

衝撃載荷試験による Mohr-Coulomb 強度定数の逆解析

Back Analysis of Mohr-Coulomb Strength Parameters based on Shock Loading Test

辻慎一郎*, 荒井克彦**, 古根川竜夫***

Shinichiro TSUJI, Katsuhiko ARAI and Tatsuo KONEGAWA

*学生会員 工修 福井大学大学院工学研究科 博士後期課程 (〒910-8507 福井県福井市文京 3-9-1)

**フェロー会員 工博 福井大学教授 工学部建築建設工学科 (〒910-8507 福井県福井市文京 3-9-1)

***非会員 工修 (株)SC (〒520-0113 滋賀県大津市坂本 1-345-1)

This paper proposes a practical method for back-calculating Mohr-Coulomb strength parameters c and ϕ based on the shock loading test in which a weight falls to ground surface. The displacement of the weight which is obtained by the time integration of measured shock acceleration is shown to be reliable. Strength parameters c and ϕ are back-calculated so that those minimize the difference between measured and calculated displacements. It is possible to estimate correct c and ϕ by using a few numbers of $c-\phi$ relationships obtained from some tests with different falling height of weight.

Key Words : back-analysis, Mohr-Coulomb strength parameters, shock loading test, displacement

1. まえがき

地盤の破壊に対する安全性を正確に評価するためには、地盤の強度を精度良く推定する必要がある。実際の設計では、地盤の強度を Mohr-Coulomb 降伏基準で表現する場合が多い。Mohr-Coulomb 強度定数を決定するための直接的方法是採取試料を用いた室内せん断試験であるが、試料採取自体が困難な場合や、礫などの混入により室内せん断試験を行いにくい場合も少なくない。原位置試験が利用されることもあるが、例えば平板載荷試験で地盤を破壊させるには大掛かりな載荷装置が必要であり、試験ができない場所もある。これに対して、地盤に衝撃的な荷重を与える衝撃載荷試験は、比較的容易に地盤を破壊させることができる。衝撃載荷を行う原位置試験として、標準貫入試験や動的コーン貫入試験などが挙げられる。例えば、 N 値から砂地盤の内部摩擦角 ϕ の推定が広く行われているが、 N 値と ϕ の関係はばらつきが大きく、 ϕ の正確な推定には限界がある。加速度計を取り付けた重錘やランマーを自由落下させる衝撃載荷試験が地盤の締固め管理などに用いられているが^{1), 2)}、衝撃載荷時の地盤の変形や破壊挙動を表現した解析モデルに基づいていないため、得られる結果の力学的意味が十分に明らかではない。

本論文では、衝撃載荷時の地盤挙動を表現する数値計算法を検討し、衝撃載荷試験から地盤の Mohr-Coulomb 強度定数を逆算する方法を開発する。標準砂と山砂を対象として、落下高さを変えて重錘落下試験を行い、衝撃

加速度と地表面の鉛直最終変位量を計測した。衝撃加速度を直接積分して得られる重錘の変位には十分な信頼性があることを示し、この変位を、強度定数の逆算を行うための計測データとして用いる。重錘落下現象を表現するために、Owen ら³⁾による非線形動的解析手法を修正する。地盤の応力-ひずみ関係として、降伏までは線形弾性、Mohr-Coulomb 降伏基準と簡単な非関連流れ則を用いた弾塑性解析を行う。一面せん断試験などで求めた変形・強度定数を用いた数値解析結果により、重錘落下試験結果をほぼ正確に表現できることを確認した。この数値解析を行うには弾性係数 E 、強度定数 c 、 ϕ が必要になる。変位に対する E 、 c 、 ϕ の感度分析を行った結果、1) E と ϕ は重錘の変位に同時に影響する、2) c は重錘落下による地盤の最大変位からの回復量に影響する、3) $c=0$ の場合、 ϕ は重錘の鉛直変位にほとんど影響しないことを示す。重錘の計測変位から E 、 c 、 ϕ を同時に逆算することは困難であるため、 E は地表面での静的な載荷試験を行って、 c 、 ϕ と独立に求めることとした。1回の重錘落下試験から c と ϕ を分離して推定することはできず、重錘の落下高さの異なる複数の計測変位を用いることにより、両者を分離して推定できる。山砂のように $c \neq 0$ の地盤では、次の手順で c 、 ϕ の推定が可能となる。1) 複数の落下高さに対して重錘落下試験を行い、衝撃加速度を計測する。2) 衝撃加速度を直接積分し、重錘の鉛直変位の時刻歴を求める。3) ϕ を仮定して、計算変位と計測変位の誤差二乗和を最小とする $c-\phi$ 関係を求める。4) 各落下高さに対して求めた $c-\phi$ 関係の交点から c 、

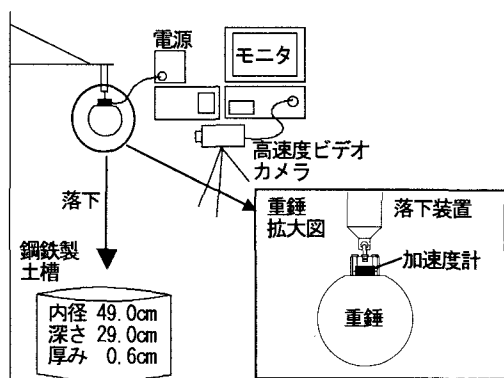


図-1 試験概要

ϕ を決定する。標準砂のように $c=0$ の地盤では、計測変位に対する ϕ の感度が非常に低いので、 ϕ を推定しにくい。このため、次の手順で ϕ を推定する。1) 仮定した ϕ に対して、計算変位と計測変位の誤差二乗和を最小とする $E-\phi$ 関係を求める。2) 複数の $E-\phi$ 関係から、静的な载荷試験で求めた E に対する ϕ を読取る。3) 読取った ϕ の値を平均して ϕ の推定値とする。以上の結果、地表面での簡単な静的载荷試験と重錘落下試験により、地盤の変形係数と Mohr-Coulomb 強度定数を推定する手法の可能性を示した。

2. 重錘落下試験

2.1 試験の概要

重錘落下試験の概要を図-1に示す。重錘の形状は球であり、衝撃加速度を計測するための加速度計（型式9881-100、容量100G、ICSensors社）を取り付けてある。試験手順を以下に示す。1) 次節で示すように、円形土槽に模型地盤を作成し、レーザー変位計（Micro Laser Sensor、型式ANR1215、分解能 $65\mu\text{m}$ 、松下電工）で重錘落下前の地表面の高さ（初期状態）を計測する。2) 表-1に示すように重錘の大きさと落下高さを変えて、自由落下させ、衝撃加速度を1/1000秒間隔で計測する。同時に、高速度ビデオカメラ（スポーツコーダ、ディテクト）で重錘の落下状況を1/200秒間隔で撮影する。3) 撮影後、画像解析ソフト（Dipp Motion、ディテクト）を用いて、重錘の移動量を計測する。4) 重錘落下後、再度レーザー変位計を用いて地表面の最終変位と重錘の最終貫入量を計測する。模型地盤表面には、地盤の弾性波速度を計測するための加速度計を設置した。後述するように、本論文の手法を適用するためには、重錘に取り付けた加速度計の計測を行うだけでよい。

2.2 模型地盤の物性

標準砂と山砂をそれぞれ用いて、図-1の円形土槽に模型地盤を作成した。標準砂を用いる場合、均一な砂地盤を作成するために、まき出し高さを一定に調整できる装置を用い、まき出し高さを調整することによって地盤の密度を制御した。まき出し高さ10cmと30cmで作成した

表-1 試験条件

重錘質量 (kg)	落下高さ (m)
4.1 (直径10cm)	0.75
	1.50
7.3 (直径12.5cm)	3.00
	5.00

表-2 模型地盤の物性

土の種類	標準砂		山砂	
状態	緩い	密	緩い	密
E (kN/m ²)	182.0	673.0	2322.0	7350.0
c (kN/m ²)	0.0	0.0	1.7	13.5
ϕ (°)	33.1	45.0	28.3	27.8
α	46.3	45.7	47.1	36.7
β	0.00165	0.00167	0.00163	0.00210

