

## 粘性土石流の発生機構に関する検討

A Condition of Occurrence On The Roll Waves Of Viscous Debris Flow

新井宗之<sup>\*</sup>・劉雪蘭<sup>\*\*</sup>・田原伸彦<sup>\*\*\*</sup>

Muneyuki ARAI, Xuelan LIU and Nobuhiko TAHARA

<sup>\*</sup>正会員 工博 名城大学助教授 理工学部建設システム工学(〒468-8502名古屋市天白区塩釜口1-501)

<sup>\*\*</sup>正会員 工博 (株)ハイドロソフト技術研究所(〒550-0015 大阪市西区南堀江1-7-4)

<sup>\*\*\*</sup>学生員 学士 名城大学大学院 理工学研究科建設システム工学専攻(〒468-8502名古屋市天白区塩釜口1-501)

In nature, viscous debris flows often flow down an inclined channel intermittently. Although several hypothesis have been proposed on that phenomena, none of them can explain these phenomena satisfactorily. In this paper, the concept of "Roll wave" what used to be raised in open channel flows is applied to understand the instability of viscous debris flow. the basic mass and momentum conservation equations were induced. The conditions of instability of the flows were given, and it was similar as Ishihara's theory (1954). As a fundamental study, a high viscous flow, which is transparent flow with glass beads are used for experiment. The velocity profiles are analyzed, and the experimental results show good agreement with theoretical results on laminar flow of high viscous flow with particles herein.

**Key Words :**high viscous flow, viscous debris flows, instability, roll wave, experimental study

### 1.はじめに

中国では粘性土石流と呼ばれるタイプの土石流がよく発生し、観測されている<sup>1),2)</sup>。この土石流の特徴は、体積濃度が70%程度であるような非常に高濃度であることと、またそのように高濃度であるにもかかわらず河床勾配が3~5°の緩勾配を10m/sec前後の高速でサージが流下することである。そしてこの現象は発生すると土石流サージが100波以上発生し、現象自体が5時間以上にも及ぶことは珍しくない。写真-1は中国雲南省東川市にある蔣家溝で発生した土石流の一例である。写真下部手前に土石流サージの先端部がある。写真中央奥に次のサージが見える。さらにその後方奥にも土石流サージの先端部が僅かに見える。

このような間欠的なサージはどうして生じるかいくつかの考えがある。高橋ら<sup>3)</sup>は側岸からの土砂崩壊、支川からの土砂流入等により天然ダムが生じ、それが崩壊することによりサージが発生するモデルで説明している。また、Ko-fei Liuら<sup>4)</sup>はビンガム流体の特性を用いてそれを説明している。しかしながら、著者ら<sup>5)</sup>は実際の粘性土石流の表面流速変化と速度分布などを詳細に解析し

た。その結果によると、中国におけるこのタイプの土石流はきわめて濃度が高く粘性の高い流動体であるもののビンガム流体であるような栓流は認められなかった。この高濃度の流れは含有する粒子の構成から粘土粒子のような微細な粒子が10%以上も含まれており<sup>1)</sup>、それが見かけ上、粗粒子間の間隙流体を高粘性の流体とみなすことができるような流れであると考えられる<sup>5)</sup>。

一方、転波列に関する流れの不安定性については Dressler<sup>6)</sup>がその基礎方程式を示したことに始まり、日本では石原・岩垣・岩佐<sup>7), 8)</sup>らの薄層流における転波列に関する優れた研究がある。Needham, Merkin<sup>9), 10)</sup>は運動方程式を導き直し乱れの特性が明確な形にしている。その他転波列に関する研究は多い。しかし固体粒子を含有する場合の流れの研究は少ない。高橋<sup>11)</sup>は石原・岩垣・岩佐の結果を用いて非粘着性粒子を含有する流れの場合にも比較的良く適応することを示している。しかし高粘性な流体に固体粒子を含む流れの不安定性に関する研究はほとんどなされていない。

そこで、ここでは流れを連続体として取り扱い、このような粒子を含有する高粘性の流れにおいても不安定性による転波列が発生するものであるかどうか基礎方程式から検討するとともに、実験的にも検討したものである。

