

重合メッシュ法におけるローカル領域の はみ出しに関する考察

Study on the local area exceeding global area in mesh superposition method

鈴木克幸¹⁾, 山東篤²⁾, 棚村太亮³⁾, 大坪英臣⁴⁾

Katsuyuki SUZUKI, Atsushi SANDO, Daisuke SHINMURA and Hideomi OHTSUBO

1)正会員 Ph.D. 東京大学助教授 新領域創成科学研究所 (〒113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1)

2)修士(工学) 東京大学大学院 工学系研究科 (〒113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1)

3)修士(工学) 全日本空輸株式会社 (〒105-7133 港区東新橋 1-5-2)

4)工博 法政大学 IT 研究センター (〒102-8160 東京都千代田区富士見 2-17-1)

In the mesh superposition method, there was limitation that local mesh area must stay within global area. In this paper, for further flexibility of the modeling the method is extended to the case where local area exceeds the global area. Two techniques that allow exceeding local area are proposed. First technique is to make some part of the boundary of global and local areas agree each other, and 2nd technique is to employ connecting model that connect between global and local models. Several examples are shown to demonstrate the flexibility of the method.

Key Words: mesh superposition method, boundary condition, connecting model

1. 緒言

近年、有限要素法を用いた構造解析は設計現場等でも日常的に使われるようになった。最近では、設計からシミュレーションまで一貫して計算機上で行うデジタルエンジニアリング技術として有限要素法は組みこまれております。製造業においても構造解析業務は重要なものとなっている。しかし、大規模計算が日常的となっている現状において、設計者の手作業を必要とする解析モデルの作成は、解析全体の流れの中で大きなボトルネックとなっている。

メッシュ作成の負荷を低減する手法の一つとして重合メッシュ法¹⁾がある。重合メッシュ法はモデルの全体形状を表すグローバルメッシュと、設計者がグローバルメッシュ内部に任意に重合することができるローカルメッシュという2種類のメッシュを用いる解析手法である。中住ら²⁾はローカルメッシュによりモデルの局所形状の評価が可能であることを証明しており、この特徴を亀裂の進展解析³⁾や形状最適化⁴⁾に用いた報告がある。しかし、重合メッシュ法はグローバルメッシュの内部にローカルメッシュが存在することを前提としていることから、モデリングに制限があり、現状では亀裂や孔をローカルメッシュで評価する程度の適用例しか見られない。本論文ではグローバルメッシュの領域外に存在するローカルメッシュを許容するように重合メッシュ法を拡張する。そして、その際に境界条件に関する問題点と、その解決

案について示す。

2. 重合メッシュ法の理論

図-1は全体領域 Ω と、その部分領域として定義される領域を表したものである。全体領域 Ω の境界を Γ とする。 Γ は幾何学的境界条件の課される境界 Γ' と力学的境界条件の課される境界 Γ'' の和集合となっている。

全体領域 Ω を、図-1のようにローカル領域 Ω^{AB} とその外側 Ω^A に分け、その境界を Γ^{AB} とする。

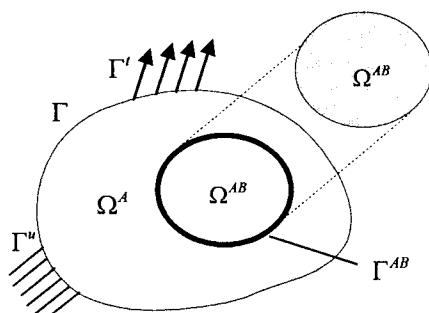


図-1 重合メッシュ法によるモデリング

グローバルモデルの領域を Ω^G 、ローカルモデルの領域を Ω^L と書くと、これらは部分領域を用いて以下のように表すことができる。

$$\Omega^G = \Omega^A + \Omega^{AB} \quad (\Omega^G = \Omega) \quad (1)$$

$$\Omega^L = \Omega^{AB} \quad (2)$$

本論文では、各ベクトル、マトリクスの右上添え字の G, L はそれぞれ領域 Ω^G を表すグローバルモデル、領域 Ω^L を表すローカルモデルに関する量であることを意味するものとする。領域 Ω^G 内、領域 Ω^L 内ではそれぞれ独立に変位場 \mathbf{u}^G , \mathbf{u}^L が定義されており、領域 Ω^L 内では、実際の変位は両モデルの変位の和で定義される。すなわち、

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}^G + \mathbf{u}^L \quad \text{in } \Omega^L \quad (3)$$

また、境界 Γ^{AB} 上で変位の連続性を保証するために次式のような条件が必要である。

$$\mathbf{u}^L = 0 \quad \text{on } \Gamma^{GL} \quad (4)$$

式(3)を偏微分することで、ひずみも以下のように両モデルのひずみの和であらすことができる。

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^G + \boldsymbol{\varepsilon}^L \quad \text{in } \Omega^L \quad (5)$$

