

フィルタ理論を用いた塔状トラスの構造損傷同定

Structural Damage Identification of Tower-Type Truss by Filtering Theory

登坂宣好*, 遠藤龍司**, 武藤俊広***

N.Tosaka, R.Endo, T.Muto

*工博, 日本大学教授, 生産工学部数理工学科 (〒275-8574 習志野市泉町 1-2-1)

** 工博 職業能力開発総合大学校助教授, 建築システム工学科 (〒229-1196 相模原市橋本台 4-1-1)

*** 職業能力開発総合大学校院生, 研究課程, 建築・造形専攻 (〒229-1196 相模原市橋本台 4-1-1)

The structural damage identification analysis is performed for tower-type truss categorized as a cantilever-type structure in the frame work of inverse analysis. As the inverse analysis method three kinds of filtering algorithm based on Wiener filter, projection filter and parametric projection filter are effectively used under the consideration of stochastic properties based on observation data. In order to verify the characteristics of each filter, a practical sized tower-type truss modeled as planer truss is selected in performing numerical example. The notable characteristics of each filtering algorithm in applying inverse analysis are made clear through numerical simulations.

Key Words: structural damage identification, inverse analysis, tower-type truss, filtering algorithms, natural frequencies, stochastic properties

1. はじめに

ドーム等の大空間を構成するシステムに見られるような面的に展開されるトラス構造と並んで, 海洋プラットフォームや電波塔および送電鉄塔等に代表される鉛直方向に展開される塔状システムに対してもトラス構造は多用されている。トラス構造は基本的に軸力のみで応力を伝達する機構であるため, 構造システム全体として剛性が大きくなり脆性的な挙動が支配的である。特に塔状トラスは面的な広がりをもつトラスに比較して支持点の数も限定され, 低次の不静定構造物となる可能性があるため, 暴風や大地震により局所的な損傷を生ずるとシステム全体の崩壊の危険性が懸念される。したがって, 構造安全性の観点から早期に損傷を検出することが必要であろう。従来から, 目視による方法や超音波探傷等による非破壊検査が損傷検出の手法として知られているが, これらの方法は多大な時間と労力を必要とするため, さらに確実に人為的誤差が極力介入しない手法として定期的な構造システムのモニタリングに基づく計算力学を用いた手法の開発が急務となっている。

一般に損傷同定解析は計算力学分野において逆問題として構成され, 実測から得られる観測データを既知量として, 対象とする場やシステムの特性を同定することになる¹⁾。観測データとして様々な力学的な指標が考えられる内でも, 損傷による剛性低下に伴う固有振動数や固有モード等のモーダルパラメータの変化に着目した様々な逆解析

手法による報告がなされている。P.F.Viero と N.Roitman²⁾ は海洋プラットフォームの損傷同定に際し, MAC(Model Assurance Criterion)法等の 5 種類の手法による比較検討を行っている。濱本と近藤³⁾は偏心する多層構造物に対して多変量 ARMA モデルを用いて二段階損傷検出法を提案している。Escobar ら⁴⁾は固有振動数と固有モードから成る感度マトリックス法により鉄筋コンクリート構造物の損傷解析を報告している。さらに, C.G.Koh ら⁵⁾はフレーム構造物の局所損傷を ICM(Improved Condensation Method)により行う手法を報告している。しかし, これらの手法の多くは実測から得られた観測データの観測誤差を考慮した確率ダイナミクスに基づく逆解析とは言い難い。誤差の考慮が可能な逆解析手法の 1 つとしてフィルタ理論に基づくアルゴリズムが知られている^{6), 7)}。

筆者らはこれまでに Wiener フィルタを復元作要素とする拡張 Kalman フィルタのみならず, Wiener フィルタとは異なる評価基準を満足させた射影フィルタや厳しすぎる射影フィルタの評価基準を緩和したパラメトリック射影フィルタを復元作要素とするフィルタアルゴリズムを逆解析手法として, 応力伝達機構の異なる様々な構造物の損傷同定解析を行ってきた^{8)~11)}。さらに軸力を応力伝達機構とするトラス構造物に対しても, 先に述べた 3 種類のフィルタリングアルゴリズムによる損傷同定解析を行い, 逆解析手法としての特性と適応性を報告した¹²⁾。その際対象としたモデルは両端を支持する対称トラスおよび片持ち系トラスである。なかでも片持ち系トラスについては観測デ

ータとしての固有振動数および観測誤差の統計的特性を得るために後に計画した実験を考慮した 9 部材から成る単純な小型モデルによるシミュレーション逆解析を行った。その結果、総じて、いずれのフィルタリングアルゴリズムも精度よく同定可能であるものの、対称トラスの場合と比較してフィルタリング計算に不安定さも散見されるとともに、他の構造形式に比べて比較的多くの繰り返し計算を必要とすること、また、観測データとして高次モードの固有振動数を必要とする等、さらに多くのモデル形状に対する検討が必要となった。これまでに損傷同定の対象となった構造物の多くは、曲げやせん断を主な応力伝達機構とするフレーム構造や鉄筋コンクリート構造であり、軸力を応力伝達機構とするトラス構造を対象とした例は筆者らの報告とともに文献⁹⁾や P.L.Liu の誤差解析¹³⁾による報告に見られるのみで、その数は極めて少なく、特に片持ち系トラスに対する解析例の蓄積が今後必要となろう。

そこで本論では片持ち系トラスとしてカテゴライズされる実スケールに近い塔状トラスを損傷解析の対象として、Wiener フィルタ、射影フィルタおよびパラメトリック射影フィルタに基づくフィルタリングアルゴリズムを逆解析手法として採用し、各フィルタリングアルゴリズムの適応性と特性について検討することを目的とする。損傷解析における計算例では、局所的に部材損傷が生じたことを仮定した固有値計算から求めた固有振動数のみを観測データとする、いわゆるシミュレーション逆解析により、それぞれのフィルタリングアルゴリズムの適応性と特性について検討する。さらに、高次モードの測定が困難なることを想定し、観測データから高次モードに対する固有振動数を除外した場合の逆解析の可能性についても検討を加える。

2. フィルタ理論

ダイナミックシステムの最適ベクトルを決定する手法の 1 つとしてフィルタ理論がある¹⁴⁾。なかでも Kalman フィルタは情報・通信をはじめとする様々な工学分野において多用されてきた。Kalman フィルタは Wiener フィルタを復元作要素とするフィルタとして知られているが、本論では射影フィルタおよびパラメトリック射影フィルタも採用する。以下にフィルタ理論の概要を述べる。

逆解析において対象とするダイナミックシステムは離散時間に対する状態方程式と観測方程式により次式のよう表される。

- ・ 状態方程式

$$\mathbf{z}_{t+1} = \Phi_t \mathbf{z}_t + \Gamma_t \zeta_t \quad (1)$$

- ・ 観測方程式

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{M}_t \mathbf{z}_t + \mathbf{v}_t \quad (2)$$

ここに、 $\mathbf{z}_t$ は t 時間ステップにおける状態ベクトル、 ζ_t はシステム雑音ベクトル、 $\mathbf{y}_t$ は観測ベクトル、 $\mathbf{v}_t$ は観測雑音ベクトル、 Φ_t は状態遷移行列、 Γ_t は駆動行列、 $\mathbf{M}_t$ は

観測行列であり、 $\mathbf{z}_t$ 、 ζ_t 、 $\mathbf{v}_t$ は確率変数ベクトル、 Φ_t 、 Γ_t 、 $\mathbf{M}_t$ は既知の確定行列である。