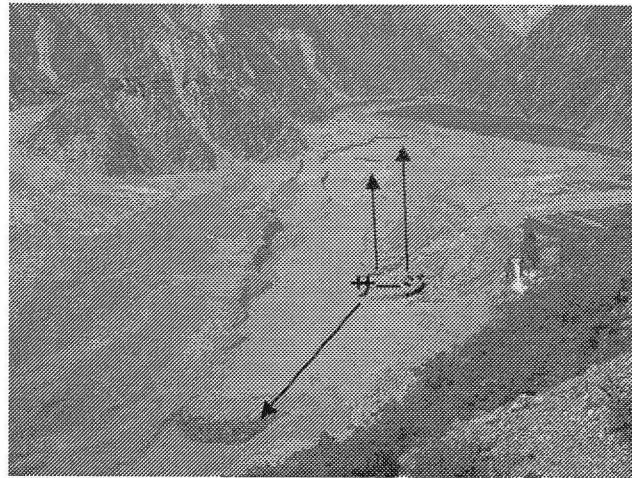


写真-1 間欠的に流下する土石流サージ  
(中国・蔣家溝)

## 2. 流れの不安定条件

流れの不安定性については既に述べたように多くの研究がなされている。この中で、石原・岩垣・岩佐の優れた研究があり、清水の流れにおいて非常によく現象を説明できることが示されている。高橋はこの結果を用いて非粘着性の粒子を高濃度に含有した場合の流れについて実験を行い、そのような場合でも石原等の理論が比較的よく適用できることを明らかにしている。このため、石原等の用いた基礎方程式を基にするものとする。しかし、石原等は層流の場合、運動方程式において、運動量補正係数 $\beta$ を $\beta=6/5$ とし、抵抗項においても層流の場合は一意的に決まることから、断面平均の抵抗項に層流の抵抗則を用いている。また乱流の場合には、抵抗項にChezyのCを用いて解いている。しかしChezyのCは無次元の係数ではなく、また流動機構の違いによる不安定条件等の影響等を検討するには適切であるとは言えない。そこで著者らはより一般的な表現として抵抗項に摩擦損失係数

$f'$ を用いた運動方程式により流れの不安定条件を導くこととする。解析手順は石原等と同じである。この導出の一部はすでに示しているが、以下のように詳細を記すこととする。

一次元の一般断面において、横流入が無い場合、連続体の連続式、運動方程式は流下方向にx軸をとれば次のようにある。

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial(vA)}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \beta v \frac{\partial v}{\partial x} + (1 - \beta) \frac{v}{A} \frac{\partial A}{\partial t} = g \sin \theta - g \cos \theta \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{f'}{2} \frac{v^2}{R} \quad (2)$$

$$= g \sin \theta - g \cos \theta \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{f'}{2} \frac{v^2}{R}$$

ここに、 $v$ ：断面平均流速、 $A$ ：流積、 $g$ ：重力加速度、 $\theta$ ：水路勾配、 $R$ ：径深、 $h$ ：水深、運動量補正係数

$$\beta = \frac{1}{A} \int_A \left( \frac{u}{v} \right)^2 dA, \quad f' : 径深での摩擦損失係数 (f' = 4/f)$$

$f$ ：摩擦損失係数

運動方程式の左辺第3項は流積の時間変化率の影響を表しているが漸変流とする洪水流の場合、流積変化がそれほど急激でないことや $\beta \approx 1$ とするため一般にこの項は無視される。しかし、ここで対象とするような急激な水面変動の現象では無視できないものと考えられる。また、右辺第3項は抵抗項であるが、石原等は乱流の場合、ここにChezyのCを用いた運動方程式にしている。しかし、先に述べたようにより一般的な表現のためには摩擦損失係数 $f'$ による方がより適切であろう。しかしながら解析手順は石原等と同様な方法で式を展開すれば次のようにある。基礎式を波速 $c$ の移動座標系で表せば、流下方向の軸を $\xi$ として、

$$v(x, t) = U(x - ct) = U(\xi) \quad (3)$$

$$h(x, t) = H(x - ct) = H(\xi) \quad (4)$$

$$\text{ここに}, \quad \xi = x - ct \quad (5)$$

より、式(1), (2)は

$$(U - c) \frac{\partial A}{\partial H} \cdot \frac{\partial H}{\partial \xi} + A \frac{\partial U}{\partial \xi} = 0 \quad (6)$$

