

# 固体の微小変形計測のための高精度変位場計測手法の開発

Development of highly accurate displacement field measurement system for infinitesimal deformation of solids

中 嶋 誠 門\*・小 国 健 二\*\*・堀 宗 朗\*\*\*

Makoto NAKAJIMA, Kenji OGUNI and Muneo HORI

\*正会員 修士 (工学) 鹿島建設 (株) 技術研究所 (〒 182-0036 東京都調布市飛田給 2-19-1)

\*\*正会員 Ph.D. 東京大学助手 東京大学地震研究所 (〒 113-0032 東京都文京区弥生 1-1-1)

\*\*\*正会員 Ph.D. 東京大学教授 東京大学地震研究所 (〒 113-0032 東京都文京区弥生 1-1-1)

This paper describes the new algorithms for highly accurate displacement field measurement system to measure the infinitesimal deformation of solids. The proposed methods are based on digital image analysis. The first method, namely, "PIV with vernier" employs the pixel-shifting method to increase the resolution of the image and thus, improve the accuracy of the measurement. The second method, namely, "relaxed spatio-temporal gradient method" can handle the field with displacement gradient. Combining these two methods, measurement can be performed with wide dynamic range and the deformation of the solids can be measured with the accuracy of 1/30 pixel.

**Key Words :** *subpixel PIV, spatio-temporal gradient method, image analysis, infinitesimal deformation*

## 1. はじめに

### 1.1 研究の背景と目的

現在広く用いられている材料試験は、計測対象の一部に設置したセンサーの情報を計測対象全体を代表するものとみなし、例えば、材料の平均ひずみと平均応力の関係から平均物性を求めるというものである。しかし、対象が不均質かつ日本列島のように広大な領域である場合、逆に分子レベルの極めて小さい領域である場合、あるいは、臓器のようにセンサーを取り付けることが不可能な場合には従来の試験方法では対応できない。様々な空間スケールの不均質材料に対応可能な非破壊・非接触状態での物性計測手法が必要となる。

通常、弾性係数・ポアソン比などの材料の力学特性の計測のためには、材料の変形と力を計測する必要がある。しかし、近年提案された Elasticity Inversion<sup>1)</sup>によれば、ひずみ分布のみの計測により不均質材料の弾性係数・ポアソン比などの力学特性の分布の同定が可能となる。Elasticity Inversionは局所 Taylor 展開が可能な変位場が力の釣り合いを満たすという条件の下、最適な材料定数の分布を求める手法である。

力のつりあい条件は応力の微分量で表現されるため、Elasticity Inversionに基づいて材料特性の一樣でない分布を計測するためには、少なくともひずみの2階微分を同定できる高精度の変位場計測が必要となる。変位前後の物体を撮影し、物体の変形状態を把握する画像計測・画像解析は、非破壊・非接触かつあらゆるスケールの計測対象を扱えると言う点で、Elasticity Inversion

のための変位場計測手法として、有力な候補である。

画像を用いて物体の変位を計測する代表的な手法として PIV (Particle Image Velocimetry) がある<sup>2)</sup>。これは2時刻間で撮像されたデジタル画像のパターンマッチングを統計処理によって行うものであり、近年の画像計測用ハードウェアの進歩と共に注目を集めた。高精度化に向けた試みも数多く為され、現在はサブピクセル PIV や時空間勾配法などの開発により 10 分の 1 ピクセル程度の変位検出が可能となっている。

ただし、PIVはそもそも流体の速度分布計測のために開発された手法であり、変位同定に関して、流体の速度分布計測に必要な精度は既に得られており、最近の PIV 研究のトレンドは計測の時間分解能 (スピード) の向上<sup>3)</sup>や3次元計測 (ステレオ計測<sup>4)</sup>) への取り組みである。しかし、Elasticity Inversionのための変位場計測手法としては現在の精度では不十分である (例えば、0.1% のひずみ計測のためには 10 ピクセル分の長さに対して 100 分の 1 ピクセルの変位計測精度が必要である)。

画像解析により固体の微小変形を検出するためには、変位計測を高精度で行うことが最も重要な課題となる。その際、変形速度の計測を必要としない本研究では計測の時間分解能は犠牲にしても構わない。固体の微小変形の計測に特化するという前提条件の下、計測方法・画像解析アルゴリズムの工夫により、現在のハードウェアで得られる変位場計測精度の限界を見ることが本研究における目的となる。

## 1.2 目的達成への基本的な枠組み

本研究において要求される変位場計測の精度は従来のPIVなどの手法に比べて非常に高い。しかし一方で、計測対象を固体の微小変形に特化することにより、変位場計測の高精度化に近づくことができる可能性がある。そこでまず、従来のPIVの主な計測対象である流体と比較した固体の微小変形の特性を以下にまとめる。

- 物体の空間スケールに対して変形が小さい。
- 乱流、渦流などの現象がない。
- 変形状態の保持が容易である。
- 亀裂先端などの特異場の存在。

以上の諸特性を画像計測および変位計測の観点で書き改めると以下ようになる。

- 変形を微小量として扱うことができる。
- 変位場の空間的補間の妥当性が保証される。
- 同じ状態を保ったまま複数枚の画像の取得が可能。
- 局所的剛体変位は仮定できない。

本研究では、これらの条件を利用しながら新たな高精度変位場計測手法の開発に取り組む。

## 2. 既存手法の位置づけ

本節では、まずデジタル光学機器による画像計測の基本原則を整理する。次に基本原則から見た既存手法(PIV・時空間勾配法)の位置づけ<sup>5)</sup>を示し、そこで用いられる仮定と手法の限界を明確にする。固体の微小変形計測のための高精度変位場計測手法の開発方針はこれらの考察から導かれる。

### 2.1 画像計測

被写体を平面  $P_1$  上に固定し、レンズ  $L$  を介して  $P_2$  面上にその像をつくる(図-1)。結像に光の干渉が関与しない場合において、 $P_1$  面においた点光源  $O$  がレンズ  $L$  を通って  $P_2$  面につくる像  $O'$  の強度分布が  $h(x, \xi)$  と表されとする。このとき、 $P_1$  面においた被写体表面の強度分布  $f(\xi)$  と  $P_2$  面につくられる像の強度分布  $g(x)$  は、

$$g(x) = \int_{P_1} h(x, \xi) f(\xi) d\xi$$

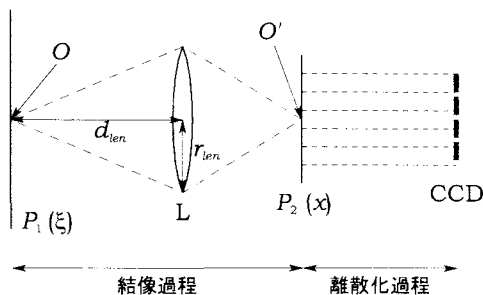


図-1 光学結像

の関係で結ばれる。さらに、理想的なレンズにおいては  $h(x, \xi)$  は画像上の任意の位置で不変、かつ  $h(x, \xi) = h(x - \xi)$  となり、

$$g(x) = \int_{P_1} h(x - \xi) f(\xi) d\xi \quad (1)$$

となる。 $f(\xi)$ 、 $g(x)$ 、 $h(x)$  はそれぞれ原画像、劣化画像、点像強度分布 (PSF: Point Spread Function) と呼ばれる。また、 $\xi \in \mathbb{R}^2$ 、 $x \in \mathbb{R}^2$  はそれぞれ  $P_1$ 、 $P_2$  面を規定する直交座標系で記述され、そのノルムはレンズの倍率によって基準化される。