領域 Ω^G , Ω^L を有限要素分割したメッシュをそれぞれグローバルメッシュ、ローカルメッシュと呼ぶことにし、それぞれの領域の要素内での離散化された変位場・ひずみ場をそれぞれ

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^G &= \mathbf{N}^G \bar{\mathbf{u}}^G, \quad \mathbf{u}^L = \mathbf{N}^L \bar{\mathbf{u}}^L \\ \boldsymbol{\varepsilon}^G &= \mathbf{B}^G \bar{\mathbf{u}}^G, \quad \boldsymbol{\varepsilon}^L = \mathbf{B}^L \bar{\mathbf{u}}^L \end{aligned} \quad (6)$$

と表す。ここで $\bar{\mathbf{u}}^G, \bar{\mathbf{u}}^L$ はそれぞれのメッシュの節点変位ベクトル $\mathbf{N}^G, \mathbf{N}^L$ はそれぞれのメッシュの要素変位を補間する形状関数マトリクスであり、同様に $\mathbf{B}^G, \mathbf{B}^L$ は要素内のひずみと変位を関係づけるひずみ-変位関係マトリクスである。なお、この場合グローバルメッシュ・ローカルメッシュ間で節点が一致する必要はない。

モデルを線形弾性体と仮定すると、仮想仕事の原理は

$$\int_{\Omega} \delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma} d\Omega = \int_{\Omega} \delta \mathbf{u}^T \mathbf{b} d\Omega + \int_{\Gamma} \delta \mathbf{u}^T \mathbf{t} d\Gamma \quad (7)$$

となる。式(7)の左辺は式(5)を入れると次のように変形することができる。

$$\begin{aligned} &\int_{\Omega} \delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma} d\Omega \\ &= \int_{\Omega^A} \delta \boldsymbol{\varepsilon}^{G^T} \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon}^G d\Omega + \int_{\Omega^{AB}} \delta (\boldsymbol{\varepsilon}^G + \boldsymbol{\varepsilon}^L)^T \mathbf{D} (\boldsymbol{\varepsilon}^G + \boldsymbol{\varepsilon}^L) d\Omega \\ &= \int_{\Omega^G} \delta \boldsymbol{\varepsilon}^{G^T} \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon}^G d\Omega + \int_{\Omega^L} \delta \boldsymbol{\varepsilon}^{L^T} \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon}^L d\Omega \\ &\quad + \int_{\Omega^L} \delta \boldsymbol{\varepsilon}^{G^T} \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon}^G d\Omega + \int_{\Omega^L} \delta \boldsymbol{\varepsilon}^{G^T} \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon}^L d\Omega \end{aligned} \quad (8)$$

これに式(6)の離散化を入れ、仮想変位の任意性より、以下の剛性方程式が導かれる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}^G & \mathbf{K}^{GL} \\ \mathbf{K}^{LG} & \mathbf{K}^L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{u}}^G \\ \bar{\mathbf{u}}^L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}^G \\ \mathbf{f}^L \end{Bmatrix} \quad (9)$$

ここで

$$\begin{aligned} \mathbf{K}^G &= \sum_{e=1}^m \mathbf{K}_e^G = \sum_{e=1}^m \int_{\Omega_e} \mathbf{B}^{G^T} \mathbf{D} \mathbf{B}^G d\Omega \\ \mathbf{K}^L &= \sum_{e=1}^n \mathbf{K}_e^L = \sum_{e=1}^n \int_{\Omega_e} \mathbf{B}^{L^T} \mathbf{D} \mathbf{B}^L d\Omega \\ \mathbf{K}^{LG} &= \sum_{e=1}^n \mathbf{K}_e^{LG} = \sum_{e=1}^n \int_{\Omega_e} \mathbf{B}^{L^T} \mathbf{D} \mathbf{B}^G d\Omega \\ \mathbf{K}^{GL} &= \sum_{e=1}^m \mathbf{K}_e^{GL} = \sum_{e=1}^m \int_{\Omega_e} \mathbf{B}^{G^T} \mathbf{D} \mathbf{B}^L d\Omega = \mathbf{K}^{LG^T} \end{aligned} \quad (10)$$

\mathbf{K}^G , \mathbf{K}^L は対応するメッシュの通常のFEMの剛性マトリクスである。また、 \mathbf{K}^{GL} は両メッシュの連成を表すマトリクスである。

3. 重合メッシュ法の拡張

3.1. グローバル領域外に存在するローカル領域

つぎに、図-2のようにローカル領域の一部がグローバル領域の外部に存在する問題を考える。領域を、図のように Ω^A , Ω^B , Ω^{AB} に分割し、 Ω^A と Ω^{AB} の境界を Γ^{AB} , Ω^B と Ω^{AB} の境界を Γ^{BA} とする。

