

境界要素法に部分解析法を用いた不整形地盤系の効率的地震応答解析

Efficient Simulation Method of Ground Motions Using
Subsystems Analysis and Boundary Element Method原田 隆典¹・小林 正樹²・岡田 洋輔³・王 宏沢³

Takanori HARADA, Masaki KOBAYASHI, Yosuke OKADA and Kotaku OHO

¹正会員 工博 宮崎大学教授 工学部土木環境工学科 (〒889-2192 宮崎市学園木花台西1-1)²工修 前田建設工業株式会社 (〒102-8151 東京都千代田区富士見2-10-26)³宮崎大学大学院学生 工学研究科システム工学専攻 (〒889-2192 宮崎市学園木花台西1-1)

The previous paper by Harada *et al.* (2002)¹⁾ proposed the subsystems method of analysis of seismic source-inhomogeneous soil layers system using BEM where the entire system is divided into two subsystems, in order to improve the weak points of the 3 dimensional BEM that requires a large capacity of computational memory compared with FDM and FEM. In this paper, by extending the previous method, the tri-subsystems method is presented where the entire system consisting of the two laterally inhomogeneous surface layers over the half space including a seismic source is divided into the three subsystems. Using a numerical example, the performance of this method is examined.

KeyWords : ground motions, inhomogeneous ground model, boundary element method, seismic waves, subsystems method

1 まえがき

震源断層近傍では、振幅の違うあらゆる種類の波があらゆる方向から入射するため、震源断層－不整形地盤系を一体とした3次元モデルによる解析が不可欠となる。このような系は、積分方程式によって統一的に記述でき、この積分方程式を境界要素法を使って離散化して解くことができるというような解析の魅力が境界要素法にある。しかし、このような3次元波動問題では境界要素法は、差分法や有限要素法に比べて計算機容量に関して弱点を有するので、著者らは、3次元境界要素法の弱点である計算機容量を改良する手法を提案した¹⁾。そこでは、震源断層－不整形地盤系を深部地盤と表層地盤系の2つの部分領域に分ける場合について記述し、数値計算例により手法の検証と計算機容量、計算速度の利点を示した。

本論文では、2つの部分領域に分ける論文¹⁾の考え方を拡張して、多層から成る不整形地盤系に対する部分解析法を確立することを目的に、まず簡単な震源断層を含む半無限地盤上に2層から成る表層地盤が存在するような震源断層－不整形地盤系を4つの部

分領域に分ける方法とその定式化を述べ、数値計算例により定式化を検証した結果を記述する。本論文では、境界要素法を用いた定式化を示すが、提案している部分解析法は、複素ばねと自由地盤地震動という2つの物理的意味を持つ特性値によって全体系を分割し組み立てる方法であるので、これら物理的意味を持つ2つの特性値が求めやすい有限要素法にも適用できる。また、本論文で提案する部分解析法を、以下のような工学的なパラメータ感度解析に用いれば、全体解析法よりもさらに有利となると思われる。すなわち、震源断層－不整形地盤系において、(1) 深部地盤系よりも2層から成る表層地盤の地形や物性値が変わると地表の地震動がどのように変わるかを調べる場合や、(2) 深部地盤系の震源特性が変わると地表の地震動がどのように変わるかを調べる場合、一方に関係する領域のみの計算を他方のものと組み合わせると地表の地震動が計算できるので全体解析をするよりも計算速度の点で有利となる。

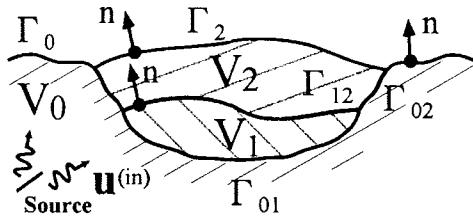
2 全体解析法の定式化

図－1(a)に示すように震源断層を含む半無限地盤 V_0 の上に、それぞれ異なる物性値をもつ堆積地盤 V_1 、

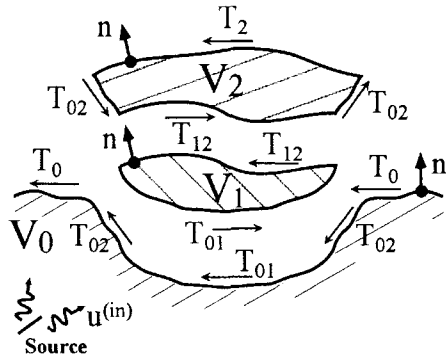
¹Dedicated to the memory of Prof. Michihiro KITA-HARA

V_2 が分布する震源断層—不整形地盤系の波動問題を考える。積分方程式を境界要素法によって離散化する方法や記号、定式化は、1層の不整形地盤を取り扱った前論文¹⁾と同じであるが、3章で記述する2層の不整形地盤に対する部分解析法の定式化を導くためには、全体解析法の定式化が必要になるので、この章で記述しておくこととする。

