

入射場の放射パターンを用いるリニアアレイ探触子の設計変数決定法

An optimization method for the design parameters of a linear phased array transducer using radiation pattern of the incident field

藤原 昌之*・木本 和志**・廣瀬 壮一***

Masayuki FUJIWARA, Kazushi KIMOTO and Sohichi HIROSE

*学生会員 東京工業大学大学院情報理工学研究科情報環境学専攻 (〒152-8552 東京都目黒区大岡山 2-12-1)

**正会員 工修 東京工業大学大学院情報理工学研究科情報環境学専攻 (〒152-8552 東京都目黒区大岡山 2-12-1)

***正会員 工博 東京工業大学大学院情報理工学研究科情報環境学専攻 (〒152-8552 東京都目黒区大岡山 2-12-1)

This paper investigates the beam forming mechanics of a P-wave linear phased array transducer by numerical simulations. For the simulation, the array transducer is modeled as phased normal loads distributed over a set of rectangular areas on a linearly elastic isotropic half space. The incident field in the half space is calculated by the point source superposition method with a high frequency approximated Lamb's solution. The numerical results are shown as radiation plots, and are used to investigate the beam width as well as the beam steering ability. Making use of the knowledge obtained from the simulation, a method to optimize design parameters of the array transducer is then proposed. The design parameters to be optimized are an array element width, interelement spacing and the number of the elements. The optimization strategy is to reduce the beam width and the number of array elements. As a result of the optimization analysis, it was found that the number of array elements per unit length is crucial to achieve narrow beam width and that its lower limit exists.

Key Words : phased array transducer, beam steering, radiation pattern, design parameters

1. はじめに

部材内部の亀裂や空洞などの欠陥を、超音波を用いて非破壊的に検出する方法の一つに超音波探傷試験がある。この試験では超音波探触子と呼ばれるセンサを用いるのが一般的である。土木構造物における超音波探傷試験では、探触子を配置できる箇所は被検査材の形状や表面状態によって限定されることが多く、検査領域に対して理想的な位置に置くことができる場合は少ない。そのため斜角探触子や集束型探触子など、入射角度や焦点距離の異なるさまざまな探触子が考案されて用いられている。しかしながら、検査領域が広い場合には複数の探触子を用いることや、探触子の機械的な走査が必要となり一般に検査効率は悪い。これに対して、医療の分野ではフェーズドアレイ探触子と呼ばれる探触子が実用化され、用いられている。通常の探触子が一つあるいは二つの振動子からなるのに対し、フェーズドアレイ探触子は独立に駆動できる複数の小さな振動子から構成されている。アレイ要素と呼ばれるこれらの振動子を電子的な制御により適当な時間差、振幅差をつけて駆動させれば、さまざまな方向や位置に強い超音波を放射することができる。これは、瞬時に広範囲をカバーした探傷が可能であることを意味し、非常に効率的である。

フェーズドアレイ探触子では、各アレイ要素から発生する互いに位相差を持った波動を重ね合わせることで様々な入射ビームを形成する。そのため、どのような入射ビームが得られるかは波動伝播問題として解析

することができる。例えば、Woohら¹⁾はアレイ探触子からの波動場を線波源からの円筒波の重ね合わせとして解析し、グレーティングローブの発生条件やアレイ要素の数および配置間隔が入射ビーム幅に与える影響などを調べている。また、Cardoneら²⁾はアレイ要素の駆動方法を最適化することで、ビーム幅を絞ることや望んだビームパターンに近づけることができることを示している。これらの研究により、アレイ要素のサイズや配置など設計パラメータが入射ビームの形成に与える影響が詳しく調べられ、適当な設計パラメータを選べばビーム幅や探傷可能範囲の異なる様々な探触子を実現できる可能性があることが分かる。しかしながら、それら設計パラメータの値をどのように決定すべきかについては、方針、手法ともに明らかでなく、いくつかの候補から試行錯誤を繰り返して決定するほかないのが現状のようである。また、アレイ探触子に関する研究の多くは音響波を対象としたものであり、機械部品や土木構造物の超音波探傷で問題となる固体中の弾性波を対象とした研究は少ない。よく知られているように、弾性体中を伝播する波動には縦波および横波が存在する。また、線波源や点波源からの波動は音響波の場合と異なり指向性をもつ。そのため、音響波を発生させるアレイ探触子について得られている入射ビームの形成メカニズムに関する知見が、そのまま弾性波の場合にもあてはまるとは限らず注意が必要である。

本研究では以上のような背景をふまえ、弾性波を発生させるアレイ探触子を対象とし、入射ビームの形成

メカニズムを明らかにすること、そこで得られた知見を元に入射波動場の評価に基づく設計パラメータ決定方法を提案することの二点を目的としている。前者に関しては、アレイ探触子が固体中に作る波動場を数値シミュレーションによって調べる。その際、既往の研究成果が有効に活用できるように、適宜音響波の場合との比較を行い弾性波との相違点が明らかになるように配慮する。後者については入射ビームを定量的に評価するための指標を導入し、その指標に照らして設計パラメータの決定を行う方法を提案する。以下では、アレイ探触子からの入射場を解析するために問題の定式化を行い、その数値解析手法について説明する。次に、入射場の形成原理や特徴を示す代表的な解析結果をいくつか示す。最後に、放射パターンから計算される入射ビームの良し悪しを表す評価値を導入し、その評価値を効果的に改善するように設計パラメータを決定する方法について述べる。