連続的な二次元画像をデジタル技術で扱うためには、連続関数を一定間隔の離散的なデータに変換する(量子化する)必要がある。通常は、 $M \times N$  の等間隔に配置したサンプル点  $p^{mn} = (x_1^m, x_2^n)$  をデジタル画像の各ピクセル中央に配し、その点における輝度関数値をピクセルの輝度値として参照する。したがって、各ピクセルの輝度値は次のように定義される。

$$g^{mn} = g(x_1^m, x_2^n) \quad (2)$$

ただし、用いる CCD 撮像素子として FT-CCD を想定し開口率はほぼ 100 % とする。さらに各ピクセルによる開口率および感光率の違いは無いものと仮定する。

しかし、ピクセル内で輝度が一定であることを仮定した式(2)によるピクセル輝度値の表現は、連続関数である原画像の情報を間引いてサンプリングしたものであり、変位分布計測の高精度化を阻む要因となる。そこで、本研究では、CCD 素子表面での輝度分布も考慮に入れ、ピクセル輝度値を以下のように定義する。

$$g^{mn} = \int_{A^{mn}} g(x) dx \quad (3)$$

ただし、 $A^{mn} \equiv \{x \mid |x_1 - x_1^m| \leq \frac{\Delta_1}{2}, |x_2 - x_2^n| \leq \frac{\Delta_2}{2}\}$  であり、 $\Delta_1$ 、 $\Delta_2$  はそれぞれ、 $x_1$ 、 $x_2$  方向の画素の辺長である。

### 2.2 画像解析による変位場計測

画像解析による変位場計測は、計測対象上の点  $x$  の  $x + u(x)$  への移動に伴い、原画像が  $f(x)$  から  $f(x - u(x))$  に変化するという仮定に基づき、変位前後の画像計測データから  $u(x)$  を求める逆問題である。式(1)によると、変位前後での原画像と劣化画像の関係は、PSF を用いて、

$$\begin{aligned} \text{変位前: } g(x) &= \int_{P_1} h(x - \xi) f(\xi) d\xi \\ \text{変位後: } \hat{g}(x) &= \int_{P_1} h(x - \xi) f(\xi - u(\xi)) d\xi \end{aligned} \quad (4)$$

と表される。ここで、 $\hat{g}(x)$  は変位後の劣化画像を表す。

式(4)において、原画像の量み込みとして表現される劣化画像に関して、 $\hat{g}(x) = g(x - u(x))$  は一般の  $u(x)$

に対して成立しない．つまり，計測対象上の変位分布は劣化画像上に現れる変位分布とは必ずしも一致しない．ただし，式 (4) の積分範囲， $P_1$  において  $\mathbf{u}(\boldsymbol{\xi}) = \mathbf{u}_c$ ，すなわち計測対象の局所的並進を仮定した場合，

$$\begin{aligned}\hat{g}(\mathbf{x}) &= \int_{P_1} h(\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}) f(\boldsymbol{\xi} - \mathbf{u}_c) d\boldsymbol{\xi} \\ &= \int_{P_1} h((\mathbf{x} - \mathbf{u}_c) - (\boldsymbol{\xi} - \mathbf{u}_c)) f(\boldsymbol{\xi} - \mathbf{u}_c) d\boldsymbol{\xi} \\ &= g(\mathbf{x} - \mathbf{u}_c)\end{aligned}\quad (5)$$

より，例外的に  $\hat{g}(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x} - \mathbf{u}_c)$  が成立し，劣化画像上の変位分布が計測対象の変位分布と一致する．

PIV は局所的並進の仮定から導かれる式 (5) に基づき，変位前後の劣化画像から切り出した小領域（マスク） $S$  の輝度値の相互相関関数，

$$R(\mathbf{u}_c) = \frac{1}{S^2} \int_S g(\mathbf{x}) \hat{g}(\mathbf{x} + \mathbf{u}_c) d\mathbf{x} \quad (6)$$

を用いて  $\mathbf{u}_c$  を推定する統計的解析手法である． $R(\mathbf{u}_c)$  を最大化する  $\mathbf{u}_c$  がマスク  $S$  の変位量とみなされる．

ピクセル単位で離散化された劣化画像を用いた PIV では，変位量  $\mathbf{u}_c$  の探索は画素（ピクセル）単位に制限される．したがって，原理的に変位分解能は 1 画素以下にはなりえない．画素単位で離散化された変位量  $\mathbf{u}_c^{mn} = (m\Delta_1, n\Delta_2)$  に対して，離散化された相互相関関数は

$$R^{mn} = \sum_{i=i_{\min}, j=j_{\min}}^{i_{\max}, j_{\max}} g^{ij} \hat{g}^{(i+m)(j+n)} \quad (7)$$

となる．ここで， $i_{\min} \leq i \leq i_{\max}$ ， $j_{\min} \leq j \leq j_{\max}$  はマスク  $S$  の構成画素に対応する添え字である． $R^{mn}$  の最大値を与える  $\mathbf{u}_c^{mn}$  がマスクの変位量とされる．

1 画素以下（サブピクセル）の変位分解能を与えるとされるサブピクセル PIV は，ピクセル単位の相互相関関数値をガウス分布や二次曲線などを用いて補間し，相互相関関数値の極大点に対応する  $\mathbf{u}_c$  をマスクの変位量とみなす手法である．サブピクセル PIV では見かけ上の変位分解能は向上するが，任意の画像・撮像系・変形状態に対して相互相関関数値がなめらかな関数によって補間される必然性はなく，その信頼性は乏しい．

ここまで述べた PIV は，画像計測により得られた輝度値（スカラー量）から変位分布を統計的に推定する画像解析手法である．これに対し，輝度値の勾配（ベクトル量）に基づいて変位分布を推定する画像解析手法が，時空間勾配法である<sup>5)</sup>．

計測対象上での変位場  $\mathbf{u}(\mathbf{x})$  に対応する輝度値の変化量  $\Delta f(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x} - \mathbf{u}(\mathbf{x})) - f(\mathbf{x})$  は，微小変位 ( $\mathbf{u}(\mathbf{x}) \ll 1$ ) を仮定すると，

$$\Delta f(\mathbf{x}) = -\nabla f(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{u}(\mathbf{x}) \quad (8)$$

で近似される．したがって，劣化画像の輝度値の変化量  $\Delta g(\mathbf{x}) = \hat{g}(\mathbf{x}) - g(\mathbf{x})$  は，式 (4) より，

$$\Delta g(\mathbf{x}) = - \int_{P_1} h(\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}) \nabla f(\boldsymbol{\xi}) \cdot \mathbf{u}(\boldsymbol{\xi}) d\boldsymbol{\xi} \quad (9)$$

となる．既存の時空間勾配法では，PIV と同様に  $P_1$  において  $\mathbf{u}(\boldsymbol{\xi}) = \mathbf{u}_c$ ，すなわち計測対象の局所的並進を仮定する．これより，式 (9) は，

$$\Delta g(\mathbf{x}) = -\mathbf{u}_c \cdot \int_{P_1} h(\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}) \nabla f(\boldsymbol{\xi}) d\boldsymbol{\xi} \quad (10)$$