境界面の単位法線ベクトル $\mathbf{n}$ を図-1(a)(b)のように定義する。積分方程式を一定要素の境界要素法に



(a) 震源断層—不整形地盤系とその記号



(b) 震源断層—不整形地盤系モデルを3つの部分領域に分けた系とその記号

図-1 震源断層—不整形地盤系モデルとその記号

よって離散化し、マトリックス表示するときに用いる変数を次のように定義する。

- Γ_i : 領域 V_i の地表面での境界
- Γ_{ij} : 領域 V_i と V_j が接する境界
- U_i, T_i : 領域 V_i の境界 Γ_i 上の節点における節点変位と節点表面応力
- U_{ij}, T_{ij} : 領域 V_i の内部境界 Γ_{ij} 上の節点における節点変位と節点表面応力
- G_{mn}^i, H_{mn}^i : 領域 V_i の積分方程式を境界要素法に従って離散化して求められる変位グリーン関数と表面力グリーン関数に関わる係数マトリックスの m 行と n 列成分
- $u_i^{(in)}, u_{ij}^{(in)}$: 半無限地盤 V_i の境界 Γ_i, Γ_{ij} 上の入射波

また、内部境界においては次の変位の適合条件と表

面応力の連続の条件式が成立する。

$$\begin{aligned} U_{ji} &= U_{ij} \\ T_{ji} &= -T_{ij} \end{aligned} \quad (1)$$

3次元弾性波動方程式を積分方程式に定式化したものを上の記号の定義、および連続の条件式を用いて、一定要素の境界要素法で離散化しマトリックス表示すると、以下のように書き表せる。ここでは、下側の領域の表面応力を正としている。

領域 V_0 に対して :

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} H_{11}^0 & H_{12}^0 & H_{13}^0 \\ H_{21}^0 & H_{22}^0 & H_{23}^0 \\ H_{31}^0 & H_{32}^0 & H_{33}^0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} U_0 \\ U_{02} \\ U_{01} \end{pmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} G_{11}^0 & G_{12}^0 & G_{13}^0 \\ G_{21}^0 & G_{22}^0 & G_{23}^0 \\ G_{31}^0 & G_{32}^0 & G_{33}^0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} T_0 \\ T_{02} \\ T_{01} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_0^{in} \\ u_{02}^{in} \\ u_{01}^{in} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2)$$

領域 V_1 に対して :

$$\begin{bmatrix} H_{11}^1 & H_{12}^1 \\ H_{21}^1 & H_{22}^1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} U_{12} \\ U_{01} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}^1 & G_{12}^1 \\ G_{21}^1 & G_{22}^1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} T_{12} \\ -T_{01} \end{pmatrix} \quad (3)$$

領域 V_2 に対して :

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} H_{11}^2 & H_{12}^2 & H_{13}^2 \\ H_{21}^2 & H_{22}^2 & H_{23}^2 \\ H_{31}^2 & H_{32}^2 & H_{33}^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} U_2 \\ U_{02} \\ U_{12} \end{pmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} G_{11}^2 & G_{12}^2 & G_{13}^2 \\ G_{21}^2 & G_{22}^2 & G_{23}^2 \\ G_{31}^2 & G_{32}^2 & G_{33}^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} T_2 \\ -T_{02} \\ -T_{12} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4)$$

以上の3つの領域 V_0, V_1, V_2 毎の方程式をまとめて1つの方程式とすると、次式が成立する。

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} H_{11}^0 & H_{12}^0 & H_{13}^0 & 0 & 0 \\ H_{21}^0 & H_{22}^0 & H_{23}^0 & 0 & 0 \\ H_{31}^0 & H_{32}^0 & H_{33}^0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & H_{12}^1 & H_{11}^1 & 0 \\ 0 & 0 & H_{22}^1 & H_{21}^1 & 0 \\ 0 & H_{12}^2 & 0 & H_{13}^2 & H_{11}^2 \\ 0 & H_{22}^2 & 0 & H_{23}^2 & H_{21}^2 \\ 0 & H_{32}^2 & 0 & H_{33}^2 & H_{31}^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} U_0 \\ U_{02} \\ U_{01} \\ U_{12} \\ U_2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} G_{11}^0 & G_{12}^0 & G_{13}^0 & 0 & 0 \\ G_{21}^0 & G_{22}^0 & G_{23}^0 & 0 & 0 \\ G_{31}^0 & G_{32}^0 & G_{33}^0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -G_{12}^1 & G_{11}^1 & 0 \\ 0 & 0 & -G_{22}^1 & G_{21}^1 & 0 \\ 0 & -G_{12}^2 & 0 & -G_{13}^2 & G_{11}^2 \\ 0 & -G_{22}^2 & 0 & -G_{23}^2 & G_{21}^2 \\ 0 & -G_{32}^2 & 0 & -G_{33}^2 & G_{31}^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} T_0 \\ T_{02} \\ T_{01} \\ T_{12} \\ T_2 \end{pmatrix} \\ &+ \begin{pmatrix} u_0^{in} \\ u_{02}^{in} \\ u_{01}^{in} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (5)$$

