

2 方程式モデルによるトレンチ付開水路落差工流れの数値解析

Numerical Analysis of Flow of Open-channel with a Trench
by Two-Equation Turbulence Model

岡部 功*・中山 昭彦**

Isao OKABE and Akihiko NAKAYAMA

* 学生会員 神戸大学大学院自然科学研究科建設学専攻(〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)

**正会員 Ph.D. 神戸大学教授 大学院自然科学研究科地球環境科学専攻(〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)

Complex flows over a drop with a trench in which supercritical and subcritical flow coexist, have been computed by a low Reynolds number $k-\omega$ turbulence model and the standard $k-\varepsilon$ model. The $k-\omega$ model predicts the free-surface shape, separation area and the turbulent kinetic energy and shear stress distributions in both test cases consistently well, while $k-\varepsilon$ model fails to reproduce the case of supercritical flow over and past the trench. The calculation results imply that complex flow over the drop and trench cannot be represented properly by the method that relies on the wall function boundary condition.

Key word: two-equation turbulence model, free-surface, $k-\omega$ model, trench

1. はじめに

近年の計算機の発達, また更なる発達の展望を見ると, 流体運動を予測するにあたって, 数値解析の担う所は益々大きくなっている. 乱流現象の数値解析手法には直接シミュレーション (DNS) や Large Eddy Simulation など幾つかあるが, 工学的には, 計算負荷の少ないことから, レイノルズ応力に乱流モデルを適応した RANS 法が用いられている. RANS 法は他の乱流解析手法に比べ簡便であるが, それゆえに精度や, 適用範囲に制約がある. 今後, 計算機の発達に伴って計算手法に選択肢が広がる中で, どの手法を用いるかを判断する材料として, RANS 法の精度や再現性, 可能性を知ることは少なからず意味を持つ.

複雑な開水路乱流の代表として Fujita¹⁾ は開水路落差工流れを対象に画像計測を行い, 乱流量について詳しい実験結果を得ている. そこで本研究では, 実験と同様な水面変動を含む 2 次元開水路落差工流れ (トレンチ流れ) を対象に, RANS 法の 2 方程式モデルを用いて数値解析を行った. その結果を, Fujita¹⁾ による実験と比較する事により, モデルの予測精度, 適用範囲などを検証した. 数値計算に用いた 2 方程式モデルとして, 低レイノルズ数型 $k-\omega$ モデル²⁾ と標準 $k-\varepsilon$ モデル³⁾ の 2 つを用いた.

2. 乱流モデル

2.1 基礎方程式と 2 方程式モデル

ここでは本研究で用いた, 低レイノルズ数型 $k-\omega$ モデルと標準 $k-\varepsilon$ モデルの 2 つの 2 方程式モデルについての概要を記述する. 支配方程式であるレイノルズ平均された連続の式と運動方程式は

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} \quad (1)$$

$$\frac{DU_i}{Dt} = g_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (2\nu S_{ij} - \overline{u_i u_j}) \quad (2)$$

である. 計算は, 2 次元とし, ここで x_1 は流下方向, x_2 は鉛直上向き方向, U_i , u_i は x_i 方向の平均流速成分と変動流速成分, P は平均圧力, ρ は流体密度, ν は動粘性係数, $S_{ij} = (\partial_i U_j + \partial_j U_i)/2$, g_i は重力加速度の x_i 成分である. $-\overline{u_i u_j}$ はレイノルズ応力で, 本研究

では渦粘性モデルを用いて次式のように表す.

$$-\overline{u_i u_j} = 2\nu_t S_{ij} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (3)$$

ν_t は渦動粘性係数, k は乱流エネルギー, δ_{ij} はクロネッカーのデルタである. ν_t に関しては, $k-\varepsilon$ モデルでは Launder and Spalding³⁾ により,

$$\nu_t = C_0 \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (4)$$

とおく. ε はエネルギーの散逸率で, C_0 は係数. 本研

究では Jones & Spalding³⁾による標準k-εモデルの値を用いる。k-ωモデルでは Wilcox²⁾の低レイノルズ数型k-ωモデルを用いた。ν_tの計算にはkとε/(β*)で定義される比エネルギーの散逸率ωを用いる。k, ε, ωはそれぞれの輸送方程式を解くことにより求められる。