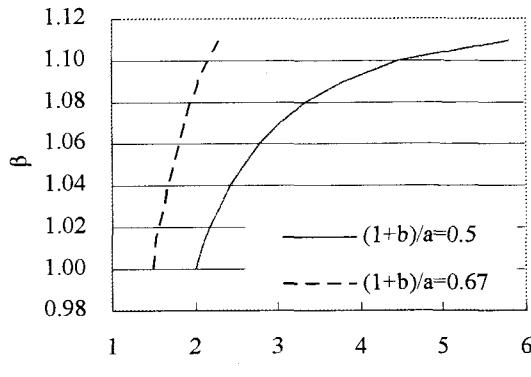


図-1 Fr- $\beta$ 曲線

$$\begin{aligned} c \frac{\partial U}{\partial \xi} - \beta U \frac{\partial U}{\partial \xi} + c(1-\beta) \frac{U}{A} \frac{\partial A}{\partial H} \cdot \frac{\partial H}{\partial \xi} \\ = -g \sin \theta + \frac{f'}{2} \frac{U^2}{R} + g \cos \theta \frac{\partial H}{\partial \xi} \quad \dots \dots \dots (7) \end{aligned}$$

である。 (7)式に、(6)式を用い、 $\partial H / \partial \xi$ 、 $\partial U / \partial \xi$ を求

めれば、

$$\frac{\partial H}{\partial \xi} = - \frac{A \left\{ g \sin \theta - \frac{f'}{2} \frac{U^2}{R} \right\}}{\{(\beta U - c)(U - c) + c(1-\beta)U\} \frac{\partial A}{\partial H} - g A \cos \theta} \quad \dots \dots \dots (8)$$

および、

$$\frac{\partial U}{\partial \xi} = \frac{(U - c) \frac{\partial A}{\partial H} \cdot \left\{ g \sin \theta - \frac{f'}{2} \frac{U^2}{R} \right\}}{\{(\beta U - c)(U - c) + c(1-\beta)U\} \frac{\partial A}{\partial H} - g A \cos \theta} \quad \dots \dots \dots (9)$$

ここで、ChezyのCと摩擦損失係数 $f'$ とには $C = \sqrt{2g/f'}$

との関係があり、これを式(8)、(9)に代入すれば、石原・岩垣・岩佐の結果と同じである。また、式(8)、(9)および $\frac{\partial H}{\partial U} = \frac{\partial H}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial U}$ の関係から、

$$(c - U)A = K = \text{Constant} \quad \dots \dots \dots (10)$$

これは、進行波速 $c$ の移動座標系において、その任意点の断面における流量は一定(constant)であることを表しており、進行流量 $K$ と呼ばれている。式(10)を用いて、

式(8)の $U$ を消去すれば、 $\partial H / \partial \xi$ は進行流量 $K$ を用いた式で表わすことができ、次式のようになる。

$$\frac{\partial H}{\partial \xi} = - \frac{A \left\{ g \sin \theta - \frac{f'}{2} \cdot \frac{1}{R} \cdot \frac{(cA - K)^2}{A^2} \right\}}{\left\{ \beta \left( \frac{K}{A} \right)^2 + (1-\beta)c^2 \right\} \frac{dA}{dH} - g A \cos \theta}$$

$$= - \frac{f_1(H)}{f_2(H)} \quad \dots \dots \dots (11)$$

上式において、

$$f_1(H) = A \left\{ g \sin \theta - \frac{f'}{2} \frac{1}{R} \frac{(cA - K)^2}{A^2} \right\} \quad \dots \dots \dots (12)$$

$$f_2(H) = \left\{ \beta \left( \frac{K}{A} \right)^2 + (1-\beta)c^2 \right\} \frac{dA}{dH} - g A \cos \theta \quad \dots \dots \dots (13)$$

とすれば、 $f_1 = 0, f_2 = 0$ は、支配断面の条件である。また、 $f_2(H) = 0$ の条件を用いれば、支配断面における流速 $U_0$ が進行波の速度 $c$ で表わすことができ、次のように求められる。

$$U_0 = \frac{\beta \frac{dA}{dH} - \sqrt{\beta(\beta-1)\left(\frac{dA}{dH}\right)^2 + \frac{s}{F_r^2} \left(\frac{dA}{dH}\right)}}{\beta \frac{dA}{dH} - \frac{s}{F_r^2}} \cdot c \quad \dots \dots \dots (14)$$