地表での表面応力 T_0, T_2 は既知（零）なので、その他の未知数を左辺に移項して得られる式を解き、未知数が求められる。この方法が基本的な解法であり、解くべき連立方程式の未知数の数は各領域の要素数の和の3倍となる。すなわち、 $3\{N_0 + 2(N_{01} + N_{02} + N_{12}) + N_2\}$ 元の連立方程式を解くことになる。ここに、境界 Γ_0, Γ_2 を離散化した要素数を N_0, N_2 、境界 Γ_{01} を離散化した要素数を N_{01} 、境界 Γ_{02} を離散化した要素数を N_{02} 、そして境界 Γ_{12} を離散化した要素数を N_{12} とする。

3 境界要素法による部分解析法の定式化

3.1 部分解析法の考え方の説明

ここでは、既に原田らが開発している震源断層—不整形地盤系を2つに分けて解析する部分解析法の考え方¹⁾を用いて、図-2に示すような2層の堆積地盤 V_1, V_2 を有する震源断層—不整形地盤系の応答を計算する部分解析法について説明する。まず、部分

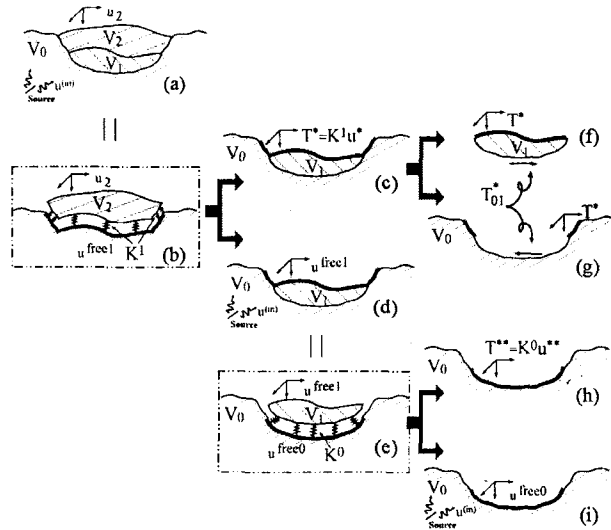


図-2 部分解析法の説明図

解析法の考え方の基本的事項を図-2を用いて説明する。

- (1) 図-2(a)に示す震源断層—不整形地盤系において、堆積層 V_2 の地表面応答は図-2(b)に示すような堆積層 V_2 を複素ばね K^1 で支え、その支点に u^{free1} の強制変位を与える問題として解くことができるという考え方が基本的事項である¹⁾。
- (2) ここに、複素ばね K^1 は、図-2(c)に示すように堆積層 V_2 を取り除いた、 V_0 と V_1 から成る不

整形地盤の地表面（ V_2 と接する境界部分）に表面応力 T^* を作用させたときの地表面の変位 u^* との関係を表す係数として求める。

- (3) また、 u^{free1} は自由表面の地震変位応答を意味し、これは図-2(d)に示すような震源断層を含む半無限地盤 V_0 と堆積層 V_1 から成る震源断層—不整形地盤系における地表面の地震応答として求める。

以上の(1), (2), (3)または、図-2(b), (c), (d)の3段階の応答問題に分けて計算する方法が部分解析法の基本的考え方である¹⁾。この部分解析法の考え方を図-2(d)における u^{free1} を求めるときにも適用すると、

- (4) 図-2(d)の u^{free1} を求める問題が、図-2(e)のような自由表面変位応答 u^{free0} と複素ばね K^0 による応答によって求める問題へと変換される。
- (5) このときも K^0 は、図-2(h)のような不整形地盤系に表面応力 T^{**} を作用させ、その時の変位 u^{**} との関係から求められる。
- (6) また、(3)と同様に、 u^{free0} は図-2(i)のような震源断層—不整形地盤系から求めることができる。

そして、

- (7) (2)で説明した図-2(c)に示す不整形地盤系から K^1 を求める問題は、図-2(f), (g)のように堆積層 V_1 と半無限地盤 V_0 の地盤系に表面応力 T^* を作用させた問題から求められる。

すなわち、図-2の震源断層—不整形地盤系の応答は、図-2の右端に示す(f), (g), (h), (i)の4つの部分領域の解析に基づいて求められる複素ばね K^0, K^1 、地震変位応答 u^{free0}, u^{free1} を用いて求めることができ、前節で説明した全体解析法に比べると、計算機容量や計算スピードの改良が可能となるのである。

3.2 部分解析法の定式化

ここでは、図-2に説明した部分解析法の定式化を示す。図-2(i)では、半無限地盤 V_0 の方程式系(式(2))において表面応力 T_0, T_{01}, T_{02} を全て零と置くことができるので、次の連立方程式を解いて、変位 $U_0^{free0}, U_{01}^{free0}, U_{02}^{free0}$ が求められる。

$$\begin{bmatrix} H_{11}^0 & H_{12}^0 & H_{13}^0 \\ H_{21}^0 & H_{22}^0 & H_{23}^0 \\ H_{31}^0 & H_{32}^0 & H_{33}^0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} U_0^{free0} \\ U_{02}^{free0} \\ U_{01}^{free0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_0^{in} \\ u_{02}^{in} \\ u_{01}^{in} \end{pmatrix} \quad (6)$$