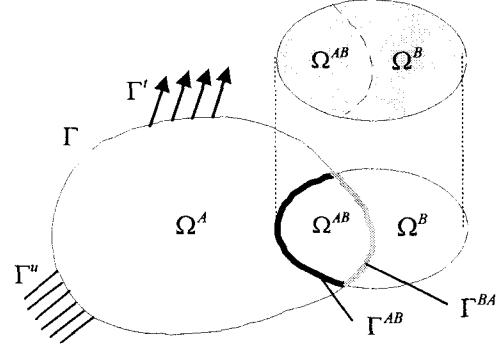


図-2 グローバル領域外に存在するローカルモデル

グローバル領域を Ω^G , ローカル領域を Ω^L と書くと、これらは部分領域を用いて以下のように表すことができる。

$$\Omega = \Omega^A + \Omega^{AB} + \Omega^B \quad (11)$$

$$\Omega^G = \Omega^A + \Omega^{AB} \quad (12)$$

$$\Omega^L = \Omega^{AB} + \Omega^B \quad (13)$$

Ω^{AB} における変位は式(14)のように両モデルの変位の和で定義される。

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}^G + \mathbf{u}^L \quad \text{in } \Omega^{AB} \quad (14)$$

Ω^A , Ω^B 内では変位はそれぞれ \mathbf{u}^G , \mathbf{u}^L のみで定義される。また、 Ω^{AB} の境界である Γ^{AB} , Γ^{BA} 上では変位の連続条件を満足するために以下の条件が付加される。

$$\mathbf{u}^L = 0 \quad \text{on } \Gamma^{AB} \quad (15)$$

$$\mathbf{u}^G = 0 \quad \text{on } \Gamma^{BA} \quad (16)$$

式(16)がローカル領域がグローバル領域外に存在することを許容するための今回追加された条件である。ひずみは

Ω^{AB} 領域内において次式のように定義される.

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^G + \boldsymbol{\varepsilon}^L \quad \text{in } \Omega^{AB} \quad (17)$$

グローバル領域とローカル領域を式(6)と同様に離散化し、仮想仕事式に代入することで、図-2の問題に対する剛性方程式を導くことができる。式(7)左辺は次のように変形することができる。

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{d}\boldsymbol{\varepsilon} d\Omega \\ &= \int_{\Omega^A} \delta \boldsymbol{\varepsilon}^{G^T} \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon}^G d\Omega + \int_{\Omega^B} \delta \boldsymbol{\varepsilon}^{L^T} \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon}^L d\Omega \\ &+ \int_{\Omega^{AB}} \delta (\boldsymbol{\varepsilon}^G + \boldsymbol{\varepsilon}^L)^T \mathbf{D} (\boldsymbol{\varepsilon}^G + \boldsymbol{\varepsilon}^L) d\Omega \\ &= \int_{\Omega^G} \delta \boldsymbol{\varepsilon}^{G^T} \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon}^G d\Omega + \int_{\Omega^L} \delta \boldsymbol{\varepsilon}^{L^T} \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon}^L d\Omega \\ &+ \int_{\Omega^{AB}} \delta \boldsymbol{\varepsilon}^{I^T} \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon}^G d\Omega + \int_{\Omega^{AB}} \delta \boldsymbol{\varepsilon}^{G^T} \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon}^L d\Omega \end{aligned} \quad (18)$$

剛性マトリクスの成分のうち、 \mathbf{K}^G と \mathbf{K}^L は(10)式と同様であるが、 \mathbf{K}^{GL} は下式のようになる。

$$\mathbf{K}^{GL} = \int_{\Omega^{AB}} \mathbf{B}^{G^T} \mathbf{D} \mathbf{B}^L d\Omega = \mathbf{K}^{LGT} \quad (19)$$

式(19)の積分範囲は Ω^{AB} であり、グローバル領域外のローカル領域は無関係となるため、ローカル領域のメッシュ単位で積分を行うが、積分点がグローバル領域外にある場合はその影響を加算しない。

3.2. 離散化モデルにおける拘束条件に関する問題点

図-2において拘束条件を(15), (16)式のように課す際に、 Γ^{AB} と Γ^{BA} の交点 P^{AB} においては、 $\mathbf{u}^L = 0$, $\mathbf{u}^G = 0$ の両方の条件が課されることになり、この点において変位がゼロで完全に固定されているという条件になる。これは、実際に拘束していない点が拘束されることになり、物理的には明らかに不適切である。