ここに、 $Fr = U / \sqrt{gR \cos \theta}$ ：フルード数、 $s$ ：潤辺。

ところで、式(11)において、

$$\lim_{H \rightarrow H_0} \frac{\partial H}{\partial \xi} = \lim_{H \rightarrow H_0} - \frac{\frac{df_1}{d\xi}}{\frac{df_2}{d\xi}} \geq 0 \quad \dots \dots \dots (15)$$

の関係が転波列の発生条件であるとされている<sup>7)</sup>。常に $-\frac{df_2}{d\xi} > 0$ の関係が成り立つことは石原等によって示されているため<sup>7)</sup>、 $\frac{df_1}{d\xi} \geq 0$ の関係が転波列の発生条件となる。

したがって、式(12)より $\frac{df_1}{d\xi} \geq 0$ の関係すなわち流れの不安定性の条件は次のようになる。

表-1 実験条件

No.	水路勾配 (DEG.)	平均水深 h (cm)	流量Q (cm <sup>3</sup> /s)	断面平均流速U (cm/s)	粘性係数 $\mu$ (mPa·s)	フルード数(Fr)	転波列の発生(●)・非発生	備考
1	3.8	0.764	104.0	13.61	41.5	0.50	○	
2	3.8	0.841	135.8	16.15	41.5	0.56	○	
3	3.8	0.666	105.7	15.87	38.9	0.62	○	
4	3.8	0.932	198.3	21.28	41.5	0.70	●	
5	3.8	1.15	341.3	29.68	41.5	0.89	●	
6	3.8	1.034	295.3	28.56	41.5	0.90	●	
7	3.8	1.347	468.7	34.80	41.5	0.96	●	
8	3.8	1.415	672.9	47.55	41.5	1.28	●	
9	5.5	1.29	306.8	23.9	34.0	0.67	●	
10	10.7	0.48	124.2	25.8	31.0	1.20	●	
11	7.0	0.92	381.9	41.4	88.0	1.38	●	8号珪砂含有
12	8.1	1.19	727.6	61.3	127.5	1.81	●	ガラスビーズ含有
13	17.0	4.50	4320	96.0	3800.0	1.48	●	土砂、粘土含有

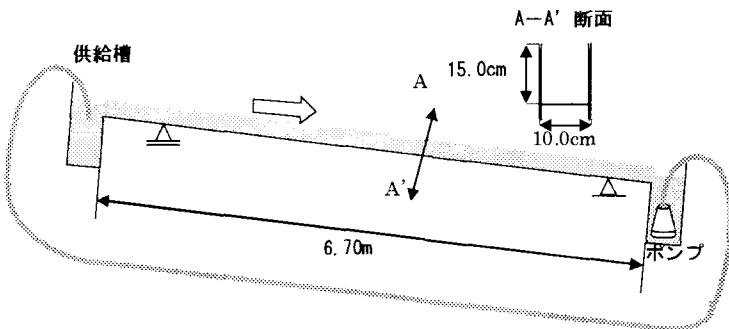


図-2 実験水路

$$\frac{m}{2} \frac{U_0}{c} \left\{ 1 + \frac{2}{m} - \frac{R}{f'} \left( \frac{df'}{dR} \right)_0 \right\} \geq 1 \quad (16)$$

ここに,  $m = 1 - R \frac{ds}{dA}$ , 添え字0は支配断面における値。

また, 摩擦損失係数 $f'$ と流速との関係は次式のようである。

$$U_0 = \sqrt{\frac{2}{f'}} U_* \quad (17)$$

ここに,  $U_* = \sqrt{gR \sin \theta}$  :摩擦速度。

ここで, 平均流速を次式のようなかたちに表すものとする。

$$U_0^a = r R_0^{(1+b)} \sin \theta \quad (18)$$

ここに,  $r$ :係数,  $a, b$ :定数, 添え字0は支配断面における値。

これは, はじめVedernikovが使用したもので, 石原等も同じ式を乱流の場合の転波列の場合に使用している。しかし, 上式は層流の場合にも適用できることが解かる。層流の一様断面の開水路における平均流速は次のように表すことができる。

$$U = \frac{1}{3} R_{e*} U_* \quad (19)$$

ここに,  $R_{e*} = \frac{U_*}{\nu}$ ,  $U_*$ :摩擦速度,  $\nu$ :流体の動粘性係数。

したがって, 層流の場合の式(18)は $a=1, b=1$ として表すことができ, 亂流のChezyの抵抗則の場合には $a=2, b=0$ , Manning則では $a=2, b=\frac{1}{3}$ である。