砂地盤を、それぞれ「緩い砂」（乾燥単位重量 $\gamma_d=13.9\text{kN/m}^3$ 、相対密度 $D_r=0.27$ ）、「密な砂」（ $\gamma_d=15.0\text{kN/m}^3$ 、 $D_r=0.67$ ）と称する。山砂は「突固めによる土の締固め試験（JIS A 1210）」における最適含水比15.5%の含水比状態で、ペロフラムシリンダーで3層に分けて10分間圧縮した。圧力29.4kPaと98.0kPaで作成した地盤を、それぞれ「緩い山砂」（湿潤単位重量 $\gamma_r=13.3\text{kN/m}^3$ ）、「密な山砂」（ $\gamma_r=15.6\text{kN/m}^3$ ）と称する。

模型地盤の強度定数を三笠式一面せん断試験機（MARUI MIS-0233-4型）で求めた。標準砂は模型地盤と同じように、空中落下法を用いて密度を調整し、「緩い砂」と「密な砂」の供試体を作成した。供試体を約10秒間圧縮した後、定圧せん断試験を行った。山砂も模型地盤と同じように、静的圧力による締固めを行って「緩い山砂」と「密な山砂」の供試体を作成し、10分間圧縮した後、定圧せん断試験を行った。

模型地盤の弾性係数を求めるために、模型地盤の表面で静的な载荷試験を行った。地盤中央に直径10cmの载荷板を設置し、ダイヤルゲージで荷重の増加による载荷板の沈下量を計測した。この計測変位に対して、荒井・太田・安井⁴⁾による手法（地盤を線形弾性体と仮定し、計算変位と計測変位の誤差二乗和が最小となる弾性係数とポアソン比を逆算する）を用い、弾性係数 E を逆算した。ポアソン比 ν はとり得る値の範囲が限られているので、 ν を0.2~0.4に変化させて、後述の数値解析を実施した。 ν の値は重錘の鉛直変位にほとんど影響しなかったため、一般的な値である $\nu=0.3$ と仮定した。以上の方法で求めた模型地盤の物性定数を表-2に示す。この静的载荷試験は、地表面での拘束圧の小さい状態での载荷であるため、低い値の弾性係数が得られている。

本論文では、3.3で述べる動的有限要素解析を行うための減衰マトリックス $[C]$ にRayleigh減衰を用いるので、次式の定数 α 、 β を決定する必要がある。確立した方法がないので、Rayleigh減衰を減衰特性が周波数に依存しない形に修正した次式⁵⁾を用い、 α 、 β を求める。

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \\ = (1 + \psi)\omega_1 h[M] + (1 - \psi)h/\omega_1[K] \quad (1)$$

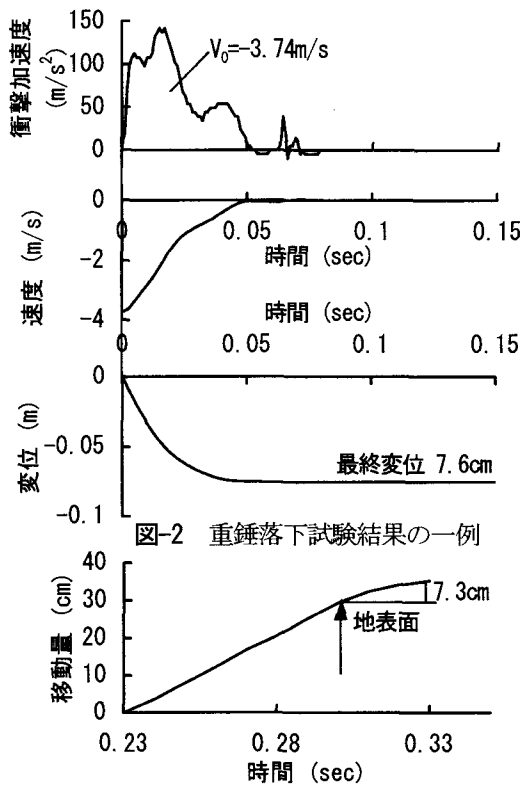


図-2 重錘落下試験結果の一例

図-3 高速度ビデオカメラによる計測

表-3 計測変位による最終変位の比較 (重錘質量 4.1kg)

土の種類	落下高さ(m)	レーザー変位計(cm)	高速度ビデオカメラ(cm)	直接積分(cm)
緩い砂	0.75	7.7	7.3	7.6
	1.5	11.7	11.6	11.6
	3.0	13.5	14.0	13.8
密な砂	0.75	5.6	6.1	5.7
	1.5	8.7	7.9	8.4
	3.0	9.6	9.1	9.3
緩い山砂	0.75	4.4	4.0	4.3
	1.5	6.0	6.8	6.2
	3.0	8.0	7.3	7.6
密な山砂	5.0	10.0	10.7	10.3
	0.75	2.4	2.8	2.4
	1.5	3.7	3.1	3.7
	3.0	5.8	5.6	5.5
	5.0	7.2	8.3	7.9

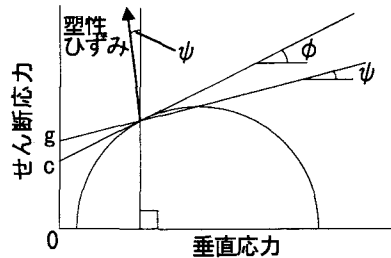


図-4 非関連流れ則

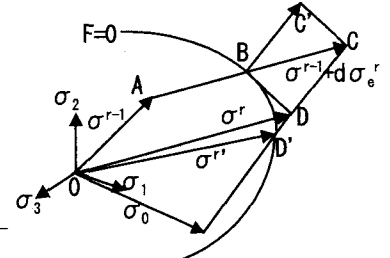


図-5 応力経路の修正

ここで、 $[M]$: 質量マトリックス, $[K]$: 剛性マトリックス, ψ : 減衰の周波数依存性を調整する係数 ($\psi=0.4$ と仮定), ω_1 : 1 次固有円振動数, h : 減衰定数である。別に行った繰返し三軸圧縮試験における応力-ひずみ曲線の履歴ループから、標準砂、山砂ともに $h=0.3$ とする。重錘落下により発生する縦波が、地表面に設置した加速度計に到達する時間を計測して弾性波速度 V_p を求め、せん断波速度 V_s 、1 次固有周期 T_1 、1 次固有円振動数 ω_1 を次式により求める。

$$V_s = V_p \sqrt{\frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}}, T_1 = 4 \sum_i \left(\frac{H_i}{V_{si}} \right), \omega_1 = \frac{2\pi}{T_1} \quad (2)$$

ここで、 H : 地層の厚さ, i : 地層の数である。この方法で求めた α , β の値を表-2 に示す。

2.3 重錘の初速度と計測変位

質量 m の重錘が高さ H から自由落下し、初速度 v_0 で地盤に貫入し始め (時刻 $t=0$)、 t_1 後に静止したとする。このとき、運動量保存則から、重錘の運動量 mv_0 と、重錘が静止するまでの力積が等しいとすると、衝撃加速度 $\alpha(t)$ から、重錘の初速度 v_0 を求めることができる⁶⁾。

$$\left. \begin{aligned} mv_0 &= -\int_0^{t_1} F(t)dt = -\int_0^{t_1} m\alpha(t)dt \\ v_0 &= -\int_0^{t_1} \alpha(t)dt \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

計測した衝撃加速度 $\alpha(t)$ から、次式に示す線形加速度法による直接積分によって、重錘の鉛直方向の速度 v と変

位 u の時刻歴を求め、得られた鉛直変位を計測変位とする。以下での速度、変位はすべて鉛直方向のものである。

$$\left. \begin{aligned} v_{i+\Delta t} &= v_0 + v_i + \frac{(\Delta t)}{2} \alpha_i + \frac{(\Delta t)}{2} \alpha_{i+\Delta t} \\ u_{i+\Delta t} &= u_i + (\Delta t)v_i + \frac{(\Delta t)^2}{3} \alpha_i + \frac{(\Delta t)^2}{6} \alpha_{i+\Delta t} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ここで、 Δt : 時間ステップ幅である。