となる．劣化画像の輝度変化  $\Delta g(\mathbf{x})$  が計測対象の局所的並進量  $\mathbf{u}_c$  と劣化画像の輝度勾配の内積で表現されるため，時空間勾配法においても計測される劣化画像のみを用いることで，仮定に基づいた変位場が推定される．具体的には変位前後の劣化画像から切り出したマスク  $S$  において輝度変化の二乗誤差，

$$E(\mathbf{u}_c) = \int_S \left[ \Delta g(\mathbf{x}) + \mathbf{u}_c \cdot \int_{P_1} h(\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}) \nabla f(\boldsymbol{\xi}) d\boldsymbol{\xi} \right]^2 d\mathbf{x} \quad (11)$$

を最小とする  $\mathbf{u}_c$  をマスク  $S$  の変位量として推定すればよい．

ピクセル単位で離散化された劣化画像を用いた  $\mathbf{u}_c$  の推定では，式 (11) のマスク  $S$  上での積分がマスク内の各ピクセルの輝度変化の二乗誤差の和の形で表される．PIV と異なり， $\mathbf{u}_c$  の探索範囲はピクセル単位の制限を受けない．離散化に伴う主な制限は，劣化画像の輝度勾配の誤差が大きくなることを防ぐために，ピクセル内で激しく振動するような極端に高周波成分が卓越する輝度分布を持つ計測対象を避けなくてはならないことである．

この手法の固体の変形解析への適用を考えると，むしろマスク内で一定の並進量の仮定が問題となる．例えば，マスク内で一様なひずみ状態に対応する変位分布はマスク内で一定の並進ではない．固体のひずみ計測に必要な精度での変位場計測のためには，マスク内で一定の並進量を仮定しない時空間勾配法による高精度化が必要である．

画像解析による変位計測の既存手法は表-1 のようにまとめられる．本研究で提案する高精度変位分布計測手法は，計測対象を固体の微小変形に特化することにより，それぞれの手法の「仮定・制約の見直し」と「組

表-1 画像解析による既存の変位計測手法のまとめ

|           | PIV | 時空間勾配法 |
|-----------|-----|--------|
| 解析に用いる物理量 | 輝度値 | 輝度勾配   |
| 局所的並進の仮定  | 使う  | 使う     |
| 離散化による制約  | あり  | なし     |

み合わせ」を行い、高精度化を図るものである。具体的には「高解像度画像を用いた PIV」と「局所的並進の仮定を緩和した時空間勾配法」を組み合わせた手法を開発する。

### 3. 画素ずらしを用いた副尺付き PIV

本節では、低画素数の CCD カメラを用いて見かけ上高解像度の画像を得る手法「画素ずらし」を PIV に採り入れ、変位分解能をピクセル単位からサブピクセル単位に上げることを目的とした画像解析手法「副尺付き PIV」を提案する。副尺付き PIV では、変位前あるいは変位後いずれか一方でのみ画素ずらしを実施し、得られた高解像度画像 1 枚と低解像度画像 1 枚の比較に基づく PIV により変位場を決定する。

#### 3.1 高解像度 PIV

動体を被写体とした画素ずらしで精度のよい高解像度画像を得るためには一連の撮像を瞬時に行う技術が必要となるが、本研究が対象とする固体の微小変形の計測では被写体の位置・変形を長時間一定に保つことができる。したがって、「光源の状態が一定である」・「クリープなどの時間依存型変形が無視できる」時間範囲内であれば、光学系を精密に制御しながら複数の画像データを取得できる。この点において、画素ずらしを用いた副尺付き PIV は、固体の微小変形計測に特化して変位分解能の向上を目指す解析手法と言える。

$M \times N$  画素の CCD カメラを用いて画素ずらし撮影を行い、見かけ上  $(K+1)M \times (L+1)N$  画素の高解像度画像を得ることを考える。ここで、 $K, L$  はそれぞれ正の偶数である。いま、画素の辺長  $\Delta_1, \Delta_2$  をそれぞれ  $K, L$  等分した長さ  $\delta_1 = \Delta_1/K, \delta_2 = \Delta_2/L$  を単位として画素ずらし撮像を行う。 $x_1, x_2$  方向にそれぞれ  $k, l$  サブピクセル計測対象を動かしたときに  $mn$  番目の画素で計測される輝度値は、式 (3) より、

$$\begin{aligned} g_{kl}^{mn} &= \int_{A^{mn}} \int_{P_1} h(\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}) f(\boldsymbol{\xi} - \boldsymbol{\delta}^{kl}) d\boldsymbol{\xi} d\mathbf{x} \\ &= \int_{A^{mn}} g(\mathbf{x} - \boldsymbol{\delta}^{kl}) d\mathbf{x} \\ &= \int_{A_{kl}^{mn}} g(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \end{aligned} \quad (12)$$

となる。ここで、 $\boldsymbol{\delta}^{kl} = (k\delta_1, l\delta_2)$ 、 $A_{kl}^{mn} \equiv \{\mathbf{x} | |x_1 - (x_1^m - k\delta_1)| \leq \frac{\Delta_1}{2}, |x_2 - (x_2^n - l\delta_2)| \leq \frac{\Delta_2}{2}\}$ 、 $k = -\frac{K}{2}, \dots, 0, \dots, \frac{K}{2}$ 、 $l = -\frac{L}{2}, \dots, 0, \dots, \frac{L}{2}$  である。これらの輝度値を図-2 のように入れ子状配置することにより、見かけ上  $(K+1)M \times (L+1)N$  画素の高解像度画像が得られる。

変位前後それぞれの計測対象に対して、画素ずらしによる撮像の有無に応じて、表-2 のような画像データ

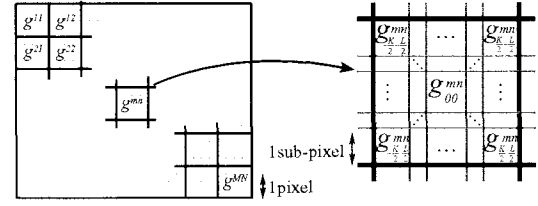


図-2 画素ずらしによる高解像度画像

表-2 画素ずらしにより得られる画像データ

|     | 画素ずらしなし        | 画素ずらしあり             |
|-----|----------------|---------------------|
| 変位前 | $g^{mn}$       | $g_{kl}^{mn}$       |
| 変位後 | $\hat{g}^{mn}$ | $\hat{g}_{kl}^{mn}$ |

が取得できる。いま、画素ずらしにより得られる変位前劣化画像  $g_{kl}^{mn}$  を、入れ子状配置により見かけ上の高解像度画像を得るためのパーツとみなさず、 $k, l$  を固定して考えると、 $g_{kl}^{mn}$  は  $\delta^{kl}$  だけサブピクセル並進した計測対象が与える劣化画像とみなすことができる。

変位前後において画素ずらし撮像を行い、式 (7) にならって、 $i_{\min} \leq i \leq i_{\max}, j_{\min} \leq j \leq j_{\max}$  で切り出されるマスク  $S$  における変位前後の画素ずらし劣化画像  $g_{kl}^{mn}, \hat{g}_{kl}^{mn}$  について相互相関関数を定義すると、

$$R_{klk'l'}^{mn} = \sum_{i=i_{\min}, j=j_{\min}}^{i_{\max}, j_{\max}} g_{kl}^{ij} \hat{g}_{k'l'}^{(i+m)(j+n)} \quad (13)$$

となる。 $R_{klk'l'}^{mn}$  の最大値を与える  $m, n, k, l, k', l'$  に対応するサブピクセル変位、

$$(m\Delta_1 - k\delta_1 + k'\delta_1, n\Delta_2 - l\delta_2 + l'\delta_2)$$

がマスク  $S$  の変位量とされる。変位前後で画素ずらしを行う、つまり、変位前後で見かけ上の高解像度画像の作成が可能な計測データに基づき変位量を同定するこの手法を高解像度 PIV とよぶ。