そこで、これらの問題を解決する方法として、モデリングによる簡易的な手法と、連結モデルを用いた手法の2種類を提案する。

3.3. モデルの境界を部分的に一致させる手法

前項で示した問題点はモデリングと境界処理を適切に行うことによって回避することができる。 Γ^{AB} と Γ^{BA} の交点 P^{AB} 上でモデルが固定される問題に対して、図-3のように境界が一部重なるような領域設定を行う。すなわち、2次元のモデリングの場合、グローバルな領域とローカルな領域が点ではなく線で重なるようにする。3次元ソリッドのモデリングにおいては、線ではなく面で重なるようにする。(例えば、4.2節の例のようにする。) このようにすることによって、図-3においては Γ^{AB} と Γ^{BA} の交点を2点(P^{AB}, P^{BA})に分割し、完全固定されることを解消することができる。この手法は解析モデルによってはモデリングが多少煩雑になる、または適用不能となるが、特別な拡張を必要としない利点がある。また、4章の例に示すように、このようなモデリングが可能な例は比較的多いと思われる。

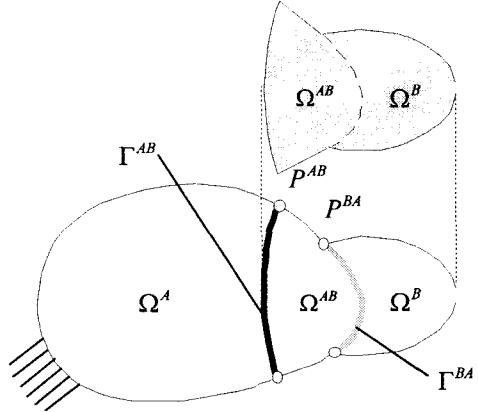


図-3 境界を一致させるモデリング

3.4. 連結モデルを用いる手法

ローカルモデルを多層に重合する手法はFishら⁵⁾により可能であることが報告されている。多層に重合された領域では各モデルの変位の和で表されることから、 P^{AB} の変位を表現するために、その付近にグローバル領域とローカル領域の交点をスムーズに結合する連結モデルを重合することで、節点の拘束を防止することができる。すなわち、図-4のように、 Γ^{AB} と Γ^{BA} の交点 P^{AB} を内部に含み、 Ω^A , Ω^B , Ω^{AB} それぞれと重なる領域を定義する。その領域を、独立にメッシュ分割する。

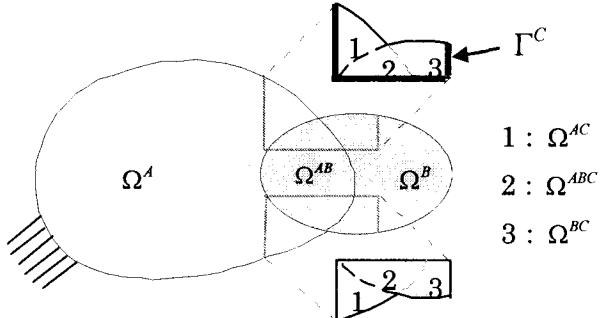


図-4 連結モデルを用いたモデリング

連結モデルは、グローバルモデル、ローカルモデルと同様に独立に変位 \mathbf{u}^C が定義され、連結モデルが存在する各領域内の変位はグローバルモデル、ローカルモデル、連結モデルの変位を用いて次のように表される。ただし、 Ω^{AC} , Ω^{BC} , Ω^{ABC} は図-4に示すように連結モデルの領域と Ω^A , Ω^B , Ω^{AB} との重なり部分である。

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}^G + \mathbf{u}^C \quad \text{in } \Omega^{AC} \quad (20)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}^G + \mathbf{u}^L + \mathbf{u}^C \quad \text{in } \Omega^{ABC} \quad (21)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}^C + \mathbf{u}^L \quad \text{in } \Omega^{BC} \quad (22)$$

境界条件はそれぞれのモデル間の変位の連続性のため、式(15), (16)の条件、および連結モデルの物体境界をのぞく周囲で以下の条件が課される。

$$\mathbf{u}^C = 0 \quad \text{on } \Gamma^C \quad (23)$$

3.1節と同様の定式化により、それぞれをそれぞれのメッシュで離散化し、以下のような剛性方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}^G & \mathbf{K}^{GL} & \mathbf{K}^{GC} \\ \mathbf{K}^{LG} & \mathbf{K}^L & \mathbf{K}^{LC} \\ \mathbf{K}^{CG} & \mathbf{K}^{CL} & \mathbf{K}^C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}^G \\ \mathbf{u}^L \\ \mathbf{u}^C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}^G \\ \mathbf{f}^L \\ \mathbf{f}^C \end{bmatrix} \quad (24)$$

