

渦要素モデルを用いた複断面開水路水平渦の数値シミュレーション

Numerical Simulation of Horizontal Eddies in Compound Open-channel Flows by Discrete Vortex Method

桶津家久*, 山上路生**, 神谷敦史***

Iehisa Nezu, Michio Sanjou and Atsushi Kamiya

*フェロー 工博 京都大学大学院教授 工学研究科社会基盤工学専攻 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

**正会員 博(工) 京都大学大学院助手 工学研究科社会基盤工学専攻 (同上)

***学生員 京都大学大学院修士課程 工学研究科社会基盤工学専攻 (同上)

In compound open-channel flows, there are some large-scale horizontal vortices that promote the mass and momentum exchanges between the main-channel and floodplains. Recently, with the development of turbulence modeling, a lot of numerical simulations have also been conducted about such horizontal vortices. In almost of previous numerical studies, finite differential schemes were used. On the other hand, the discrete vortex method (DVM) is also known as one of the most useful calculation models. In the DVM, the calculated fields consist of small eddy elements, and therefore, the DVM does not need the calculation grids and is applicable simply to the complex flow fields. So, in the present study, the unsteady numerical model was developed on the basis of the DVM, and the originating and developing processes of horizontal vortices were reproduced in compound open-channel flows.

Key words : horizontal vortex, discrete vortex method, compound open-channel flow

1. はじめに

複断面開水路流れにおける低水路と高水敷の境界部には、大きな主流速差が発生する。そのため低水路と高水敷の境界部には、せん断不安定に起因する大規模な水平渦が発生することが知られている¹⁾。水平渦が一定の周期で移流されることによって、低水路と高水敷の運動量が交換される。また水平渦は流れの抵抗にも影響するため、水平渦の動移性の解明は流体力学的にも河川工学的にも重要な課題である。そのため、多くの研究者によって研究が行われてきた。水平渦に関する既往研究は水理実験によるものと数値計算によるものに大別される。

水理実験では可視化手法を中心に研究が進められてきた。例えば、Tamai *et al.*¹⁾ は水素気泡法を用いて主流速の横断シアから水平渦の発生を研究した。また、彼らは水平渦の発生は線形安定理論で説明されることを示した。池田ら²⁾ は植生場におけるせん断乱流を対象に、浅水流方程式から理論的に主流速の横断分布を導いた。また、不安定解析によって水平渦が主流速分布の変曲点不安定性によって発生することを示すとともに、渦の理論周期を求めて実験値と一致することを報告した。石垣・今本³⁾ は高水敷端部から低水路中央部に向かう斜昇流とよばれる横断面2次流を可視化して、斜昇流と水平渦が交

互に発生することを示した。桶津ら⁴⁾ はPIV計測を行い、かぶり水深が比較的大きなケースでは、低水路と高水敷のそれぞれに水平渦が発生する複列構造になることを示した。これは水深増加にともなって斜昇流の影響が大きくなり、自由水面へ高水敷エッジから低流速塊が浮上・輸送される結果、主流速分布が凹型となり2つの変曲点をもつためであることを明らかにした。

一方で、コンピュータを用いた数値シミュレーションも進展している。灘岡・八木⁵⁾ は浅水流方程式をベースに平面2次元のLESモデルであるSDS-2DHモデルを開発した。彼らはこれを植生流れに適用して水平渦の再現に成功した。また、レイノルズ応力の発達予測から大規模水平渦の発生メカニズムを考察した。細田ら⁶⁾ は非線形 $k-\varepsilon$ モデルによる3次元計算を行い、水平渦と2次流の関係を数値的に検討した。池田ら⁷⁾ はSDS-2DHモデルを用いて水平渦による浮遊砂の輸送特性を計算した。竹内ら⁸⁾ は水平渦の発生・発達現象を2次元の数値計算で再現して、発達時においてレイノルズ数が増加すると水平渦は周期的な挙動からカオス的な挙動に変化することを予測した。

上述した既往の数値計算のほとんどは差分に基づくRANSやLESによるものである。差分法はオイラー解析であり、計算メッシュを設定して現象を考察するため、

流れの構造をラグランジェ追跡することが一般に困難である。一方、離散渦法に代表される渦要素モデルは微小渦要素のラグランジェ的な追跡により流れ場を再現する方法であり、差分法とは違った視点で水平渦構造を考察することができる。そこで本研究では離散渦法をベースにした3次元の数値モデルを構築して複断面流れにおける水平渦を再現した。また既往のPIV計測結果と比較して、精度の検証を行うとともに水平渦の発生・発達プロセスを数値的に考察した。

2. 計算方法

2.1 離散渦法

本研究の数値計算では水平組織渦の再現のために、離散渦法をベースにした渦要素モデルを開発した。離散渦法 (discrete vortex method) は、粘性や密度差などのシアがある流れ場において発生する渦度の連続的な分布を微小渦の離散的な分布におき換えて、各渦の運動をラグランジェ的に計算することで流れ場を解析する方法である。