確率変数ベクトルの統計的性質は以下の様に仮定される。

$$\left. \begin{aligned} E\{\mathbf{z}_0\} &= \bar{\mathbf{z}}_0 \text{ (既知)}, \quad E\{\zeta_t\} = E\{\mathbf{v}_t\} = 0 \\ E\{(\mathbf{z}_0 - \bar{\mathbf{z}}_0)(\mathbf{z}_0 - \bar{\mathbf{z}}_0)^T\} &= \mathbf{R}_0 \\ E\left\{\begin{pmatrix} \zeta_t \\ \mathbf{v}_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \zeta_k \\ \mathbf{v}_k \end{pmatrix}^T\right\} &= \begin{pmatrix} \mathbf{S} & 0 \\ 0 & \mathbf{Q} \end{pmatrix} \delta_{tk} \\ E\{\zeta_t, \mathbf{z}_t^T\} &= E\{\mathbf{v}_t, \mathbf{z}_t^T\} = 0 \quad (t \geq 1) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ここに E は期待値を意味し、 δ は Kronecker のデルタである。また、 $\mathbf{R}_0$ は推定誤差共分散行列の初期値であり、 $\mathbf{S}$ はシステム誤差共分散行列、 $\mathbf{Q}$ は観測誤差共分散行列である。式(3)より $\mathbf{S}$ および $\mathbf{Q}$ は対角行列で与えられる。

式(1)および(2)で構成されるシステムに対し、フィルタ方程式は次式で与えられる。

- ・ フィルタ方程式

$$\hat{\mathbf{z}}_{t/t} = \hat{\mathbf{z}}_{t/t-1} + \mathbf{B}_t(\mathbf{y}_t - \mathbf{M}_t \hat{\mathbf{z}}_{t/t-1}) \quad (4)$$

- ・ フィルタゲイン

$$\mathbf{B}_t = f(\mathbf{M}_t, \mathbf{Q}_t, \mathbf{R}_t) \quad (5)$$

- ・ 初期条件

$$\hat{\mathbf{z}}_{0/-1} = \bar{\mathbf{z}}_0, \quad \hat{\mathbf{R}}_{0/-1} = \mathbf{R}_0 \quad (6)$$

ここに、 $\hat{\mathbf{z}}_{t/t-1}$ は t 時間ステップにおける状態ベクトル $\mathbf{z}_t$ の推定量を意味する。

フィルタ方程式(4)を完成するためには、復元作要素としてのフィルタゲイン(5)を具体的に与える必要がある。本論文ではフィルタゲインとして Wiener フィルタ、射影フィルタおよびパラメトリック射影フィルタ¹⁵⁾を採用する。一般にフィルタゲインとして Wiener フィルタを用いると Kalman フィルタと呼ばれるが、以下にそれぞれの具体的な表現を示す。

- ・ Wiener フィルタ

$$\mathbf{B}_t = \hat{\mathbf{R}}_{t/t-1} \mathbf{M}_t^T (\mathbf{M}_t \hat{\mathbf{R}}_{t/t-1} \mathbf{M}_t^T + \mathbf{Q}_t)^{-1} \quad (7)$$

- ・ 射影フィルタ

$$\mathbf{B}_t = (\mathbf{M}_t^T \mathbf{Q}_t^{-1} \mathbf{M}_t)^{-1} \mathbf{M}_t^T \mathbf{Q}_t^{-1} \quad (8)$$

- ・ パラメトリック射影フィルタ

$$\mathbf{B}_t = \mathbf{M}_t^T (\mathbf{M}_t \mathbf{M}_t^T + \gamma \mathbf{Q}_t)^{-1} \quad (9)$$

また、推定誤差共分散行列 $\hat{\mathbf{R}}_t$ は、それぞれのフィルタに対し、次式の様に与えられる。

- ・ Wiener フィルタに対して

$$\hat{\mathbf{R}}_t = \hat{\mathbf{R}}_{t/t-1} - \mathbf{B}_t \mathbf{M}_t \hat{\mathbf{R}}_{t/t-1} \quad (10)$$

$$\hat{\mathbf{R}}_{t+1/t} = \Phi_t \hat{\mathbf{R}}_{t/t} \Phi_t^T + \Gamma_t \mathbf{S}_t \Gamma_t^T \quad (11)$$

- ・ 射影フィルタおよびパラメトリック射影フィルタに対して

$$\hat{\mathbf{R}}_t = \hat{\mathbf{R}}_{t/t-1} + \mathbf{B}_t (\mathbf{M}_t \hat{\mathbf{R}}_{t/t-1} \mathbf{M}_t^T + \mathbf{Q}_t) \mathbf{B}_t^T - \mathbf{B}_t \mathbf{M}_t \hat{\mathbf{R}}_{t/t-1} \Phi_t^T + \Gamma_t \mathbf{S}_t \Gamma_t^T \quad (12)$$

$$\hat{\mathbf{R}}_{t+1/t} = \Phi_t \hat{\mathbf{R}}_{t/t} \Phi_t^T + \Gamma_t \mathbf{S}_t \Gamma_t^T \quad (13)$$

なお、射影フィルタおよびパラメトリック射影フィルタには直接推定誤差共分散行列が含まれていない点に特徴を有する。それぞれのフィルタをフィルタゲインとしてフィルタ方程式(4)を用いることにより、Wiener フィルタ、射影フィルタおよびパラメトリック射影フィルタに基づくアルゴリズムが構成される。各フィルタゲインを用いたフィルタリングアルゴリズムの特徴は以下のように表すことができる。

Wiener フィルタは未知ベクトル $\hat{\mathbf{z}}$ に関する平均操作を行っていないため、出現確率の高い量ほど制度よく推定される様な評価関数を満足しており、個々の状態ベクトル $\mathbf{z}$ と推定量 $\hat{\mathbf{z}}$ のノルム $\|\mathbf{z} - \hat{\mathbf{z}}\|$ を最良近似する保障は存在しない。

射影フィルタは、この点に関する改良に特徴を有し、観測雑音ベクトルのみに対する平均操作を行う様な評価関数を満足する解として与えられ、基本的な状態ベクトル $\mathbf{z}$ の射影 $\mathbf{Pz}$ が推定量 $\hat{\mathbf{z}}$ と一致する様に構成されている。通常 $\hat{\mathbf{z}}$ はノイズの影響を受けることになり、 $\mathbf{z}$ の最良近似 $\mathbf{Pz}$ のまわりに散らばることになる。

一方、パラメトリック射影フィルタの評価基準は、射影フィルタに対する制御条件を緩和することにより構成されている。射影フィルタに対する制御条件の緩和とそれにとまうノイズの抑制の度合いのバランスはパラメータ $\gamma (>0)$ で調整することになる。一般に逆解析には不安定性を伴うが、安定化する手法として正則化の概念がある。パラメトリック射影フィルタを採用することは、ノイズの統計的な先験情報として推定誤差共分散行列 $\mathbf{Q}$ を用いた正則化を図ることと同じ効果が期待できる¹⁶⁾。

3. フィルタ理論による逆問題の構成

片持ちトラスとしてカテゴリズされたタワー型平面トラスの損傷同定解析を行うに当たり、逆解析手法としてWiener フィルタ、射影フィルタおよびパラメトリック射影フィルタに基づくアルゴリズムを採用し、損傷解析に関する逆問題を構成する。

3.1 塔状トラスモデル

損傷解析の対象とする塔状トラスモデルを図-1 に示し、表-1 にモデルの諸元を示す。本論では各部材について等質等断面を仮定したモデルを正常モデルと呼ぶことにする。これに対して、部材の損傷を軸方向の剛性低下として評価し、いずれか1つの部材の剛性が低下したモデルを損傷モデルと呼ぶことにする。図-1 のモデル内部に書かれている丸囲み数字は損傷を仮定した部材番号を意味する。なお、損傷としての剛性低下はいずれかの部材の剛性が5%およ