連結モデルに関する剛性マトリクスは次式のようになる。

$$\mathbf{K}^C = \int_{\Omega^C (\Omega^{AC} + \Omega^{ABC} + \Omega^{BC})} \mathbf{B}^{CT} \mathbf{D} \mathbf{B}^C d\Omega \quad (25)$$

$$\mathbf{K}^{GC} = \int_{\Omega^{AC} + \Omega^{BC}} \mathbf{B}^{GT} \mathbf{D} \mathbf{B}^C d\Omega = \mathbf{K}^{CGT} \quad (26)$$

$$\mathbf{K}^{LC} = \int_{\Omega^{BC}} \mathbf{B}^{LT} \mathbf{D} \mathbf{B}^C d\Omega = \mathbf{K}^{CLT} \quad (27)$$

連結モデルを用いることによって、剛性マトリクスの成分が増加するため計算負荷は増大するが、前者の方法でのモデリングが難しい場合にも適用可能である。連結モデルの定義でモデリングが複雑になる面もあるが、結合のパターンに応じて何通りかの連結モデルをあらかじめ用意しておくことも可能である。また、この手法のメリットとして4.4節の例で示されるような、ローカルなモデルが移動するような設計変更に対して容易に対応が可能であることがあげられる。

4. 解析例

4.1. R部を有する交差部の重合メッシュ解析

図-5に示すようなR部を有する解析モデルに対してモデルの境界を部分的に一致させる手法を用いた重合メッシュ法により解析する。

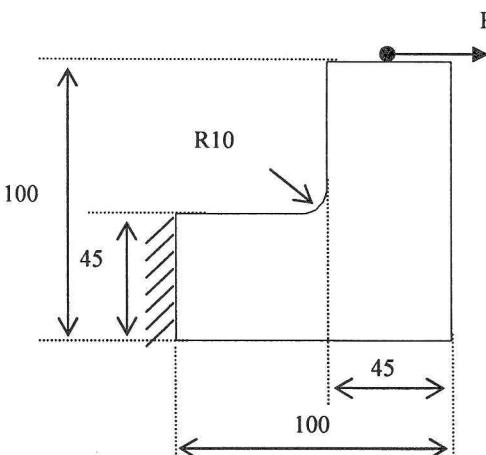


図-5 例題 1

このモデルは図-6のようなR部を表現しないピン角で表現したグローバルメッシュと、R部を表現したローカルメッシュを用いて評価することができる。この際、ローカルメッシュのR部に相当する領域はグローバルメッシュの領域外に配置されている。よって、グローバルメッシュに対

して物理的な拘束条件の他に、式(16)の境界条件を設定する必要がある。3.3で示したモデリング手法を用いる場合にはグローバルメッシュとローカルメッシュにモデルの外縁を共有させ、突出しているローカルメッシュとグローバルメッシュの境界部において、グローバルメッシュの境界を拘束する。ローカルメッシュのvon Mises応力を図-13に示す。R部下端部付近に最大応力が発生しており、ローカルメッシュによりモデリングされたR部は正しく反映されていることが分かる。本手法により得られたR部の境界上のvon Mises応力分布を、FEMによる参照解と比較した結果を図-7に示す。FEMによる参照界においては全体をローカルメッシュと同じ程度の細かさでメッシュ分割を行った。全体的によい一致が見られる。

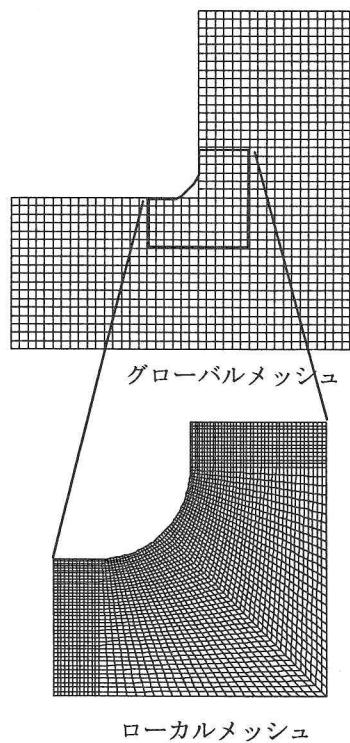


図-6 重合メッシュ法によるR部のモデリング

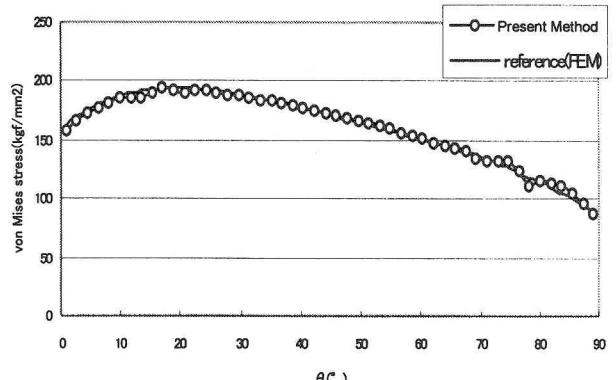


図-7 R部周りにおけるvon Mises応力のFEMとの比較

4.2. スカラップを有する板の重合メッシュ解析

前節と同様に、モデルの境界を部分的に一致させるモデリング手法により、グローバルメッシュの領域外に存在するローカルメッシュを用いた例題を解く。図-8のようなスカラップを有する3次元モデルを解析する。荷重は縦板の両端部に作用しており、横板の一端を完全固定とする。