図-2 に重錘落下試験結果 (緩い砂、落下高さ 0.75m、重錘質量 4.1kg) の一例を示す。速度、変位は式 (4) で求めた結果である。初速度 v_0 は、自由落下に対する計算値 $v_s = -\sqrt{2gH} = -3.83\text{m/s}$ (g : 重力加速度) に近い。

図-3 に、高速度ビデオカメラで計測した重錘の移動量を示す。図中の矢印は重錘が地表面に達した時点を表し、この点から重錘の貫入量を計測できる。表-3 に、式 (4) から得られる重錘の最終変位と、高速度ビデオカメラで計測した重錘の最終変位、レーザー変位計による最終変位の比較を示す。高速度ビデオカメラでは、重錘の落下状況を 1/200 秒間隔で撮影した画像から目視で最終変位を求めているので、レーザー変位計による計測結果と約 1 cm 誤差の生じている場合がある。レーザー変位計と直接積分による最終変位はほぼ一致していることから、式

(4) で得られる直接積分による変位 (図-2) は信頼性があり、 c , ϕ の逆算を行う計測データとして用いることができる。したがって、実務で本論文の手法を用いる場合は、重錘に取り付けた加速度計による計測のみを行えばよい。表-3 で、実験の困難さと安全上の理由で、標準砂を対象とする落下高さ 5m の試験は行っていない。

3. 数値解析

3.1 応力-ひずみ関係

衝撃現象を表現するために、Owen ら³⁾による非線形動的解析手法を用いる。地盤には弾塑性応力-ひずみ関係を用いる。降伏までは線形弾性とする。本論文の目的が強度定数 c , ϕ の逆算なので、次式の Mohr-Coulomb 降伏基準を用いる。

$$F = \frac{1}{3} J_1 \sin \phi + (J_2')^2 \left(\cos \theta - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \theta \sin \phi \right) - c \cos \phi = 0 \quad (5)$$

$$\theta = \frac{1}{3} \sin^{-1} \left\{ -\frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3'}{(J_2')^{3/2}} \right\} \quad (6)$$

ここで、 θ : Lode 角, J_1 : 応力の 1 次不変量, J_2' , J_3' : 偏差応力の 2, 3 次不変量である。Owen らは関連流れ則を用いているが、Mohr-Coulomb 材には関連流れ則を適用できない可能性が高いので、図-4 と次式に示す簡単な非関連流れ則を用いる。

$$Q = \frac{1}{3} J_1 \sin \phi + (J_2')^2 \left(\cos \theta - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \theta \sin \phi \right) - g \cos \phi = 0 \quad (7)$$

ここで、 g : Q が微分形で用いられるため実際には使われない定数 (図-4), ϕ : ダイレイタンシー角である。

3.2 降伏後の応力経路

図-5 に応力経路の概念を示す³⁾。 $F=0$ の曲線が降伏曲面を表す。点 A の応力状態 $\{\sigma^{r-1}\}$ から弾性応力増分 $\{d\sigma_e^r\}$ が生じて、降伏曲面上の点 B を経て点 C まで動き、次式により点 C から弾性応力増分を減じて応力点 D を得る。ここで、 r : 反復計算回数である。

$$\{\sigma^r\} = \{\sigma^{r-1}\} + \{d\sigma_e^r\} - [D] \{d\varepsilon^{p^r}\} \quad (8)$$

ここで、 $[D]$: 弾性応力-ひずみマトリックス, $\{d\varepsilon^{p^r}\}$: 塑性ひずみ増分である。点 D が降伏曲面からわずかに離れるため、応力状態を降伏曲面上の点 D' に補正する必要がある。Owen らは次のスケーリング係数 S を用いて $\{\sigma^r\}$ を $\{\sigma^{r'}\}$ に補正している。

$$\begin{cases} \{\sigma^{r'}\} = S \{\sigma^r\} \\ S = \frac{c \cos \phi}{\overline{\sigma^r}} \end{cases} \quad (9)$$

ここで、 $\overline{\sigma^r}$ は応力 $\{\sigma^r\}$ の降伏基準に対する応力レベルを表し、次式により計算される。

$$\overline{\sigma^r} = \frac{1}{3} J_1 \sin \phi + (J_2')^2 \left(\cos \theta - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \theta \sin \phi \right) \quad (10)$$

粘着力 $c=0$ の場合、式 (9) で補正を行うと、降伏した

要素の応力点 D はすべて原点に一致し、降伏後の地盤は応力を全く負担しないことになる。この表現は実際の現象と異なると考えられるので、スケーリング係数 S を次式の S' に変更し、塑性状態の要素が降伏後もある程度の応力を負担することとした。

$$\begin{cases} \{\sigma^{r'}\} = S' (\{\sigma^r\} - \{\sigma_0\}) + \{\sigma_0\} \\ S' = \frac{c \cos \phi - \overline{\sigma_0}}{\sigma^r - \overline{\sigma_0}} \end{cases} \quad (11)$$

ここで、 $\{\sigma_0\}$: 初期応力 (重錘が貫入する 1/2 の深さにおける鉛直土かぶり圧が水平方向にも作用する等方応力状態とする), $\overline{\sigma_0}$: $\{\sigma_0\}$ の降伏基準に対する応力レベルである。式 (11) のスケーリング係数 S' を用いることにより、図-5 の応力点 D は点 D' に補正される。式 (9) と式 (11) による計算結果の比較は 4.4 で示す。

3.3 時間積分

運動方程式を次式で表す。

$$[M]\{\alpha_{n+1}\} + [C]\{v_{n+1}\} + [K]\{u_{n+1}\} = \{f_{n+1}\} \quad (12)$$

ここで、 $\{f_{n+1}\}$: 荷重ベクトル, $[M]$: 質量マトリックス, $[C]$: 減衰マトリックス, $[K]$: 剛性マトリックス, $\{\alpha_{n+1}\}$: 加速度ベクトル, $\{v_{n+1}\}$: 速度ベクトル, $\{u_{n+1}\}$: 変位ベクトル, n : 時間ステップである。Owen らが用いている Newmark の β 法の計算手順を以下に示す。1) $\{u_{n+1}\}$, $\{v_{n+1}\}$, $\{\alpha_{n+1}\}$ の初期値を設定し、次式の残差力ベクトル $\{\Psi\}$ を評価する。上添字 r は反復回数を示す。

$$\{\Psi\} = \{f_{n+1}\} - [M]\{\alpha_{n+1}^r\} - [C]\{v_{n+1}^r\} - [K]\{u_{n+1}^r\} \quad (13)$$

2) 反復過程で同一の剛性マトリックスを用いる初期応力法に基づいて、 $\{\Psi\}$ に対する修正変位増分ベクトル $\{\Delta u^r\}$ を求める。

$$\{\Delta u^r\} = [K]^{-1} \{\Psi\} \quad (14)$$

3) $\{u_{n+1}^r\}$, $\{v_{n+1}^r\}$, $\{\alpha_{n+1}^r\}$ を次式によって修正する。

$$\begin{cases} \{u_{n+1}^{r+1}\} = \{u_{n+1}^r\} + \{\Delta u^r\} \\ \{v_{n+1}^{r+1}\} = \left(\{u_{n+1}^{r+1}\} - \{u_{n+1}^r\} \right) / (\Delta t^2 \gamma) \\ \{\alpha_{n+1}^{r+1}\} = \{v_{n+1}^{r+1}\} + \Delta t \delta \{\alpha_{n+1}^{r+1}\} \end{cases} \quad (15)$$

ここで、 γ と δ は Newmark の積分パラメータであり、 $\gamma=0.25$, $\delta=0.5$ とする。 $\{\Psi\}$ が収束条件を満たすまで 2), 3) を繰り返す。

4. 準備的な検討

4.1 隙間の要素の評価

図-6 に重錘落下試験の有限要素分割図を示す。4 節点軸対称アイソパラメトリック要素とし、2 点ガウス積分を用いる。要素①～⑨が重錘であり、 $E=2.1 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$ とし、 c , ϕ には十分大きな数値を与える。重錘のすべて