2. リニアアレイ探触子からの入射波動場

2.1 リニアアレイ探触子

図1および図2はリニアアレイ探触子による入射波動場の形成メカニズムを模式的に示したものである。図1には鉛直入射を、図2には入射角度 θ_s で斜角入射を行った場合の例を示してある。簡単のため、探触子は

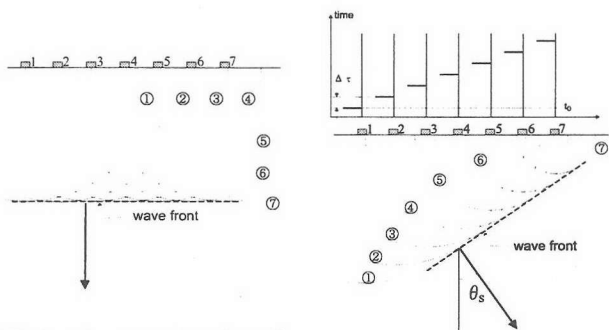


図-1 ビームステアリングの原理 (鉛直入射)

図-2 ビームステアリングの原理 (斜角入射)

一定の間隔 d で並んだ7個の振動子(アレイ要素)からなるものとする。各アレイ要素を無指向性の線波源とみなせば、入射波動場はホイヘンスの原理に従い、各アレイ要素から発生する円筒波の重ね合わせとして得られる。これらの図から明らかなように、全てのアレイ要素を同時刻に駆動すれば鉛直入射を、隣接するアレイ要素間に一定の遅延時間 $\Delta\tau$ を設けて駆動すれば、傾斜した波面が得られて斜角入射を、それぞれ行うことができる。今、媒質中の波動の伝播速度を c とすれば、遅延時間と入射角度の関係はアレイ要素の配置間隔を d として

$$\Delta\tau = \frac{d \sin \theta_s}{c} \quad (1)$$

によって与えられる。すなわち、遅延時間を変化させることにより、入射角度の制御(ビームステアリング)を行うことができる。

2.2 解析モデル

図3および図4に入射波動場の解析モデルを示す。媒質は等方、均質な線形弾性体が占める半無限領域 D とし、その表面を ∂D によって表す。媒質の材料定数は縦波の波速 c_L 、横波の波速 c_T および密度 ρ によって与え、座標は $z > 0$ が領域 D に一致するよう図のようにとる。

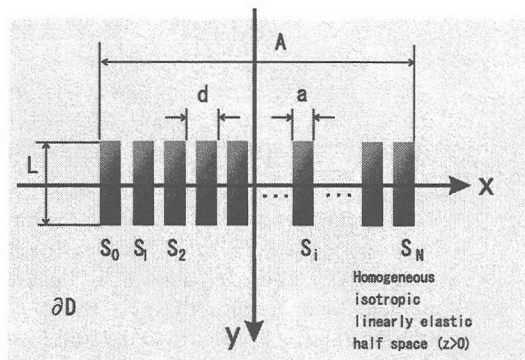


図-3 解析モデルと座標系 (xy 平面)

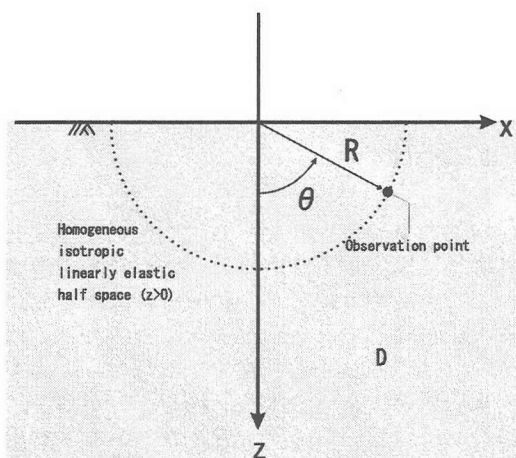


図-4 解析モデルと座標系 (xz 平面)

実際の接触型探触子では、アレイ要素の振動が接触媒質を介して固体中に伝えられて入射場を形成する。ここでは簡単のため、アレイ要素を ∂D 上 $S_i (i = 1, \dots, N)$ の分布鉛直力に置き換えることで探触子をモデル化する。ただし、 N 個のアレイ要素は全て幅 a 、長さ L の矩形であり、それらは x 軸に沿って一定の間隔 d で配置されているものとする。

2.3 定式化

以上のようなモデルを考えたとき、 D 内の変位場 $u(x, t)$ は次の運動方程式を満足する。

$$c_T^2 \nabla^2 u(x, t) + (c_L^2 - 2c_T^2) \nabla \nabla \cdot u(x, t) = \frac{\partial^2}{\partial t^2} u(x, t), \quad (x \in D) \quad (2)$$

i 番目のアレイ要素が占める領域を S_i で表せば、境界条件は

$$\sigma_{zz}(x, t) = \begin{cases} -f(t - (i-1)\Delta\tau), & (x \in S_i, i=1, \dots, N) \\ 0 & (x \in \partial D, x \notin S_i) \end{cases} \quad (3)$$

$$\sigma_{xz}(x, t) = \sigma_{yz}(x, t) = 0 \quad (x \in \partial D) \quad (4)$$

となる。 $f(t)$ は鉛直力の時間変化を表す関数であり $t > 0$ に台を持つものとする。一方、初期条件は時刻 $t = 0$ において変位および速度がゼロであると考え

$$u(x, 0) = \frac{\partial}{\partial t} u(x, 0) = 0 \quad (5)$$

とする。式 (2)-(5) で表される初期値-境界値問題を解くことによりアレイ探触子からの波動場を解析することができる。なお、以下では周波数域において問題を扱う。その際、角周波数を意味する ω は特に必要のない限りは省略し、変換域の量に対しても混乱は生じないと考えられるため時間域のものと同じ記号を用いる。