#### 3.2 副尺付き PIV

高解像度 PIV で求まる変位量は、

$$\begin{aligned} &(m\Delta_1 - k\delta_1 + k'\delta_1, n\Delta_2 - l\delta_2 + l'\delta_2) \\ &= (m\Delta_1 + (k' - k)\delta_1, n\Delta_2 + (l' - l)\delta_2) \end{aligned}$$

であり、 $R_{klk'l'}^{mn} = R_{(k'-k)(l'-l)}^{mn}$  である。したがって、変位前あるいは変位後のいずれか一方でのみ画素ずらしを行い、変位前後の劣化画像を比べることにより、原理的には変位前後で画素ずらしを行う高解像度 PIV と同じ変位同定精度が得られることが予想される。具体的には、変位前においてのみ画素ずらし撮像を行い、式 (7) にならって、 $i_{\min} \leq i \leq i_{\max}, j_{\min} \leq j \leq j_{\max}$  で切り出されるマスク  $S$  における変位前の画素ずらし劣化

表-3 各種 PIV の比較

|       | 通常                     | 高解像度                             | 副尺付き                             |
|-------|------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| 画像データ | $g^{mn}, \hat{g}^{mn}$ | $g_{kl}^{mn}, \hat{g}_{kl}^{mn}$ | $g_{kl}^{mn}, \hat{g}_{kl}^{mn}$ |
| 同定精度  | ピクセル                   | サブピクセル                           | サブピクセル                           |
| 解像度   | ピクセル                   | サブピクセル                           | ピクセル                             |

画像  $g_{kl}^{mn}$  と、変位後の劣化画像  $\hat{g}^{mn}$  について相互相関関数を定義すると、

$$R_{kl}^{mn} = \sum_{i=i_{\min}, j=j_{\min}}^{i_{\max}, j_{\max}} g_{kl}^{ij} \hat{g}^{(i+m)(j+n)} \quad (14)$$

となる。  $R_{kl}^{mn}$  の最大値を与える  $m, n, k, l$  に対応するサブピクセル変位、

$$(m\Delta_1 - k\delta_1, n\Delta_2 - l\delta_2)$$

がマスク  $S$  の変位量とされる。この手法を新たに副尺付き PIV と名づける。

副尺付き PIV では、変位前後のいずれか一方でのみ画素ずらしを行うだけで、つまり、相対的に少ないデータに基づいて高解像度 PIV と同じ変位同定精度が得られる。一見したところ、高解像度 PIV で相対的に多いデータを取得することの利点は見つけにくい、その利点は、副尺付き PIV よりも高い変位場の解像度に現れる。つまり、高解像度 PIV では、変位が同定される点がサブピクセル間隔で配置される。通常の PIV・高解像度 PIV・副尺付き PIV の特徴を表-3 にまとめる。

表-3 に基づく考察から、変位計測の空間分解能よりも変位同定精度の向上を主目的とする本研究では副尺付き PIV が、データ量の軽減、解析時間の短縮の観点から最適であると言える。また、副尺付き PIV では、変位前に画素ずらしを実施して複数枚の画像データを蓄積しておけば、変位後は通常のピクセル画像を 1 枚だけ取得すればよい。したがって、動的載荷における変形計測への適用を考えても、副尺付き PIV の優位性が認められる。

#### 4. 局所的並進を仮定しない時空間勾配法

前節の「副尺付き PIV」による変位の同定精度はサブピクセル（高々10分の1ピクセル）である。副尺付き PIV を相関値の補間によるサブピクセル PIV と組み合わせることで見かけ上の変位分解能をさらに向上させることはできるが、これは統計的な処理に依る部分が大きく、信頼性は乏しい。

固体の微小変形を対象とする変位場計測では、伸縮やせん断などひずみを伴う変形を想定する必要がある。特に、亀裂先端などの特異場周域では物体に大きなひずみが生じているため、副尺付き PIV で用いられる局

所的並進の仮定は大きな誤差要因となる。そこで本節では、画像の輝度勾配に基づく画像解析手法「時空間勾配法」における「局所的並進」の仮定を緩和した画像解析手法「一様方向変位場時空間勾配法」を提案する。「一様方向変位場時空間勾配法」により、副尺付き PIV で実現可能な（高々10分の1ピクセル程度の）サブピクセルの変位分解能を超えることが可能となる。

##### 4.1 原画像を用いた時空間勾配法

計測対象上での微小変位場、 $\mathbf{u}(\mathbf{x}) \ll 1$  を仮定し、輝度勾配が既知の画像について、輝度値変化を入力として変位場を推定する逆解析は、式 (8)、すなわち、

$$\Delta f(\mathbf{x}) = -\nabla f(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{u}(\mathbf{x}) \quad (15)$$

を  $\mathbf{u}(\mathbf{x})$  について解く問題である。平面画像（2次元問題）を計測対象とする場合、画像解析による変位場同定は、2次元ベクトル値連続関数、 $\mathbf{u}(\mathbf{x})$  をスカラー値連続関数、 $\Delta f(\mathbf{x})$  に基づいて決定する問題となり、特別な仮定を導入せずに解くことは原理的に不可能である。

原画像を用いた時空間勾配法では、劣化画像を用いた既存の時空間勾配法において式 (9) から式 (10) への展開の際に導入した、局所的に（マスク  $S$  内で）一定の並進運動、

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \mathbf{u} \quad \text{in } S \quad (16)$$

の仮定で変位場を拘束することにより、自由度の低減を図る。マスク  $S$  における輝度変化の二乗誤差

$$E(\mathbf{u}) = \int_S [\Delta f(\mathbf{x}) + \nabla f(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{u}]^2 d\mathbf{x} \quad (17)$$

を最（極）小化する条件、 $\partial E / \partial u_1 = 0, \partial E / \partial u_2 = 0$  より得られる  $\mathbf{u}$  をマスク  $S$  の局所的並進変位量とする。

##### 4.2 復元画像を用いた時空間勾配法

実際の計測においては、式 (15) の原画像の輝度勾配・輝度変化の連続関数は得られない。計測で得られるものは、撮像による劣化画像と、それに対応する復元画像のみである。特に、CCD カメラなどのデジタル機器を用いた計測で得られるデータは、劣化画像・復元画像ともに離散的にサンプリングされたものであり、変位場の逆解析のためには離散的な定式化が必要である。

既存の、劣化画像を用いた時空間勾配法では式 (16) の局所的並進運動に対して、式 (11) に示す、劣化画像から切り出したマスク  $S$  における輝度変化の二乗誤差を離散的に評価したもの、

$$E(\mathbf{u}) = \sum_{m,n} [\Delta g^{mn} + \mathbf{u} \cdot \nabla g^{mn}]^2 d\mathbf{x}$$

を最小化する条件、 $\partial E / \partial u_1 = 0, \partial E / \partial u_2 = 0$  より得られる  $\mathbf{u}$  をマスク  $S$  の局所的並進変位量とする。こ