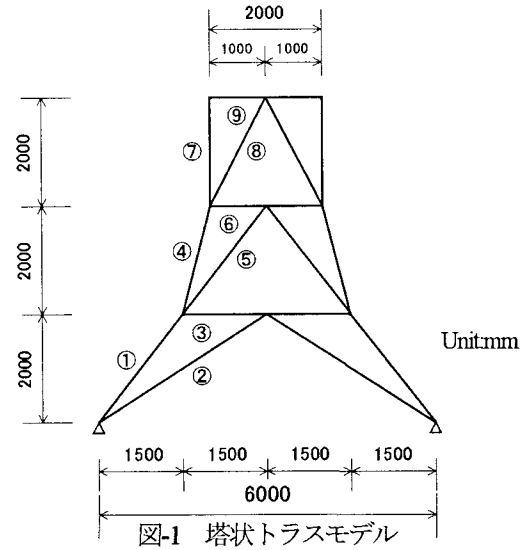


図-1 塔状トラスモデル

表-1 モデルの諸元

断面積 (cm ²)	ヤング係数 (N/mm ²)	密度 (kg/cm ³)
1.00	2.05×10 ⁵	7.84×10 ⁻⁴

び50%低下したことを仮定した。

フィルタリング計算では、損傷にとまう固有振動数の変化に基づき、剛性低下と損傷部材を同定することになる。フィルタリング過程で更新される固有振動数は、接点に質量が集中するものと仮定した次式で表される非減衰の固有振動方程式を用いるものとする。

$$|-\omega^2 \mathbf{M}_s + \mathbf{K}| = 0 \quad (14)$$

ここに ω は固有振動数、 $\mathbf{M}_s$ は質量行列、 $\mathbf{K}$ は材の軸方向の剛性から構成される剛性行列である。

3.2 損傷同定解析

図-1 に示した塔状トラスの損傷として定義した剛性低下とその部材と同定するためにフィルタリングアルゴリズムを用いる。フィルタリングにおける状態量として各部材の剛性を、また観測データとして各モードに対応する固有振動数を採用する。

システムはフィルタリングの過程で時間的遷移構造を持たないことを仮定すると、システム雑音を考慮する必要がないため状態方程式(1)は次式の様に書くことができる。

$$\hat{\mathbf{z}}_{t+1} = \mathbf{I} \hat{\mathbf{z}}_t \quad (\Phi = \mathbf{I}) \quad (15)$$

ここに、 $\mathbf{I}$ は単位行列である。この場合、添字 t は時間ステップを表すことにならず、繰り返す計算の回数を意味することになる。

また、状態量である部材剛性と観測データである固有振動数の関係は非線形であるため、観測方程式(2)は次式の様に非線形に拡張する必要がある。

$$\omega_t = m_t(\mathbf{z}_t) + \mathbf{v}_t \quad (16)$$

ここに ω_t は t フィルタリングステップにおける固有振動

数を意味する観測ベクトルであり、 $m_i(\mathbf{z}_t)$ は $\mathbf{z}_t$ における固有振動数を意味する非線形ベクトル関数である。そこで、式(16)をテイラー展開し高次項を無視すると、感度行列 $\mathbf{M}_t$ をともなった擬似線形化された観測方程式を得る。

$$\omega_t = \mathbf{M}_t \mathbf{z}_t + \mathbf{v}_t \quad (17)$$

$$\text{ここに,} \quad \mathbf{M}_t = \left(\frac{\partial m_i(\mathbf{z}_t)}{\partial \mathbf{z}_t} \right) \quad (18)$$

である。

観測方程式(16)におけるフィルタ方程式は次式で与えられる。

$$\hat{\mathbf{z}}_{t+1/t} = \hat{\mathbf{z}}_{t/t-1} + \mathbf{B}_t [\omega_t - m_i(\hat{\mathbf{z}}_{t/t-1})] \quad (19)$$

非線形に拡張したフィルタ方程式(19)において、フィルタゲイン $\mathbf{B}_t$ として式(7)~(9)を用いることにより、それぞれのフィルタに基づくアルゴリズムが構成される。

損傷同定解析では $\mathbf{z}_t$ をフィルタリング t 回目の剛性、式(19)における $m_i(\mathbf{z}_t)$ を観測データとしての固有振動数とし、フィルタリング過程における各部材の剛性に対する固有振動数を数理モデルとしての固有振動方程式(14)を用いて計算し、 ω_t と $m_i(\mathbf{z}_t)$ が一致するまで逐次繰り返し計算することにより損傷同定に関する逆解析が可能になる。なお、本問題は状態量の時間依存性がないため、フィルタリングの各ステップにおいて同じ観測値を観測するものとした¹⁷⁾。逆解析アルゴリズムの流れを図-2に示す。

3.3 損傷位置の同定

フィルタ理論に基づくアルゴリズムとして、フィルタ方程式(19)を用いた逆解析では観測データとして固有振動数のみを採用しており、振動モード等の位置に関する情報を用いていない。そこで、損傷部材の同定に関しては以下のような評価方法を用いた。

すなわち、観測データである固有振動数と、フィルタリングの過程で更新された状態量である剛性を用いた固有振動数のすべてのモードにおける差から得られる n 番目の部材に対する偏差平方和は V_n 次式で表わすことができる。

$$V_n = \sum_{i=1}^l (\omega_i - m(\mathbf{z}_t^n))_i^2 \quad (20)$$

ここに i はモード次数、 $\mathbf{z}_t$ は t ステップにおける n 番目の部材が低下したときの状態量である。また l は観測データとして用いる固有振動数のモードの総数である。式(20)の偏差平方和を対象とする各部材に対して求め、損傷を仮定したすべての部材に対する偏差平方和の逆数の比をとると、観測データと数理モデルから得られた固有振動数が最も近い部材に対する値が最も大きくなることになり、第 n 番目の部材における損傷の可能性を意味する評価値は次式のように表わすことができる。

$$J_n = \frac{1}{V_n} / \sum_{k=1}^m \frac{1}{V_k} \quad (J_n < 1.0) \quad (21)$$

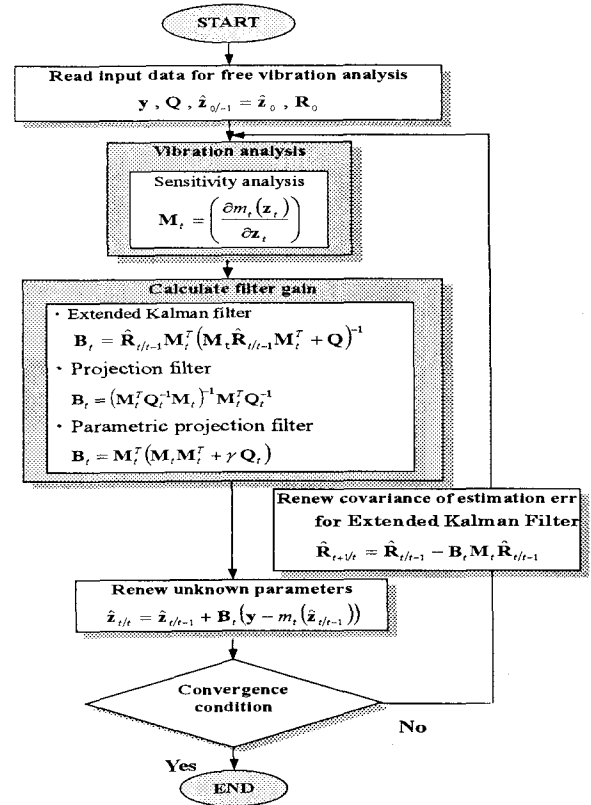


図-2 逆解析アルゴリズムの流れ

ここに、 m は損傷の可能性のある部材の総数である。従って本論におけるトラスではフィルタリング開始時には各部材の評価値は約0.1を示すことになる。

3.4 感度行列の計算

本解析手法はフィルタ方程式を繰り返し計算アルゴリズムとして用いるため、フィルタリングを駆動するためには初期値を与える必要がある。フィルタ方程式には擬似線形化された観測方程式を用いているため、いずれのフィルタリングアルゴリズムもフィルタリング過程が初期値に影響される。初期値の設定は式(18)で与えられる感度行列において、各部材の剛性に対する各モードの固有振動数の変化率を設定する。具体的には状態量としての剛性の変化を設定することになる。

観測データとして用いる固有振動数は式(14)から得られる全モードを考慮すると感度行列は次式のように書くことができる。

$$\mathbf{M}_t = \left(\frac{\partial m_i(\mathbf{z}_t)}{\partial \mathbf{z}_t} \right) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \omega_1}{\partial z_t^1} & \frac{\partial \omega_1}{\partial z_t^2} & \cdots & \frac{\partial \omega_1}{\partial z_t^j} \\ \frac{\partial \omega_2}{\partial z_t^1} & \frac{\partial \omega_2}{\partial z_t^2} & \cdots & \frac{\partial \omega_2}{\partial z_t^j} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \omega_i}{\partial z_t^1} & \frac{\partial \omega_i}{\partial z_t^2} & \cdots & \frac{\partial \omega_i}{\partial z_t^j} \end{bmatrix} \quad (22)$$