2.4 解析手法

上述の問題は有限要素法や境界要素法などの数値解法を用いれば解くことができる。しかしながら、観測点位置や周波数によっては膨大な計算が必要とされ、パラメトリックな計算を行う場合にはあまり効率的でない。ここでは、解析解を利用してアレイ探触子からの波動場を求める方法を用いる。

はじめに、点 $y \in \partial D$ の単位鉛直荷重に対する半無限領域 D の応答を考える。このときの D 内の変位場を $U(x, y)$ と表すと、重ね合わせの原理によりアレイ探触子からの変位場を次のように書くことができる。

$$u(x) = f(\omega) \sum_{j=1}^N \exp(i\omega(j-1)\Delta\tau) \int_{S_j} U(x, y) dS_y \quad (6)$$

ここで、時間域における遅延時間 $\Delta\tau$ は周波数域においては $\exp(i\omega(j-1)\Delta\tau)$ となって現れている。 $U(x, y)$ は Lamb の解として知られており厳密解が積分形で得られている³⁾。しかし Lamb の解を直接数値積分するには種々の技巧が必要とされる上、計算時間の面でも効率が悪い。そこで本研究では、Lamb の解に停留位相の方法を適用することで得られる高周波域での漸近近似解 $\tilde{U}(x, y)$ を式 (6) の計算に用いる。 $\tilde{U}(x, y)$ は縦波と横波の和として次のように与えられる⁴⁾。

$$\tilde{U}(x, y) = \frac{f(\omega)}{2\pi\rho c_T^2} \sum_{\beta=L,T} K_\beta(\theta) \frac{e^{ik_\beta R}}{R} \hat{d}^\beta \quad (7)$$

ここに $R = |x - y|$ 、 $\hat{d}^\beta$ は β 波の変位ベクトルを、 θ は $\hat{d}^L$ が z 軸となす角度を意味する (図 4)。また、 $K_\beta(\theta)$ は directivity function と呼ばれ、縦波あるいは横波の変位場の指向性を表す関数である。 $K_\beta(\theta)$ の具体的な表現は以下の通り。

$$K_L(\theta) = \frac{(2\sin^2\theta - \kappa^2) \cos\theta}{(2\sin^2\theta - \kappa^2)^2 + 4\alpha_L \sin^2\theta \cos\theta} \quad (8)$$

$$K_T(\theta) = \frac{\alpha_T \sin 2\theta}{(2\sin^2\theta - 1)^2 + 4\alpha_T \sin^2\theta \cos\theta} \quad (9)$$

ここに $\alpha_L = \sqrt{\kappa^2 - \sin^2\theta}$ 、 $\alpha_T = \sqrt{\kappa^{-2} - \sin^2\theta}$ 、 $\kappa = c_L/c_T$ である。式 (7) では変位が縦波と横波の和として表されているが、実際のアレイ探触子では伝播速度の速い縦波が利用される。そのため、以下の解析では全て変位の縦波成分だけを計算して用いることとする。

2.5 エネルギーフラックスの時間平均

解析結果の表示にあたり、空間変数に対して複素数を成分にもつ変位ベクトル $u(x)$ をそのまま用いるよりも、適当なスカラー量とした方が波動場の特徴を調べる際に分かりやすい。そのようなスカラー量として、ここでは変位の絶対値

$$|u(x)|^2 = u(x) \cdot u(x)^* \quad (10)$$

と、原点を中心として半径 R の球面上の点 x を通過するエネルギーフラックスの時間平均 $E(x)$ を用いる。エネルギーフラックスとは、単位面積を単位時間に通過するエネルギーを意味し、 $E(x)$ は次の式で定義される⁵⁾。

$$E(x) = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \text{Re}[t_j(x)e^{-i\omega t}] \text{Re}[v_j(x)e^{-i\omega t}] dt$$

$$= \frac{1}{2} \text{Re}[t_j v_j^*], \quad (|x| = R) \quad (11)$$

ここに $*$ は複素共役を表し、 $t_i(x)$ および $v_i(x)$ はそれぞれ表面力および速度ベクトルを、 T は周期を意味する。

3. 解析結果

ここでは式 (6) を計算することで得られるいくつかの解析結果を示す。はじめに固体中の縦波についても、適当なアレイサイズや配置間隔を選べばビームステアリングが可能であることがわかる解析結果を示す。次に、入射ビームの変化についてより詳しく調べるために同様な結果を放射パターンを表すグラフとして示す。その際、弾性波を用いることによって生じる影響が明らかとなるように、音響波に対する同様な計算結果をあわせて示す。さらに、それらの結果を用いて、ビームステアリングの正確さやステアリング可能範囲などの意味で使われるステアビリティ (steerability) について論じる。最後に次節の設計パラメータ決定法において必要となるレイリー距離の概念について説明する。ただし、以下に示す解析ではいずれも ($\kappa = c_L/c_T$) = 1.84 とし、アレイ要素幅 $a/\lambda_L = 0.175$ 、奥行き $L/\lambda_L = 1.75$ 、間隔 $d/\lambda_L = 0.263$ の矩形アレイ要素を $N = 20$ 個並べた場合の結果であり、これらは良好な入射ビームが得られるパラメータの組合せであることを断っておく。