離散渦法には次のようなメリットがある⁹⁾。

- ①アルゴリズムがシンプルである。
- ②乱流モデルを必要としない。
- ③数値安定性がよい。
- ④計算格子を必要としない。

特にメッシュフリーという長所は固液混相流などの多相流れや複雑境界流れ場への適用が有利であることを意味しており、注目すべき研究が進められている¹⁰⁾。

2.2 Stick 法とアルゴリズム

本研究の数値計算では3次元空間を対象としているため、渦要素を立体的にモデル化する必要がある。そこで、ここでは渦の伸縮を比較的簡単に扱える Stick 法¹¹⁾を適用する。

Stick 法では渦要素を断片的な円筒形の渦要素で近似する。ある時刻 t における i 番目の渦要素の中心位置は $\mathbf{r}_i^t$ 、渦度ベクトルは $\boldsymbol{\omega}_i^t$ 、渦核半径は σ_i^t 、長さは dl_i^t で定義される (図-1)。

まず、渦要素の各成分の時間変化について述べる。ビオ・サバールの法則から、ある時刻 t において j 番目の渦要素から誘起される任意の位置 $\mathbf{r}_i^t$ における誘起速度 $\mathbf{u}_{ij}^t$ は次式

$$\mathbf{u}_{ij}^t = \frac{1}{4\pi} \int \frac{\boldsymbol{\omega}_j^t \times (\mathbf{r}_i^t - \mathbf{r}_j^t)}{|\mathbf{r}_i^t - \mathbf{r}_j^t|^3} d\mathbf{r}_j^t \quad (1)$$

で求められる。ここで積分は1つの渦要素について行う。式(1)で表される誘起速度を n 個の全ての渦要素から加

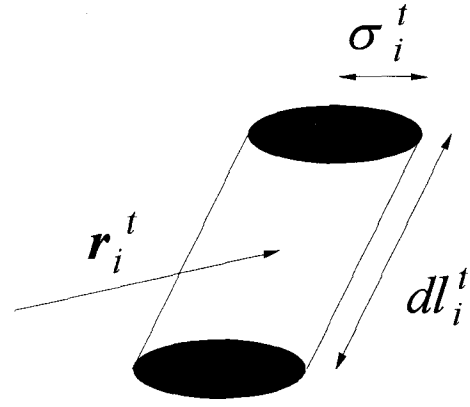


図-1 渦要素のモデル化

算された誘起速度 $\mathbf{u}_i^t$ によって、ある時間間隔 Δt 後における中心位置は次式

$$\mathbf{r}_i^{t+\Delta t} = \mathbf{r}_i^t + \mathbf{u}_i^t \Delta t = \mathbf{r}_i^t + \sum_{j=1}^n \mathbf{u}_{ij}^t \Delta t \quad (2)$$

で求められる。また渦度ベクトルの時間変化は、粘性項を省略した次の渦度方程式

$$\frac{D\boldsymbol{\omega}_i}{Dt} = (\boldsymbol{\omega}_i \cdot \nabla) \mathbf{u}_i = (\boldsymbol{\omega}_i \cdot \nabla) \sum_j \mathbf{u}_{ij} \quad (3)$$

で求められる。ただし、本研究の数値計算では渦度方程式の右辺はゼロとした。すなわち、渦度 $\boldsymbol{\omega}_i$ は保存されると仮定した。また、粘性の効果については後で述べる。

次に、渦核半径の時間変化は Kelvin の循環定理により次式

$$\sigma_i^{t+\Delta t} = \sqrt{\frac{|\boldsymbol{\omega}_i^t|}{|\boldsymbol{\omega}_i^{t+\Delta t}|}} \sigma_i^t \quad (4)$$

で求められる。また、渦要素の体積が保存されるものとして渦長さの時間変化は Helmholtz の渦定理により次式

$$dl_i^{t+\Delta t} = \left(\frac{\sigma_i^t}{\sigma_i^{t+\Delta t}} \right)^2 dl_i^t \quad (5)$$

で求められる。

粘性効果については渦核半径を大きくすることでモデルに取り入れた¹²⁾。すなわち、粘性拡散による渦核半径の増加量 $\Delta\sigma_i^{t+\Delta t}$ は次式

$$\Delta\sigma_i^{t+\Delta t} = \frac{a^2 \nu}{2\sigma_i^t} \Delta t \quad (6)$$

で求められる¹²⁾。ここで ν は動粘性係数、 a は無限長さの直線渦糸に対する Navier-Stokes 方程式の厳密解から得られる定数であり $a=2.242$ となる。よって粘性効果も考慮したときの渦核半径 $\sigma_i^{t+\Delta t'}$ は次式

表-1 計算に用いた水理条件

H (cm)	h (cm)	B (cm)	H/D	B_f/B	Q (l/s)	Fr	Re
7.2	2.2	40	1.44	0.5	1.8	0.12	7500

$$\sigma_i^{t+\Delta t'} = \sigma_i^{t+\Delta t} + \Delta\sigma_i^{t+\Delta t} \quad (7)$$