2.2 水面効果を考慮したモデル

Nezu & Rodi⁴⁾によって、開水路流では管路流に比べ、渦動粘性係数が水路中央付近から水面近傍にかけて減少する事が指摘されている。2 方程式モデルの中の乱流エネルギー、散逸率の値や、それらの輸送方程式には水面に関する項は直接現れないので、中山・横嶋⁵⁾は渦動粘性係数に水面効果を表すモデルを導入する方法を提案している。

本研究では、水面に対して反射効果のみを考慮し、渦動粘性係数を減衰させる関数を上述の低レイノルズ数型k-ωモデルに適用し、計算を行った。具体的には水面によるν_tの減少傾向を表すために減衰関数f_sを乗じる。それらは次式ように表す。

$$\nu_t = \alpha^* f_s \frac{k}{\omega} \tag{5}$$

$$f_s = 1 - f_r \tag{6}$$

$$f_r = \exp\left(-C_r \frac{H - x_2}{L_s}\right) \tag{7}$$

$$L_s = C_L \frac{\sqrt{k_s}}{\omega_s} \tag{8}$$

ここで添え字のsは水面での値を示す。Hは水面の高さ、L_sは水面近傍での乱れ長さスケール、C_r, C_Lはモデル定数で、C_r=0.5, C_L=0.75を用いた。

3. トレンチ付落差工流れ

計算対象のトレンチ付落差工流れは Fujita¹⁾により計測されている。計測は長さ 7.5m, 幅 0.3m, 高さ 0.2m の側壁、壁面ともガラス張りの循環式可変勾配水路で行われた。画像解析には定常状態の解析に PTV 法, 非定常状態の解析に PIV 法を用いている。図-1 に対象流れ場、表-1 に実験の水力条件を示

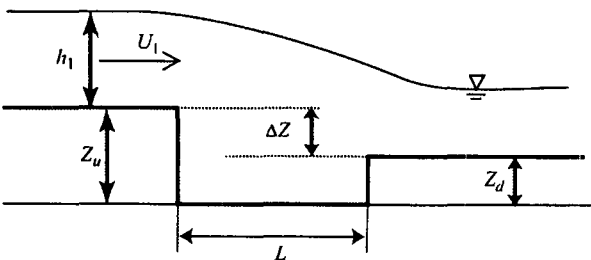


図-1 対象流れ場

す。実験はトレンチの幅Lを変えて、幾つかのケースについて計測されている。計算の水力条件を表-2に示す。実験と計算の caseA, caseB, caseC はそれぞれ対応している。

実験は、トレンチ間のアスペクト比 (As) を 0 の状態から広くしていき、その都度の流況の変化を観測している。水面の状況は、アスペクト比 0 から 5.5 までは、計測区間内でほぼ変化せず滑らかに下流部まで持続している。ただし下流側の水深はトレンチ規模の増大に伴って徐々に増加する結果を得ている。アスペクト比 5.5 から 6.0 にかけてトレンチ下流側の水面が急激な変化を示し、6.5 を超えるとトレンチ区間で碎波し振動跳水が開始される。8 程度をこえるとトレンチ区間に剥離流の再付着点が現れ、跳水はトレンチ内に定常的に留まるようになることが計測の上でわかっている。

実験と計算の水力条件を比較すると、Re 数, Fr 数が一致していない。実験では、厳密に一定になっているわけではなく、時々刻々、多少の変動がある流れを画像解析により計測し、Re 数, Fr 数を算出している。そのため、多少の誤差が考えられるが、それらの誤差は、流れにはほとんど影響しないことがわかっている。この実験と計算の水力条件の差では、結果に重大な影響を及ぼすことはない。

表-1 実験の水力条件

	caseA	caseB	caseC
流量: Q (m ³ /s)	0.00227		
勾配: I	1/500		
流入水深: h ₁ (cm)	1.95		
上流側トレンチ高: Z _u (cm)	2.0		
下流側トレンチ高: Z _d (cm)	1.0		
流入平均流速: U ₁ (cm)	38.9		
流入フルード数: Fr	0.889		
Reynolds 数: Re	7590		
トレンチ間の長さ: L (cm)	0.0	3.5	6.0
アスペクト比: As (L/ΔZ)	0.0	3.5	6.0

表-2 計算の水力条件

	caseA	caseB	caseC
勾配: I	1/500		
上流側トレンチ高: Z _u	1.0		
下流側トレンチ高: Z _d	0.5		
Reynolds 数: Re (=U ₁ Z _u /ν)	8100		
流入フルード数: Fr	0.92		
トレンチ間の長さ: L	0.0	1.75	3.0
アスペクト比: As (L/ΔZ)	0.0	3.5	6.0