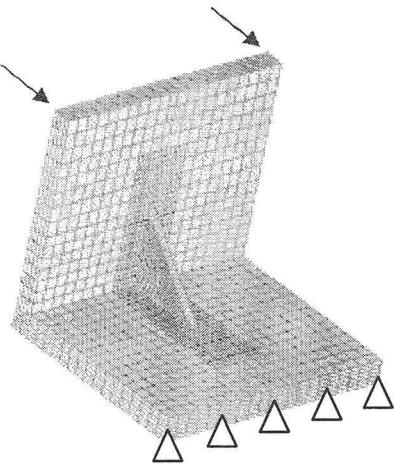


図-8 スカラップを有する板

グローバルメッシュは図-9のように縦板と横板および物理的な境界条件をモデリングし、スカラップはモデル化しないものとする。また、(16)式の拘束条件は太線部を拘束することで評価できる。このグローバルメッシュに対してスカラップ及びその周辺を詳細に表現したローカルメッシュを重合する。

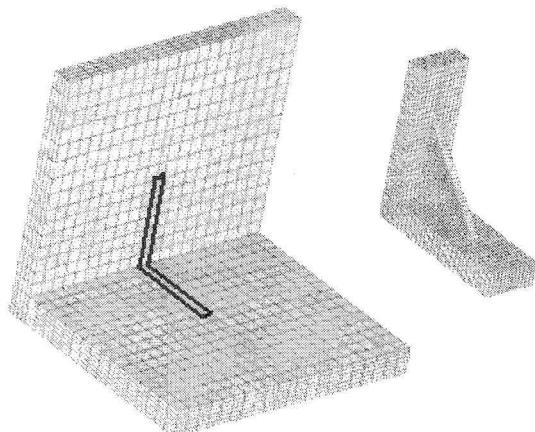


図-9 重合メッシュ法によるスカラップのモデリング

FEMを用いた参考解を図-14、本手法によるローカルメッシュのvon Mises応力を図-15に示す。縦板両端からの荷重によってスカラップ端部およびその周辺に応力集中が生じており、定量的にもよい一致が見られた。

4.3. 突起部を有するはりの重合メッシュ解析

図-10に示す突起部を有するはりに対して、連結モデルを用いた重合メッシュ法により解析する。このモデルは図-11のようなグローバルメッシュとローカルメッシュ、連結メッシュを用いて評価することができる。それぞれのモデル間の境界条件は図-16のように設定する。

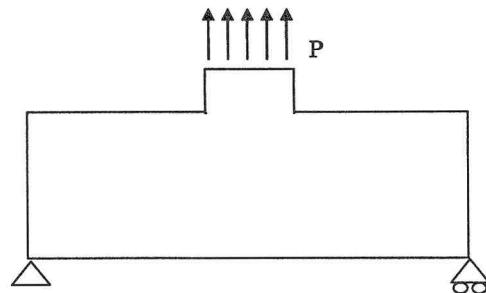


図-10 例題3 突起部を有するはり

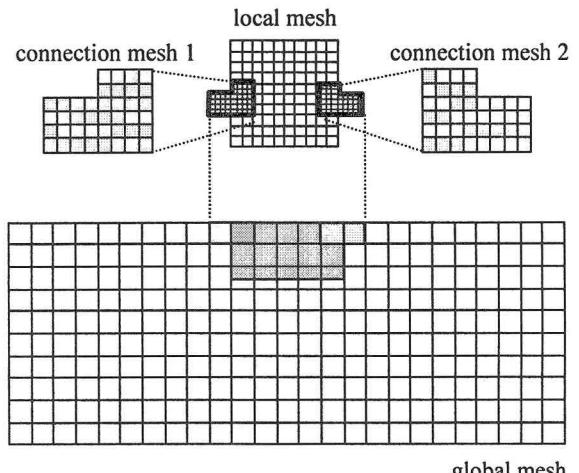


図-11 連結モデルを用いたモデリング

参照解としてFEMにより計算されたvon Mises応力の分布（モデルの一部を取り出したもの）を図-17に示す。また、重合メッシュ法により得られたローカルメッシュ、連結メッシュの応力分布を図-18に示す。両者はほとんど一致している。参考解における最大von Mises応力値が 1.896 kgf/mm^2 であり、重合メッシュ法では 1.915 kgf/mm^2 であった。

4.4. スチフナを有する板の解析

スチフナを有する板を、連結モデルを用いた重合メッシュ法により解析する。図-12(c)のグローバルメッシュは板のみをモデリングし、同図(a)のローカルメッシュはスチフナのみをモデリングする。このとき、両メッシュの位置関係によっては3.3節のようなモデリングができないため、(b)のような連結メッシュを導入する。