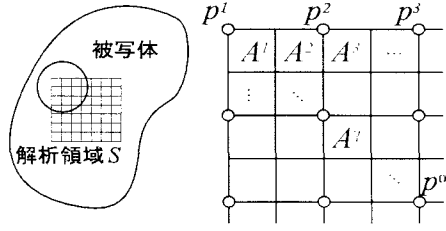


図-3 変位計測点の設置

こで、

$$\Delta g^{mn} = \int_{A^{mn}} (\hat{g}(\mathbf{x}) - g(\mathbf{x})) d\mathbf{x}$$

$$\nabla g^{mn} = A^{mn} \int_{P_1} h(\mathbf{p}^{mn} - \boldsymbol{\xi}) \nabla f(\boldsymbol{\xi}) d\boldsymbol{\xi}$$

である。実際の計測では、 $\Delta g^{mn}$  が CCD カメラの各画素の輝度値であり、 $\nabla g^{mn}$  は計測された輝度値の空間的補間により決定される。

固体の微小変形を対象とする変位場分布計測では、式(16)の仮定は妥当ではない。さらに、変位場の自由度の低減により式(15)を変位に関して解ける問題にするという、式(16)導入の主目的を鑑みると、「局所的並進」は強すぎる仮定であり緩和の余地がある。むしろ、式(16)は劣化画像を用いた画像解析を行うことの妥当性を根拠付ける仮定としての色合いが強い。

復元画像の利用を前提とすると、式(16)は必ずしも必要な仮定ではなくなる。そこで、固体の微小変形に対するより妥当な変位場として、

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \sum_{\alpha} \psi^{\alpha}(\mathbf{x}) \mathbf{u}^{\alpha} \quad (\mathbf{u}^{\alpha} = \mathbf{u}(\mathbf{p}^{\alpha})) \quad (18)$$

の形のなめらかな関数  $\psi^{\alpha}(\mathbf{x})$  による補間が可能な「なめらかな変位場」を仮定する。変位場に関する領域の離散化は図-3のように、変位推定点  $\mathbf{p}^{\alpha}$  を画素の頂点に2画素おきに配置したものとする。

輝度勾配の場合  $\nabla f(\mathbf{x})$  は各画素で計測される劣化画像の輝度に対応する復元画像の輝度に基づいて決定される。いま、輝度値の連続関数が変位場と同様、なめらかな関数  $\varphi^{\beta}(\mathbf{x})$  を用いて

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{\beta} \varphi^{\beta}(\mathbf{x}) \bar{f}^{\beta} \quad (19)$$

と表されるとする。ここで、係数  $\bar{f}^{\beta}$  は、復元画像の輝度値  $\tilde{f}^{\gamma}$  と、 $\tilde{f}^{\gamma} = \int_{A^{\gamma}} f(\mathbf{x}) d\mathbf{x}$  の関係で結ばれ、

$$\bar{f}^{\beta} = (C^{-1})^{\beta\gamma} \tilde{f}^{\gamma} \quad \left( C^{\gamma\beta} = \int_{A^{\gamma}} \varphi^{\beta}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \right)$$

で与えられる。復元画像の輝度勾配は、

$$\nabla \tilde{f}(\mathbf{x}) = \sum_{\beta} \nabla \varphi^{\beta}(\mathbf{x}) \bar{f}^{\beta} \quad (20)$$

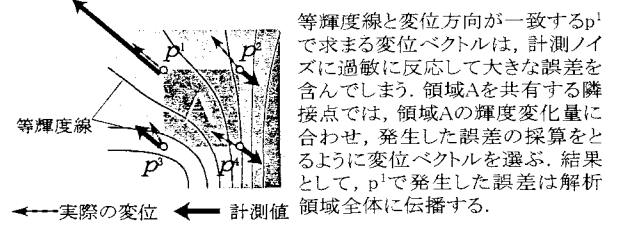


図-4 計測変位ベクトルの誤差

により、復元画像の輝度値  $\tilde{f}^{\gamma}$  に基づいて決定される。

式(15)、式(18)、式(20)より、復元画像の輝度変化・離散化された変位・輝度勾配の関係は、

$$\Delta \tilde{f}^{\gamma} = - \int_{A^{\gamma}} \nabla \tilde{f}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{u}(\mathbf{x}) d\mathbf{x}$$

$$= M^{\gamma\eta} U^{\eta} \quad (21)$$

と表される。ここで、

$$M^{\gamma\eta} = \begin{cases} - \int_{A^{\gamma}} \nabla \tilde{f}_1(\mathbf{x}) \psi^{\frac{\eta+1}{2}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} & \text{for } \eta: \text{奇数} \\ - \int_{A^{\gamma}} \nabla \tilde{f}_2(\mathbf{x}) \psi^{\frac{\eta}{2}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} & \text{for } \eta: \text{偶数} \end{cases}$$

$$U^{\eta} = \begin{cases} u_1^{\frac{\eta+1}{2}} & \text{for } \eta: \text{奇数} \\ u_2^{\frac{\eta}{2}} & \text{for } \eta: \text{偶数} \end{cases}$$

である。輝度が計測される画素に対して、図-3のように変位推定点を配置した場合、一般に  $M^{\gamma\eta}$  は正方行列ではない。 $\Delta f(\mathbf{x})$  の計測点の数が  $\mathbf{u}(\mathbf{x})$  の推定点の数の2倍以上ある領域、すなわち  $4 \times 6$  ピクセル以上の大きさの領域を考えると、式(21)より、変位ベクトル  $[U]$  は、

$$[U] = [[M]^T [M]]^{-1} [M]^T [\Delta \tilde{f}] \quad (22)$$

すなわち、計測から求まる復元画像の輝度値変化と輝度勾配から推定される輝度値変化との二乗誤差を最小化する変位場として与えられる。

ところが、どのような画像に対しても式(21)の  $M^{\gamma\eta}$  の条件数は大きく ( $10^5$  のオーダー)、式(22)により求められる  $[U]$  は  $[\Delta \tilde{f}]$  の微小な計測誤差に過敏に反応する。これは、輝度の離散的計測データを用いて式(19)に基づいて決定されるなめらかな輝度値分布には必ず、等輝度線が存在することに起因する。具体的には、図-4に示すように、ある変位推定点での変位方向が等輝度線と平行な場合、本来、変位前後での輝度変化は生じない。しかし、計測誤差により見かけ上の輝度変化が生じると、式(22)の二乗誤差最小化による変位推定では輝度変化を生じさせるために、この変位推定点に実際とはかけ離れて大きな変位を与えることになる。さらに、この計測誤差に伴う推定誤差は式(18)で補間されるため、隣接する変位推定点の変位にも誤差を与える。この問題を回避するためには、正解の変位が輝度変

化を生じさせない場合、つまり変位方向が等輝度線と一致する場合や輝度勾配が小さい場合に、その領域の変位推定点を、式 (22) の誤差評価式から除外する必要がある。しかし、各変位推定点での変位方向は式 (22) を解くまでわからないので、事前に輝度変化を生じさせない推定点を選び出すことはできない。

#### 4.3 一様方向変位場時空間勾配法

ここでは、式 (22) の不安定性を回避するために変位場にさらに拘束条件、「局所的一様方向変位」の仮定を加える。固体では流体のような局所的な渦や乱流は発生しにくく、支配的な変位モードを並進、剛体回転、伸縮およびせん断変形に限定することができる。このことに着目し、「微小領域内での変位方向の一様性」を仮定する。つまり、領域（マスク  $S$ ）内の変位場はマスク内で一定の角度  $\theta$  を用いて、

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \sum_{\alpha} \psi^{\alpha}(\mathbf{x}) \mathbf{u}^{\alpha} \quad (\mathbf{u}^{\alpha} = (u^{\alpha} \cos \theta, u^{\alpha} \sin \theta)) \quad (23)$$