4. 数値計算法

数値計算は中瀬⁶⁾と同様に、等間隔直交座標のスタaggerドメッシュ上で行われ、差分法を用いて基礎方程式を離散化した。対流項にUTOPIAスキーム、その他の空間微分項には中心差分を用いた。時間進行に、2次精度Adams-Bashforth法、圧力解法にHSMAC法を採用した。図-2、図-3にそれぞれ、k-εモデル、k-ωモデルの計算に用いた計算格子を示す。流下方向を x_1 、鉛直方向を x_2 とすると、図-2のk-εモデルの計算格子数は $(x_1 \times x_2) = (178 \times 22)$ で、図-3のk-ωモデルの計算格子数は $(x_1 \times x_2) = (178 \times 85)$ である。

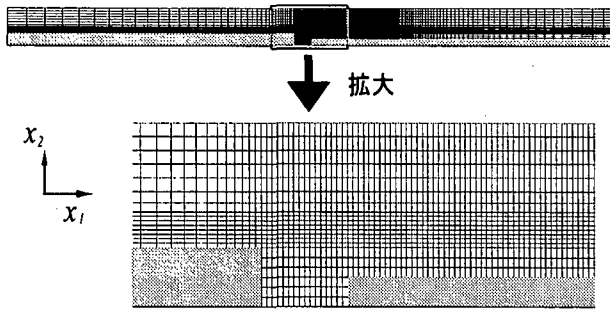


図-2 k-εモデルにおける計算格子

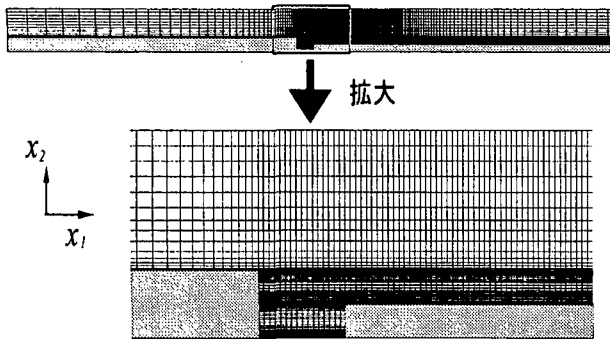


図-3 k-ωモデルにおける計算格子

移動境界を取り扱う数値計算手法としてMAC法やVOF法、Level Set法等の種々の計算法が提唱されている。本研究で対象としているのは、砕波や跳水が起こらない流れであり、これらは水面位置の一個関数で定義できる流れである。そのためアルゴリズムの簡単なオイラー法を採用し、自由表面の表現手段として、高さ関数法を用いた。高さ関数法は次式で表される。

$$\frac{\partial H}{\partial t} + U_{1s} \frac{\partial H}{\partial x_1} = U_{2s} \quad (9)$$

ここで H は水面の高さ、 U_{1s} 、 U_{2s} はそれぞれ流下方向の水面の速度、鉛直方向の水面の速度である。

境界条件は、自由水面上で圧力は大気圧と等しくし表面張力と粘性を考慮、水面上でのせん断応力がゼロとなるようにし、 k 、 ω 、 ε については対称条件とした。壁面における境界条件として、流速に粘着条件を与えた。k-ωモデルにおける k 、 ω については次の条件を与えた。

$$k = 0 \quad (10)$$

$$\omega = \frac{u_\tau^2}{\nu} S_R, \quad S_R = \begin{cases} (50/k_R^+)^2, & k_R^+ < 25 \\ 100/k_R^+, & k_R^+ \geq 25 \end{cases} \quad (11)$$

ここで、 u_τ は摩擦速度、 k_R は粗度高さである。粗度高さは、粗度レイノルズ数 k_R^+ が5以下の滑面になるように設定した。k-εモデルの場合には、固体壁面から第1番目の格子点で、次の壁関数から与えた。

$$k = \frac{u_\tau^2}{\sqrt{C_\mu}} \quad (12)$$

$$\varepsilon = \frac{u_\tau^3}{\kappa n} \quad (13)$$

ここで、 κ はカルマン定数、 n は壁面からの距離である。流入流速分布は、流入流速分布は次式で表される、Spaldingの三層モデル式によって与えた。

$$\begin{aligned} U_1^+ &= x_2^+ & : 0 \leq x_2^+ < 5 \\ U_1^+ &= 5.0 \ln x_2^+ - 3.05 & : 5 \leq x_2^+ < 30 \\ U_1^+ &= 2.5 \ln x_2^+ + 5.5 & : 30 \leq x_2^+ \end{aligned} \quad (14)$$

