

非圧縮性混相流場に対する数値解法と 水-シリコンオイル成層流への適用性に関する考察

Prediction Method for Multiphase Incompressible Flow System
and its Applicability to Stratified Flows Consisting of Water and Silicone-Oil

牛島 省*・吉田 圭介**・瀬津 家久***

Satoru USHIJIMA, Keisuke YOSHIDA and Iehisa NEZU

*正会員 工博 京都大学大学院助教授 社会基盤工学専攻 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

**学生員 京都大学大学院 環境地球工学専攻 博士課程 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

***フェロー会員 工博 京都大学大学院教授 社会基盤工学専攻 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

This paper describes a computational method for incompressible multiphase flows, consisting of immiscible two fluids with different density. A robust unified procedure proposed in this paper enables us to deal with the two-fluid system as a single-phase flow with a density distribution. In this method, consideration was given to the treatment of the pressure Poisson equation as well as the numerical accuracy of the convection terms in the Navier-Stokes equations, and to the advection method of the normalized density. This method was applied to the stratified two-fluid flows arising in a cavity. As a result, it was shown that the flow patterns and the profiles of the interface between two fluids are reasonably predicted with the computational method.

Key Words : *incompressible multiphase flow, immiscible two-fluid system, unified numerical procedure, mass conservation, QSI scheme*

1. はじめに

水と空気の界面現象として生ずる風波や自由水面の変動、あるいは水表面付近の油の流動などは、分子的なスケールではなく、水理学で通常用いられるマクロなスケールから見た場合には、混ざり合わない2種類の流体から構成される混相流現象と考えることができる。このような混合しない流体により形成される気液あるいは液液混相流では、流れとともに変形する界面を通じて運動量や物質の輸送が行われるため、複雑な現象となる。このため、大気・海洋間の炭酸ガスの輸送問題¹⁾に見られるように、現象解明とその予測手法の確立が重要な研究課題と位置づけられている。

このような多相流現象は、相間の界面が存在することが大きな特徴であるが、現象を数値的に予測する場合には、数値解法において界面の挙動を適切に取り扱うことが重要となる。水工学において最も重要な気液混相流のひとつは自由水面流れであるが、これは空気と水という2種類の非圧縮性流体から構成される混相流と考えることができる。この自由水面流れの数値的な扱いに関しては、これまで多くの検討が進められてきた。界面形状に適合する座標系を利用するALE法²⁾や、Euler格子を用いて格子間に形成される密度分布等

から界面を追跡する手法などが検討されている。後者の代表的なもののひとつがVOF法³⁾であり、ドナーアクセプタ(DA)法³⁾やその改良版^{4),5)}などが提案されている。また、気液両相を同時に解析する手法として、CUP法⁶⁾やMARS法⁷⁾なども近年提案されている。

本研究では、このような気液あるいは液液混相流を、混合しない非圧縮性の二流体から構成される流動場として捉え、その数値解法と適用性に関する考察を行う。最初に気液および液液混相流に対する既往の数値解法を概観し、その中で本研究の数値解法の位置づけを明らかにする。そして、混相流場全体を統一的に解析する手法を取り上げ、その基礎式と解法を示す。正規化した密度を含む質量保存式には、VOF法におけるDA法、CIP法に加えて、MARS法を適用し、非圧縮性混相流場に対する体積の保存性について比較検討する。さらに、解析手法の定量的な検証を行うため、水とシリコンオイルを用いて、構造物を設置したキャビティ内に成層流を発生させ、流速分布や界面形状などの実験値を取得する。この混相流に対して、界面追跡法にMARS法、また運動方程式に5次精度のQSIスキーム⁸⁾を用いた数値計算法を適用し、流速分布と界面形状の計算結果を実験結果と比較することにより、解法の適用性に関して考察を加える。

2. 数値解析手法

2.1 二流体の数値解析手法

本報では、混合しない二流体から構成される流れ場を対象として、その数値解法を検討する。二流体は異なる密度を有し、それぞれ非圧縮性流体とする。以下では、このような対象を簡単に「二流体」と表記する。

二流体間に形成される界面を数値的に扱う方法としては、界面形状に適合する格子系を生成する手法と、Euler 格子を用いて格子間に形成される密度や二流体を識別する関数(以下識別関数)の分布から界面の形状を特定する方法に大別されると考えられる。前者としては、ALE 法を用いる自由水面の解析手法が代表的なもので、有限要素法⁹⁾や差分法¹⁰⁾による計算例が報告されている。特に、有限差分法に基づき、変数をコロケート配置とした ALE 法による自由水面の解法を著者らは提案したが¹¹⁾、この手法ではセル境界が常に界面と一致するため、界面近傍の計算が精度良く行えることに加えて、流体の質量が適切に保存されるという利点があることが示されている。

一方、Euler 格子を用いる計算法では、界面形状に適合する格子を生成する必要がないため、界面が大きく変形する問題を取り扱うことが可能である。しかし、多くの計算手法では、密度あるいは識別関数の移流方程式の数値解、あるいは移流過程のモデルから界面形状が定められるため、これに関連する検討すべき課題が発生する。たとえば、1) 密度あるいは識別関数の移流過程の数値解が保存性を満足しない場合、各流体の体積が保存されない、2) 移流過程の解法による誤差のため、本来不連続的に分布すべき密度あるいは識別関数の分布がぼやけてしまう、3) 高次精度のスキームを移流方程式に用いた場合のオーバーシュートやアンダーシュートの発生、といった問題がある。