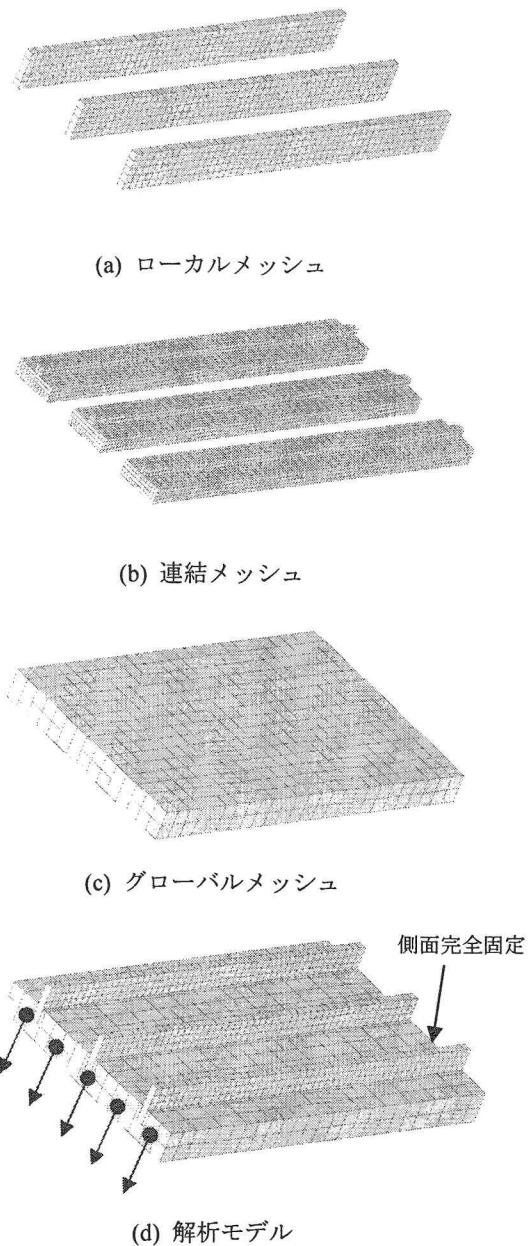


図-12 例題4 スチフナを有する板

物理的な境界条件として、板の右側面を完全固定し、左側面に鉛直荷重を作用させる。

ローカルモデルの位置はグローバルモデルの節点に関係なく決定することができる。よって、スチフナの位置を変えたモデルを解析する場合には、どのモデルもリメッシュする必要がなく、ローカルモデルと連結モデルの位置を変えるだけでよい。重合メッシュ法は類似した特徴を持つ例題に対して、既存のメッシュをわずかに編集するだけで新たにモデリングすることができるため、メッシュの作成に関する労力を大幅に低減することができる。

図-19に参照解としてFEMにより導かれた例題4のvon Mises応力の分布を示す。右側のスチフナにおいて高い応力が確認できる。重合メッシュ法により得られたvon Mises

応力を図-20に示す。同図はグローバルメッシュ、ローカルメッシュ、連結メッシュのすべてを重ねて表記している。応力分布は参照解と良好な一致を見せており、適切なモデリングが行われていることが分かる。

5.まとめ

本論文では重合メッシュ法を拡張し、グローバルメッシュの領域外にローカルメッシュを配置するモデリングを可能とするための理論展開を行った。また、拡張された理論に基づくモデリングの方法として、境界を一致させる簡易手法と、連結モデルを用いた手法を提案した。前者は理論的な拡張が不要であり、境界条件を適切に設定できるモデリングを行うことが可能な問題に対して有効である。後者の連結モデルを用いる手法ではローカルメッシュを多層に重合するため、剛性マトリクスの連性成分が非常に多くなり計算時間が増大する欠点があり、連結モデルを作成する負担はあるが、前者のモデリング法では困難と思われる複雑な形状に対してもフレキシブルに適用可能である。

参考文献

- 1) J. Fish, S. Markolefas : Adaptive s-method for linear elastostatics, Computer Method in Applied Mechanics and Engineering, 104, pp.363-396, 1993
- 2) 中住昭吾, 鈴木克幸, 藤井大地, 大坪英臣 : 重合メッシュ法による穴あき板の解析に関する一考察, 計算工学会論文集Vol. 3, pp 145-150, 2001 Vol. 3
- 3) 中住昭吾, 鈴木克幸, 大坪英臣 : 重合メッシュ法とX-FEMを組み合わせた亀裂の解析, 第15回計算力学講演会講演論文集 pp 667-668, 2002
- 4) 山東篤, 鈴木克幸, 大坪英臣 : 重合メッシュ法を用いた形状最適化, 計算工学講演会論文集Vol.8, pp.315-318, 2003
- 5) J. Fish, S. Markolefas, R.Guttal, and P.Nayak: On adaptive multilevel superposition of finite element meshes for linear elastostatics, AppliedNumericalMathematics,14,135-164, 1994