したがって式(17), (18)より, 式(16)を表せば,

$$\frac{mU_0(1+b)}{a(c-U_0)} \geq 1 \quad (20)$$

となる。また, (14)式より,  $c$ と $U_0$ の関係を代入すれば, 流れの不安定性の条件は次式のようになる。

$$\frac{m(1+b)(\frac{dA}{dH})_0}{a \left\{ (\beta-1)(\frac{dA}{dH})_0 + \sqrt{\beta(\beta-1)(\frac{dA}{dH})_0^2 + (\frac{dA}{dH})_0 \frac{s_0}{Fr^2}} \right\}} \geq 1 \quad (21)$$

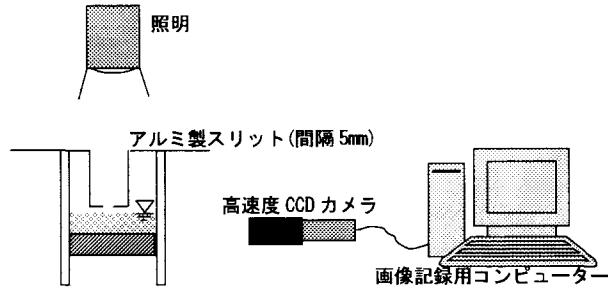


図-3 流速分布測定法

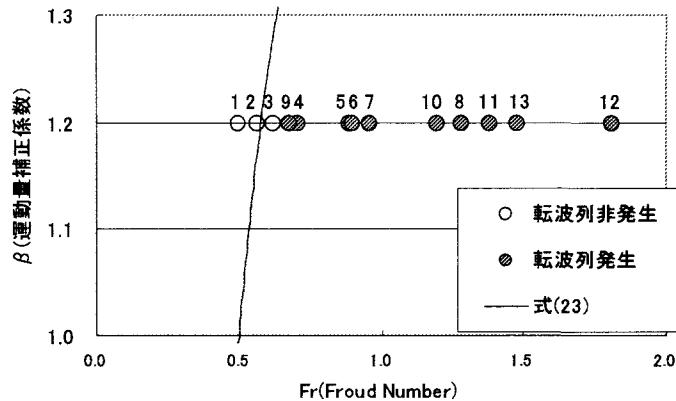


図-4 層流での転波列発生限界

ここで、水路幅  $B$  が水深  $h$  に比べて広い一様な矩形断面水路の場合、 $B \gg h$  で、 $A = Bh, s = B + 2h \approx B$  と考えられるので上式は、

$$\frac{(1+b)}{a\left\{(\beta-1) + \sqrt{\beta(\beta-1) + \frac{1}{Fr^2}}\right\}} \geq 1 \quad \dots \dots \dots \quad (22)$$

となる。

図-1は式(22)の関係を示したもので、 $Fr$  と  $\beta$  の関係を示し、 $(1+b)/a = 0.5, 0.67$  の場合を実線および破線で示している。線の右側が不安定な領域である。 $(1+b)/a$  は抵抗則の式の違いを示していて、径深の値が大きくなる程、小さな  $F_r$  で不安定となることを示している。

### 3. 高粘性流体の転波列発生限界

前述したように粘性土石流は、含有する粘土粒子が間隙水と混合して粗粒子間を一種の高粘性の間隙流体とみなす流れであると考えられる。実際に観測された粘性土石流は、サージ先端部と後継部とでは流れの支配的な構造が異なり先端部では混合効果が卓越しているものの、後継部や終端部では見かけの粘性が卓越している層流状