U_1^+ 、 x_2^+ はそれぞれ、 $U_1^+ = u/u_\tau$ 、 $x_2^+ = x_2 u_\tau / \nu$ で表される無次元数である。流出条件には、 u_i 、 k 、 ε 、 ω 、水面高さ H 、について、流下方向に勾配ゼロの対称条件を与える自由流出条件とした。初期条件として、流れ場全体に流入速度分布を与え、時間発展計算を行った。

5. 計算結果と考察

図-4、図-5、図-6はそれぞれ、caseA、caseB、caseCにおける実験とk-ωモデル、k-εモデルによる流速ベクトル分布の比較である。図上には同時に、剥離流線と水面位置も示している。 U_m は流入の平均流速である。

それぞれのアスペクト比0.0と3.5の図-4、図-5において、k-ωモデルによる計算は実験とほぼ一致した結果を得ている一方、k-εモデルは段落ち後間も無くに剥離流が現れている。アスペクト比6.0の場合の図-6では、実験はトレンチの段上がり部上端から剥離が現れるのに対して、k-ωモデルは段上がり部上端から現れず、剥離の位置は実験と比べて下流側で表れる。図-5、図-6を比べるとk-εモデルでは、アスペクト比の変化の影響が水面形、剥離位置にほとんど現れてい