3.1 ビームステアリング

図 5 は $y = 0$ 面内の変位分布を絶対値 $|u(x)|$ で示したものである。ステアリング角度 θ_s を 0° , 20° , 40° , 60° , 80° とした五種類の解析結果が示してある。大きな変位が集中するビーム方向がステアリング角度に応じて変化している。ただし、入射ビームは空間的に広

がりをもっており、その程度は θ_s によって異なることがわかる。

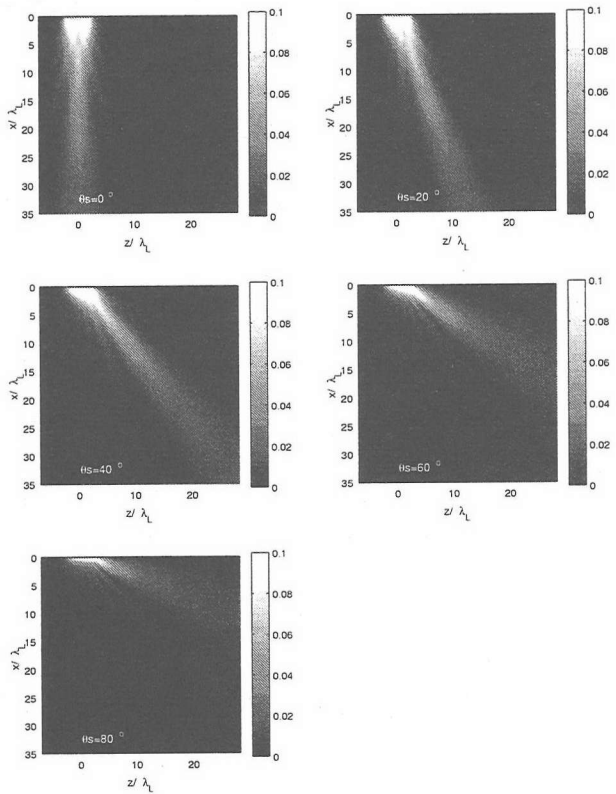


図-5 $y = 0$ 面内の変位 $|u(x)|$

3.2 放射パターン

入射エネルギーの分散や集中の具合をより詳しく調べるために、放射パターンを表すグラフを図6に示す。このグラフは図4で示した座標系において $y = 0$ 、半径 $R/\lambda_L = 17.54$ で表される円弧上の点 x において観測されるエネルギーフラックスを時間平均した $E(x)$ を、 z 軸からの角度 θ に対してプロットしたものである。ただし、 $E(x)$ はせん断剛性と縦波速度の積 μc_L で無次元化して示してある。これらのグラフでは、ステアリング角度 θ_s 付近に大きなピークが現れているが、この最大のピークを有する放射パターンの山はメインローブと呼ばれる。メインローブのピーク位置を θ_{in} で表せば、 θ_{in} は理想的には θ_s に一致すべきである。しかしながら、ここでの結果は θ_s が小さくうちは θ_{in} とほぼ一致するものの、 θ_s が 60° を超えるあたりから両者は乖離していく傾向を示している。また、メインローブの幅が θ_s とともに増加する傾向もみられる。

図7に音響波に対して行った同様な計算結果を示す。ここでは縦波の場合との比較を目的としているため、波速および密度は縦波の計算と同じ値を用い、レイリーの表面積分の式を用いて音場の計算を行った⁴⁾。やはりメインローブ幅は θ_s の増加につれて大きくなっているものの、音響波では、 90° 近くまでステアリングが可能なが見えて取れる。また、大きな θ_s に対しても、メ

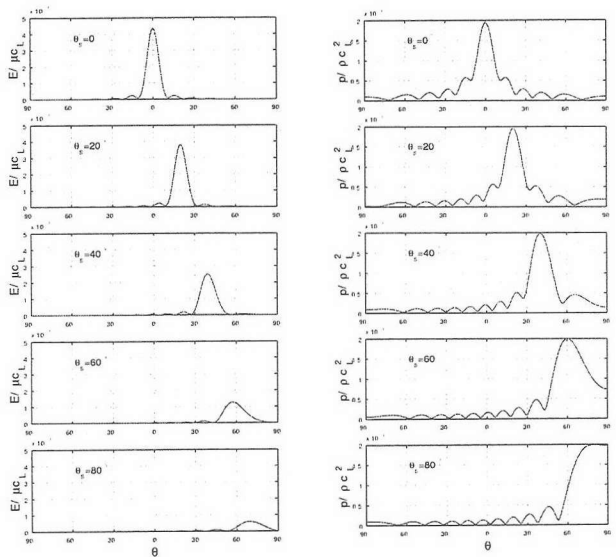


図-6 放射パターン (縦波) 図-7 放射パターン (音響波)