で求められる。また Kelvin の循環定理により、粘性効果による渦核半径の増加分を考慮した渦度ベクトル $\omega_i^{t+\Delta t'}$ は次の式で再計算される。

$$\omega_i^{t+\Delta t'} = \left(\frac{\sigma_i^{t+\Delta t}}{\sigma_i^{t+\Delta t'}} \right)^2 \omega_i^{t+\Delta t} \quad (8)$$

以上のプロセスを必要な時間ステップだけ繰り返して、流れ場の非定常計算を行った。

2.3 計算条件

表-1に計算に用いた水理条件を示す。この水理条件は 瀬津ら¹³⁾ が複断面開水路流れを対象に行ったPIV計測の水理条件と同一に設定した。ここで H は低水路水深、 h は高水敷上のかぶり水深、 D は高水敷高さ、 B は水路幅、 B_f は高水敷幅、 Q は流量である。 Fr はフルード数、 Re はレイノルズ数である。

図-2は計算領域の模式図を示したものである。ここで x 、 y および z はそれぞれ流下方向、鉛直方向および横断方向の座標である。また、それらに対応する流速成分をそれぞれ U 、 V および W とした。本研究では図-2のように計算領域を鉛直方向に5層に分割して3次元の数値計算を行った。

上述したように離散渦法はメッシュの生成の必要がなく個々の微小渦を時間的に追跡するラグランジュ解析であるが、外部流を与えなければならない。そこで本研究のモデルにおいては、流れ場を一樣流と微小渦で構成した。一樣流は低水路と高水敷にそれぞれ対数則分布を与えた。図-3に低水路と高水敷の境界部におけるせん断領域のモデル図を示す。微小渦を図に示すように円渦でモデル化し、その直径をせん断幅 δ と同じ値にし、循環の大きさは一樣流から求めた。せん断層の横断位置は低水路と高水敷の境界部に与えた。初期の微小渦は各層に100個ずつ与え、せん断幅は微小渦の直径に等しくなるように時間的に変化させた。本研究では流下方向に周期境界条件を与えた。またビオ・サバール則の適用は微小渦核の外部領域だけとして、微小渦核の内部領域については強制渦とした。ここで、微小渦は異なる層に対しても誘起速度をもつ。以上の数理モデルを用いて時間刻み幅を0.002sの時間進行法で計算した。

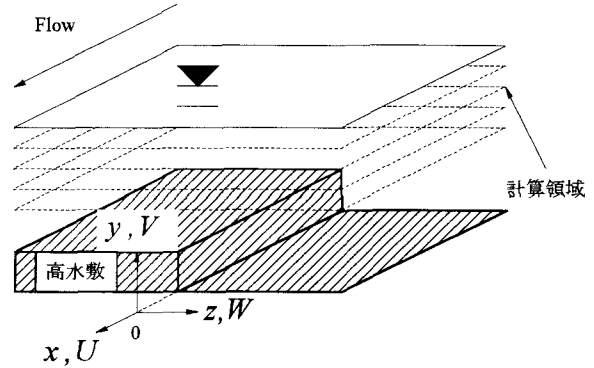


図-2 計算領域の模式図

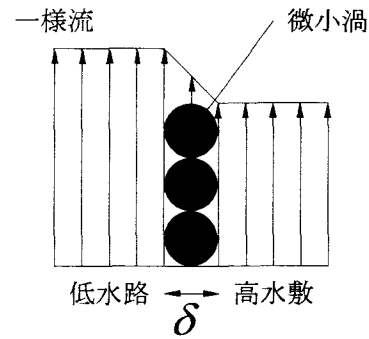


図-3 せん断領域のモデル化

3. 計算結果とその考察

3.1 微小渦要素の非定常挙動

本節では微小渦の非定常挙動を数値的に予測して水平渦の発生プロセスについて考察する。図-4は $y/D = 1.2$ の高さにおける水平渦発達過程の微小渦要素の分布を初期状態0.0sから3.0sごとに9.0sまで示したものである。横軸と縦軸はそれぞれ流下方向と横断方向であり、低水路幅 B で無次元化した。初期状態の0.0sでは微小渦要素が一直線上に配列しているが、時間経過とともに渦の相互作用によって微小渦要素の配列に乱れが生じて、最終的には微小渦要素が数個の集合体を形成することがわかる。このように微小渦要素が集まって大規模水平渦が形成されることが、本計算によってシミュレーションされた意義は大きい。なお、本研究の計算では初期微小擾乱として乱数などは与えておらず、渦要素間の誘起速度等に現れる微小な数値の差異が時間とともに蓄積・分枝し