と表されるとする。 $u^{\alpha}$  は、変位推定点  $\mathbf{p}^{\alpha}$  における変位の符号付ノルムとみなすことができる。

式 (21)、式 (23) より、局所的一様方向変位場における輝度変化・変位・輝度勾配の関係は、

$$\Delta \tilde{f}^{\gamma} = M^{\gamma\eta} R^{\eta\alpha} u^{\alpha} \quad (24)$$

となる。ここで、

$$[R] = \begin{pmatrix} \cos \theta & & & 0 \\ \sin \theta & & & \\ & \cos \theta & & \\ & \sin \theta & \ddots & \\ 0 & & \cos \theta & \\ & & \sin \theta & \end{pmatrix}$$

である。変位方向  $\theta$  が与えられると、符号付ノルムの組を表すベクトル  $[u]$  は、

$$[u] = [R]^T [M]^T [M][R]]^{-1} [R]^T [M]^T [\Delta \tilde{f}] \quad (25)$$

より与えられる。残された問題は、変位方向  $\theta$  の同定方法である。

変位方向  $\theta$  を仮定すると、マスク  $S$  内には図-4 に示すように、 $\theta$  方向の変位に対して輝度変化をほとんど生じない点が存在する。精度よい変位場推定のためには、このような変位推定点を式 (25) の誤差評価式から除外する必要がある。そのために、除外されるべき点の符号付ノルムを周囲の変位推定点の符号付ノルムで補間する。つまり、 $\alpha_{\max}$  個の変位推定点を含むマスク  $S$  内での変位方向  $\theta$  に対して、 $n$  個の変位推定点が輝度変化をほとんど生じさせない場合、

$$u^{\alpha} = \sum_{\beta=1}^{\alpha_{\max}-n} Q^{\alpha\beta} w^{\beta} \quad (\alpha = 1, \dots, \alpha_{\max}) \quad (26)$$

の形でベクトル  $[u]$  は表現される。ここでベクトル  $[w]$  はベクトル  $[u]$  から輝度変化をほとんど生じさせない点に対応する  $n$  個の成分を間引いたものである。式 (24)、式 (26) より、輝度変化の計測データ  $[\Delta \tilde{f}]$  に対する変位方向  $\theta$  の最小二乗解は、

$$[u] = [Q] \left[ [Q]^T [R]^T [M]^T [M][R][Q] \right]^{-1} [Q]^T [R]^T [M]^T [\Delta \tilde{f}] \quad (27)$$

となる。これは、変位に対する輝度変化の敏感さに基づいて各変位推定点の計測データに重み付けした「重み付け最小二乗解」である。

変位方向  $\theta$  の同定は、「最適に重み付けされた最小二乗解」の選択、すなわち式 (27) の逆解析で得られる  $[u]$  が与える輝度変化と輝度変化の計測値  $[\Delta \tilde{f}]$  との間の誤差ノルム、

$$N(\theta) = \left| [\Delta \tilde{f}] - [M][R][u] \right| \quad (28)$$

の（数値計算による）最小化によりなされる。

## 5. 誤差要因の検討

### 5.1 副尺付き PIV の誤差要因の検討

副尺付き PIV は、画像のパターンマッチングによって、対象物の変位を統計的に推定する手法であり、この点においては通常の PIV と同じである。したがって、誤差要因の多くも通常の PIV と同じである。例えば、画像の空間周波数や計測ノイズ、検査領域サイズ、探索領域サイズなどが挙げられる。

ただし、副尺付き PIV では、画素ずらしのステップを小さくする（ピクセル分割数を増やす）にしたがって、相互相関をとる際に隣り合う探索領域間の相違が不明瞭となり、誤ベクトルの発生率が増える。画像データ取得時に 5%(N500) のノイズが発生することを想定したシミュレーションの結果を図-5 に示す。これより、分割数の増加に伴い誤ベクトルの発生率が増加することが確かめられる。また、計測ベクトルの誤差平均（図-6）を見ても、分割数 2 から 4 の過程では、エラーバーを含めて考えた場合、計測精度はほとんど改善していない。以上のことから、画素ずらしによる計測精度の向上には限界が存在することが分かる。副尺付き PIV を用いた変位同定精度はピクセル分割数と画像の計測精度とのトレードオフの結果に支配される。

### 5.2 一様方向変位場時空間勾配法の誤差要因の検討

一様方向変位場時空間勾配法は、物理に基づき統計処理を極力省いた手法なので、誤差の定量評価が比較的容易である。例えば、変位ベクトル場のノルム分布算出において、その誤差は画像の計測ノイズに起因するもの ( $\epsilon_N$ ) と式 (15) の Taylor 展開の際に高次の微小項を無視したことによって発生するもの ( $\epsilon_T$ ) に分ける

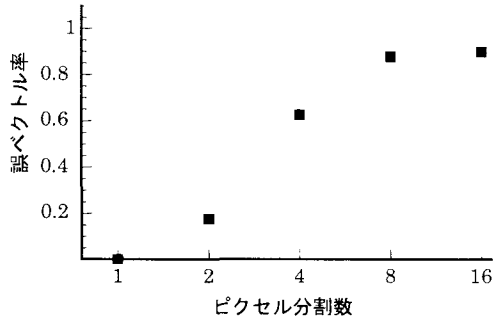


図-5 シミュレーション結果（ノイズ 5%での誤ベクトル率）

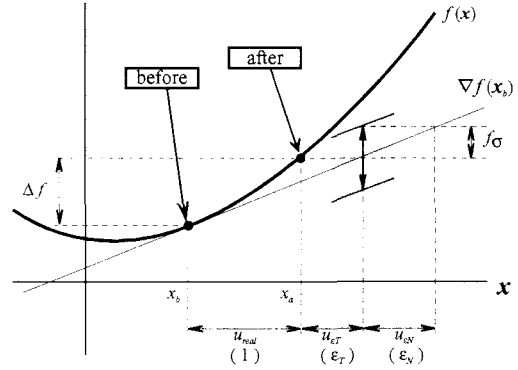


図-7 計測変位誤差の模式図

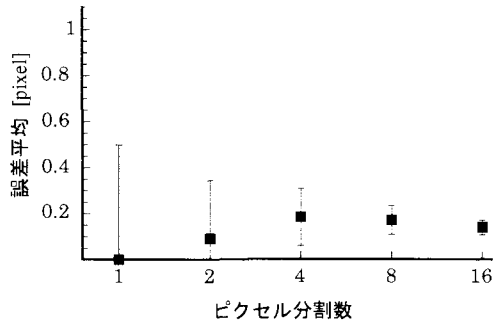


図-6 シミュレーション結果（ノイズ 5%での誤差平均）

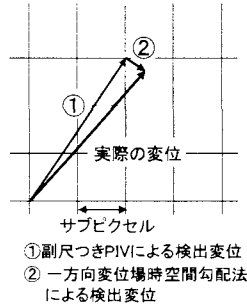


図-8 統合手法の概念図

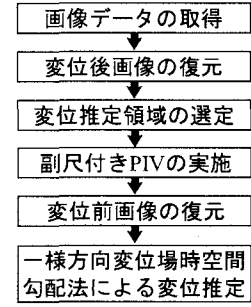


図-9 統合手法フロー

れる。これらは模式的に図-7のように表され、式にするとそれぞれ、

$$\epsilon_T = \left| \frac{(f_{1,1} \cos^2 \theta + f_{2,2} \sin^2 \theta + f_{1,2} \sin \theta \cos \theta) u_e}{2(f_{1,1} \cos \theta + f_{2,2} \sin \theta)} \right| \quad (29)$$

$$\epsilon_N = \left| \frac{f_\sigma}{(f_{1,1} \cos \theta + f_{2,2} \sin \theta) u_e} \right| \quad (30)$$