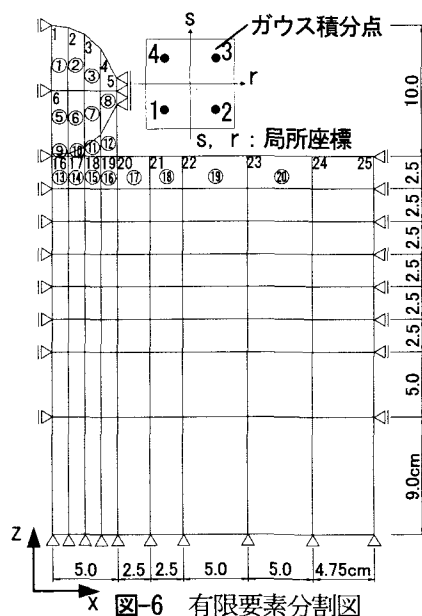


図-6 有限要素分割図

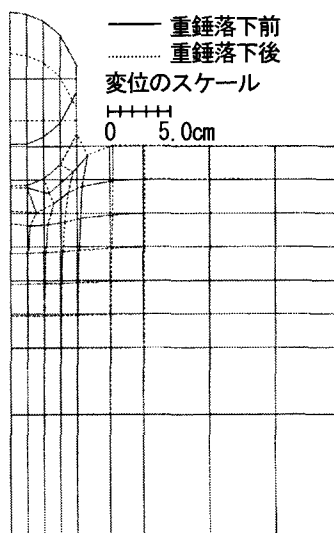


図-8 地盤の変形状況

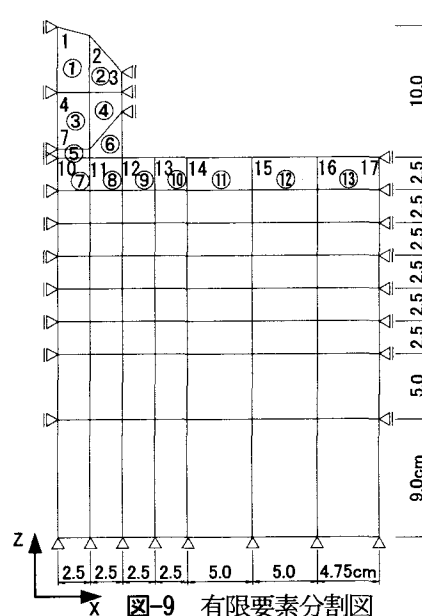


図-9 有限要素分割図

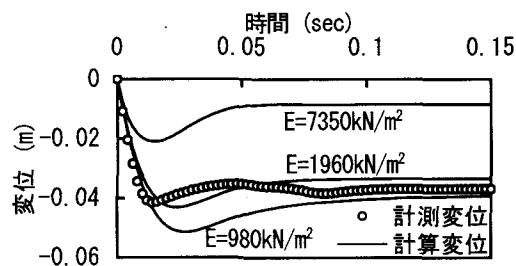


図-7 隙間の弾性係数の影響

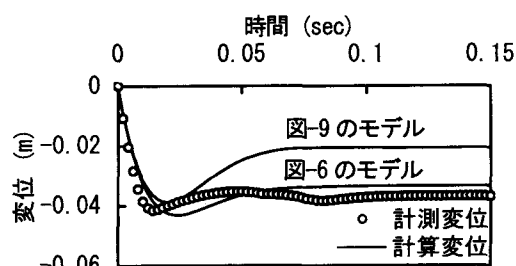


図-10 要素分割の精粗の影響

の節点に初速度 v_0 を与える。地盤には、表-2 に示す物性定数を与える。柴田ら⁷⁾は、RC 梁に対する重錘落下問題について、重錘と RC 梁の接触点の相互作用を等価バネでモデル化して一次弾性有限要素解析を行い、実際の現象と合うように等価バネ定数を決定する方法を提案している。この方法を参考にして、図-6 の、重錘と地盤の間にある「隙間」の要素⑩～⑫の物性の影響を調べる。これらの要素を早く降伏させるために $c=0$ 、 $\phi=0$ とする。 c の値を完全に 0 とすると、降伏後の応力の計算に問題が生じるので、 c に非常に小さな値 ($9.8 \times 10^{-3} \text{ kN/m}^2$) を与えておく必要がある。図-7 に、隙間の弾性係数 E を変化した場合の重錘変位の計算結果を示す。同図には密な山砂に対する試験結果 (落下高さ 1.5m, 重錘質量 4.1kg) も示す。隙間の c に非常に小さな値を与えており、わずかに弾性成分が存在するため、隙間の弾性係数の値が重錘の鉛直変位の計算結果に影響する。隙間に $E=1960 \text{ kN/m}^2$ を与えると、実際の現象をほぼ表現できる。図-8 に示すように、最終変形状況もほぼ表現している。隙間に $E=1960 \text{ kN/m}^2$ 以上の弾性係数を与えると、弾性体として衝撃荷重に抵抗するため、重錘の変位が小さくなる。 $E=1960 \text{ kN/m}^2$ 以下の弾性係数を与えると、重錘が隙間の要素を追い越す現象が生じた。隙間に低い弾性係数を与えると応力がうまく伝達されないためであると考えられる。有限変形を考慮した数値解析も行ったが、実際の現象を表現できなかった。現在、剛性の高い物体が地

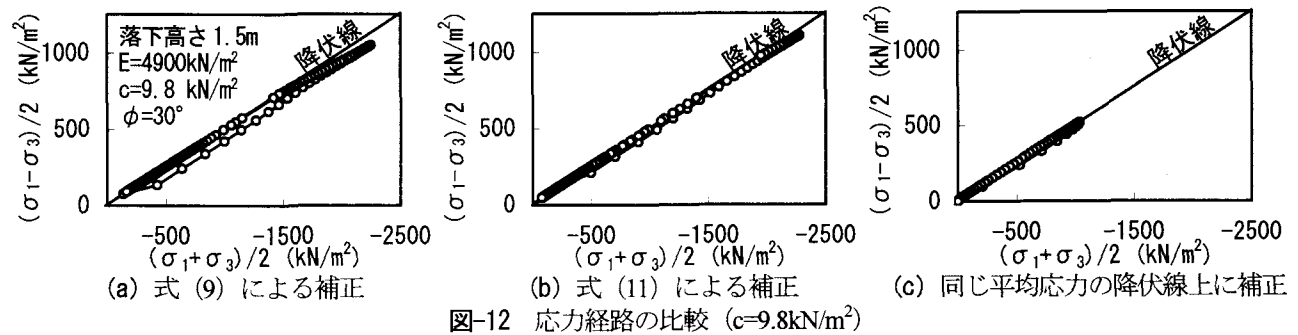
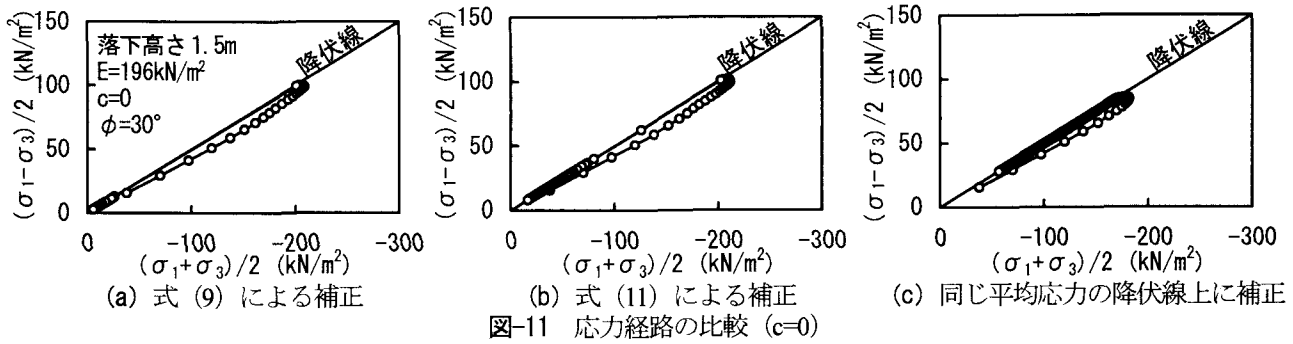
盤に衝突する現象を表現する方法は確立されていない。本論文では強度定数の推定を目的とするので、実際の現象を表現する 1 つの手法として、隙間の要素の弾性係数を変化させて、実際の現象を表現できる弾性係数を用いた。以上の結果、山砂では隙間を $E=1960 \text{ kN/m}^2$ 、 $c=0$ 、 $\phi=0$ とする。上記の山砂での検討を参考に、標準砂を対象とする場合について、隙間に与える弾性係数の値を検討した結果、隙間の弾性係数を標準砂と同じ値とすることで実際の現象を表現できることを確認した。