次に、図-2(h)で表されるような表面応力による応答問題では、式(2)の入射波を零とおき、さらに表面応力 T_0 、 T_{02} も零とおくことができる。この状態での各境界での変位、および境界 Γ_{01} 上での表面応力をそれぞれ U_0^{**} 、 U_{01}^{**} 、 U_{02}^{**} 、および T_{01}^{**} と表すと、次の連立方程式が成立する。

$$\begin{bmatrix} H_{11}^0 & H_{12}^0 & H_{13}^0 \\ H_{21}^0 & H_{22}^0 & H_{23}^0 \\ H_{31}^0 & H_{32}^0 & H_{33}^0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} U_0^{**} \\ U_{01}^{**} \\ U_{02}^{**} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}^0 & G_{12}^0 & G_{13}^0 \\ G_{21}^0 & G_{22}^0 & G_{23}^0 \\ G_{31}^0 & G_{32}^0 & G_{33}^0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ T_{01}^{**} \end{pmatrix} \quad (7)$$

U_0^{**} と U_{02}^{**} をまとめて U^{**} とおいて、これを消去すれば、境界 Γ_{01} での表面応力 T_{01}^{**} と変位 U_{01}^{**} の関係式を求めることができる。これを次のように剛性マトリックス K^0 を用いて表現する。

$$T_{01}^{**} = K^0 U_{01}^{**} \quad (8)$$

剛性マトリックス K^0 は、振動数によって変わる複素数であるので複素ばねと呼ぶことができる。

ところで、 U_{01}^{free0} と U_{01}^{**} の和は、 U_{01}^{free1} (図-2(d)の系における境界 Γ_{01} での変位という意味) になるので、次式が成り立つ。

$$U_{01}^{free1} = U_{01}^{free0} + U_{01}^{**} \quad (9)$$

式(8)と上式から、境界 Γ_{01} での表面応力 T_{01}^{**} は次のように表せる。

$$T_{01}^{**} = K^0 (U_{01}^{free1} - U_{01}^{free0}) \quad (10)$$

次は、これまでに求めた U_{01}^{free0} 、 K^0 を用いて図-2(d)に示す堆積層 V_1 の応答を考える。式(3)において T_{12} は零とおくことができ、この系での変位を U_{12}^{free1} 、 U_{01}^{free1} と書き表した式に式(10)を代入し整理すると、次式が得られる。

$$\begin{bmatrix} H_{11}^1 & H_{12}^1 + G_{12}^1 K^0 \\ H_{21}^1 & H_{22}^1 + G_{22}^1 K^0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} U_{12}^{free1} \\ U_{01}^{free1} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}^1 & G_{12}^1 \\ G_{21}^1 & G_{22}^1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ K^0 U_{01}^{free0} \end{pmatrix} \quad (11)$$

上式は、図-2(e)に示すように堆積層 V_1 が、剛性マトリックス(複素ばね) K^0 で支持され、複素ばねの端部に U_{01}^{free0} を作用させて堆積層 V_1 の変位応答 U_{12}^{free1} 、 U_{01}^{free1} を求める連立方程式となっている。

また、領域 V_0 に関して図-2(d)の状態では次の方程式系が成立する。

$$\begin{bmatrix} H_{11}^0 & H_{12}^0 & H_{13}^0 \\ H_{21}^0 & H_{22}^0 & H_{23}^0 \\ H_{31}^0 & H_{32}^0 & H_{33}^0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} U_0^{free1} \\ U_{02}^{free1} \\ U_{01}^{free1} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}^0 & G_{12}^0 & G_{13}^0 \\ G_{21}^0 & G_{22}^0 & G_{23}^0 \\ G_{31}^0 & G_{32}^0 & G_{33}^0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ T_{01}^{**} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_0^{in} \\ u_{02}^{in} \\ u_{01}^{in} \end{pmatrix} \quad (12)$$

式(12)において、 U_{01}^{free1} は求まっているので、これを右辺に、未知数を左辺に移項した式を解いて T_{01}^{**} ならびに U_0^{free1} 、 U_{02}^{free1} が求まる。