の流れである<sup>5)</sup>。また栓流としての流れでもないことから、サージが発生する初期の状態では一種の固体粒子を含有した高粘性の流れであると考えられる。実際に粘性土石流が発生した流域での現地実験や観測から<sup>12)</sup>、みかけの粘性係数は水の $10^3 \sim 10^4$ 倍程度である。また、実際の粘性土石流の小規模のサージは流速が $2 \sim 4 \text{m/sec}$ 、波高は $0.5 \sim 1 \text{m}$ であることから、レイノルズ数  $R_e$  は

$$R_e \approx 800 \sim 2000 \text{程度である。}$$

そこで、このような高粘性で固体粒子を含有する流れであっても転波列の発生があるのかどうか実験的に検討することにする。

### 3.1 実験の概要

実験水路は図-2に示すように長さ $6.7 \text{m}$ 、幅 $10 \text{cm}$ の可変勾配水路で、循環式である。水路は両側壁透明アクリル製で、水路床はペンキ塗布仕上げの滑面である。使用した流体(液体)は東亜合成製の高分子増粘剤(T40)で、原液は温度 $20^\circ\text{C}$ で粘性係数  $\mu$  は $1.2 \times 10^3 \text{Pa}\cdot\text{s}$ 、密度は  $\rho = 1300 \text{kg/m}^3$ である。粘性は水の $10^3$ 倍ある。しかし、この原液を用いた実験は粘性が高すぎるため困難で、水で希釈した液体を使用した。実験条件は表-1のようである。実験番号No. 1～12は高分子増粘剤によるものでNo. 11, 12は固体粒子を含んでいる。固体粒子はNo. 11には硅砂(密