(2004年4月16日 受付)

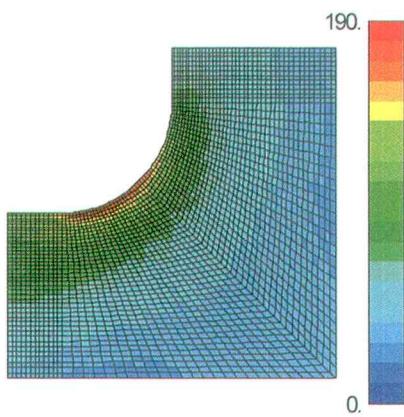


図-13 ローカルメッシュのvon Mises応力

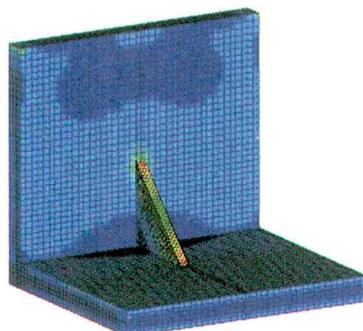


図-14 参照解

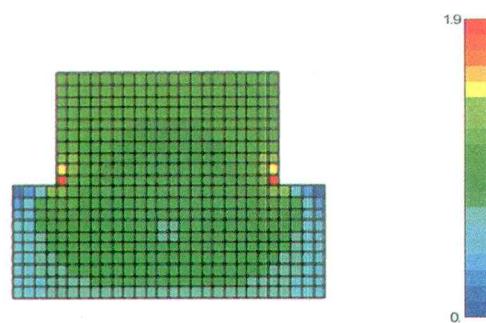


図-17 FEMによる参照解（モデルの一部）

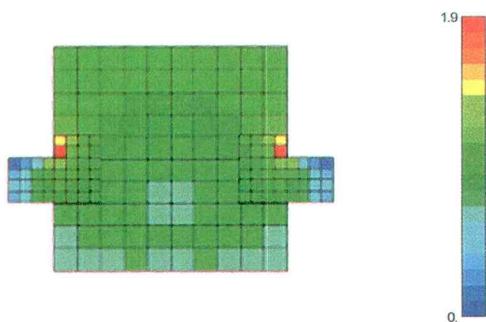


図-18 ローカルメッシュ及び連結メッシュの von Mises応力

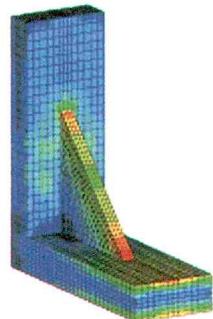


図-15 ローカルメッシュの von Mises 応力

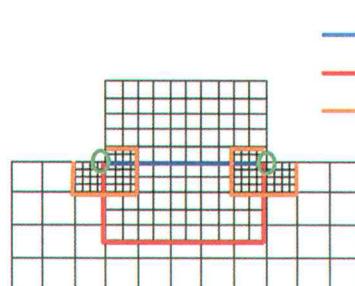


図-16 突起部を有するはりモデルの境界条件

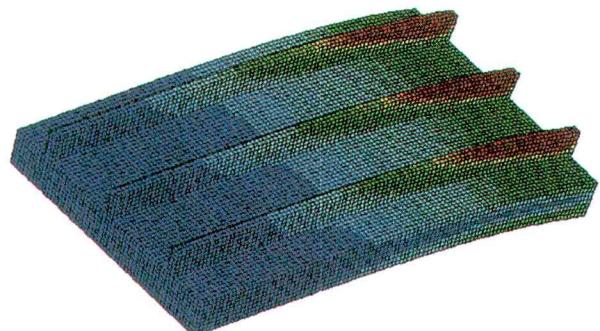


図-19 参照解

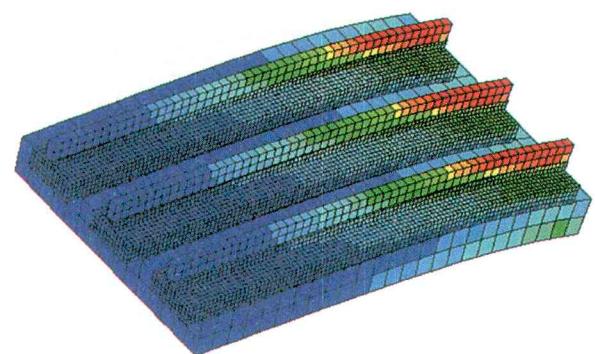


図-20 重合メッシュ法による解