さて、 U_{12}^{free1} 、 U_{02}^{free1} が求まったので、次は、境界 Γ_{12} および Γ_{02} 上の複素ばね K^1 を求める。図-2(g)において、半無限地盤 V_0 では、 T_0 は零とおき、外応力には T_{02}^* と T_{01}^* が作用している。このときの変位を U_0^* 、 U_{01}^* 、 U_{02}^* と書き表すと、以下の方程式が成り立つ。

$$\begin{bmatrix} H_{11}^0 & H_{12}^0 & H_{13}^0 \\ H_{21}^0 & H_{22}^0 & H_{23}^0 \\ H_{31}^0 & H_{32}^0 & H_{33}^0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} U_0^* \\ U_{02}^* \\ U_{01}^* \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}^0 & G_{12}^0 & G_{13}^0 \\ G_{21}^0 & G_{22}^0 & G_{23}^0 \\ G_{31}^0 & G_{32}^0 & G_{33}^0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ T_{02}^* \\ T_{01}^* \end{pmatrix} \quad (13)$$

上式から U_0^* を消去し T_{01}^* 、 T_{02}^* と U_{01}^* 、 U_{02}^* の関係式を求めると、次式のように書き表すことができる。

$$\begin{pmatrix} T_{02}^* \\ T_{01}^* \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11}' & k_{12}' \\ k_{21}' & k_{22}' \end{bmatrix} \begin{pmatrix} U_{02}^* \\ U_{01}^* \end{pmatrix} \quad (14)$$

また、図-2(f)では、領域 V_1 に、外応力として T_{12}^* 、 T_{01}^* が作用し、このときの変位を U_{12}^* 、 U_{01}^* と書けば、以下の方程式が成り立つ。

$$\begin{bmatrix} H_{11}^1 & H_{12}^1 \\ H_{21}^1 & H_{22}^1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} U_{12}^* \\ U_{01}^* \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}^1 & G_{12}^1 \\ G_{21}^1 & G_{22}^1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} T_{12}^* \\ -T_{01}^* \end{pmatrix} \quad (15)$$

上式から T_{01}^* 、 T_{12}^* と U_{01}^* 、 U_{12}^* の関係式を求めると、次式のように書き表すことができる。

$$\begin{pmatrix} T_{12}^* \\ -T_{01}^* \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11}'' & k_{12}'' \\ k_{21}'' & k_{22}'' \end{bmatrix} \begin{pmatrix} U_{12}^* \\ U_{01}^* \end{pmatrix} \quad (16)$$

ここで、式(14)と式(16)の2つの式から T_{01}^* および U_{01}^* を消去し、 T_{02}^* 、 T_{12}^* と U_{02}^* と U_{12}^* の関係を求めると、次の式が成り立つ。

$$\begin{pmatrix} T_{02}^* \\ T_{12}^* \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} U_{02}^* \\ U_{12}^* \end{pmatrix} \quad (17)$$

式(17)を次式のように表現して、複素ばね K^1 が求められる。

$$T^* = K^1 U^* \quad (18)$$

さて、 U_{02}^{free1} と U_{02}^* および U_{12}^{free1} と U_{12}^* の和は、図-2(a)の境界 Γ_{02} 、 Γ_{12} 上の変位 U_{02} 、 U_{12} になるので、次式が成り立つ。

$$\begin{pmatrix} U_{02} \\ U_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{02}^{free1} + U_{02}^* \\ U_{12}^{free1} + U_{12}^* \end{pmatrix} \quad (19)$$

上式と式(17)から、境界 Γ_{01} 、 Γ_{12} での表面応力 T_{02}^* 、 T_{12}^* は次のように表せる。

$$\begin{pmatrix} T_{02}^* \\ T_{12}^* \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} U_{02} - U_{02}^{free1} \\ U_{12} - U_{12}^{free1} \end{pmatrix} \quad (20)$$

これは複素ばね K^1 を用いて、次のように表現することもできる。

$$T^* = K^1(U - U^{free1}) \quad (21)$$

ところで、堆積層 V_2 では、式(4)が成立していた。地表面での外応力 T_2 は零とおくことができ、また、 $T_{02} = T_{02}^*$ 、 $T_{12} = T_{12}^*$ であるので、これを参考にしてもう一度記述すると、

$$\begin{bmatrix} H_{11}^2 & H_{12}^2 & H_{13}^2 \\ H_{21}^2 & H_{22}^2 & H_{23}^2 \\ H_{31}^2 & H_{32}^2 & H_{33}^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} U_2 \\ U_{02} \\ U_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}^2 & G_{12}^2 & G_{13}^2 \\ G_{21}^2 & G_{22}^2 & G_{23}^2 \\ G_{31}^2 & G_{32}^2 & G_{33}^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -T_{02}^* \\ -T_{12}^* \end{pmatrix} \quad (22)$$

上式で U_{02} と U_{12} を U 、 T_{02} と T_{12} を T^* とまとめて表現すると、上式は次のように書くことができる。

$$\begin{bmatrix} h_{11}^2 & h_{12}^2 \\ h_{21}^2 & h_{22}^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} U_2 \\ U \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11}^2 & g_{12}^2 \\ g_{21}^2 & g_{22}^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -T^* \end{pmatrix} \quad (23)$$