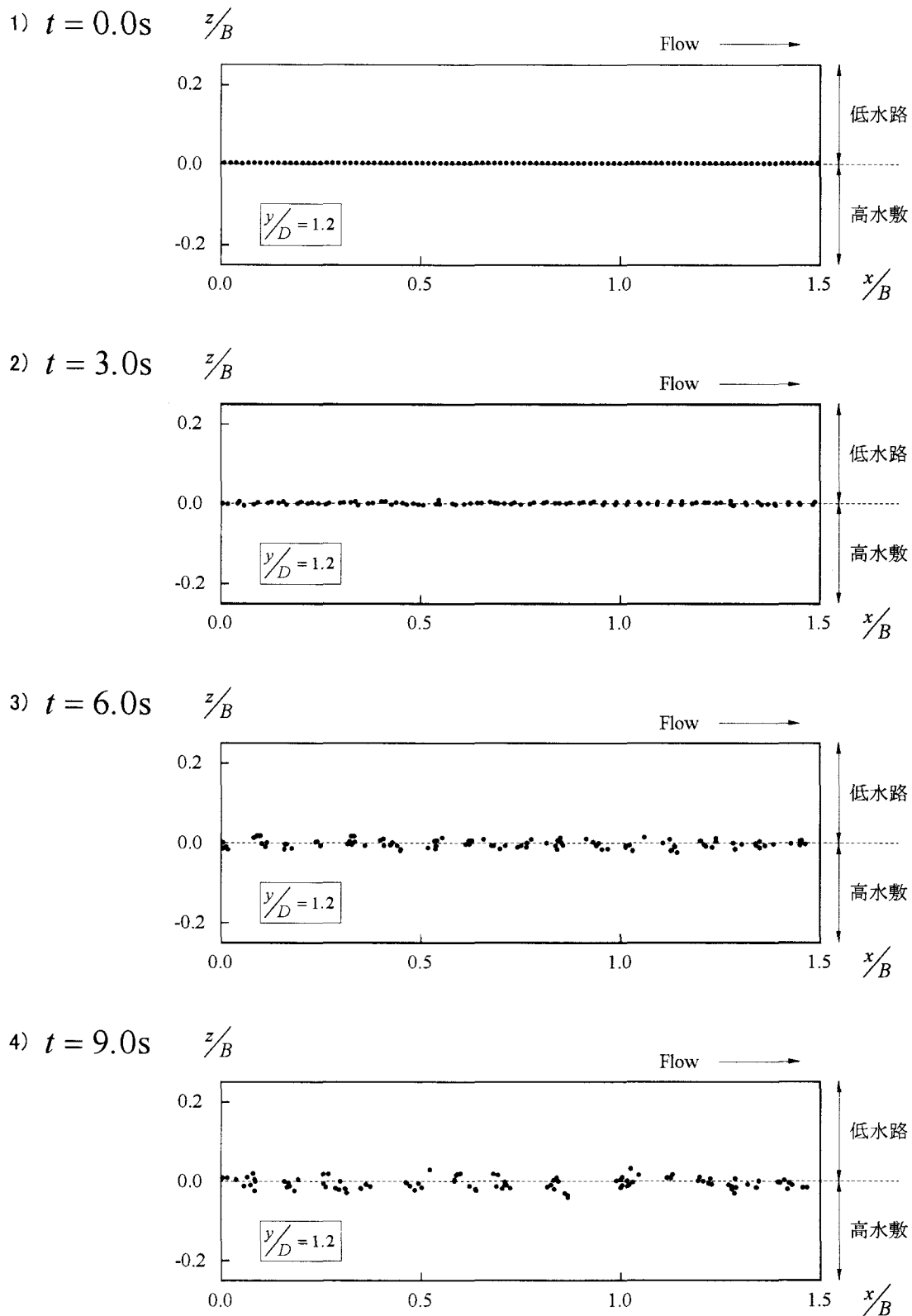


図-4 発達過程の微小渦要素の分布

た結果、微小渦の直線配列が壊れたものであり、これはカオスとも考えられる。この結果から、従来の知見と同様に水平渦はせん断不安定から発生すること、また水平渦は微小渦要素の集合体としてモデル化できることがわ