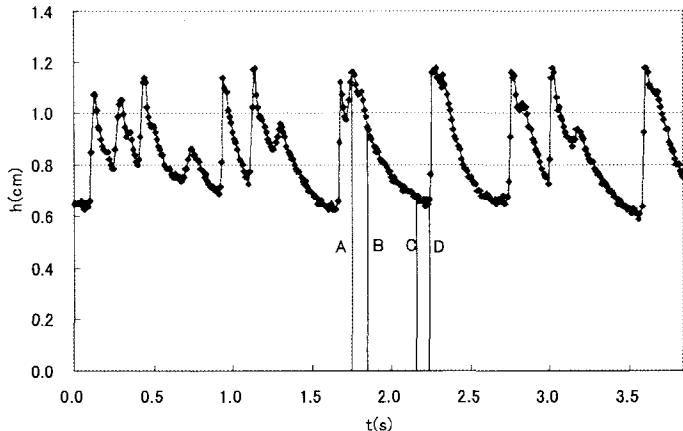


図-5(a) 水深変化

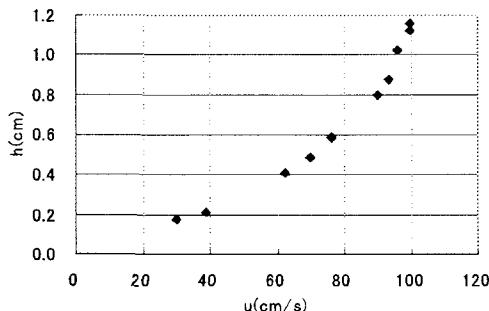


図-5(b) 流速分布A

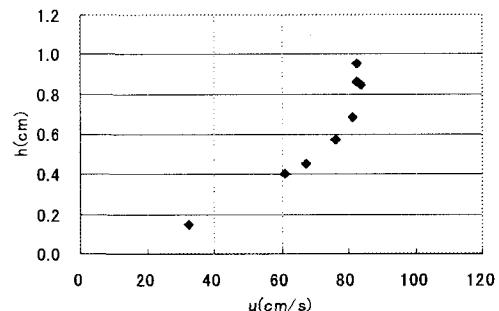


図-5(c) 流速分布B

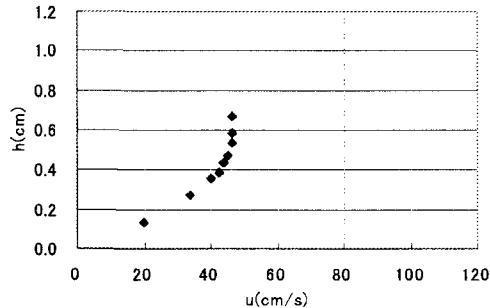


図-5(d) 流速分布C

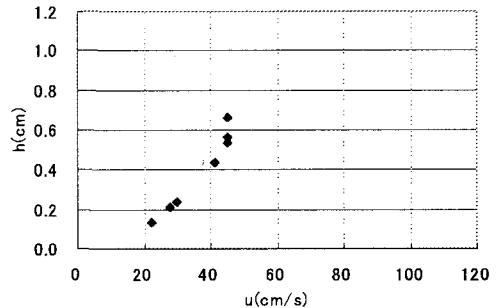


図-5(e) 流速分布D

度  $\sigma = 2.62 \text{ g/cm}^3$ , 粒径  $d_{50} = 0.1 \text{ mm}$ ), No. 12にはガラスビー  
ズ(密度  $\sigma = 2.50 \text{ g/cm}^3$ , 粒径  $d_{50} = 0.1 \text{ mm}$ )をいずれも体積濃度で1.3%含有している。No. 13の実験は、別途行われた実験である。水路長さ8.0mで土砂、水を容器で混合・攪拌した後、上端給水給砂槽より水路に供給し流下させた。体積濃度は64%である。実験砂は粘土と砂利の混合土砂である。また表中の粘度は実験のサンプルとして採水したものとB型粘度計で測定した結果である。固体粒子を含有する場合は、粘度測定中に固体粒子が一部沈降してしまうため、流動中の粘度を正確に表すものではないが、一つの静的な状態での測定結果である。

また一部の流れの流速分布測定を行った。この測定の目的は、転波列が生じている流れにおいて、層流状態を前提とする不安定条件を検討する際に、流れそれ自体が、層流状態であるかどうかを確認するためである。流速分

布の測定は図-3に示すようである。高速度CCDカメラを使用し、流れのほぼ中央を上方より5mm間隔のスリットから照明をあて、水路側面より流れを撮影して解析した。流体中にトレーサーとなるものを混入させ、そのトレーサーの軌跡より流速を求めている。

### 3.2 実験結果及び考察

流れの不安定性は、フルード数  $F_r$  ばかりでなく式(22)からわかるように、河道の断面形状変化  $dA/dH$  の影響や流れの運動量補正係数  $\beta$  に影響されることがわかる。前述したように、粘性土石流が発生するような条件では、流れは層流状態であると考えられるから、一様な矩形断

面における条件の式(22)におけるa, bはそれぞれ、  
a=1, b=1である。したがって、式(22)は、

$$\frac{2}{(\beta - 1) + \sqrt{\beta(\beta - 1) + \frac{1}{Fr^2}}} \geq 1 \quad \dots \dots \dots \quad (23)$$

となる。さらに、層流の運動量補正係数 $\beta$ は、流速分布型が2次放物線であることから、 $\beta = 6/5$ である。これらより上式は次式のようになる。

$$Fr \geq \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \dots \dots \dots \quad (24)$$

これは、石原等によって得られた結果と同じである<sup>7)</sup>。

図-4はフルード数 $Fr$ と転波列発生の関係を示した図で

ある。式(23)の関係を示したもので横軸にフルード数 $Fr$ 、縦軸に運動量補正係数 $\beta$ を示している。ここでは層流としているので $\beta = 6/5$ 上の関係で実験結果をプロットしている。図中の○印は、転波列が発生しなかつた場合で、●印は転波列が発生した場合である。また図中の実線は式(23)の関係を示しており、実験の右側が式(23)を満足する領域である。実験結果と式(23)の関係はよく一致していると言える。高粘性流体に固体粒子を含有する流れは、実験が難しい。しかしRUN. No13のように粘土粒子を含有した容積濃度64%の流れであっても周期的なサージの発生が明確に認められ(写真2)，式(24)の関係を満足していることが明らかになった。

図-5は転波列が生じた流れの典型的な例の、水深変化と流速分布の図である。図-5(a)は水深変化を示したもので、オイラー的な座標点での水深変化を示し、横軸に時間(sec), 縦軸に水深h(cm)を示している。周期的な水深変化があり、転波列が発生していることがわかる。しかしながら、ここで述べているような層流状態であるかどうか明らかにするために流速分布の測定を行った。図-5(b)～図-5(e)は波形の頂部と谷部を含む4つの位置で測定した結果である。図-5(a)の(A)～(D)の位置にそれぞれ対応して