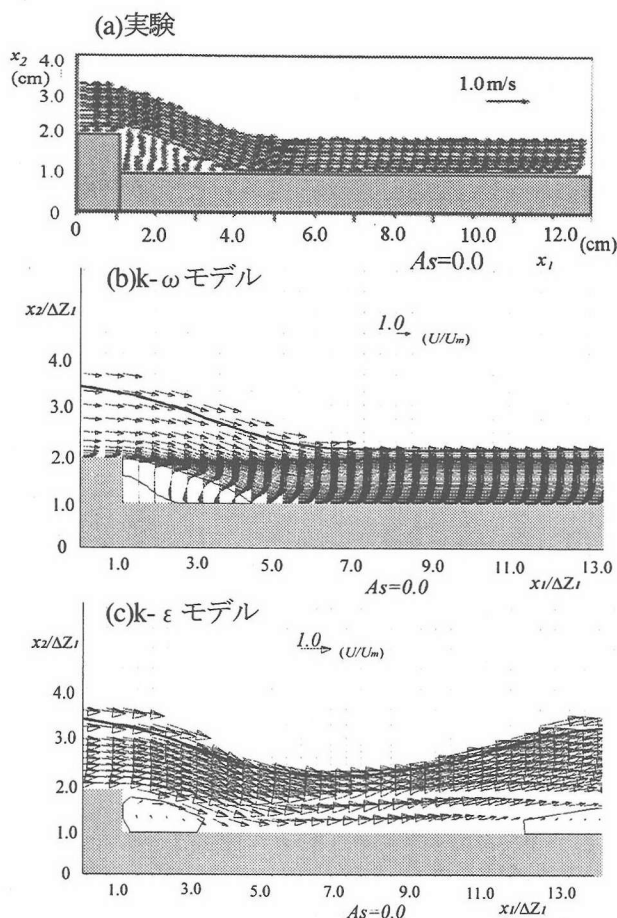


図4 $As=0.0$ の場合の流速ベクトル分布

ない。

図-7, 図-8 は caseB, caseC の実験と $k-\omega$ モデル, $k-\epsilon$ モデルの乱流エネルギー分布の比較. 図-8, 図-10 は caseB, caseC の実験と $k-\omega$ モデル, $k-\epsilon$ モデルのレイノルズ応力分布の比較である. 図-7, 図-8 において, $k-\omega$ モデル, $k-\epsilon$ モデルとも, トレンチ間内では実験の傾向を概ね予測できている. 実験の結果に着目すると, 段上がり後に水面が隆起せずそのまま流れるケースでは, 乱流エネルギーのピークは壁面近くであり, 隆起するにつれてピークは壁面から離れている. $k-\omega$ モデルはその傾向を示しており, 実験と図-7 においては良く一致した水面形をしている. 一方, $k-\epsilon$ モデルではその傾向を示していない. $k-\epsilon$ モデルは境界条件より, 固体壁面から第1点目の乱流エネルギーと散逸率を, 壁関数から求める. そのため壁面からある程度離れている点が第1点目にあったならば, 本来大きくなるべき乱流エネルギーが, 壁関数によって強制的に与えられ, 大きな値になりにくいことが考えられる. $k-\epsilon$ モデルがどのケースでも似た水面形になったのは, 壁面からの1点目がはなれていたため, 水面に何らかの影響を与えていた壁面近くの乱流エネルギーが再現できなかったために起こった可能性がある. 図-9, 図-10 において, $k-\omega$ モデルは段上がり後において, 実験結果とあまり一致が見られず, 壁面近くに大きなレイノルズ応力が現れる傾向が見られた.