かった。特に微小渦による水平渦の形成は従来の差分法の計算では行われておらず、新たな視点から水平渦の発生プロセスを考察できたといえる。

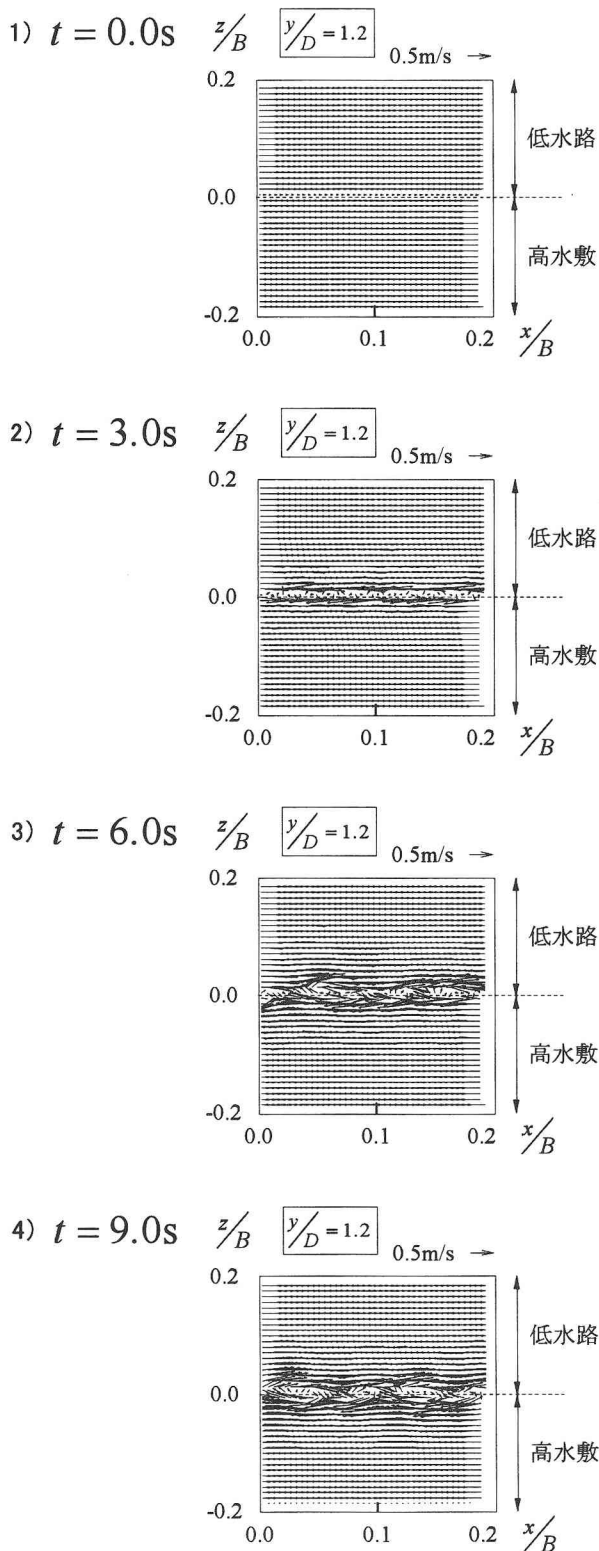


図-5 発達過程の瞬間流速ベクトル分布

3.2 流速ベクトル分布の時系列変化

図-5は $y/D = 1.2$ の高さにおける水平渦発達過程の瞬間流速ベクトル分布を初期状態0.0sから3.0s間隔で9.0sまで示したものである。横軸と縦軸はそれぞれ流下方向と横断方向であり、低水路幅 B で無次元化した。なお、

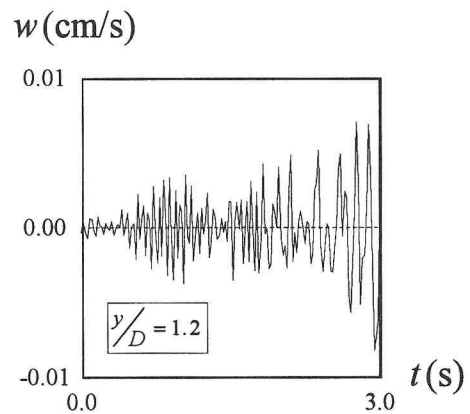


図-6 発達過程の横断方向流速成分

流速ベクトルは計算面における空間平均流速を差し引いた移動座標系で表示した。この図からも微小渦の発達過程が理解できる。計算の初期状態の0.0sでは微小渦が一直線上に安定して配列されており、大規模な組織渦構造は観察されないが、時間の経過とともに組織渦構造が形成されて最終的に一定配置された水平渦に発達していく様子がわかる。このように流速ベクトル分布の結果からも水平渦の発生・発達過程がシミュレーションできた。

3.3 発達過程における横断方向流速成分

図-6は $y/D = 1.2$ の高さにおける水平渦発達過程の低水路と高水敷の境界部 $z/B = 0$ における横断方向流速成分の時系列分布を初期状態である0.0sから3.0sまで示したものである。時間の経過とともに横断方向流速 $w(t)$ の振幅は大きくなることが確認できる。また、振幅の変化に対応してその振動数が小さくなり、長周期の渦へと変化していく様子がわかる。すなわち、独立に運動していた微小渦が、時間とともに集合・合体して大規模な集合体へと遷移することで、低周期の組織渦が形成されることがこの結果から予測される。

3.4 水平渦発達時の微小渦要素と流速ベクトル分布

本節からは水平渦発達ステージにおける考察を行う。

図-7は $y/D = 1.1$ および $y/D = 1.2$ の高さにおける水平渦発達後の微小渦要素の分布を示したものである。これらの結果から、発達過程の図-4と比べて、微小渦要素がさらに集合して大きな渦塊を形成することが確認できる。さらに、微小渦の集合体の間隔も十分大きくなっている。この間隔が水平渦の流下方向の配置間隔、つまり波長に対応すると考えられる。また、微小渦要素は互いの渦核領域内に入ると、渦核領域は強制渦であるため誘起速度が非常に小さくなるから、互いの距離を保つようになる。その結果、一度集積した渦塊は分裂しにくくな

