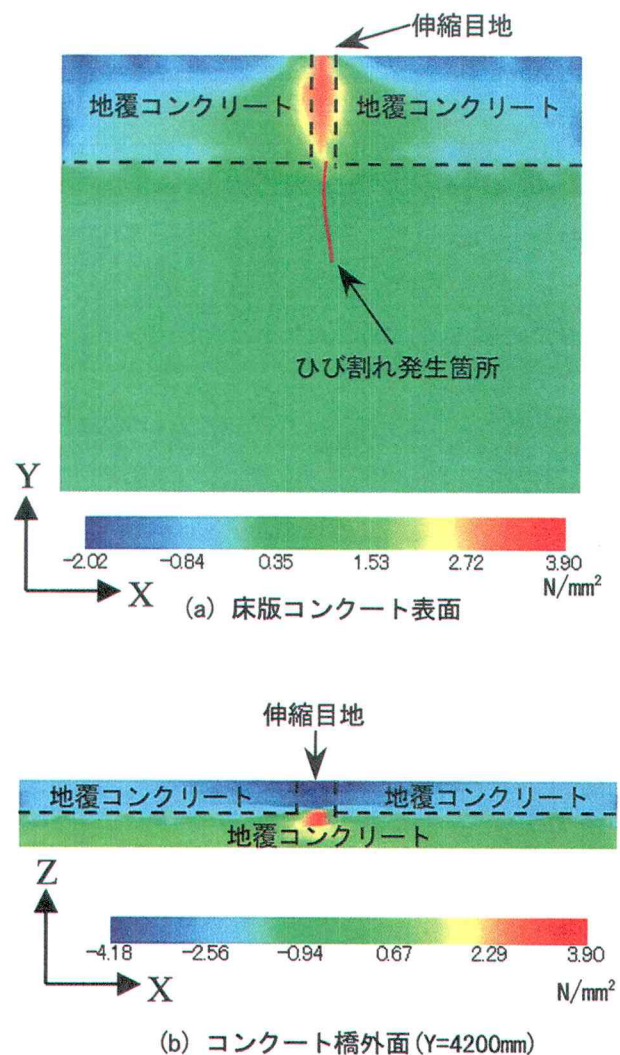


図-9 主応力分布図

100×10^{-6} を用いているが、本解析結果より得られた最大主応力値は 3.90N/mm^2 となっている。このコンクリート橋施工時の地覆コンクリートおよび床版コンクリートの設計基準強度は 24N/mm^2 であり、床版コンクリートの引張強度は、設計基準強度の $1/10 \sim 1/13$ の範囲である $1.85\text{N/mm}^2 \sim 2.4\text{N/mm}^2$ であると予想される。このため、この新設コンクリート構造物の伸縮目地部分の床版コンクリートには、本研究で仮定したように、地覆コンクリートの収縮により、応力の集中が起こると考えられる。その結果、伸縮目地部分の床版コンクリートにひび割れが発生したと推測される。

5. まとめ

本研究では、高精度な解が得られる回転自由度を有

する四面体要素を三次元フリーメッシュ法の局所要素に適用し、新設コンクリート構造物の乾燥収縮によるひび割れの発生原因を検討した。

以下に、本研究により得られた結果をまとめる。

- (1) 高精度な解が得られる回転自由度を有する四面体要素を三次元フリーメッシュ法の局所要素に適用し、新設コンクリート構造物の収縮によるひび割れ原因を検討するため、乾燥収縮により生じる応力の弾性解析を行った。
- (2) 新設コンクリート橋に発生したひび割れの発生原因を検討するため、三次元フリーメッシュ法による乾燥収縮により生じる応力の弾性解析を行った。その結果、地覆コンクリートの収縮により生じる最大主応力の集中箇所が実際の床版コンクリートに発生したひび割れ発生位置とほぼ一致した。この結果により、新設コンクリート橋の床版コンクリートに発生したひび割れの原因は、施工時期の違いにより起こったと予想される地覆コンクリートの収縮が原因であると推測される。
- (3) 新設コンクリート橋の地覆コンクリートに、一般的に不静定力を弾性理論により計算する時に用いる収縮ひずみ(150×10^{-6})より低い収縮ひずみ(100×10^{-6})を用い、乾燥収縮により生じる応力の弾性解析を行った。このコンクリート橋施工時の地覆コンクリートおよび床版コンクリートの設計基準強度は 24N/mm^2 であり、床版コンクリートの引張強度は、設計基準強度の $1/10 \sim 1/13$ の範囲である $1.85\text{N/mm}^2 \sim 2.4\text{N/mm}^2$ であると予想される。数値解析の結果、伸縮目地部分の床版コンクリートに発生した最大主応力は 3.90N/mm^2 であり、予想される床版コンクリートの引張強度より高い値を示した。
- (4) 本研究で示したように、地覆コンクリートの収縮によって、地覆コンクリートの連結部分に設置された伸縮目地部分に応力集中が起こり、床版コンクリートにひび割れが生じる可能性があることを示した。

参考文献

- 1) 鷺津久一郎, 宮本博, 山田義明, 山本義之, 川井忠彦: 有限要素法ハンドブック I 基礎

編, 培風館, 1981.

- 2) 矢川元基, 細川孝之: フリーメッシュ法(一種のメッシュレス法)の三次元問題への適用, 日本機械学会論文集(A 編), Vol.63,614,1997.
- 3) G.Yagawa and T.Yamada, Free mesh method: A new meshless method, Computational Mechanics, Vol.18, pp383-386, 1996.
- 4) 山田貴博: 四面体要素の性能評価, 計算工学講演会論文集, Vol.5,2000.
- 5) 松原仁, 伊良波繁雄, 富山潤, 矢川元基: 高精度 3 次元フリーメッシュ法(回転自由度を有する四面体要素の開発), 日本機械学会論文集(A 編), Vol.70,No.691,pp.363-368,2004.
- 6) 富山潤, 伊良波繁雄, 松原仁, 稲葉正和, 矢川元基: 回転自由度を有する四面体要素を用いたフリーメッシュ法の並列化, 第 8 回日本計算工学会講演論文集, Vol.8,No.1,pp.115-118, 2003.
- 7) 安和守史, 伊良波繁雄, 富山潤, 矢川元基: 改良アイソパラメトリック要素を用いた高精度フリーメッシュ法の二次元応力解析への適用に関する研究, 日本コンクリート工学年次論文報告集, Vol23,No3,pp.1-6,2001.
- 8) 富山潤, 伊良波繁雄, 山田義智, 松原仁, 矢川元基: フリーメッシュ法によるフレッシュコンクリートの流動解析法に関する研究, 土木学会論文集, No.746,V-61,pp.91-101,2003.
- 9) M.Sekiguchi, N.Kikuchi: Re-examination of membrane elements with drilling freedom, Proceedings of the fifth world congress on computational mechanics,2002.
- 10) 土木学会: コンクリート標準示方書[構造性能照査編], 社団法人 土木学会, 2002.

2004 年 4 月 16 日