式(23)に式(21)を代入すると

$$\begin{bmatrix} h_{11}^2 & h_{12}^2 + g_{12}^2 K^1 \\ h_{21}^2 & h_{22}^2 + g_{22}^2 K^1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} U_2 \\ U \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11}^2 & g_{12}^2 \\ g_{21}^2 & g_{22}^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ K^1 U^{free1} \end{pmatrix} \quad (24)$$

上式は、図-2(b)に示すように堆積層 V_2 を、複素ばね K^1 によって支持し、複素ばねの端部に変位 U^{free1} (U_{02}^{free1} 、 U_{12}^{free1})を作用させて、堆積層 V_2 の変位応答 U_2 、 U (U_{02} 、 U_{12})を求める連立方程式になっている。

最後に、図-2(a)での半無限地盤における地表面 Γ_0 での変位応答を求める。半無限地盤 V_0 では、式(2)が成り立っていた。本式では、 T_0 は地表面応力で零とおける。先程の式(24)から U_{02} が求まっている。ここでまた、変位の適合条件から、図-2(a)の境界 Γ_{01} における変位 U_{01} は、図-2(c),(d)の系における境界 Γ_{01} の変位 U_{01}^* と U_{01}^{free1} の和として与えられる。

$$U_{01} = U_{01}^{free1} + U_{01}^* \quad (25)$$

式(14)と式(16)から T_{01}^* を消去すると、 U_{01}^* は次式のように書き表すことができる。

$$U_{01}^* = -\left(k'_{22} + k''_{22}\right)^{-1} \left(k'_{21} U_{02}^* + k''_{21} U_{12}^*\right) \quad (26)$$

式(19)から

$$\begin{pmatrix} U_{02}^* \\ U_{12}^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{02} \\ U_{12} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} U_{02}^{free1} \\ U_{12}^{free1} \end{pmatrix} \quad (27)$$

ここで、 U_{02}^{free1} 、 U_{12}^{free1} はそれぞれ式(12)、(11)から求まっており、さらに、 U_{02} 、 U_{12} は式(24)から求

まっているので、(27)を(26)に代入すると、 U_{01}^* を求めることができる。これを式(25)に代入すると、

$$U_{01} = U_{01}^{free1} - \left(k'_{22} + k''_{22}\right)^{-1} \left\{ k'_{21} \left(U_{02} - U_{02}^{free1} \right) + k''_{21} \left(U_{12} - U_{12}^{free1} \right) \right\} \quad (28)$$

のように、既知の U_{01}^{free1} 、 U_{02}^{free1} 、 U_{12}^{free1} 、 U_{02} 、 U_{12} から求められる。したがって、式(2)において未知数は U_0 、 T_{02} 、 T_{01} となるので、未知数を左辺に、既知数を右辺に移項すると、結局

$$\begin{bmatrix} H_{11}^0 & -G_{12}^0 & -G_{13}^0 \\ H_{21}^0 & -G_{22}^0 & -G_{23}^0 \\ H_{31}^0 & -G_{32}^0 & -G_{33}^0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} U_0 \\ T_{02} \\ T_{01} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}^0 & -H_{12}^0 & -H_{13}^0 \\ G_{21}^0 & -H_{22}^0 & -H_{23}^0 \\ G_{31}^0 & -H_{32}^0 & -H_{33}^0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ U_{02} \\ U_{01} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_0^{in} \\ u_{02}^{in} \\ u_{01}^{in} \end{pmatrix} \quad (29)$$

この式を解いて U_0 、 T_{02} 、 T_{01} が求められる。

3.3 全体解析法と部分解析法のまとめ

ここで、全体解析法と部分解析法を連立方程式の未知数で比較したものを表-1にまとめる。ここで、境界 Γ_0 、 Γ_2 を離散化した要素数を N_0 、 N_2 、境界 Γ_{01} を離散化した要素数を N_{01} 、境界 Γ_{02} を離散化した要素数を N_{02} 、そして境界 Γ_{12} を離散化した要素数を N_{12} とした。表-1から分かるように全体解析法では、 $3\{(N_0 + 2(N_{02} + N_{01} + N_{12}) + N_2)\}$ 元の連立方程式を解かなくてはならない。

これに比べ、部分解析法では、各々の部分領域についてのみ連立方程式を解くことになるので最大でも部分領域の境界上の要素数の3倍 ($3(N_0 + N_{02} + N_{01})$ または、 $3(N_{12} + N_{01})$ 、または、 $3(N_2 + N_{02} + N_{12})$) 以上にはならない。したがって計算機容量および計算時間に関して部分解析法は、全体解析法に比べ優れた計算方法であることが分かる。

表-1 全体解析法と部分解析法の連立方程式の未知数の比較

解析方法	計算対象	連立方程式の未知数
全体解析法	領域全体	$3\{N_0 + 2(N_{02} + N_{01} + N_{12}) + N_2\}$
部分解析法	領域 V_0	$3(N_0 + N_{02} + N_{01})$
	領域 V_1	$3(N_{12} + N_{01})$
	領域 V_2	$3(N_2 + N_{02} + N_{12})$