インローブ高さの低下が見られない点も弾性波の場合と異なっている。これらは、点波源からの音響波が無指向性の場合を作るのに対して、半無限体表面の鉛直集中荷重からの変位場は式(7)のdirectivity functionで表される指向性をもつことが原因である。実際、 $K_L(\theta)$ は $\theta = 0$ から $\theta = \pi/2$ に向かって単調に減少する関数となっており、 θ_s を大きくすればそれだけ傾いた波面が形成されるものの、振幅までは大きくなりえないことが理解できる。

3.3 ステアビリティー (steerability)

ステアビリティーについてより詳しく見るため、メインローブ位置 θ_{in} をステアリング角度 θ_s に対してプロットしたグラフを図8に示す。比較のために音響波に対する結果と縦波の場合の結果を示してある。縦波

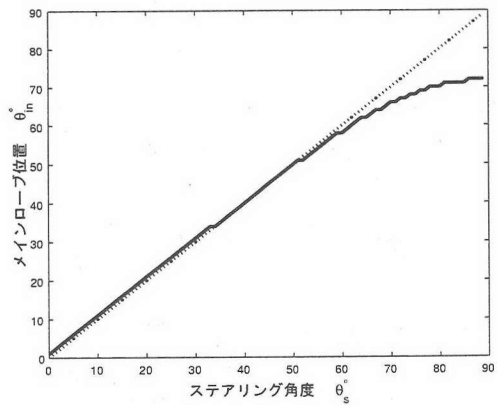


図-8 ステアリング角度とメインローブ位置の関係
(実線：縦波、点線：音響波)

を用いた場合、ステアリング角度が約 60° を越えるあたりから意図した角度にメインローブが現れなくなり、

θ_{in} が 70° 付近で頭打ちとなることが分かる。この結果より、縦波を利用する場合には図 8 のような θ_{in} と θ_s の関係を事前に調べておいて、正しいメインローブ位置が得られるように $\Delta\tau$ を調整するか、例えば 50° までというように θ_s と θ_{in} がよく一致するステアリング角度までに制限して探触子を用いる必要があることが分かる。

3.4 レイリー距離

$y = 0$ 面内において原点を中心とする半径 R_1 の円弧をとり、そこで得られる放射パターンを $E(x)|_{R=R_1}$ で表すものとする。ただし、 R は図 4 に示した極座標の成分である。今、 $E(x)|_{R=R_1}$ を用いて入射波動場の評価を行うことが妥当であるのは、それよりも観測点が遠い場合にも放射パターン $E(x)|_{R=s}, (s > R_1)$ に大きな変化がないときである。もしそうでないならば、様々な $R = s (> R_1)$ において $E(x)|_{R=s}$ を調べる必要があり、 $R = R_1$ において得られた放射パターンを用いる意味がない。そこで、このような R_1 のうち最小のものを R_N とすると、放射パターンの評価は $R > R_N$ において行うべきであるから、 R_N がどの程度であるのかを事前に見積もっておく必要がある。音響波の場合この距離は near field distance と呼ばれ、無限バツフル領域で指示された円形振動板や矩形振動板からの音場では、波長を λ 、振動板直径または振動板長辺を B として

$$R_N = \frac{B^2}{4\lambda} \tag{12}$$

となることが知られている⁴⁾⁶⁾。光学分野では R_N はフレネル回折とフラウンホーファー回折の境目の距離を与えるレイリー距離として知られ⁷⁾、 B をスリット幅と考えればやはり式 (12) で与えられる。図 9 と図 10 は、縦波の場合にも同様な距離が存在することを示すための解析例である。図 9 は $\theta_s = 0^\circ$ としたときの z 軸上の変位分布である。探触子直下では変位は単調に減少せず $z/\lambda_L = 7$ 程度までは複数の極大、極小点が存在している。そこで、 $R/\lambda_L = 3, 5, 7, 9, 11, 15$ における $E(x)$ の θ 方向分布を見ると、図 10 のようになっている。

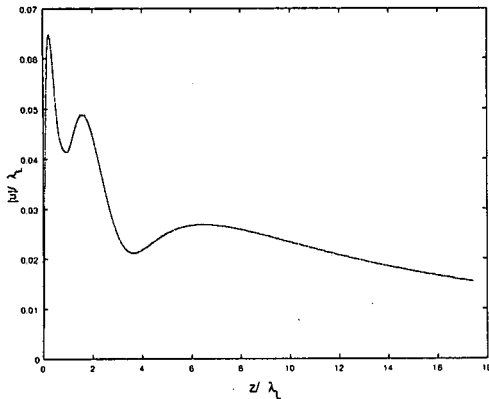


図-9 z 軸上の変位分布

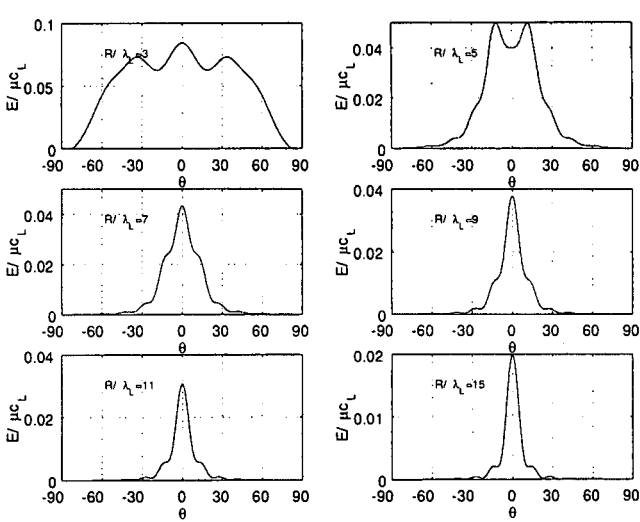


図-10 観測点位置 R の変化に伴う放射パターンの変化

これによれば、 $R/\lambda_L = 7$ 程度まで分布形状にかなりの変化が見られるが、それ以上ではあまり変化しなくなることがわかる。そこで式 (12) の B としてアレイ探触子の開口幅