ここに ω_i は i 次モードの固有振動数であり、 z_t^j はフィルタリング t ステップにおける j 番の部材剛性を意味する。一般に初期値として微少な損傷を仮定するが、損傷の可能性がある全部材同時に微少な損傷を仮定してもフィルタリングは駆動できる。しかし、このような設定では、特に射影フィルタを用いた場合、フィルタリング計算が収束しない場合やフィルタリングが駆動できない場合を生ずることが経験上わかっている。そこで本解析では、感度行列で初期値を与える際、式(22)においてまず任意の一部材が微少な損傷を生ずるものとし、フィルタリングを駆動した後、各部材が順次損傷が生ずることを仮定するアルゴリズムを用いた。また、感度行列の実際の計算に当っては前進差分近似を用いた。

3.5 統計的性質の設定

フィルタ理論に基づく逆解析手法は、観測データに含まれる誤差を統計的に考慮できる点に特徴を有する。本シミュレーション逆解析では固有振動数の 10% を標準偏差とするような誤差の分布を仮定し、これより求めた分散を観測雑音共分散行列 $\mathbf{Q}$ の対角成分として設定した。また、拡張 Kalman フィルタに基づくアルゴリズムにおいては、観測雑音のみならず、初期状態量に関する誤差も考慮できる。本逆解析においては状態誤差を考慮する初期推定誤差共分散行列の対角成分として 1.0 を設定し、非対角成分として 0.0 を与えた。

4. 逆解析結果の検討と考察

Wiener フィルタ、射影フィルタおよびパラメトリック射影フィルタに基づくアルゴリズムを逆解析手法とし、平面トラスとしてモデル化した塔状トラスの損傷同定解析を行った。本研究では、まず微少損傷として 5% の剛性低下を一部材に仮定した損傷解析を行うことにより、各フィルタリングアルゴリズムの適応性について検討し、続いて比較的大きな損傷として 50% の剛性低下を一部材に仮定した場合についても同様の検討を行った。

塔状トラスは大規模になるにつれて部材数・自由度が増し、観測データとしての固有振動数を全モードにわたって測定することは困難になる。そこで観測データとして用いる高次モードに対応する固有振動数を除外し低次モードから同定に必要な観測データの数 (次元) について検討を加える。

なお、シミュレーション逆解析におけるフィルタリング計算の収束条件は以下のように与えることとする。

$$\|\hat{\mathbf{z}}_{t+1} - \hat{\mathbf{z}}_t\| \leq 1.0 \times 10^{-6} \quad (23)$$

また、同定結果を表わすグラフは、いずれも横軸にはフィルタリング回数を、縦軸には剛性低下を表わす状態量および式(21)で計算される損傷位置を意味する評価値の無次元量を表わしている。フィルタリングを駆動するための初期値に関しては、先に述べた方法により試行の結果から基本的に正常剛性の 5% の剛性低下を与えることにする。本論では、各フィルタリングにおいて、特徴的な結果が得られ

た部材 No.2, No.6, No.7 について示すことにする。なお、その他の部材に関する結果はいずれも精度よく損傷が同定されていることを付記する。

4.1 各フィルタリングアルゴリズムによる同定解析の検討

図-3(a)~(c)に部材 No.2, 6 および 7 に微少損傷として 5% を仮定した場合の Wiener フィルタに基づくアルゴリズムによる同定結果を示す。図中の横実線は損傷を仮定した剛性低下率を表わしており、状態量が 0.95 の実線上に収束することにより損傷は精度よく同定されたことになる。また、損傷部材を同定する評価値は、損傷を仮定した部材の値が最も大きくなることにより損傷部材が精度よく同定されたことになる。これ以降に示す各フィルタおよび剛性低下率の異なる結果はすべて部材 No.2, 6 および 7 について示すものとする。部材 No.2 および 7 はフィルタリング回数 23~25 回程度で状態量は目標値に収束し、評価値も損傷を仮定した No.2, 7 が最も大きくなり精度よく同定されていることがわかる。しかし、No.6 に損傷を仮定した場合は 2 回のフィルタリングで計算を終了している。計算終了時では式(23)で与えた収束判定値満足しているものの、他の部材に損傷を仮定した場合に比べ、評価値が上昇仕切れておらず、不安定な計算過程である懸念を拭いきれない。そこで初期値を正常剛性の 6% 以上として計算したところ、仮定した損傷が 5% の剛性低下であるにもかかわらず、他の部材の場合と同様に安定したフィルタリング計算が得られた。

図-4(a)~(c)に 5% の剛性低下率を仮定した射影フィルタに基づくアルゴリズムを用いた同定結果を示す。Wiener フィルタの結果に比べ、少ないフィルタリング回数で微少損傷を精度よく同定していることがわかる。特に No.2 に関しては 2 回の繰り返し計算で収束判定を満足するとともに、損傷部材を意味する評価値も損傷を仮定した部材の値がほぼ 1 に達している。

図-5(a)~(c)にパラメトリック射影フィルタに基づくアルゴリズムにおいて正則化パラメータとして $\gamma = 0.1$ を設定した場合の結果を示す。総じて、すべての部材に関し微少損傷を精度よく同定している。フィルタリング過程は射影フィルタの結果と基本的に類似しており、状態量は 2 回程度のフィルタリングで目標値近傍に達し、ほぼ 10 回程度の安定した繰り返し計算で収束していることがわかる。さらに、図-6(a)~(c)に $\gamma = 100$ を設定した場合の結果を示す。いずれの結果も収束判定値を満たすまでに多くの繰り返し計算を必要とし、また状態量は目標値に達しておらず、誤差が生じていることがわかる。基本的に、パラメトリック射影フィルタはパラメータ γ を大きく設定すると多くの繰り返し計算を必要とする。毎回のフィルタリング過程における状態量の変化も小さいことから、パラメータ γ を大きく設定することにより、収束性に関する繰り返し計算の安定性が優先されて、フィルタリング感度が鈍くなると考えられる。これに起因して、微少損傷の同定に誤差が生じたものと考えられる。