となる。ただし、 $u_e$  は [L] の次元を持った物理量である。また、 $f_\sigma$  は、ピクセル輝度の計測値に含まれるノイズである。これより、変位 ( $u_e$ ) が大きいほど画像の計測ノイズに起因する誤差は小さくなり、他方、Taylor 展開の高次の項を無視したことによる誤差は逆に大きくなる。つまり、一様方向変位場時空間勾配法によって計測される変位ベクトルのノルム誤差は、変位の増減に影響を受けるこれら 2 つの誤差のトレードオフの結果に支配される。

そこで、これらの誤差要因をパラメータとして、一様方向変位場時空間勾配法の実験を単独で行った結果、2 つの誤差要因のうち画像に含まれる高次成分の影響の方が全体の誤差に対して支配的であることが分かった（割合はおおよそ  $\epsilon_T : \epsilon_N = 10 : 1$ ）。これより、少なくとも本研究において使用した被写体、光学機器および計測機器による変位計測では、一様方向変位場時空間勾配法はより微小な変位の計測に適していると言える。

## 6. 実験

副尺付き PIV は、サブピクセルあるいはピクセルを単位とした比較的大きな変位を計測できる反面、局所並進を仮定しているため、固体のような微小変形の計測には適さない。一方、一様方向変位場時空間勾配法は、現段階では計測機器の精度にある程度の制約を受けるものの微小な変形の計測に適した手法である反面、輝度値の局所 Taylor 展開に基づくため、サブピクセルオーダー以上の大きい変位の推定には適さない。そこで、両者の長所を活かし、図-8 および図-9 に示すようにサブピクセル単位以上の変位分布を副尺付き PIV で、サブピクセル単位以下の微小変形を一様方向変位場時空間勾配法によって求めることで、大きな変位の伴う固体の微小変形にも対応可能な変位場計測を実現できる。この統合手法の実験を行うことにより、現在の計測機器を使って得られる精度の限界を検証した。

### 6.1 実験概要

被写体にはリバーサルフィルム（FUJIFILM 社製：PROVIA400F）を使用し、図-10 に示す、円形の評点を焼き付けたものを用いた。また、照明にはハロゲンランプ（DOLAN-JENNER 製：PL-900STD）を用い、被写体表面で照射される光ができるだけ一様となるよう、発せられる白色光を一度白い内壁を持つ箱の中で



図-10 実験用画像

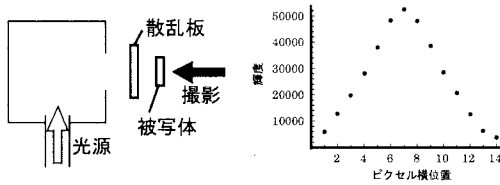


図-11 照明システム

図-12 評点の放射方向輝度分布

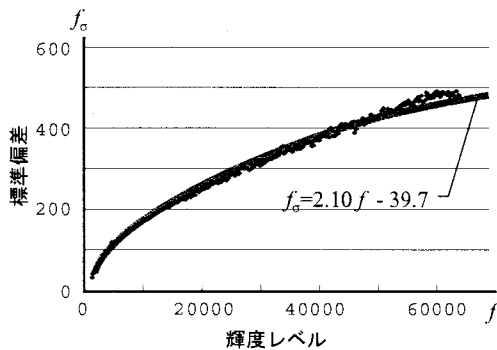


図-13 撮像系の計測ノイズ

乱反射させた後、さらに散乱フィルターを通して被写体の背面から照射した(図-11)。それぞれの評点の輝度分布は、最終的な精度を決める一様方向変位場時空間勾配法の誤差において支配的な輝度分布の高次成分による誤差( $\epsilon_T$ )を低減するため、放射方向にできるだけ曲率を持たないように調整した。その結果得られた評点の放射方向の輝度分布を図-12に示す。

画像計測用の CCD カメラには 16bit の階調を持つ冷却 CCD カメラ (BITRAN 社製: BS40L) を使用した。冷却 CCD カメラは CCD チップで発生する熱を冷却制御することによって有効レンジの障害となる暗電流を低減できる。また、65,536 階調の広いダイナミックレンジを持つことで微弱的な濃淡も見る事ができる。ただし、A/D 変換時の読み取り誤差、背景ノイズや暗電流などの要因で、撮像をまったく同じ設定で行ったとしても出力されるピクセル輝度値にはノイズが含まれる。このノイズは CCD チップ上の各ピクセル位置で発生する光電子量に対してランダムに発生するため、その分布は正規分布に従うと予測される。本実験で使用するカメラについてもこの誤差特性を調べるために、様々な輝度を含む画像を同じ設定条件で複数枚撮影し、取得したデータから各輝度レベルにおける計測輝度値の標準偏差を求めた。その結果を図-13に示す。図中の

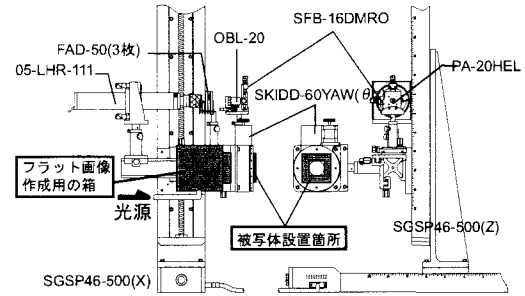


図-14 実験システム (制御系)

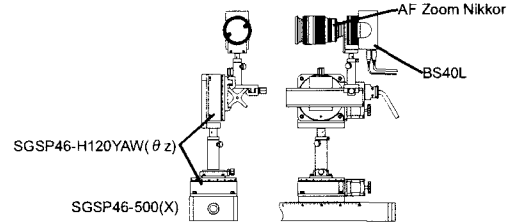


図-15 実験システム (撮像系)

近似曲線は計測値の最小二乗解として求めたもので、

$$f_{\sigma} = 2.10\sqrt{f} - 39.7 \quad (31)$$

で表される。この  $f_{\sigma}$  を撮像系の誤差特性として用いた。

副尺付き PIV を実施するためには、画像上のピクセル幅を電動軸ステージの最小移動幅の倍数に調整する必要があることから、計測用レンズには、尺度調整に便利な一眼レフズームレンズ (ニコン製: AF Zoom Nikkor 24 ~ 85mm F2.8 ~ 4D(IF)) を使用した。

画素ずらしおよび画像復元を行うための制御システムを図-14に示す。また、画像データ取得のための撮像システムを図-15に示す。画像データに含まれるノイズを可能な限り低減するため、これらのシステムはすべて暗室内の光学台上に設置した。設置に際し、1ピクセルが被写体表面上で実寸  $120\mu\text{m}$  となり、副尺付き PIV 実施時の画素ずらしの際、位置制御をちょうど 600 分の 1ピクセルの精度で実施できるよう位置関係およびレンズの倍率を調整した。また、画像復元を行うためのシステムはレーザー (シグマ光機製: 05-LHR-111)、散乱フィルター (FAD)、スペイシャルフィルター (SFB-16DMR) などで構成され、 $20\mu\text{m}$  のピンホールに焦点を合わせて点光源を作成し PSF の直接計測を行った。