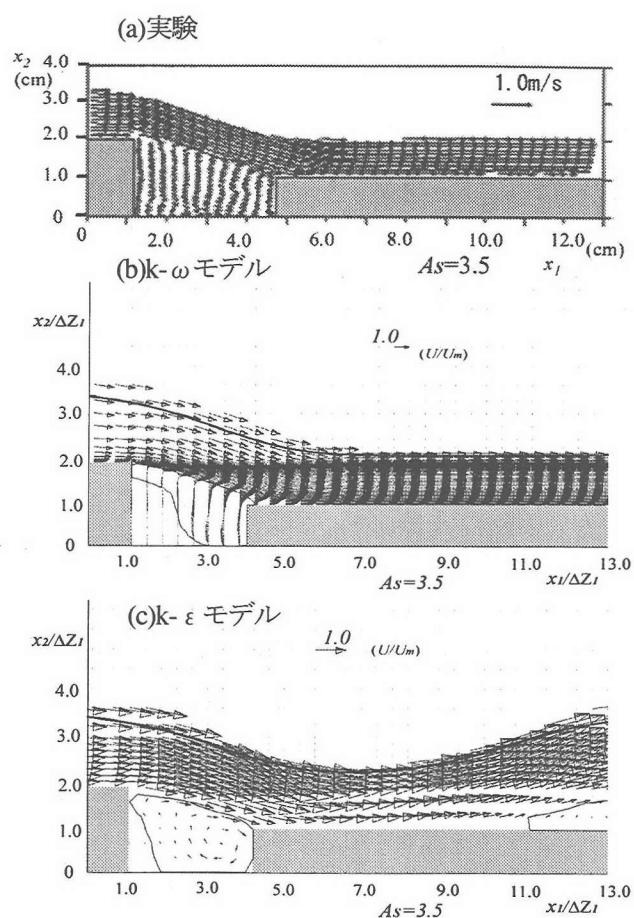


図5 $As=3.5$ の場合の流速ベクトル分布

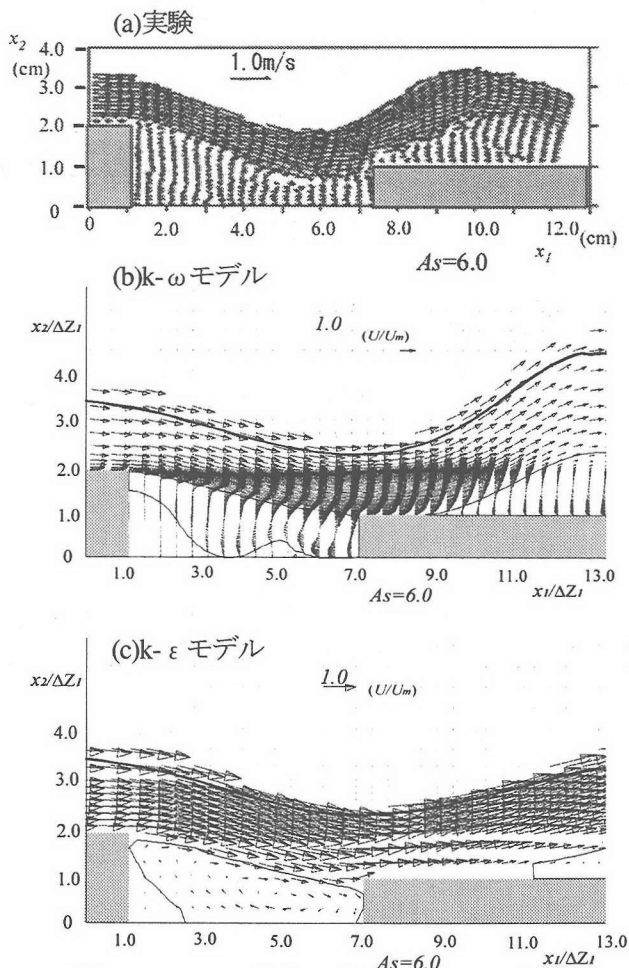


図6 $As=6.0$ の場合の流速ベクトル分布

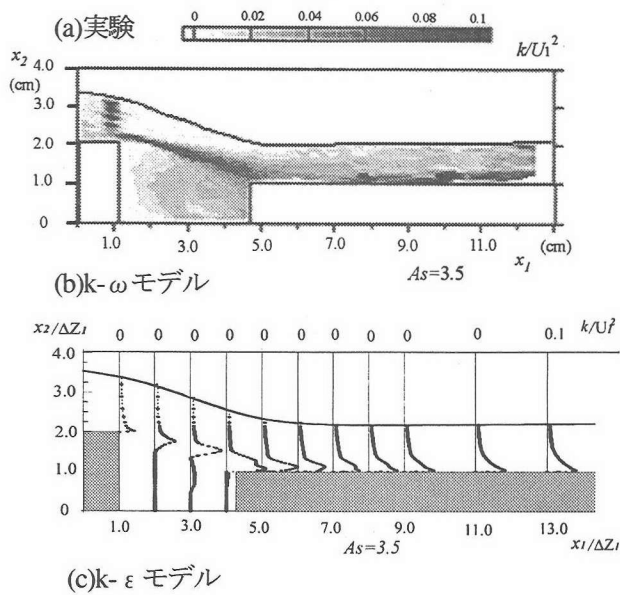


図-7 $As=3.5$ の場合の乱流エネルギー分布

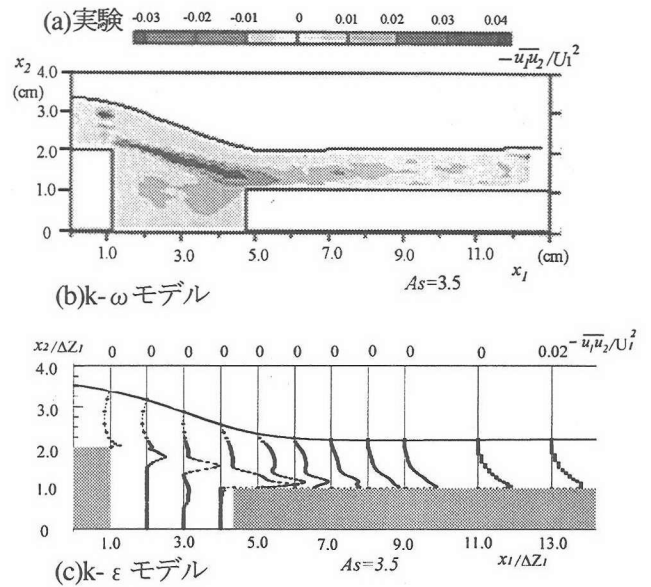


図-9 $As=3.5$ の場合のレイノルズ応力分布

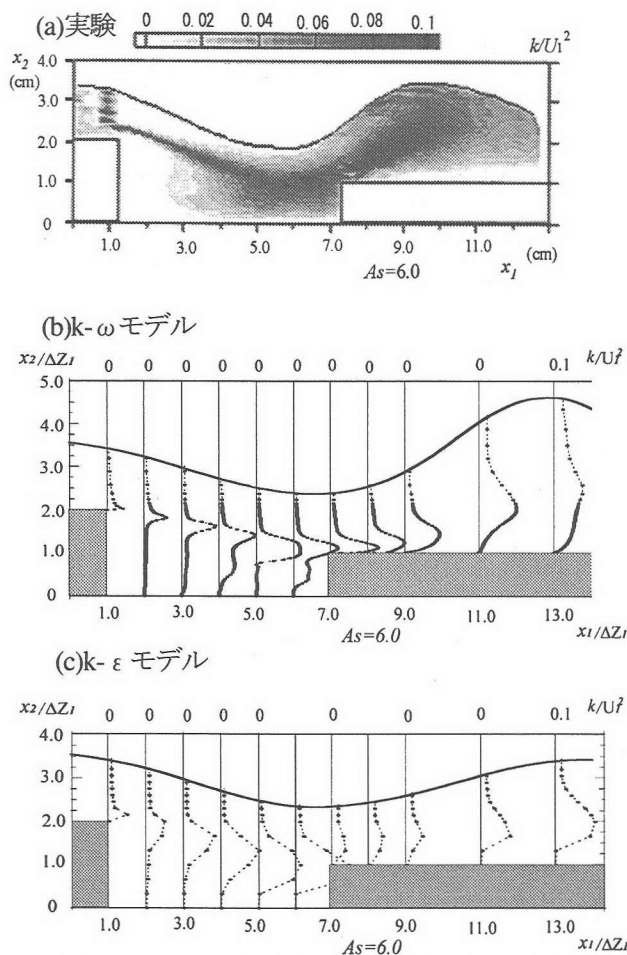


図-8 $As=6.0$ の場合の乱流エネルギー分布

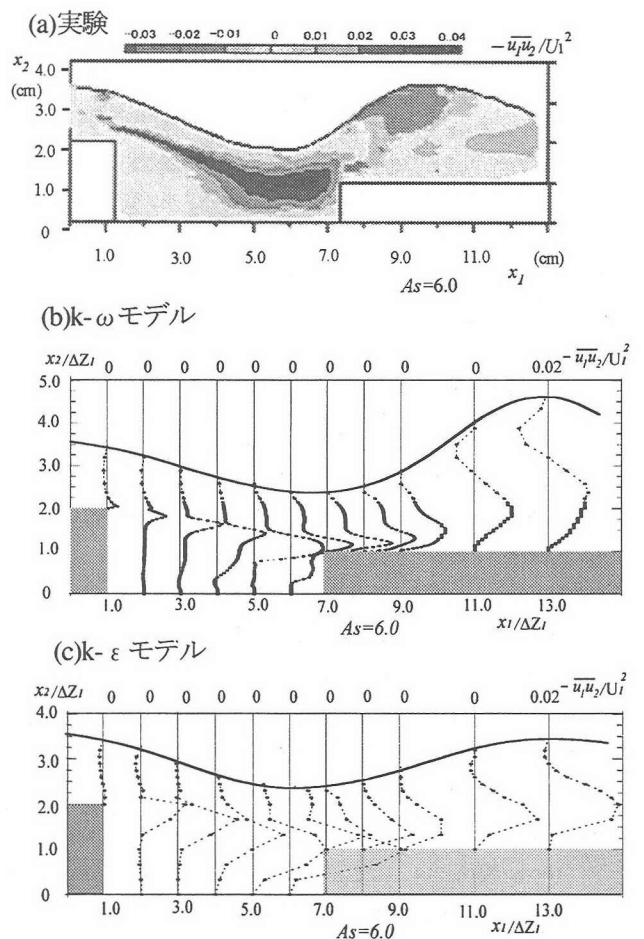


図-10 $As=6.0$ の場合のレイノルズ応力分布

図-11 は x_1 方向座標に固定した、幾つかの点における水面高さの時間変化を表した図である。図に示した4つの点は、段上がり部の点、水面が隆起し水面高さがほぼピークになった時の点、そしてその前後の2点である。段上がり部の位置である $x_1/\Delta Z_1=6.0$ での値に注目すると、 $k-\omega$ モデル、 $k-\varepsilon$ モデルともに100(t)前後で定常状態になっていることが判断できる。 $k-\varepsilon$ モデルは、100(t)以後において示した4つの点でほぼ定常な状態であった。 $k-\omega$ モデルは、段上がり部は100(t)以後において一定値に近い値を示したが、その他の点はある範囲内で時間変化があった。Fujita¹⁾の実験では周期的に現れる振動跳水が測定されたが、図-11 は $k-\omega$ モデルがその周期性のある非定常な流れを再現しうる可能性を示唆している。

6. 結論

碎波や跳水は起こらない範囲で、大きく水面形の変化するトレンチ付の2次元開水路落差工流れに対して、低レイノルズ数型 $k-\omega$ 2 方程式モデルと標準 $k-\varepsilon$ 型 2 方程式モデルを用いて、数値解析を行った。