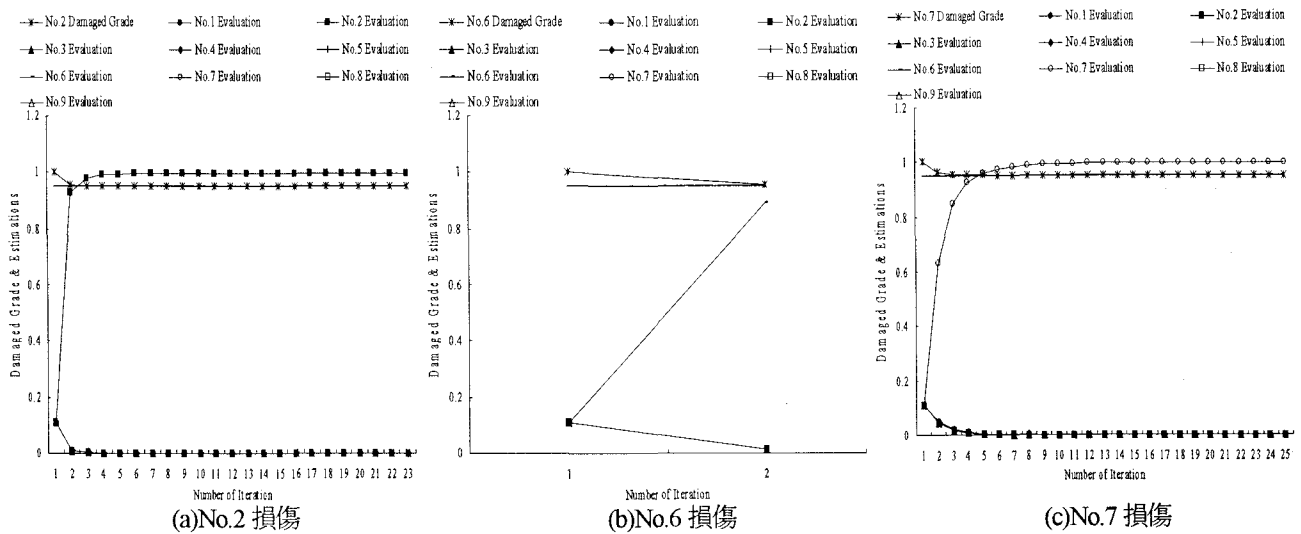


図-3 Wiener フィルタに基づくアルゴリズムによる同定結果 5%損傷

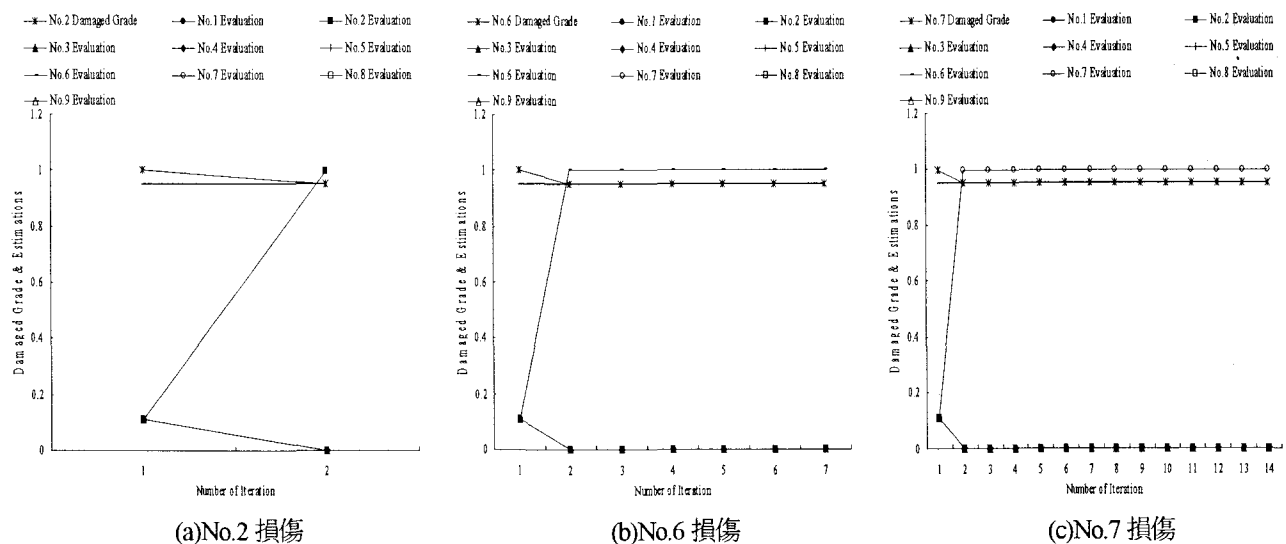


図-4 射影フィルタに基づくアルゴリズムによる同定結果 5%損傷

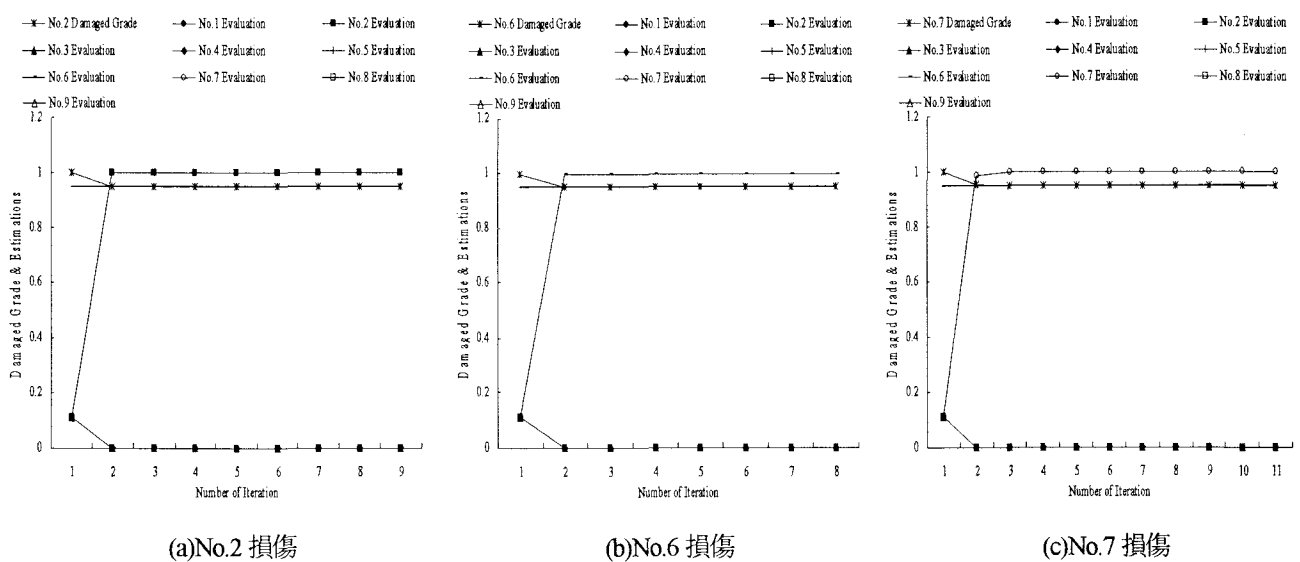


図-5 パラメトリック射影フィルタ ($\gamma = 0.1$) に基づくアルゴリズムによる同定結果 5%損傷

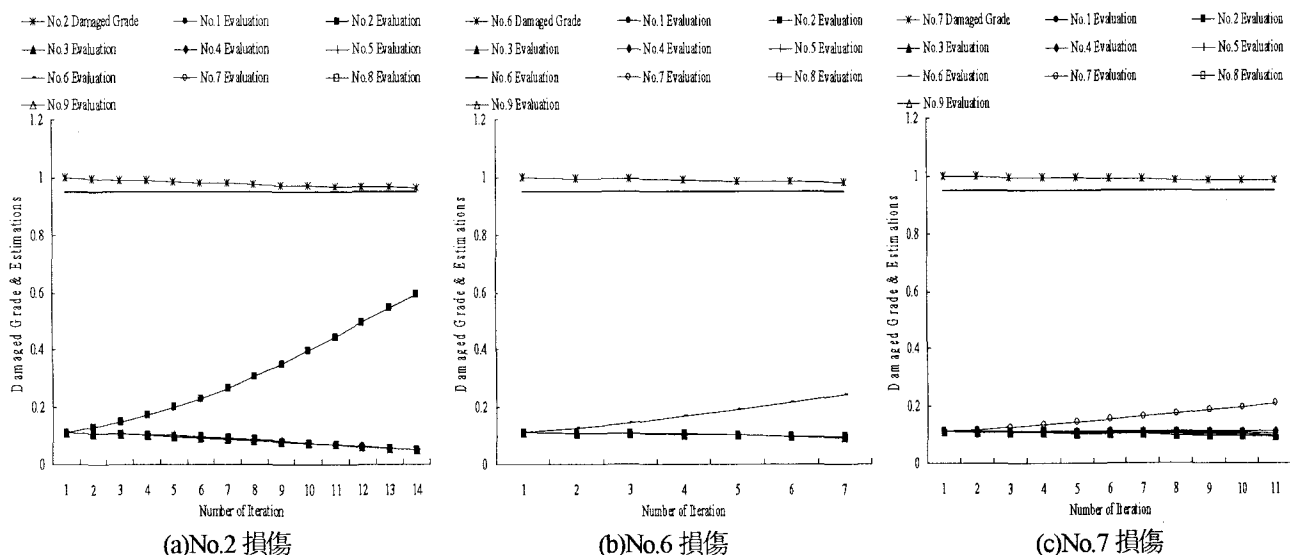


図-6 パラメトリック射影フィルタ ($\gamma = 100$) に基づくアルゴリズムによる同定結果 5%損傷

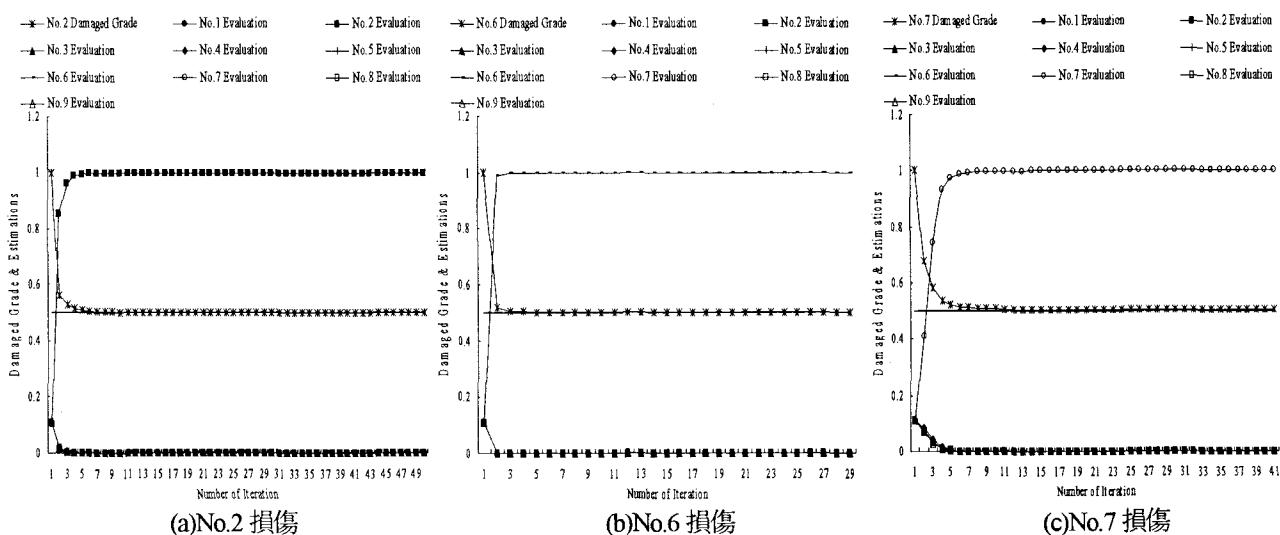


図-7 Wiener フィルタに基づくアルゴリズムによる同定結果 50%損傷

次に比較的大きな損傷として、各部材の剛性が 50%低下した場合の各フィルタに基づくアルゴリズムによる結果を示す。状態量は 0.5 の実線に収束することにより精度よく同定されたことになる。図-7(a)~(c)に Wiener フィルタによる結果を示す。損傷が大きくなったことにより状態量が目標値近傍に到達するとともに収束するまでの繰り返し計算も多く必要となるが、いずれの部材に関しても剛性低下率および損傷部材を表わす評価値も極めて精度よく同定されていることがわかる。