以上のシステムで被写体に高精度に既知の回転変位を与え、統合手法の計測結果と比較した。回転角度は、計測領域内で変位最大となる境界部で 0.5ピクセルの変位となるよう、中央の評点をおよその回転中心として右回りに  $0.567^{\circ}$  ( $\sim 0.00990$  ラジアン) とした。両手法を統合するにあたって、一様方向変位場時空間勾配法の精度を優先させるため、副尺付き PIV における同定精度を 1/2ピクセルと粗めに設定し、撮像に要する

表-4 統合手法の実験結果 (単位: ピクセルまたはラジアン)

| 領域番号         | A                    | B                    | C                  | D                  | E                 |
|--------------|----------------------|----------------------|--------------------|--------------------|-------------------|
| 計測領域位置       | (22, 0)              | (44, 0)              | (66, 0)            | (88, 0)            | (110, 0)          |
| 領域サイズ        | 14×14                | 14×14                | 14×14              | 14×14              | 14×14             |
| イ 副尺付きPIV    |                      |                      |                    |                    |                   |
| 計測変位 $u_1^s$ | 0                    | 0                    | 0                  | 0                  | 0                 |
| 計測変位 $u_2^s$ | 0.5                  | 0                    | 0                  | -0.5               | -0.5              |
| ロ 本稿勾配法      |                      |                      |                    |                    |                   |
| 変位計測位置       | (30,-4.5)            | (52,3)               | (74,-5)            | (96,-3.5)          | (118,4.5)         |
| 計測変位方向       | $\frac{161}{360}\pi$ | $\frac{173}{360}\pi$ | $\frac{21}{40}\pi$ | $\frac{19}{40}\pi$ | $\frac{5}{18}\pi$ |
| 計測変位ノルム      | -0.142               | 0.160                | -0.049             | 0.219              | 0.061             |
| 計測変位 $u_1^g$ | -0.023               | 0.098                | 0.004              | 0.017              | 0.039             |
| 計測変位 $u_2^g$ | -0.140               | 0.160                | -0.049             | 0.219              | 0.047             |
| ハ 統合手法       |                      |                      |                    |                    |                   |
| 変位計測位置       | (30,-5)              | (52,3)               | (74,-5)            | (96,-3)            | (118,5)           |
| 計測変位 $u_1^t$ | -0.023               | 0.098                | 0.004              | 0.017              | 0.039             |
| 計測変位 $u_2^t$ | 0.360                | 0.160                | -0.049             | -0.281             | -0.453            |

時間を極力抑え、その分各設定で 2500 枚の連続画像による十分なスタッキングを行った。これによって、予測される計測ノイズ  $f_\sigma$  は平均で式 (31) の 50 分の 1 程度に圧縮されるはずである。また、変位推定方向のステップ数は 360 (1 ステップ  $\pi/360$  ラジアン) とした。

## 6.2 結果

表-4 に、評点ごとに設定した計測領域における副尺付き PIV および一様方向変位場時空間勾配法による検出変位、さらに両検出変位を足し合わせて得られる統合手法の計測結果を示す。これより、まず、副尺付き PIV によって 2 分の 1 ピクセル単位の変位が明らかとなり、さらに、一様方向変位場時空間勾配法によってより小さい変位が検出されたことが分かる。比較のためピクセル単位の通常 PIV による変位検出を行ったところ、表中 A~E の領域ではいずれも変位を検出できなかった。また、回転中心付近の領域 B および C では、副尺付き PIV でも変位を検出することができなかった。以上の結果より、通常の PIV では検出不可能な変位を副尺付き PIV によって、また、副尺付き PIV でも検出不可能な微小変位を一様方向変位場時空間勾配法によって検出することが可能であることが確かめられた。

表-5 に、副尺付き PIV および一様方向変位場時空間勾配法を統合した手法の計測誤差を示す。まず、副尺付き PIV 終了時点での計測誤差の平均は 0.138 ピクセルであった。およそ検出精度 ( $\pm 1/4$  ピクセル) 片側幅の半分に相当し誤差の平均としては妥当な数値である。したがって、副尺付き PIV 単独ではこれ以上の精度向上は望めないと考えられる。最後に、統合手法による最終的な計測誤差は平均で 0.0256 ピクセルであり、この結果からも統合による精度向上が確かめられた。誤

表-5 統合手法の計測誤差 (単位: ピクセル)

| 領域番号         | A       | B      | C       | D       | E       |
|--------------|---------|--------|---------|---------|---------|
| 変位推定位置       | (30,-5) | (52,3) | (74,-5) | (96,-3) | (118,5) |
| 推定変位 $u_1^e$ | -0.001  | 0.073  | -0.003  | 0.015   | 0.090   |
| 推定変位 $u_2^e$ | 0.364   | 0.155  | -0.054  | -0.26   | -0.474  |
| 副尺付きPIV誤差    | 0.136   | 0.171  | 0.055   | 0.236   | 0.094   |
| 統合手法誤差       | 0.022   | 0.025  | 0.009   | 0.017   | 0.055   |

※注 与えた変位との比較を行う際、回転中心と角度が分かれば任意の位置の変位を求めることができるが、中心位置を実験装置の位置関係から正確に知ることは困難である。また、実際の駆動式器具には遊び域が存在するため、回転角が与えた量より小さくなる可能性がある。そこで、回転中心および角度は得られた変位データを元に数値計算によって仮想的に決めた。すなわち、中心座標 (68.3, -4.7)、回転角 0.00952 ラジアン、のとき最も計測誤差が小さく、表中の計測誤差はこれらの幾何学的情報を元に算出されている。ちなみに所与の回転角 0.00990 ラジアンで誤差平均を算出すると副尺付きPIV 単独で 0.138 ピクセル、統合手法で 0.0269 ピクセルとなる。

差の原因として、変位計測点まわりの画像の安定性や輝度の曲率が考えられ、これらの誤差要因は計測システムや被写体の輝度分布を調べることである程度把握可能である。また、これらの誤差要因を改善することで、本手法のさらなる精度向上も期待できる。

## 7. まとめ

本研究では、不均質材料の力学特性の分布計測を目的とする新たな材料試験のための要素技術として、固体の微小変形の計測に特化した高精度変位分布計測手法の開発に取り組んだ。本研究で新規に開発した「副尺付き PIV」と「一様方向変位場時空間勾配法」は、固体の変形特性に着目した物理的考察により、従来型の高精度 PIV や時空間勾配法から統計的推定を排除したものである。最終的にこれら 2 つの手法を組み合わせることにより、あらゆるスケールに対応した変位計測が可能となり、実験の結果、30 分の 1 ピクセルという高い精度での変位計測を実現した。

## 参考文献

- 1) Hori, M.: Stress inversion method for predicting local stress distribution of body in two-dimensional state of plane stress or strain, *Mechanics of Materials*, **35**, pp.395-406, 2003
- 2) M. ラッフェル, C.E. ヴィラート, J. コンペンハンス: PIV の基礎と応用, Springer, 2000
- 3) 沖中知雄, 江藤剛治: 超高速ビデオカメラを用いた画像解析手法の開発-亀裂進展問題への適用の試み-, 応用力学論文集, **6**, pp.445-454, 2003
- 4) Arroyo, M.P., Greated, C.A.: Stereoscopic particle image velocimetry, *Meas. Sci. Tech.*, **2**, pp.1181-1186, 1991
- 5) 可視化情報学会 (編): PIV ハンドブック, 森北出版, 2000

(2004 年 4 月 16 日 受付)