4 部分解析法の検証

4.1 入射波による応答計算用地盤モデル

2章と3章に示した全体解析法と部分解析法の定式化と作成した計算プログラムを検証するために、図-3(a)(b)に示すように半無限地盤の上に矩形の谷地盤が存在するようなモデルを想定し、単位振幅のSH調和平面波が鉛直下方から入射するときの地表の変位応答倍率を計算するものとする。検証が目的であるので、要素分割数は、 $N_0 = N_{01} = 32, N_{02} = N_{12} = N_2 = 16$ 、と粗いものとした。なお、全体解析法のプログラムは既に作成しており、既往の結果との比較から検証済みである²⁾。

地盤の物性値は表-2に示すようなものを用いるものとする。半無限地盤のS波速度は、3.5km/sで標準的な地殻の硬さである。矩形の谷地盤のS波速度は、領域 V_1 で1.6km/sとなっており地殻よりもかなり軟らかい。領域 V_2 のS波速度は1.12km/sと軟らかめの岩盤である。

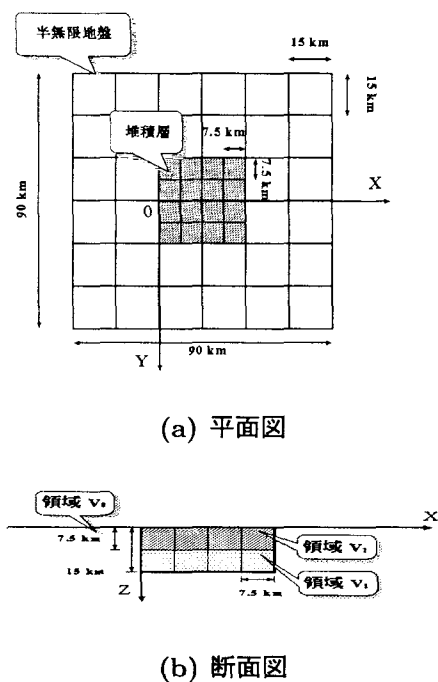


図-3 地盤モデルの平面図と断面図

表-2 地盤モデルの物性値

	P 波速度 [m/sec]	S 波速度 [m/sec]	密度 [t/m ³]	Q 値
領域 V_0	6000	3500	2.8	400
領域 V_1	2800	1600	2.3	150
領域 V_2	1960	1120	2.3	150

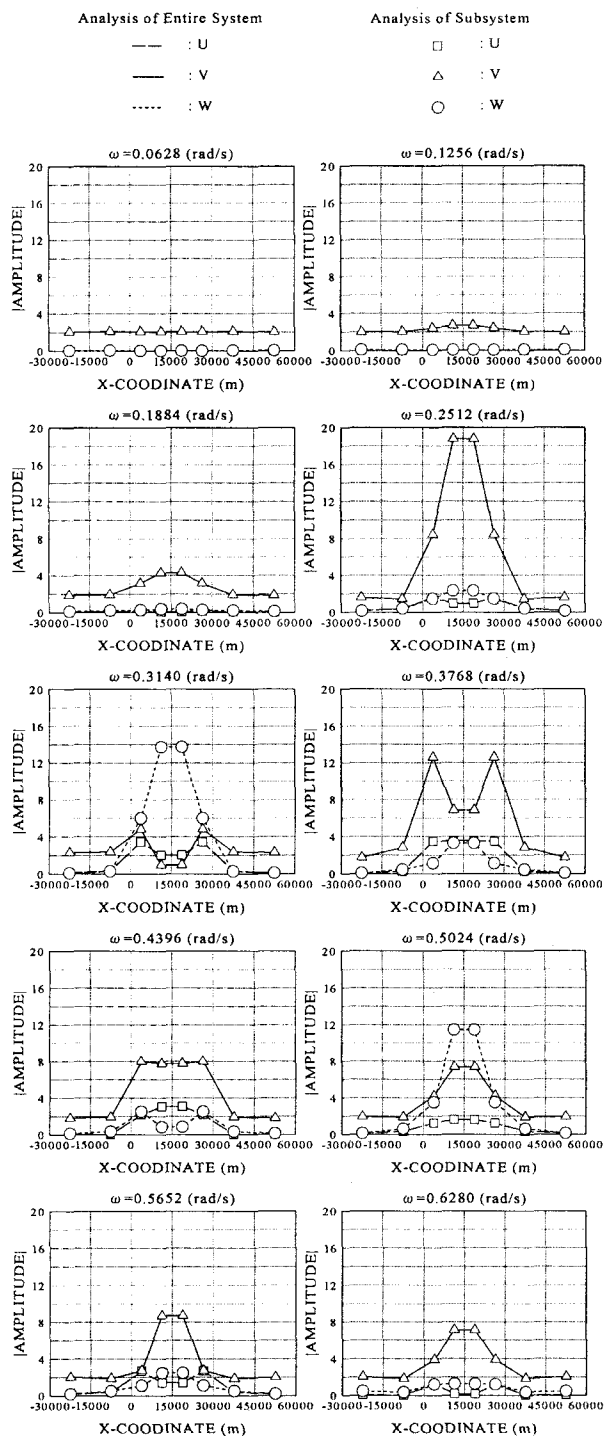


図-4 全体解析法と部分解析法による数値計算結果の比較 ($\omega = 0.0628 \sim 0.6280$ とし、領域 V_0 では、 $y = -7500\text{m}$ 、領域 V_2 では、 $y = -3750\text{m}$ と y 座標を固定し、 x 軸に沿う地表面変位応答倍率の絶対値を示す。)