図-8(a)~(c)に射影フィルタによる結果を示す。Wiener フィルタに比べ、状態量は急激に損傷を仮定した目標値近傍に達し、一部の例外(No.4 および No.8、ただし本論では割愛している結果の例)を除き極めて少ない繰り返し計算で収束している。フィルタの概要でも述べたように、射影フィルタは Wiener フィルタの推定誤差共分散行列やパラメトリック射影フィルタの正則化パラメータの様に繰り返し計算の安定性に寄与するタームは含まれていないものの、状態量の射影が推定量と一致する様に構成されているに起因しているものと考えられる。

図-9(a)~(c)にパラメトリック射影フィルタにおいて、パラメータ $\gamma = 0.1$ を設定した結果を示す。状態量は急激に目標値近傍に到達し、少ない繰り返し計算で収束するフィルタリング過程は射影フィルタに極めて類似している。

図-10(a)~(c)にパラメトリック射影フィルタにおいて、パラメータ $\gamma = 100$ を設定した結果を示す。いずれの部材に関しても状態量は緩やかに変化し、目標値近傍に到達するまでに多くの繰り返し計算を必要としている。先のパラメータ γ を小さく設定した場合のフィルタリング過程が射影フィルタに類似しているのに対し、パラメータ γ を大きく設定すると、そのフィルタリング過程は Wiener フィルタのそれに類似するようになる。また、本論では割愛した結果ではあるが、部材 No.8 の同定では、状態量が目標に到達せず、評価値も大きくなる部材が存在しない結果となった。これは部材 No.8 が剛性低下しても、他の部材の場合に比べ固有振動数の変化が小さく、損傷感度が鈍くなるような大きな値をパラメータに設定したことによるものと考えられる。