$$A = (N - 1)d + a \tag{13}$$

を用いて R_N を計算すると、 $R_N/\lambda_L = 6.69$ となり弾性体中の縦波に対して式 (12) がおおよそ当てはまることがわかる。ここでは示さないが、アレイ要素のサイズ等の条件を変えた場合にも縦波の場合のレイリー距離が式 (12) によって推定できることが確認できる。そこで以下でも式 (12) によりレイリー距離を求められるものとして議論を行い、放射パターンの評価も $R > R_N$ となる位置で行うこととする。

4. 設計パラメータの決定方法

ここでは、 a, L, d, N をアレイ探触子の設計パラメータとして、望ましい放射パターンが得られるようこれらを合理的に決定する方法について考える。そのためには、望ましい放射パターンがどのようなものであるかを規定し、それを数値として表す指標が必要である。以下ではそのような指標を導入し、4つのパラメータの決定方法を提案する。

4.1 放射パターンの評価指標

図 11 は望ましくない放射パターンの典型例を示した模式図である。この図では、ステアリング角度 θ_s 以外の方向にもグレーティングローブと呼ばれる大きなピークが現れる場合を示している。図のような放射パターンが望ましくないのは、探傷を行う際にグレーティングローブのような意図しない方向への強いビームの放射があると、検出すべき欠陥位置を誤って判定してしまう可能性があるためである。逆に、望ましい放射パターンとは、グレーティングローブが現れず、さらに

探傷試験の空間的な分解能が十分得られるようにメインローブの幅もできるだけ小さなものである。ここではビームの広がりを表す次のような量 $S(\theta_s)$ を定義して、放射パターンの評価値として利用する。

$$S(\theta_s) = \sqrt{\frac{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} (\theta - \theta_{in})^2 E(\theta) d\theta}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} E(\theta) d\theta}} \quad (14)$$

$S(\theta_s)$ はグレーティングローブが有るときやメインローブ幅が大きな場合には大きな値をとるため、その値が小さいほどよい放射パターンであることを示しているといえる。なお、放射パターン $E(\theta)$ はステアリング角度 θ_s ごとに得られるため S は θ_s の関数となる。

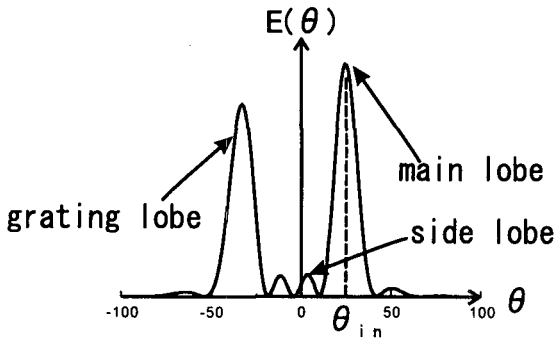


図-11 望ましくない放射パターン

4.2 パラメータ決定方法

ビームステアリングを行った場合にも $S(\theta_s)$ の値は小さく抑えられるべきであるから、その最大値

$$S_{max} = \max_{-\pi/2 \leq \theta_s \leq \pi/2} \{S(\theta_s)\} \quad (15)$$

を小さくするように設計パラメータを決定することが望ましい。また、アレイ要素の数は探触子製作のコストに比例するため N も可能な限り小さい方がよい。これらの方針に従って設計パラメータの決定を行う問題はコスト関数

$$C = S_{max} + \alpha N^\beta \quad (16)$$

を最小化する最適化問題と捉えることができる。しかしながら、重み係数 α や指数 β の値は主に、探触子に用いる振動子の加工技術によると考えられ、具体的な数値を与えることは難しい。また適当な α, β の値を定めて数値的に最適化問題を解くという方法では、得られる答えはある特定の場合に対する結果であり、そこから何らかの一般的な結論を導くには様々な α, β に対する解析が必要となり、膨大な計算コストを要すると予想される。そこで、本研究では以下のような方法で設計パラメータ決定を行うことを提案する。

(1) アレイ要素の奥行き L

リアアレイ探触子は $y = 0$ 面内の探傷に用いられる。また、入射波動場は $y = 0$ 平面に関して対称で

あり、アレイ要素の奥行き L は y 方向へのビームの広がりには影響しないことが知られている⁶⁾⁸⁾。そのため $y = 0$ 面での放射パターンを見る限り、 L の影響はあまり重要でない。そこで L はここで決定すべきパラメータから除外しておく。ただし $y = 0$ 面内にビームを集中させるためには L は波長の数倍程度にとっておく必要があることを付け加えておく。