4.2 解析結果

全体解析法と部分解析法によって振動数伝達関数を計算し、ここでは、 x 軸に沿うように半無限地盤では $y = -7500\text{m}$ 、堆積層では $y = -3750\text{m}$ の点における地表面での応答倍率の変化について比較する。これらの地点における、 0.0628rad/s から 0.6280rad/s の10個の振動数毎の地表面応答倍率の絶対値を比較すると、図-4が得られた(全体解析法(曲線), 部分解析法(□△○記号))。図-4の U, V, W は図-3の x, y, z 方向の変位成分を表す。

地盤物性値と要素の大きさから高い振動数領域における地表面応答倍率の値の物理的意味は怪しいが、全体解析法と部分解析法による応答解析結果は完全に一致しており、部分解析法の定式化と計算プログラムの正しいことが示されたものと言える。また、図は省略するが、両者による振動数毎の地表面変位の実数部と虚数部は完全に位置していることを確認している。低振動数領域では図-4の増幅特性の値は、物理的意味を有する。例えば、鉛直下方からSH波を入射させた場合、洪積層による増幅の影響がない露頭した岩盤での応答は理論的に入射波の2倍になるが、このような特性が低振動数領域では図-4の増幅特性に見られる。

5 部分解析法の工学的利点

第4章で部分解析法と全体解析法の数値計算結果が一致したことを確認したので、ここでは計算機容量について部分解析法の数値計算上の利点について考察しておく。論文¹⁾では、1層から成る震源断層-不整形地盤系に対して部分解析法を用いると、全体解析法に比べ2~3倍程度計算機容量が節約でき、計算速度も3倍程度速くなる結果を得ている。しかし、全体解析法と部分解析法の計算機容量の違いに関する一般的考察は、用いる不整形地盤モデルで変わるので難しいが、表-1の連立方程式の未知数の違いの2乗程度の違いが出てくるものの、連立方程式の未知数の違いに関しては、部分解析法の方が2~3倍少なくなる程度ではないかと思われる。事実、4章で用いたモデルでは、連立方程式の大きさのみの比較では、全体解析法に比べ約1/5の計算機容量で済むが、部分解析の結果を組み立て全体系での応答を計算するために行列演算が必要になるので、実質的には全体解析法に比べ約1/2~1/3程度の計算機容量の節約になった。

なお、地震動シミュレーション結果を工学的な問題に適用する際には、地表地震動への震源特性の影響や、表層地盤の物性値や不整形地盤構造の影響などの感度解析を行って地震動シミュレーション結果を評価して用いることが必要である。このような感度解析に部分解析法を用いると更に有利であると思われる。例えば、震源断層-不整形地盤系において、(1) 深部地盤系よりも2層の表層地盤の地形や物性値が変わると地表の地震動がどのように変わるかを調べる場合や、(2) 深部地盤系の震源特性が変わると地表の地震動がどのように変わるかを調べる場合、一方に関係する領域のみの計算を他方のものと組み合わせで地表の地震動が計算できるので全体解析をするよりも計算速度の点で有利となる。

6 まとめ

本論文では、震源断層から放射される地震波が不整形地盤内を伝播し、地表面が揺れるという地震動の物理過程を模擬するために、震源断層-不整形地盤系を2つの部分領域に分ける論文¹⁾の考え方をを用いて、震源断層を含む半無限地盤上に2層から成る表層地盤が存在するような震源断層-不整形地盤系を4つの部分領域に分ける方法とその定式化を述べ、数値計算例により定式化を検証した。本研究で示した部分解析法の定式化と数値計算例は、境界要素法を用いて行ったが、本論文の部分解析法の考え方は、有限要素法にも適用できるものである。今後は、大容量の数値計算例等を実施し、本方法の利点、限界点等を明らかにする必要がある。

参考文献

- (1) 原田隆典, 岡田洋輔, 王宏沢, 小林正樹(2003), 境界要素法に部分解析法を用いた震源断層-不整形地盤系の効率的な地震動シミュレーション, 土木学会地震工学論文集, Vol.27, CD-ROM, Paper No.72.
- (2) 原田隆典, 黒田拓氏, 山上武志(2002), 3次元直接境界要素法による震源断層-不整形地盤系の応答解析と震源断層近傍地震動の渦現象, 構造工学論文集, Vol.48A, pp.587-594.

(2000年4月16日 受付)