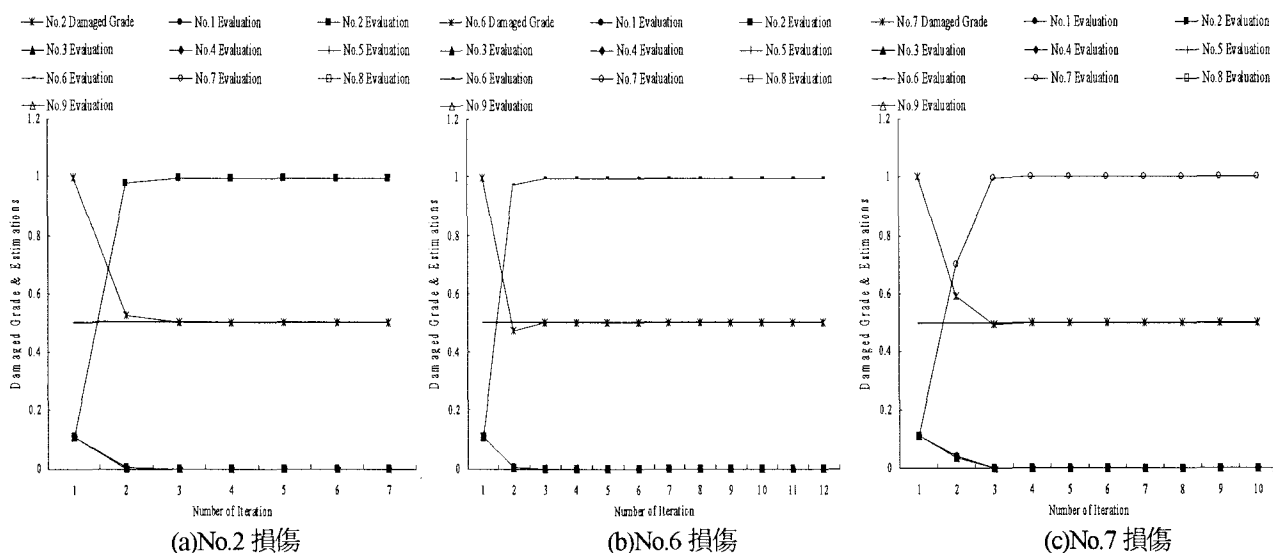


図-8 射影フィルタに基づくアルゴリズムによる同定結果 50%損傷

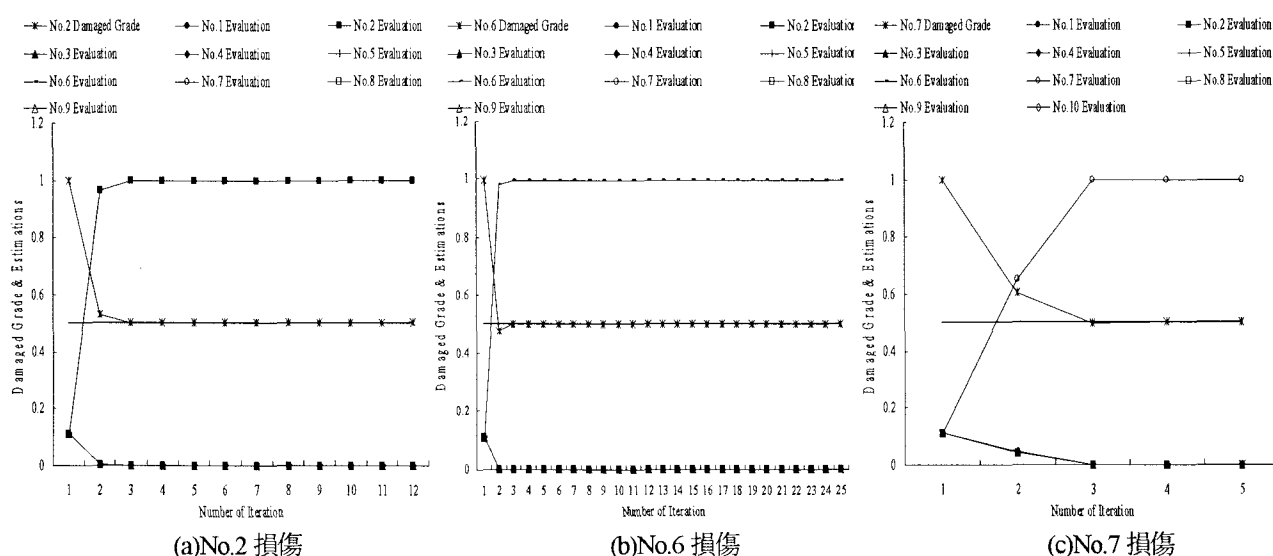


図-9 パラメトリック射影フィルタ ($\gamma = 0.1$) に基づくアルゴリズムによる同定結果 50%損傷

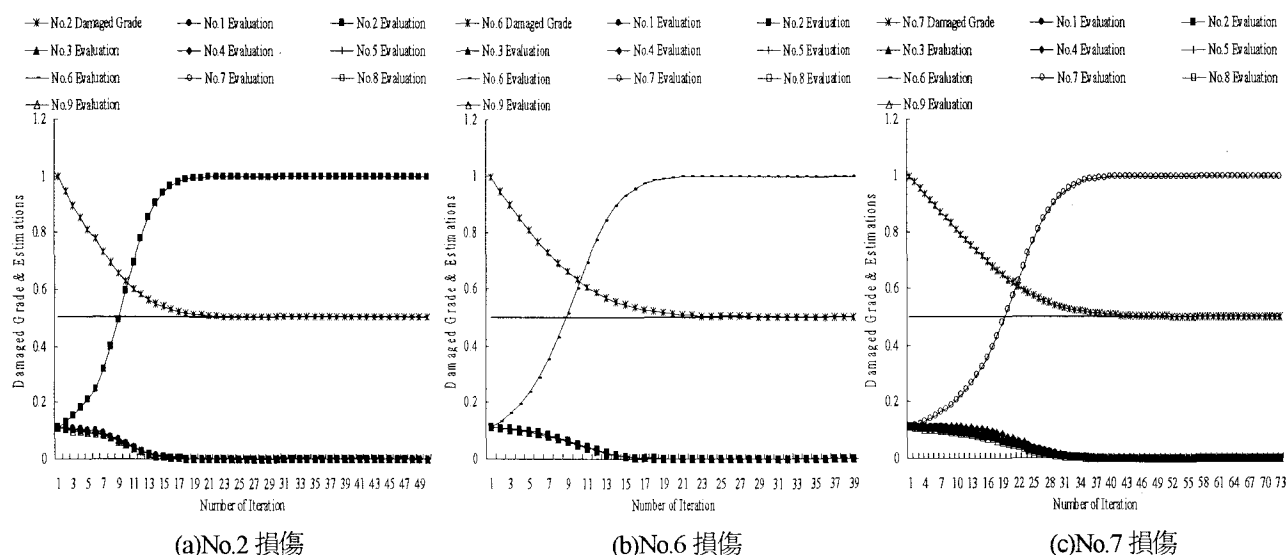


図-10 パラメトリック射影フィルタ ($\gamma = 100$) に基づくアルゴリズムによる同定結果 50%損傷

表-2 観測データを低減したとき同定値

(a) Wiener フィルタ

部材番号		No.1		No.2		No.3		No.4		No.5		No.6		No.7		No.8		No.9	
状態量・評価値		状態量	評価値	状態量	評価値	状態量	評価値	状態量	評価値	状態量	評価値	状態量	評価値	状態量	評価値	状態量	評価値	状態量	評価値
観測 デー タの 数	18	0.499	1.000	0.500	1.000	0.501	1.000	0.505	1.000	0.501	1.000	0.500	1.000	0.501	1.000	0.502	1.000	0.505	0.997
	17	0.500	1.000	0.501	1.000	0.501	1.000	0.501	1.000	0.501	1.000	0.500	1.000	0.501	1.000	0.505	0.998	0.501	1.000
	16	0.500	1.000	0.502	1.000	0.501	1.000	0.501	1.000	0.501	1.000	0.500	1.000	0.501	1.000	0.501	1.000	0.501	1.000
	15	0.500	1.000	0.501	1.000	0.501	1.000	0.501	1.000	0.501	1.000	0.500	1.000	0.501	1.000	0.501	1.000	0.501	1.000
	14	0.500	1.000	0.501	1.000	0.501	1.000	0.501	1.000	0.501	1.000	0.500	1.000	0.501	1.000	0.501	1.000	0.500	1.000
	13	0.500	1.000	0.501	1.000	0.501	1.000	0.501	1.000	0.501	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.501	1.000	0.938	0.095
	12	0.500	1.000	0.500	1.000	0.501	1.000	0.501	1.000	0.501	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.501	1.000	0.998	0.110
	11	0.500	1.000	0.501	1.000	0.501	1.000	0.501	1.000	0.501	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.501	1.000	0.974	0.110
	10	0.500	1.000	0.500	1.000	0.501	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.501	1.000	0.990	0.099
	9	0.500	1.000	0.500	1.000	0.504	0.997	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.502	1.000	0.996	0.099
	8	0.500	1.000	0.500	1.000	0.501	0.999	0.500	1.000	0.500	1.000	0.677	0.080	0.502	0.996	0.503	0.996	0.981	0.015
	7	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.678	0.081	0.504	0.990	0.503	0.995	0.993	0.013
	6	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.501	1.000	0.501	1.000	0.948	0.096	0.523	0.597	0.501	1.000	1.000	0.057
	5	0.500	1.000	0.502	1.000	0.502	0.998	0.501	1.000	0.506	0.952	0.861	0.003	1.000	0.083	0.518	0.909	1.000	0.083
	4	0.500	1.000	0.500	1.000	0.508	0.978	0.500	1.000	0.510	0.957	0.861	0.003	0.998	0.070	0.500	1.000	1.000	0.105
	3	0.500	1.000	0.547	0.010	0.509	0.958	0.501	0.997	0.505	0.981	0.933	0.003	0.995	0.052	0.513	0.979	1.000	0.110
	2	0.500	1.000	1.084	0.004	0.502	0.257	0.501	0.987	0.718	0.000	1.000	0.091	0.999	0.051	0.515	0.969	1.000	0.103
	1	0.502	0.004	0.907	0.018	0.997	0.066	0.978	0.059	0.971	0.016	—	—	—	—	0.984	0.061	—	—

(b) 射影フィルタ

部材番号		No.1		No.2		No.3		No.4		No.5		No.6		No.7		No.8		No.9	
状態量・評価値		状態量	評価値	状態量	評価値	状態量	評価値	状態量	評価値	状態量	評価値	状態量	評価値	状態量	評価値	状態量	評価値	状態量	評価値
観測データの数	18	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000
	17	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000
	16	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000
	15	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000
	14	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000
	13	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	—	—	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000
	12	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	—	—	0.500	1.000	0.500	1.000	0.529	0.876
	11	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	—	—	0.500	1.000	0.500	1.000	1.005	0.128
	10	0.500	1.000	0.500	1.000	—	—	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	—	—	0.500	1.000	0.499	0.999
	9	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0.500	1.000
	8	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	7	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

(c) パラメトリック射影フィルタ

部材番号		No.1		No.2		No.3		No.4		No.5		No.6		No.7		No.8		No.9	
状態量・評価値		状態量	評価値	状態量	評価値	状態量	評価値	状態量	評価値	状態量	評価値	状態量	評価値	状態量	評価値	状態量	評価値	状態量	評価値
観測データの数	18	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000
	17	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000
	16	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000
	15	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000
	14	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000
	13	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000
	12	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.988	0.118
	11	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.989	0.119
	10	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.875	0.123
	9	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.959	0.110
	8	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.955	0.013
	7	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.842	0.010
	6	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.969	0.104	0.500	1.000	0.500	1.000	1.001	0.053
	5	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.793	0.034	1.001	0.062	0.500	1.000	1.004	0.001
	4	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.996	0.055	0.966	0.040	0.500	1.000	1.000	0.114
	3	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	1.000	0.995	0.031	1.013	0.053	0.500	1.000	1.000	0.104
	2	0.500	1.000	1.332	0.021	0.500	1.000	0.500	1.000	1.218	0.002	0.992	0.070	0.054	1.005	0.500	1.000	1.000	0.103
	1	0.500	1.000	0.619	0.000	0.993	0.064	0.891	0.000	0.939	0.000	—	—	—	—	—	—	—	—