4.2 要素分割の精粗の影響

図-6 と図-9 に示す要素分割を用いて得られる計算変位と計測変位 (密な山砂, 落下高さ 1.5m, 重錘質量 4.1kg) の比較を図-10 に示す。要素分割を細かくするほど重錘変位は大きくなり、実際の現象に近くなる。図-6 よりもさらに細かい要素分割を用いた計算も行ったが、図-6 の要素分割を用いた計算結果との差がほとんどなかったため、以下の計算では、図-6 の要素分割を用いる。

4.3 非関連流れ則

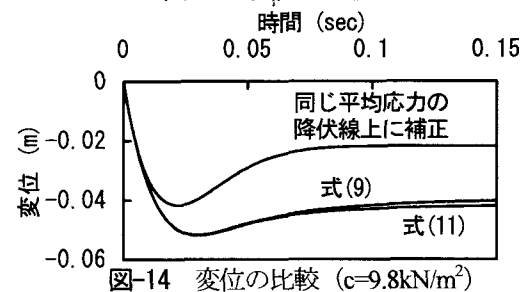
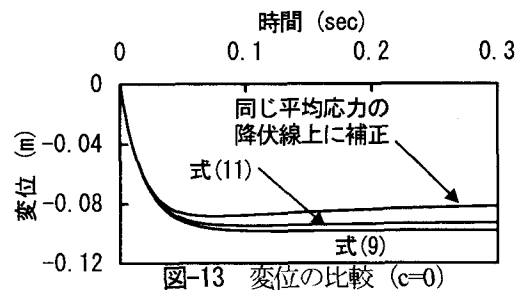
式 (7) のダイレイタンシー角 $\varphi=0^\circ$ (非関連流れ則) と $\varphi=\phi$ (関連流れ則) とした計算結果 (鉛直方向変位) にほとんど差がなかった。重錘落下現象は、鉛直方向変形が卓越するためと推定される。 $\varphi=0^\circ$ とすると剛性マトリックスが非対称となるため計算量が増加するが、本



論文では、この非関連流れ則を用いる。

4.4 応力経路の補正方法

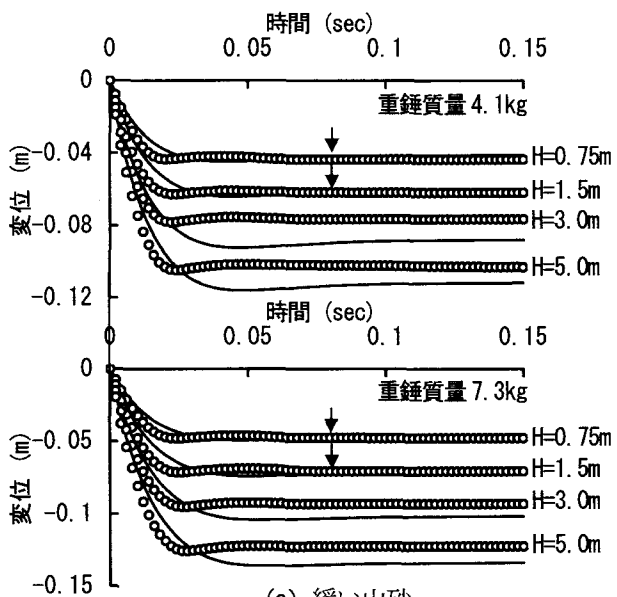
Owen らの補正式 (9) と、本論文の式 (11) を用いて、応力経路を比較する。図-11 に、図-6 の要素⑬のガウス積分点 4 (図-6 参照) の応力経路を示す。重錘落下高さ、物性定数は図-11 中に示す。式 (9) を用いると、 $c=0$ の時、図-11 (a) に示すように降伏線に達した時点で応力状態は一気に原点へ戻される。この場合、降伏後に地盤は応力を全く負担しないことになり、現実的とはいえない。図-11 (b) に、式 (11) を用いて初期応力 $\{\sigma_0\}$ に対して補正した応力経路を示す。図-11 (c) に、 $\{\sigma_0\}$ として降伏した応力状態の平均応力が等方的に存在するとして降伏線上に補正した応力経路を示す。両者とも降伏線上の点を取りながら原点に至っており、降伏後も応力を負担している。 $c \neq 0$ の場合、上記の 3 つの補正法を用いて得られる応力経路の比較を図-12 に示す。同じ平均応力の降伏線上に補正する場合以外は、応力経路にほとんど差はない。上記の 3 つの補正方法を用いた時の重錘の鉛直変位を、 $c=0$ 、 $c \neq 0$ の場合についてそれぞれ図-13、14 に示す。同じ平均応力の降伏線上に補正する場合、降伏後も応力を負担し、周りの要素に応力を負担させないので、重錘が弾性的に戻る挙動が顕著になる。重錘の鉛直変位については、式 (9) と式 (11) による補正に大きな差はないが、式 (11) は、 $c=0$ の時に、降伏後もある程度の応力を負担する現象を表現できるので、本論文では式 (11) を使用する。応力経路は除荷状態で降伏線に達し、その後降伏線に沿って下方へ進むから、より実際に近く現象を表現するためには、除荷時の応力一ひずみ関係を検討することも考えられる。しかし、本論文は Mohr-Coulomb 強度定数の推定を目的とするため、推定するパ



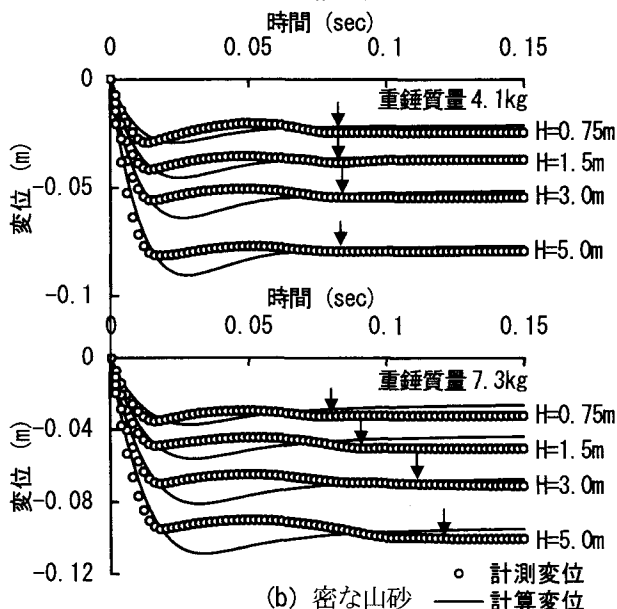
ラメータが少ないモデルであることが望ましい。式 (11) を用いることによりかなりの程度、実際の現象を表現できるので、以下では式 (11) を使用する。

4.5 計算変位と計測変位の比較

図-15 に、山砂に対する重錘の計測変位と、表-2 に示す物性定数を用いた計算変位を示す。H：重錘の落下高さである。重錘の最終変位はほぼ一致しているが、最大変位を示す点とその後に変位が回復する挙動を完全には表現していない。数値解析では地盤を連続体と仮定しているので、重錘貫入部から応力が十分に伝播しないなどの局所的な挙動を表現できないためと考えられる。地盤の物性定数を変えて計算を行っても、この部分の挙動を表現できず、本論文で用いた解析モデルの限界と思われる。山砂では、最終変位に達した時点 (図-15 中の矢印) までのすべての計測変位を用いて、 c 、 ϕ の逆算を行う。