$k-\omega$ モデルではトレンチの幅による水面形の変化や乱流エネルギーの分布等、実験の傾向を良く捉えられた。 $k-\varepsilon$ モデルの場合、トレンチ幅の変化に伴った水面形の変化は現れなかった。 $k-\omega$ モデルは、ある程度時間経過しても、 $k-\varepsilon$ のようにほぼ完全な定常状態とならなかった。これにより、実験に見られる周期的な振動跳水のような非定常な流れを、 $k-\omega$ モデルは表現し得る可能性があることがわかった。本研究で使用した $k-\omega$ モデルは、トレンチ幅の少しの変化で大きく流況が変わる複雑な構造を持つ流れに対して、ある程度良好に傾向が捉えられたことから、今後、モデルの改良により、より良い再現性が得られると考えられる。

参考文献

- 1) Fujita, I. : Particle Image Analysis of Open-channel Flow at a Backward Facing Step Having a Trench, *Journal of Visualization*, Vol.5, No.4, pp335-342, 2002.
- 2) Wilcox, D. C. : *Turbulence Modeling for CFD*, DCW Industries, Inc. La Canada, 1993.
- 3) Launder, B.E. and Spalding, D.B.: The numerical computation of turbulent flows, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.103, pp.456-460, 1974.
- 4) Nezu, I. and Rodi, W.: Open-channel flow measurements with a laser Doppler anemometer, *J. Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol.112, pp.335-355, 1986.
- 5) 中山昭彦, 横嶋哲: 開水路流れ計算のための水面変動を考慮した乱流モデル, *水工学論文集*, **43**, pp.389-394, 1999.
- 6) 中瀬幸典: 乱流モデルを用いた非平衡開水路乱流の数値計算法, 修士論文, 神戸大学大学院工学研究科博士課程前期課程建設学専攻, 2002.

(2003 年 4 月 18 日 受付)

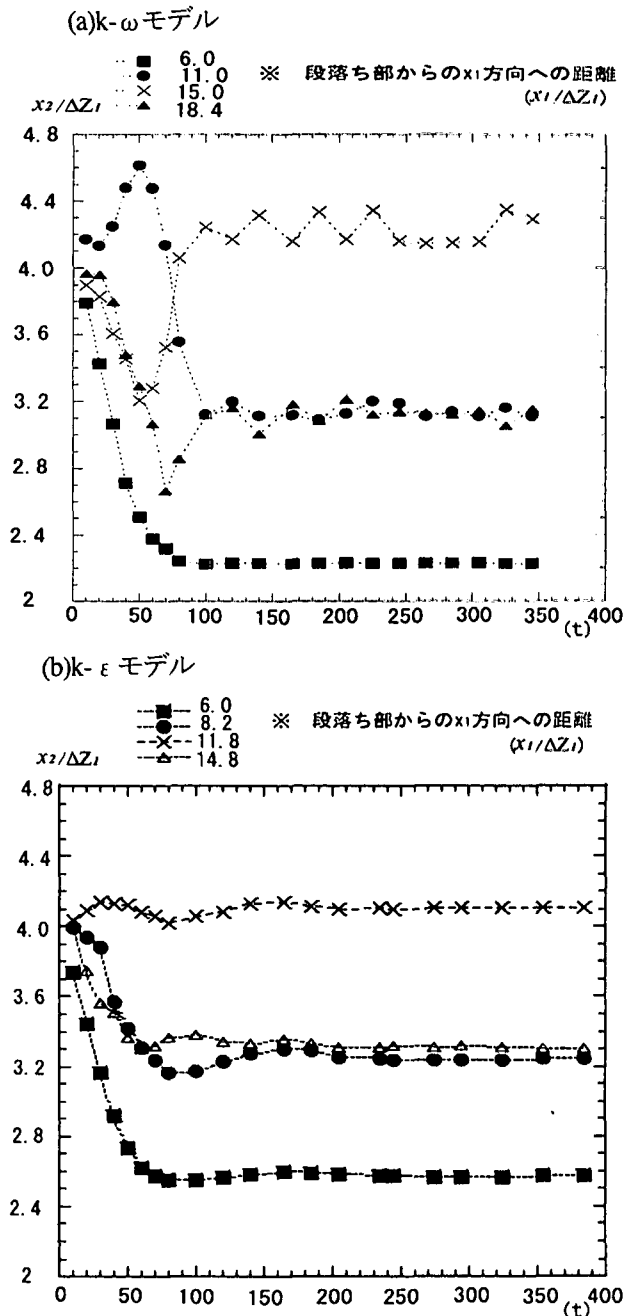


図-11 x_1 方向に固定した4点の時間経過に伴う水面高さ