4.2 逆解析に必要な観測データ数の検討

先に示した各フィルタに基づくアルゴリズムでは、式(14)により求めた18次モードまでの全モードを観測データとした結果を示した。しかし、多部材で構成されるトラス構造では、高次モードまでの固有振動数の測定が困難な場合が考えられる。そこで、本逆解析では観測データとしての固有振動数を高次モードから徐々に減らし、50%の剛性低下を仮定した損傷同定をそれぞれのアルゴリズムについて行い、損傷を仮定した部材の状態量および評価値が最終的に収束した値を表-2(a)~(c)に示す。

各表の網掛けは損傷を同定できなかった解析を表わし、「-」はフィルタリングが駆動しなかった結果である。Wiener フィルタおよびパラメトリック射影フィルタに基づくアルゴリズムでは、部材 No.9 の同定において高次モードまで用いた逆解析を行わなければならないものの、この部材を除けば8~9次モード程度で各部材の損傷を精度よく同定していることがわかる。一方、射影フィルタを用いた場合では、14次モード以上の固有振動数まで用いた逆解析を行わないと、フィルタリングそのものが駆動しないことがわかる。図-1からもわかる様に部材 No.9 は最上部の水平材であり、地震等では基本的に大きな軸力が生じない部材であると考えられるとともに、剛性の変化が固有振動数に与える影響が小さい部材であるために、いずれのアルゴリズムを用いても多くの観測データが必要になると思われる。なおパラメトリック射影フィルタを用いた場合にはさらに適切なパラメータ γ を選択できる可能性があり、総合的に鑑みてトラス構造に対する損傷同定ではパラメトリック射影フィルタが有効であると筆者らは考えている。今後、立体トラス等により実測された観測データおよび観測誤差の統計的性質を用いた同定解析により、各フィルタの適応性と特性をさらに詳細に検討する所存である。

5. まとめ

損傷同定に関する逆解析モデルとして片持ち系トラスとしてカテゴライズされた、比較的大型の塔状トラスを用い、Wiener フィルタ、射影フィルタおよびパラメトリック射影フィルタに基づくアルゴリズムを逆解析手法として損傷同定解析を行い、それぞれのフィルタリングアルゴリズムの本解析モデルに対する適応性と特性について検討した。本研究でおこなったシミュレーション逆解析により得られた知見をまとめると以下の様になる。

- 1) 観測データとして高次モードまでを用いた場合、いずれのフィルタリングアルゴリズムを用いた逆解析でも、総じて精度のよい同定結果が得られた。
- 2) Wiener フィルタに基づくアルゴリズムを逆解析手法とした場合、基本的に状態量が損傷を仮定した目標値に達する過程は穏やかであり、比較的安定したフィルタリング計算が可能である。
- 3) 射影フィルタに基づくアルゴリズムを逆解析手法とした場合、状態量は急激に目標値に接近する傾向が見られる。

- 4) パラメトリック射影フィルタに基づくアルゴリズムを逆解析手法とした場合、パラメータ γ の選択が同定精度に影響し、 γ として大きな値を設定した場合の微小損傷は、同定できない部材が見られた。このことから鑑みパラメータ γ を大きく設定することは、フィルタリング過程で観測誤差共分散が小さくならず、このため、安定したフィルタリング計算が優先されるため、フィルタリングの感度を鈍くするものと考えられる。また、パラメータ γ を小さく設定すると、フィルタリング過程は射影フィルタに類似し、逆に大きく設定すると Wiener フィルタに類似する傾向が見られる。
- 5) 塔状トラスのように部材が複雑に配置された片持ち系トラス構造物は、比較的安定した同定結果が得られる両端を支持した対象トラスとは異なり、各フィルタともに初期値に依存する傾向が見られた。また、材の剛性が変化しても固有振動数に大きく影響しない部材も存在し、全部材の損傷同定を行うためには高次モードまでの固有振動数を用いる必要がある。しかし、本解析モデルでは最上部の水平部材を除けば、Wiener フィルタとパラメトリック射影フィルタは8~9次程度のモードまでを用いることにより精度良く損傷を同定することが可能であった。これに対して射影フィルタを用いた場合には高次モードまでの固有振動数を観測データとする必要があり、低次のモードだけの観測データではフィルタリングが駆動しないことになった。

以上、3種類のフィルタリングアルゴリズムを用いた逆解析に基づき塔状トラス構造物に対する各フィルタリングアルゴリズムの適応性と特性を示した。

参考文献

- 1) 土木学会：土木工学における逆解析手法、丸善、2000
- 2) P.F.Viero and N.Roitman：Application of some damage identification methods in offshore platforms, Marine Structure 12, pp.107-126, 1999
- 3) 濱本卓司、近藤一平：鉛直・水平方向探索を用いた偏心を有する多層構造物の二段階損傷検出、日本建築学会構造系論文集、第519号、pp21-28, 1999
- 4) J.A.S.Escobar, O.L.Betiz and M.Sugawara：センシティブティ・マトリックスによる鉄筋コンクリート構造物の損傷解析、日本建築学会構造系論文集、第508号、pp93-100, 1998
- 5) C.G.Koh, L.M.See and T.Balenda：Damage detection of buildings, Numerical and experimental studies, Journal of structural engineering, Vol.121, No.8, pp1155-1160, 1995
- 6) 村上章、長谷川高士：構造工学・地盤工学における Kalman フィルタの適用、農業土木学会論文集、158, pp.95-104, 1992
- 7) 登坂宣好、大西和榮、山本昌宏：逆問題の数理と解析、偏微分方程式の逆解析、東大出版会、1999
- 8) 川上善嗣、遠藤龍司、登坂宣好：フィルタリングアル

- ゴリズムを用いた大型浮遊式海洋構造物模型の損傷同定解析, 日本建築学会構造系論文集, 第 547 号, pp.215-222, 2001
- 9) 遠藤龍司, 登坂宣好, 川上善嗣, 塩田寿美子: パラメトリック射影フィルタに基づくアルゴリズムを用いた大型浮遊式海洋建築物模型の損傷同定解析, 日本建築学会構造系論文集, 第 559 号, pp.237-244, 2002
- 10) 遠藤龍司, 百里富美子, 登坂宣好: 拡張 Kalman フィルタを用いたフレーム構造模型の損傷同定解析, 構造工学論文集, Vol.46B, pp.27-33, 2000
- 11) 遠藤龍司, 塩田寿美子, 登坂宣好: 射影フィルタに基づくアルゴリズムを用いたフレーム構造模型の損傷同定解析, 構造工学論文集, Vol.47B, pp.15-20, 2001
- 12) 遠藤龍司, 登坂宣好, 川上善嗣, 武藤俊広: フィルタリングアルゴリズムを用いた平面トラスの損傷同定解析, 構造工学論文集, Vol.50B, pp.293-302, 2004
- 13) P.L.Liu: Identification and damage detection of truss using modal data, Journal of Structural Engineering, Vol.121, No.4, pp.599-608, 1995
- 14) 片山徹: 応用カルマンフィルタ, 朝倉書店, 1993
- 15) 登坂宣好: フィルタ理論による計算工学の逆問題, 機械の研究, 第 49 巻 1 号, pp.118-126, 1997
- 16) 登坂宣好, 遠藤龍司, 川上善嗣: 離散的逆問題における射影フィルタの適応化, 日大生産工学部第 32 回学術講演会, pp.73-76, 1999
- 17) 村上章, 登坂宣好, 堀宗朗, 鈴木誠: 有限要素法・境界要素法による逆問題解析—カルマンフィルタと等価介在物法の応用—, コロナ社, 2002

(2004 年 4 月 16 日 受付)