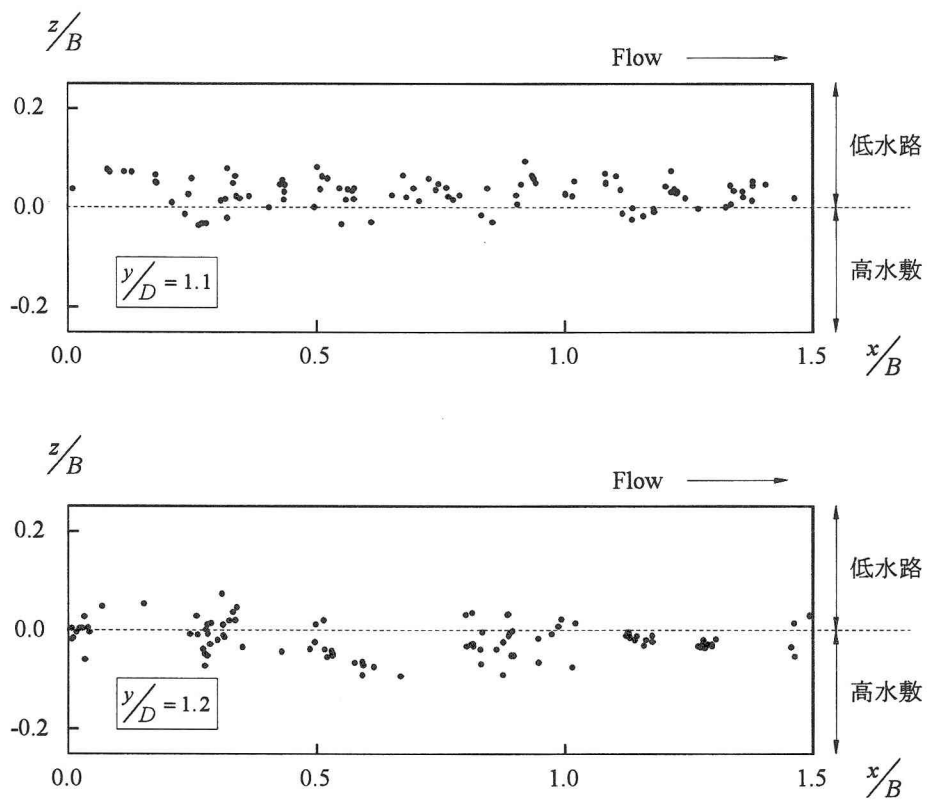


図-7 発達状態の微小渦要素の分布

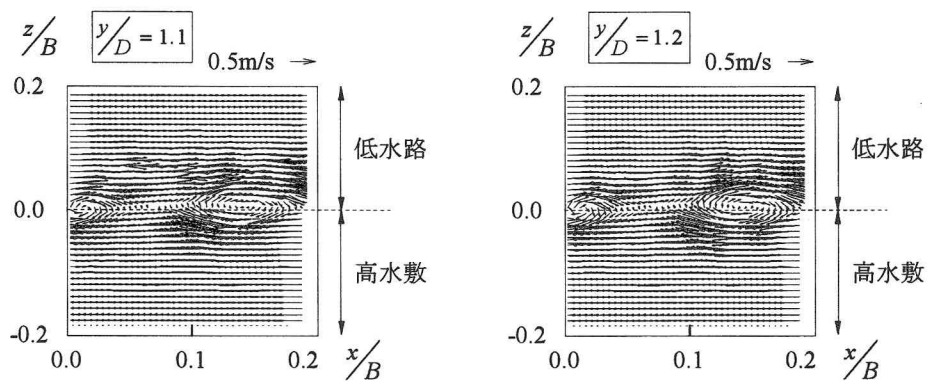


図-8 発達状態の瞬間流速ベクトル分布

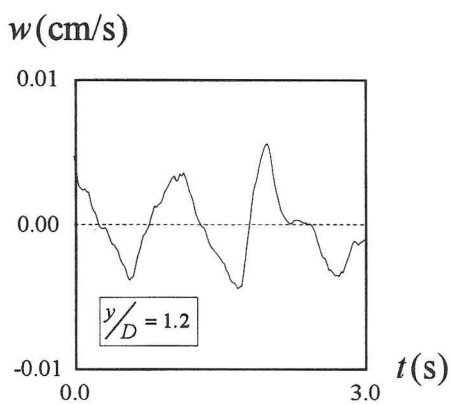


図-9 発達状態の横断方向流速成分

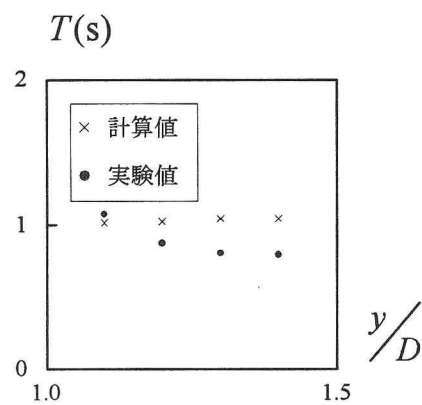


図-10 水平渦の通過周期

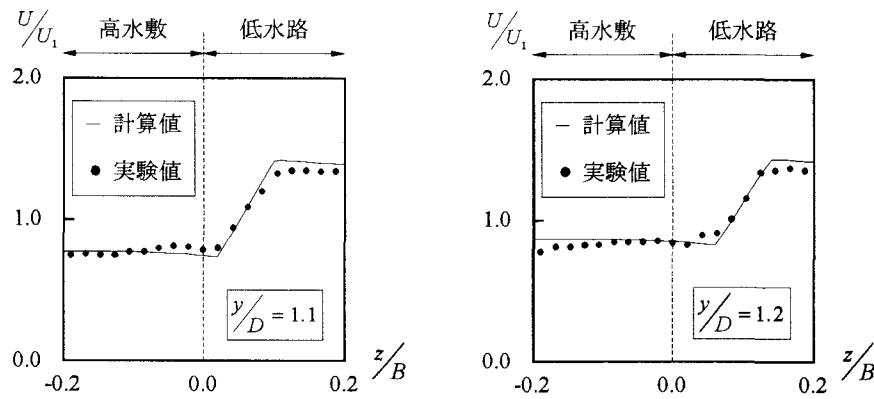


図-11 主流速の横断方向分布

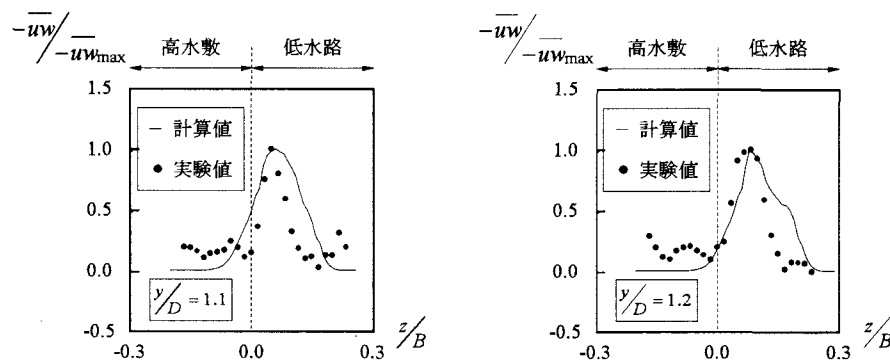


図-12 レイノルズ応力の横断方向分布

る。よって十分に時間が経過すると安定した平衡状態となり、一定の通過周期をもつ大規模な水平渦が構成されることになる。

図-8 は $y/D = 1.1$ および $y/D = 1.2$ の高さにおける水平渦発達後の瞬間流速ベクトル分布を示したものである。発達過程の瞬間流速ベクトル分布の図-5 と比べて、渦間の配置間隔が大きく水平渦が十分に発達していることが確認できる。また、 y/D が異なる他の高さの面でも同様の特性が確認できており、両面の渦スケールの違いはほとんどなかった。すなわち、鉛直方向にほぼ2次元的な水平渦構造になっていた。

3.5 横断方向流速成分と水平渦の通過周期

図-9 は $y/D = 1.2$ の高さにおける発達後の低水路と高水敷の境界部 $z/B = 0$ における横断方向流速成分の時系列分布を示したものである。発達過程の図-6 と比べて周期が大きくなっていることが確認できる。またその周期はほぼ一定であり、水平渦は十分に発達していることがわかる。