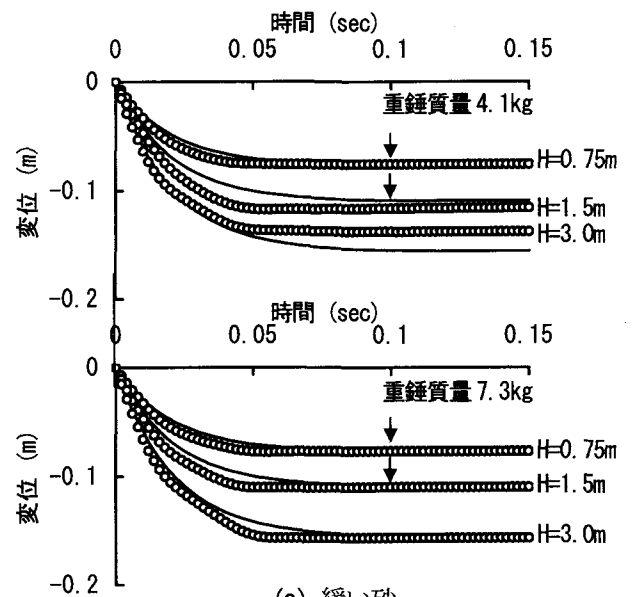


(a) 緩い山砂

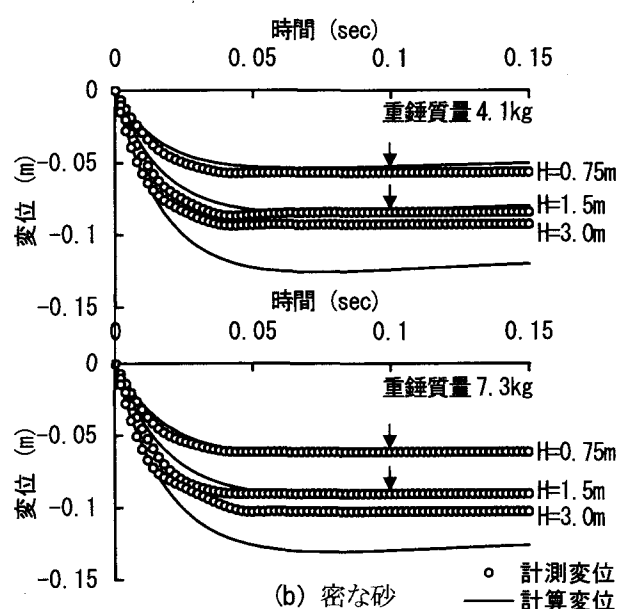


(b) 密な山砂

図-15 数値解析結果と試験結果の比較 (山砂)



(a) 緩い砂



(b) 密な砂

図-16 数値解析結果と試験結果の比較 (標準砂)

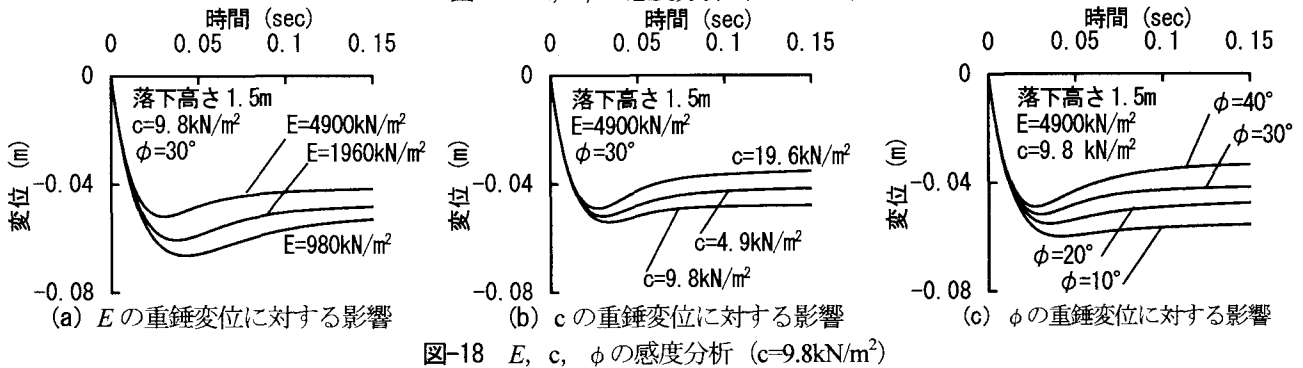
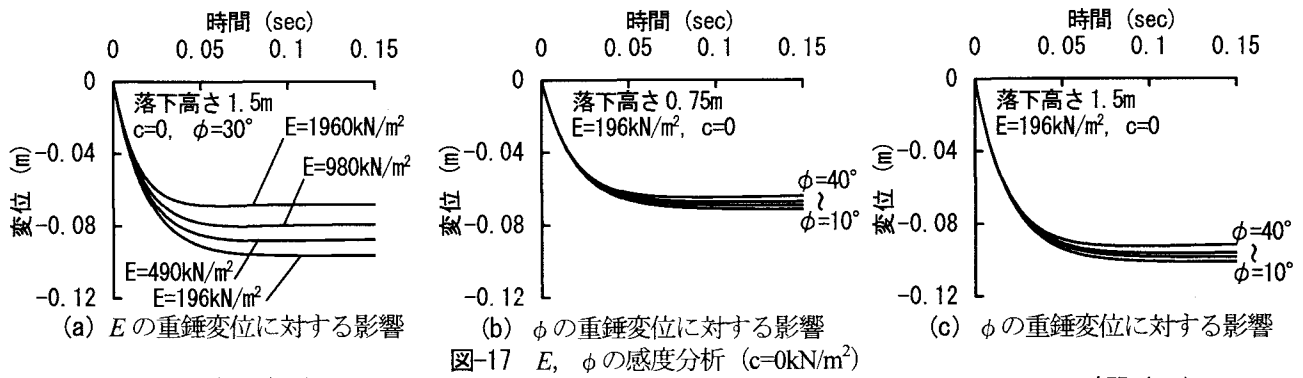
緩い山砂に対する落下高さ 3m と 5m の計算変位は、重錘が隙間の要素を追い越す現象が顕著になり、 c 、 ϕ の逆算に用いる計測変位の対象としない。

図-16 に、標準砂に対する重錘の計測変位と、表-2 に示す物性定数を用いた計算変位を示す。山砂と同様に、重錘の最終変位はほぼ一致しているが、最終変位に至る前の貫入初期の挙動を完全には表現できていない。また、重錘の落下高さ 3m の計算変位が計測変位と一致しないのは、重錘が隙間の要素を追い越す現象が顕著になるためである。密な砂では、計算変位が弾性的に戻る挙動が計測変位と一致しないが、これは 4.4 で述べたように、降伏後の要素の応力状態を Mohr-Coulomb の降伏線上に乗せて、降伏後も応力を負担する修正をしたことによる。4.6 で後述するように、 $c=0$ の場合、前半部分の鉛直変位に ϕ はほとんど影響しない。貫入開始点から最終変位までのすべての計測変位を用いると、上述のように計算

変位と一致させにくい前半部分の計測変位に一致するような ϕ を推定しようとするので、 ϕ の値を決定することができない。このため、 E が重錘の最終変位にある程度影響することを利用する。重錘の最終変位 (図-16 中の矢印) のみを用いて、 $10^\circ \sim 40^\circ$ に仮定した ϕ に対する E を求めて $E-\phi$ 関係を描き、静的載荷試験で求めた E に対する ϕ を読取る方法を用いる。

4.6 感度分析

逆解析を成功させるためには、1) 逆算するパラメータが計測される物理量に支配的な影響を及ぼす、2) 逆算するパラメータの種類が複数になる場合は、それぞれのパラメータが、計測される物理量に独立して影響する、という 2つの条件を満足しなければならない⁸⁾。粘着力 $c=0$ としたときの変形・強度定数の感度分析結果を図-17 に示す。弾性係数 E は貫入初期の直線部分にはほとんど影



響せず、最終変位には影響する。 ϕ も最終変位に影響するが、感度は非常に小さい。落下高さが高くなると変位に対する ϕ の感度は少し大きくなるが、砂の ϕ の逆算は容易でない。粘着力 c が 0 でない場合の感度分析結果を図-18 に示す。 E , c , ϕ は最大変位を示す点と、そこから回復する変位量に同時に影響する。以上の結果、標準砂、山砂ともに、重錘の変位の時刻歴に E , c , ϕ が独立して影響するわけではないので、計測変位から E , c , ϕ を同時に逆算するのは困難となる。そこで、弾性係数 E は、 c と ϕ に独立に推定することとし、2.2 で述べた地表面での静的な載荷試験で推定した弾性係数を用いる。