(2) 開口幅 A

残るパラメータは a, d, N の三つである。これらのパラメータは開口幅 A と式 (13) の関係にある。そこで、以下では $q = a/d, N, A$ を独立なパラメータとして、それらを決定する方法について考える。前節でも述べたように、観測点位置がレイリー距離 R_N より探触子に近い場合、探触子面からの距離に依存して放射パターンが複雑に変化する上にビーム幅も大きい。このような領域に反射源がある場合その方向や位置の特定精度が悪化する。それゆえ $R < R_N$ の範囲は探傷不能な領域と考えるべきである。この R_N は試験体寸法や反射源位置に対してある程度小さくしなければならず、通常その許容限界 R_N^{max} が検査対象から決定される。レイリー距離 R_N は開口幅 A と式 (12) の関係にあるから R_N^{max} を用いると、 a, d, N に対して次の条件が加わる。

$$A = 2\sqrt{\lambda_L R_N} \leq 2\sqrt{\lambda_L R_N^{max}} \quad (17)$$

開口幅が大きいほど入射エネルギーを大きくできる可能性があるから、この上限を A として採用する。すなわち

$$A = 2\sqrt{\lambda_L R_N^{max}}. \quad (18)$$

(3) q と N が満たすべき関係

次に S_{max} が十分小さくなるような q と N の条件を調べる。今、 R_N^{max} が与えられたとして、 S_{max} を $q-N$ 平面にプロットしてみる。ここではいくつか行った計算のうち $R_N^{max}/\lambda_L = 8.77, R/\lambda_L = 17.54$ としたときの結果を図 12 に示す。この結果を見ると、 N が小さい領域で S_{max} が大きな値をとり、 $N = 11$ 付近でピークを迎え、それより大きくなると急速に一定値に近づくことがわかる。また、 q は S_{max} にほとんど影響しないことも明らかである。これは N がある程度大きくなればビーム幅はほとんど改善されなくなることを意味し、この例では $N = 11$ 付近のピークが終わる $N = 14$ 程度にしておくとういえる。

次に、このピークの原因について考察する。そのために、ピークをはさむ $q-N$ 平面上の三点 $(q, N) = (0.5, 5), (0.5, 11), (0.5, 20)$ に対して放射パターンを計算した結果を調べてみる (図 13)。この結果には $N = 5, 11$ の場合には θ_s の逆側にグレーティングローブが現れており、 S_{max} が大きな値をとるのはグレーティングローブの存在によるものとわかる。そこで、音響波に対して導かれているグレーティングローブを発生させないための条件¹⁾:

$$\frac{d}{\lambda} \leq \frac{1}{2} \quad (19)$$

を式 (13) に用いて, q と N の関係として表せば次の式が得られる.

$$q + N \geq 1 + 4\sqrt{\frac{R_N^{\max}}{\lambda_L}} \quad (20)$$

この式の右边を計算し, 等号が成立する $q - N$ の組をプロットしたのが図 12 上の点線である. この点線はおおむね $S_{\max}$ のピークが終わる位置に対応しており, これは $R_N^{\max}$ を変えて行った計算でも同様であった. 先にも述べたように q は $S_{\max}$ にほとんど無関係である. 探触子の接触面積を大きくして入射エネルギーを大きくするという観点からは $q = q_{\max} \simeq 1$ とすることがよいが, 具体的な $q_{\max}$ の値はアレイ要素の加工技術によって決まると考えられる. ここで $q = q_{\max}$ を式 (20) に用いれば

$$N \geq (1 - q_{\max}) + 4\sqrt{\frac{R_N^{\max}}{\lambda_L}} \quad (21)$$

となる.

(4) 単位長さあたりのアレイ要素数 $\bar{N}$

式 (21) 両辺を開口幅 A で割れば

$$\bar{N} = \frac{N}{A} \geq \frac{1 - q_{\max}}{A} + \frac{2}{\lambda_L} \simeq \frac{2}{\lambda_L} \quad (22)$$

と, 単位長さあたりのアレイ要素数の下限が求まる. これは $S_{\max}$ を小さくするにあたり本質的なのは $\bar{N}$ であり, たとえば開口幅 A の探触子があるときに $A/2$ の範囲にあるアレイ要素のみを駆動して用いても, ビーム幅の面では開口幅 A の探触子と同等な性能が得られることを意味している.

4.3 設計変数決定方法のまとめ

以上をまとめるとパラメータの決定方法は以下のようになる. はじめに許容可能なレイリー距離 $R_N^{\max}$ を探触子の使用目的から決定する. 次に式 (18) より開口幅 A を求める. 使用する波長を式 (22) に代入して $\bar{N}$ を求め, A とあわせてアレイ要素数 N を得られる. 最後に作成しうる範囲で最大の q を決定することでアレイ要素幅 a と配置間隔 d が得られ全てのパラメータを決定することができる.

5. 結論

本研究では, 固体中を伝わる縦波を利用したリニアフェーズドアレイ探触子を対象とし, 数値シミュレーションによりその入射ビーム形成メカニズムについて調べた. その際得られた知見を元に, 探触子の設計変数を決定する一手法を提案した. ここで提案した方法は, アレイ要素の数, 幅, 間隔を, 入射ビーム幅およびアレイ要素数がともに小さくなるように決定するものである. その結果得られた結論は以下の通り.