そこで、図-10 に横断方向の流速変動をもとに計算した水平渦の通過周期を実験値¹³⁾と比較したものを示す。

本計算は実験値をほぼ再現できているが、定量的なずれも認められる。これは河床底面抵抗などの外力項の影響を考慮していないためであり、今後の課題である。

3.6 主流速分布の実験値との比較

図-11 は $y/D = 1.1$ および $y/D = 1.2$ の高さにおける水平渦発達後の時間平均主流速の横断方向分布を示したものである。横軸は横断方向を表し、低水路幅 B で無次元化した。縦軸は各計算面の平均主流速 $\bar{U}$ で無次元化した主流速である。ここでも PIV による実験値¹³⁾を併示し、比較してある。図-11 からわかるように、計算値は低水路と高水敷の境界部におけるせん断層厚さや主流速分布を比較的良好に再現している。このことから、離散渦法によって複断面開水路流れのせん断層のシミュレーションが適切に行われたと考えられる。

3.7 レイノルズ応力分布の実験値との比較

図-12 は $y/D = 1.1$ および $y/D = 1.2$ の高さにおける水平渦発達後のレイノルズ応力の横断方向分布を示したものである。ここでも、図-11 と同様に PIV による実験結果¹³⁾も併示し、比較してある。一般に水平渦が存在すれば運動量交換が活発になり、レイノルズ応力も増大す

る。この図から低水路と高水敷の境界部付近でレイノルズ応力の卓越が認められ、水平渦によるレイノルズ応力の発生について、ほぼ再現できていることが確認できる。高水敷上では計算値と実験値の差異がみられるが、これは本計算モデルが大規模水平渦以外の微小乱流渦を考慮していないためである。すなわち、計算結果では水平渦の影響が小さい高水敷上でレイノルズ応力がゼロになるが、実験結果では河床壁面で生成される乱れや上流から移流する微小な乱れのためにレイノルズ応力がある値をもつ。その結果、計算値と実験値においてずれが生じたものと考えられる。