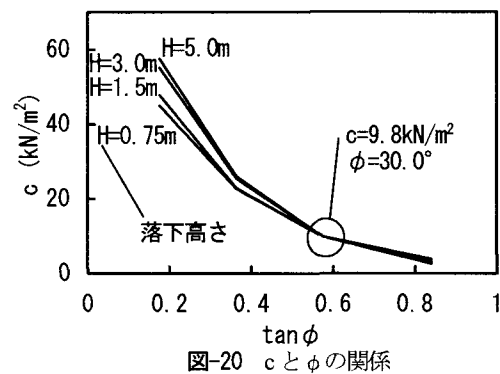
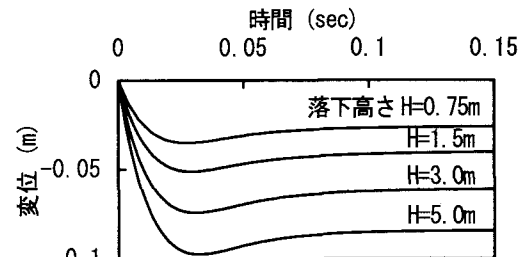
5. 強度定数の逆解析

5.1 仮想的なモデルによる検討

次式の目的関数 J を最小とするように強度定数 c , ϕ を決定する。

$$J = \sum_{n=1}^N (u_n - U_n)^2 \longrightarrow \text{最小} \quad (16)$$

ここで、 N : 時間ステップ数、 n : 時間ステップ、 u_n : 重錘の鉛直方向の計測変位、 U_n : 対応する計算変位である。図-6 に示すモデルで、地盤を $E=4900\text{ kN/m}^2$, $c=9.8\text{ kN/m}^2$, $\phi=30^\circ$ とした計算変位を図-19 に示す。これらの計算変位を仮想的に計測変位とみなし、 c , ϕ を逆算する。 c , ϕ の逆算には、最終変位までのすべての計測変位を用いる。ある落下高さに対する 1 回の計測変位から、シンプレックス法による最適化計算⁹⁾により c , ϕ の逆算を試みたが、 c , ϕ の収束値が、最初に仮定したシンプレックスの値によって変わり、1 回の重錘落下試験結果からは c ,



ϕ を分離できなかった。三軸圧縮試験では、複数の一定拘束圧 σ_3 に対する破壊強度から、せん断強度を明確に c と ϕ の成分に分離できることから、重錘落下試験では、複数の落下高さに対する計測変位により c , ϕ を分離できると考えられる。荒井⁸⁾は、双曲線型応力-ひずみ関係式を用い、平板載荷試験における計測変位から c , ϕ を逆算する方法を提案し、 σ_3 が高い地点と低い地点の計測変位を用いることによって、 c , ϕ の分離が可能であることを指摘した。そこで、図-19 に示す、各落下高さに対する計測変位について、 ϕ を $10^\circ \sim 40^\circ$ に仮定し、目的関数 J を最小とする c を一次元探索により直接決定する。この方法で、各落下高さに対して求めた c と ϕ の関

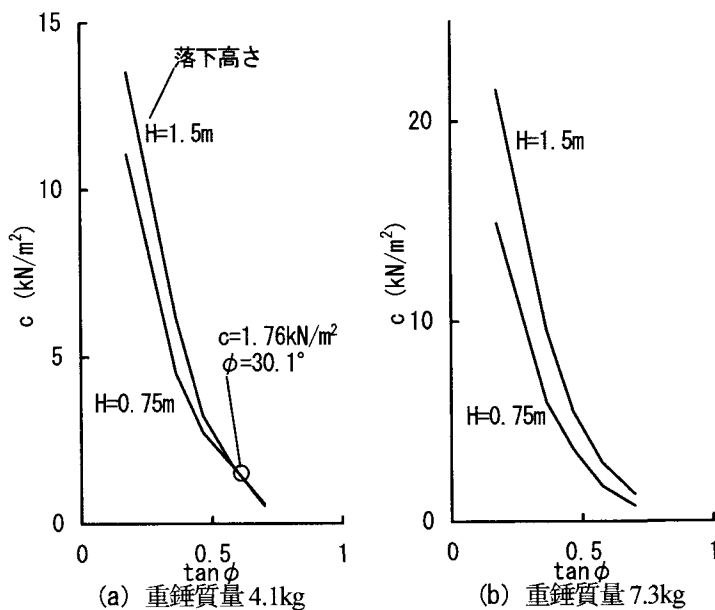


図-21 緩い山砂の c と ϕ の関係

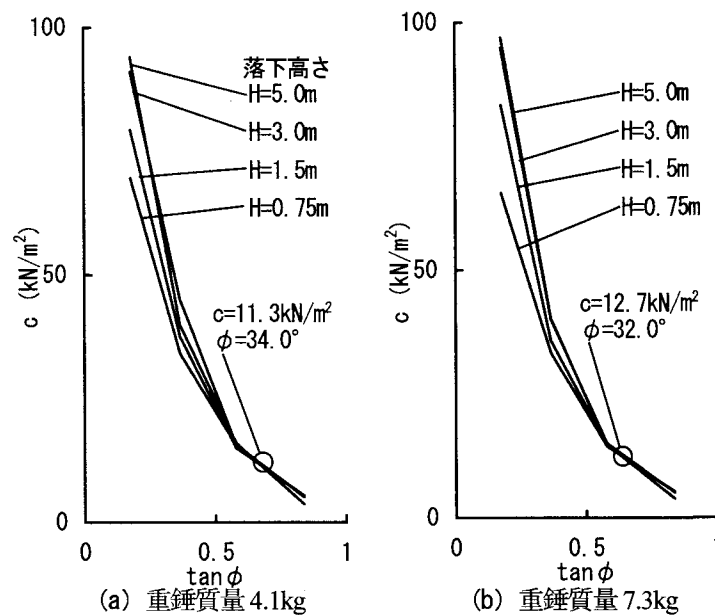


図-22 密な山砂の c と ϕ の関係

係を図-20 に示す。同図より、正解の c 、 ϕ で4つの c — ϕ 関係が交わり、正しい c 、 ϕ を逆算できることが分かる。

5.2 山砂 ($c \neq 0$, $\phi \neq 0$) への適用

図-21 に、緩い山砂に対する計測変位 (図-15) から逆算した c と ϕ の関係を示す。2つの線の交点から求めた c 、 ϕ は、重錘質量 4.1kg で $c=1.76 \text{ kN/m}^2$ 、 $\phi=30.1^\circ$ となる。重錘質量 7.3kg で、 c と ϕ の関係が交わらないのは、緩い山砂では c の値が小さく、重錘の変位に対する ϕ の感度が小さいので、計測変位のわずかな誤差で c と ϕ の関係が変化するためである。2つ以上の落下高さに対する c — ϕ 関係があれば、 c 、 ϕ の推定が可能といえる。図-22 に、密な山砂に対する計測変位から逆算した c と ϕ の関係を示す。3つ以上の c — ϕ 関係が交わる点から c 、