- 縦波を利用したアレイ探触子においても, 適切に設計パラメータを選べばビームステアリングを行

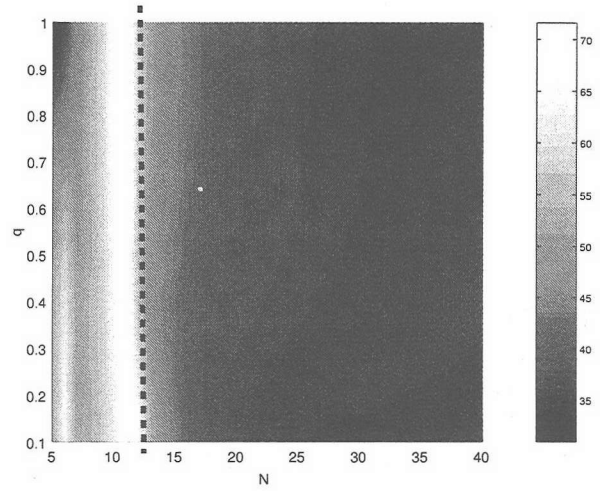


図-12 N と q に対する $S_{\max}$ の分布. 点線は式 (20) の等号成立位置を表す.

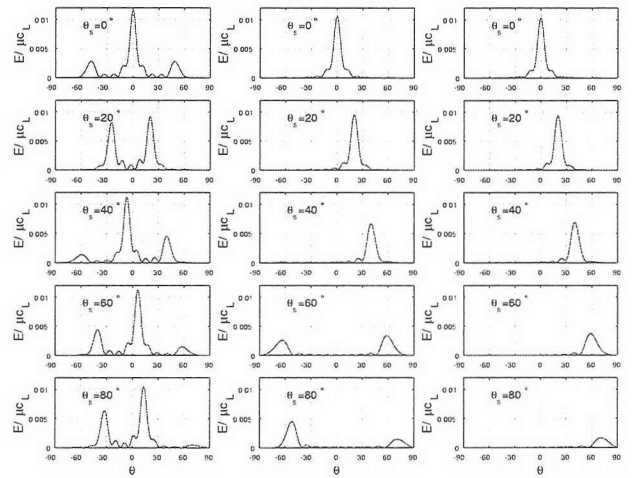


図-13 N - q 平面上の三点における放射パターン ($q = 0.5$, 左: $N = 5$, 中: $N = 11$, 右: $N = 20$).

うことができる. ただし, ステアリング角度 θ_s が大きくなると, 入射ビーム方向に放射されるエネルギーが著しく小さくなり, ビーム幅は大きくなる.

- ステアリング角度 θ_s と実際の入射ビーム方向 θ_{in} は, θ_s が小さいうちは互いによく一致するが, θ_s が大きくなるにつれ両者は乖離して θ_{in} に上限が現れる. 本研究で設定した材料定数 $\kappa (= c_L/c_T) = 1.84$ に対して, その上限はおおよそ 70° でありステアリング角度 θ_s と θ_{in} の乖離は $\theta_s = 60^\circ$ 付近から始まる.
- 入射ビーム幅を小さく保つために重要なパラメータは単位長さあたりに配置されるアレイ要素の数 $\bar{N} = N/A$ である. $\bar{N}$ が $\bar{N} > 2/\lambda_L$ を満たす範囲では, ビーム幅を小さく保つことができる. ただし, $\bar{N}$ が $2/\lambda_L$ を超えると $\bar{N}$ を調整することによるビーム幅の低減効果はほとんど無くなる. この

ことは、センサー価格に直接影響するアレイ要素数をどの程度まで少なくすることができるかを検討するうえで重要であるといえる。

- アレイ要素間隔とアレイ要素幅の比 $q = d/a$ は入射ビーム幅の大小にほとんど関係がない。

今後の課題は、アレイ要素の配置が不等間隔である場合や、2次元的にアレイ要素を配置するプラナーフェーズドアレイ探触子について同様な検討を行うことである。

参考文献

- 1) Shi-Chang Wooh, Yijun Shi: Optimum beam steering of linear phased arrays, *Wave Motion*, Vol.29, 245-265, 1999.
- 2) Giovanni Cardone, Gabriella Cincotti, Paola Gori, and Massimo Pappalardo, *Member IEEE*: Optimization of Wide-Band Linear Arrays, *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq. Contr.*, Vol.48, No.4, 943-952,

2001.

- 3) J. D. Achenbach: *Wave Propagation in Elastic Solids*, North-Holland, Amsterdam, 1973.
- 4) Schmerr L. W.: *Fundamentals of Ultrasonic Nondestructive Evaluation*, Plenum, New York, 1998.
- 5) J. D. Achenbach, A. K. Gautesen, and H. McMaken: *Ray Methods for Waves in Elastic Solids*, Pitman, Boston, 1982.
- 6) A. Freedman: Sound Field of a Rectangular Piston, *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol.32, No.2, 197-209, 1960.
- 7) 永田一清, 飯尾勝矩, 宮田保教: 基礎物理実験, 東京教学社, 1999.
- 8) Shi-Chang Wooh and Yijun Shi: Three-dimension beam directivity of phase-steered ultrasound, *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol.105, 3725-3782, 1999.

(2003年4月18日受付)