4. 結論

本研究では離散渦法をベースに、複断面開水路流れにおいて水平渦が発生・発達していく過程をシミュレーションする渦要素モデルを開発し、これらを数値的に再現した。また、PIVによる実験値と比較して計算値の妥当性を検証した。以下に、本研究の数値計算で得られた結果をまとめて示す。

- 1) 大規模水平渦の発達過程を離散渦法によりシミュレーションし、時間経過とともに微小渦要素が集合していく様子を良好に再現できた。また渦のスケールアップにともなって、瞬間流速ベクトル分布と横断方向流速成分からも水平渦が発達していく様子が再現できた。すなわち本研究の計算によってせん断不安定に起因する水平組織渦の発達過程を計算することができた。
- 2) 水平組織渦の発達後については微小渦が集合していることが再現された。すなわち水平渦を微小渦の集合体としてモデル化することに成功した。
- 3) 本モデルによって時間平均主流速の横断方向分布を定量的に再現できた。実験値と比較して、低水路と高水敷の境界部の主流速分布やせん断層厚さについても良好な一致が得られた。
- 4) 水平渦が通過する低水路と高水敷の境界部付近でレイノルズ応力が卓越することを数値的にシミュレーションした。このことから水平渦は低水路と高水敷の運動量交換を大きく支配していると考えられる。

以上のように、離散渦法によって複断面開水路流れの水平渦を再現できた。離散渦法は前述したように、格子形成が不要、乱流モデルが不要、移動や変形境界が自在といった大きな特徴をもつために最近注目されている。しかし、複断面開水路流れにおいて今まで行われてきた数値計算は差分によるものがほとんどであり、本研究において離散渦法によって定常な複断面開水路流れの水平渦を再現したことは大きな成果であると思われる。今後

の課題としては、底面摩擦などの外力効果やミクロスケールの乱れの導入方法などがあげられる。また十分に発達した状態の比較だけではなく発達過程の比較も行うために、実験における初期状態をモデルに取り入れることも必要である。

参考文献

- 1) Tamai, N., Asaeda, T. and Ikeda, H.: Study on Generation of Periodical Large Surface Eddies, *Water Resources Research*, Vol.22, No.7, pp.1129-1138, 1986.
- 2) 池田駿介, 太田賢一, 長谷川洋: 側岸部植生境界の周期渦の発生機構, 土木学会論文集, No.443/II-18, pp.47-54, 1992.
- 3) 石垣泰輔, 今本博健: 可視化法による複断面開水路流れの3次元構造に関する研究, 土木学会論文集, No.515/II-31, pp.45-54, 1995.
- 4) 楠津家久, 鬼束幸樹, 相良幸輝, 池谷和哉: かぶり水深の変化が複断面開水路流れの組織渦に及ぼす影響に関する研究, 土木学会論文集, No.649/II-51, pp.1-15, 2000.
- 5) 灘岡和夫, 八木宏: SDS&2DH モデルを用いた開水路水平せん断乱流の数値シミュレーション, 土木学会論文集, No.473/II-24, pp.35-44, 1993.
- 6) 細田尚, 櫻井寿久, 村本嘉雄: 水平渦と2次流を伴う複断面開水路流れの非定常3次元数値解析, 土木学会水工学論文集, 42巻, pp.631-636, 1998.
- 7) 池田駿介, 佐野貴之, 福元正武, 河村一弘: 複断面開水路に生じる大規模組織渦と浮遊砂輸送, 土木学会論文集, No.656/II-52, pp.135-144, 2000.
- 8) 武内慶了, 本永良樹, 海野修司, 山田正: 複断面開水路流れにおける大規模水平渦の発生と発達, 土木学会水工学論文集, 47巻, pp.475-480, 2003.
- 9) 亀本喬司, 木田輝彦: 渦法の現状, 日本機械学会論文集, 第69巻, 683号, pp.1564-1569, 2003.
- 10) 横井嘉文, 亀本喬司, 松本裕昭: 渦法による固液二相流中におかれた円柱まわりの流れの数値シミュレーション, 日本機械学会論文集, 第62巻, 603号, pp.3824-3831, 1996.
- 11) Beale, J.T. and Majda, A.: Vortex Methods-I, "Convergence in Three Dimensions", *Math.Comp.*, Vol.39, pp.1-27, 1982.
- 12) Chorin, A.J.: Numerical Study of Slightly Viscous Flow, *J. Fluid Mech.*, Vol.57, Part4, pp.785-796, 1973.
- 13) 楠津家久, 山上路生, 後藤健: 二層PIVを用いた複断面開水路流れにおける乱流渦の三次元組織構造に関する実験的研究, 水工学論文集, 第48巻, pp.535-540, 2004.

(2004年4月16日 受付)