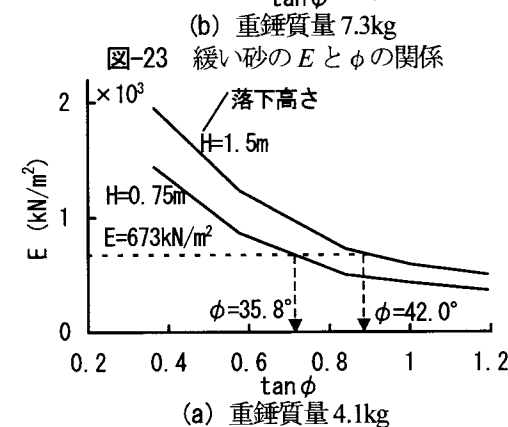
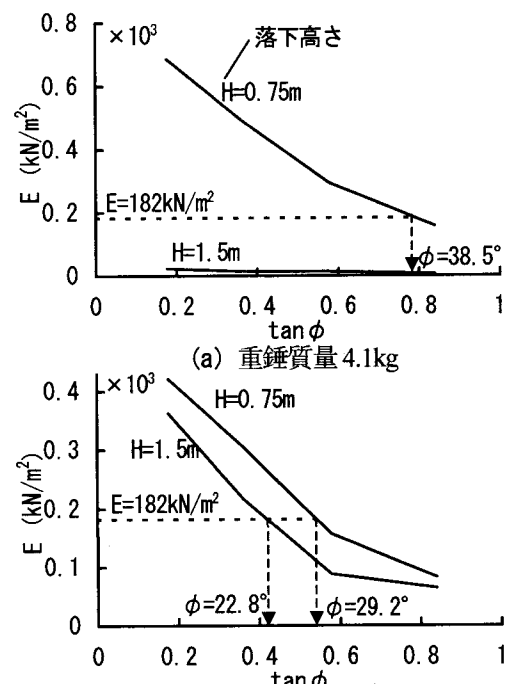


図-23 緩い砂の E と ϕ の関係

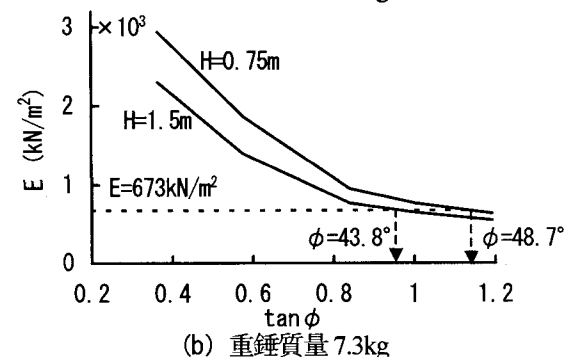


図-24 緩い砂の E と ϕ の関係

ϕ を求めた。重錘質量 4.1kg で $c=11.3 \text{ kN/m}^2$ 、 $\phi=34.0^\circ$ 、重錘質量 7.3kg で $c=12.7 \text{ kN/m}^2$ 、 $\phi=32.0^\circ$ となる。以上の結果、2つ以上の落下高さに対する c — ϕ 関係があれば、表-2 に示す一面せん断試験で求めた c 、 ϕ に近い値を推定できるといえる。

5.3 標準砂 ($c=0$, $\phi \neq 0$) への適用

$c=0$ の場合、前述のように計測変位に対する ϕ の感度が非常に小さいので、 ϕ を逆算しにくい。そこで、仮定した ϕ に対して目的関数 J が最小となる E を一次元探索

により求めて、 $E-\phi$ 関係を描く方法を用いる。標準砂では、式 (16) の目的関数を最終変位のみで評価する。緩い砂と密な砂の E と ϕ の関係を、それぞれ図-23, 24 に示す。両図の E と ϕ の関係で、静的載荷試験で求めた弾性係数 E (表-2 参照) に対する ϕ を読取る。読取った ϕ の値を平均して推定値とする。その結果、緩い砂で $\phi=30.2^\circ$ 、密な砂で $\phi=42.6^\circ$ となる。標準砂を対象とする場合、標準砂がとびはねて実験が困難になったので、落下高さ 0.75m と 1.5m の計測変位しか用いていないが、表-2 の一面せん断試験結果にかなり近い値を推定できている。以上のように、山砂のように $c \neq 0$ の地盤に対しては複数の $c-\phi$ 関係から c, ϕ を推定する。標準砂のように $c=0$ の地盤に対しては $E-\phi$ 関係から ϕ を推定する方法が実用的である。

6. 結論

重錘を所定の高さから自由落下させる重錘落下試験から、地盤の Mohr-Coulomb 強度定数 c, ϕ を逆算する方法を検討した。標準砂と山砂でそれぞれ作成した模型地盤に対し、重錘の質量と落下高さを変えて落下試験を行い、衝撃加速度と地表面の最終変形量を計測し、衝撃加速度を直接積分して得られる重錘の変位の時刻歴には十分な信頼性があることを確認した。重錘落下現象を表現するため、Mohr-Coulomb 降伏基準、非関連流れ則、Newmark の β 法を用いて数値解析を行った。 c, ϕ を逆算する方法を検討した結果を以下に示す。

- 1) 弾性係数 E 、強度定数 c, ϕ の計測変位に対する感度分析を行った。 E と ϕ は計測変位に同時に影響し、 c は重錘落下による地盤の最大変位からの回復量に影響する。粘着力 $c=0$ の場合、 ϕ の計測変位に対する感度は非常に小さい。標準砂、山砂ともに計測変位に E, c, ϕ が同時に影響し、計測変位から E, c, ϕ を独立的に逆算することが困難なので、 E は地表面に対する静的載荷試験により決定する。
- 2) c, ϕ は、計算変位と計測変位の誤差二乗和を最小とするように決定する。山砂では、最終変位に達した時点までのすべての計測変位を用い、標準砂では、最終変位のみを用いる。1 回の重錘落下試験から c, ϕ を分離して推定することはできず、落下高さの異なる複数の計測変位を用いることにより、両者を分離して推定できる。
- 3) 山砂 ($c \neq 0, \phi \neq 0$) では、落下高さの異なる計測変位について、 ϕ を仮定して c の逆算を行い、 $c-\phi$ 関係を求める。各落下高さに対する $c-\phi$ 関係の交点が推定値となり、一面せん断試験で求めた c, ϕ に近い値を推定できることを示した。
- 4) 標準砂 ($c=0, \phi \neq 0$) では、計測変位に対する ϕ の感度が非常に小さく、 ϕ の逆算が困難な課題となる。 ϕ

を仮定して E の逆算を行う方法を用い、得られる $E-\phi$ 関係から、静的載荷試験で求めた弾性係数 E に対する ϕ を読取る。この方法で、一面せん断試験で求めた ϕ に近い値を推定できることを示した。

7. あとがき

重錘に加速度計を取り付けた落下試験を行うだけで、地盤の強度定数 c, ϕ を推定する可能性を示した。重錘落下試験から逆算した c, ϕ は、一面せん断試験で求めた値に近い。今後、多数の実地地盤に本手法を適用し、妥当性を検討する必要がある。本研究は平成 12 年度科学研究費 (基盤研究 (C) (2) 課題番号 12650490) を受けて実施した。

参考文献

- 1) 才木繁, 坂本稔, 本郷隆夫, 藤原正明, 加藤豊, 北村明洋: 簡易締固め測定器を用いた施工管理例, 土木学会第 47 回年次学術講演会講演概要集, pp. 768-769, 1992.
- 2) 浅田毅, 溝口義弘, 佐野久二, 坂本稔: 応答加速度法による締固め管理手法について (その 1), 土木学会第 48 回年次学術講演会講演概要集, pp. 216-217, 1993.
- 3) Owen, D. R. J. and Hinton, E. (山田嘉昭訳): 塑性の有限要素法, 科学技術出版社, 1988.
- 4) Arai, K., Ohta, H. and Yasui, T.: Simple optimization techniques for evaluating deformation moduli from field observations, Soils and Foundations, Vol. 23, No. 1, pp. 107-113, 1983.
- 5) 土木学会: 動的解析と耐震設計第 3 巻 エネルギー施設, 技報堂出版, pp. 37-49, 1989.
- 6) 大島昭彦, 高田直俊: 重錘落下締固めにおける重錘運動量と締固め効果, 第 27 回土質工学研究発表会講演集, pp. 2103-2106, 1992.
- 7) 柴田俊文, 三上隆, 須藤敦史, 村井信康: 衝撃力が作用する RC 梁の一次元弾性応答特性, 第 5 回構造物の衝撃問題に関するシンポジウム講演論文集, pp. 13-16, 2000.
- 8) Arai, K.: Back-analysis of deformation and Mohr-Coulomb strength parameters based on initial strain method, Soils and Foundations, Vol. 33, No. 3, pp. 130-138, 1993.
- 9) Kowalik, J. and Osborne, M. R. (山本善之, 小山健夫共訳): 非線形最適化問題, 培風館, pp. 11-34, 1970.

(2004 年 4 月 16 日受付)