いる。図-5(b)～図-5(e)からわかるように、いずれも流速分布型はほぼ放物型をしており、このような転波列の生じている

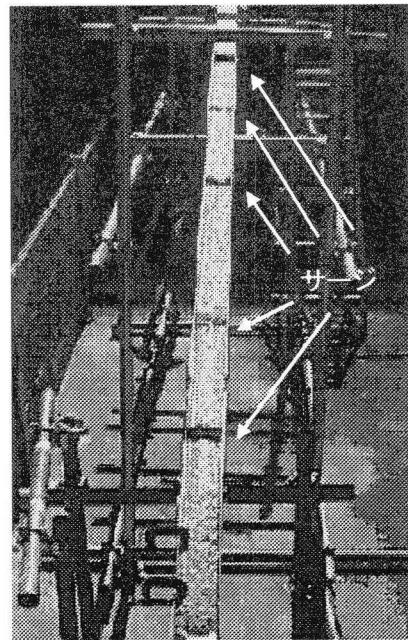


写真2 実験No. 13の転波列

流れであっても層流状の流れが保たれていることが示されている。

以上のことから、高粘性流の層流や、固体粒子を含有する高粘性の層流であっても、流れの不安定性から、転波列の発生することを実験的に明らかにした。このことは、実際の粘性土石流の流れであっても、流れの不安定性から転波列が発生し、土石流サージとなる可能性のあることを示したものである。

#### 4. 結論

粒子を含有する高粘性流体の不安定性に基づく転波列の発生について検討した。基礎方程式において運動方程式に摩擦損失係数 $f'$ を用い、流れの不安定条件、転波列の発生条件を $f'$ を用いて導いた。清水の $10^2$ ～ $10^3$ 倍程度の高粘性の流れであっても、またそれに固体粒子が含有する場合であっても、層流では式(23)の関係がよく適応されることを明らかにした。このことから、粘性土石流のサージの発生には、流れの不安定性によるものであることを示した。しかしながら、サージの周期や波長などの特性はまだ十分に明らかではなく、今後の課題である。

#### 参考文献

- 1) DPRI, Kyoto University and IMHU, Chinese Academy of Sciences, "Japan-China Joint Research on the Prevention From Debris Flow Hazards", 195p, 1994.
- 2) DPRI, Kyoto University and IMHU, Chinese Academy of Sciences, "Japan-China Joint Research on the Mechanism and the

6) R.F.Dressler: Mathematical solution of the problem of roll-waves in inclined open channels, Communication on Pure and Applied Mathematics, Vol.II, No.2/3, 1949.

7) 石原藤次郎・岩垣雄一・岩佐義朗:急斜面上の層流における転波列の理論——薄層流に関する研究(第5報)——土木学会論

- countermeasures for the Viscous Debris Flow”, 206p, 1999
- 3) 高橋 保・中川 一・里深好文・緒方正隆：粘性土石流の流动機構に関する研究(3)——土石流サージの形成と伝播——、京都大学防災研究所年報 第41号 B-2 , pp265-275, 1998
  - 4) Ko-fei Liu, and Chiang C. Mei, “Roll waves on a layer of a muddy fluid flowing down a gentle slope—A Bingham model”, Phys. Fluids 6(8), pp2577-2590, 1994
  - 5) 新井宗之・劉 雪蘭・高橋保：粘性土石流の表面流速解析による流动機構の考察、水工学論文集、第44巻、pp617-621, 2000.

- 文集第19号(昭和29.4) pp46-57
- 8) 岩垣雄一・岩佐義朗：転波列の水理学的特性について——薄層流に関する研究(第7報)——土木学会誌 40-1(昭和30-1) pp5-12.
- 9) D.J. Needham and J.H. Merkin, “On roll waves down an open inclined channel”, Proc. R.Soc.Lond. A 394, pp 259-278, 1984.
- 10) J.H. Merkin and D. J. Needham, Proc. R. soc. London Ser. A 405, 103, 1986.
- 11) 芦田和男・高橋保ほか：河川の土砂災害と対策、流砂・土石流・ダム堆砂・河床変動、森北出版、1983.

(2004年4月16日 受付)