Euler 格子を用いる解法のうち、VOF 法におけるドナーアクセプタ(DA)法³⁾は、移流方程式を直接離散化して解くのではなく、計算セル間の流体の移流過程を条件に応じて定めるという「モデル化」を行うことにより、上記の課題への対処を試みた手法と考えられる。DA 法の改良版として、SLIC 法⁴⁾や SURFER 法⁵⁾などが提案されているが、上記の課題は完全には解決されていない^{12), 13)}。初期および現在の大部分の VOF 法では、二流体のうちのどちらかの流体、たとえば自由水面流れであれば液相のみを計算対象としている。これに対して、CUP 法⁶⁾や MARS 法¹⁴⁾のように、二流体を同時に計算する手法が近年提案されている。CUP 法は圧縮性および非圧縮性流体を同時に扱える手法とされる。しかし、非圧縮性流体に用いる場合には、局

所音速項が存在すること、また識別関数の移流方程式が非保存形の CIP スキーム¹⁵⁾で計算されるときには、体積の保存性に関して検討の余地がある。また、CIP スキームは 3 次精度の解法であるので、上記 2) および 3) の問題が伴う。一方、MARS 法は同様に二流体を同時に計算する手法であるが、移流方程式を計算して界面形状を定めるのではなく、VOF 法で用いられる移流過程のモデルを用いる手法と位置づけられる。MARS 法における移流過程のモデルでは、セル内の界面の勾配が考慮され、従来の VOF 法の界面追跡法よりも高精度の解が得られることが大きな特徴とされている。

以上より、本報では比較的適用性が良好であると考えられる手法として、密度分布を有する非圧縮性流体の基礎方程式を、Euler 格子上で有限差分法により離散化する解法を取り上げ、その解法と適用性について考察を加える。非圧縮性流体を対象とするため、CUP 法と異なり、基礎式には圧縮性に起因する局所音速項は含まれない。界面追跡法としては、DA 法、CIP 法、そして MARS 法を対象とし、それらの特性を比較する。また、各流体の運動方程式の移流項に対しては、QSI スキーム⁸⁾を用いてその有効性を検討する。

なお、既往研究では、二流体の計算手法の適用性に関して、定量的な検証が十分になされた例が少ないため、本報では特に水とシリコンオイルを用いた二流体実験を行い、その結果を利用して解法の適用性を検討する。

2.2 基礎方程式と解法

基礎方程式を以下に示す。二流体には密度差があるため、次の質量保存則が成り立つ。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

ここで、 u_i は x_i 方向の流速成分、 ρ は密度である。本報では、計算対象領域における二流体界面の識別を行うため、式(1)に対して、密度 ρ を正規化した変数 f を用いる次式を利用する。

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial(f u_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (2)$$

ここで、 f は 0 と 1 の間の値を取る。

また、二流体は非圧縮性であるため、次の非圧縮条件が成り立つ。

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (3)$$

運動方程式は、非圧縮性 Newton 流体に対する Navier-Stokes 式である。水と空気のように、二流体

の密度差が非常に大きい場合を考慮して、運動方程式にはブシネスク近似を用いない。

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\delta_{i2}g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (4)$$

ここに、 μ は粘性係数、 p は圧力、 g は重力加速度である。 δ_{ij} はクロネッカーのデルタで、 x_2 軸を鉛直上方に取っている。

既往の研究と同様の解法をベースとして、界面追跡法などの計算手法の比較を行うため、変数を2次元等間隔のスタガード配置に従って離散化する。圧力と f はセル中心、また流速はセル境界でのみ定義される形となる。圧力解法としてはSMAC法を用いる。著者等が単相流を対象として検討してきたコロケート配置の採用や関連する各解法の適用^{16),17)}といった改良については今後検討を加えたい。

式(2)の f の計算手法としては、DA法、CIP法、そしてMARS法を用い、後述するように、スカラーの移流問題を対象として解法を比較する。CIP法では、オーバーシュートとアンダーシュートが発生するので、非物理的な数値振動を抑制するため、MMTフィルタ¹⁸⁾を用いる。図1に示すように、MARS法ではセル内の二流体界面の勾配と周辺のセルの流体の配置を考慮して移流量を定めるモデルにより、式(2)の計算が行われる。つまり、MARS法では流体セル内の界面勾配 $\text{grad}f$ を周囲の流体占有率を考慮して算定する。求めた界面勾配とセル境界での流速値を使って、セル境界における流体フラックスの算定を行って、流体の移流計算を進める方法である。なお、MARS法では、上記の移流量に関するモデルに加えて、数値振動や数値拡散の扱い等に関して文献に記載されていない対処法が考えられるが、本報ではその細部までは再現していない。したがって、本報のMARS法は功刀らが提案する解法とは完全には一致しない可能性があることを付記しておく。

流体計算では、MAC系解法に従い、最初にセル境界の流速成分の定義点で流速の推定値を求める。時間差分にはEuler陽解法を用い、移流項には5次精度のQSIスキーム、また拡散項には中央差分を用いて離散化を行った。この推定値を用いて、SMAC法により圧力計算を行う。圧力計算では、次式により圧力の修正量 $\delta p = p^{n+1} - p^n$ を計算する。

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\Delta t}{\rho} \frac{\partial \delta p}{\partial x_i} \right) = \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_i} \quad (5)$$

ここに、 Δt は時間刻み、 $\tilde{u}_i$ は予測段階で得られた流速の推定値である。得られた δp を用いて u_i^{n+1} と p^{n+1}

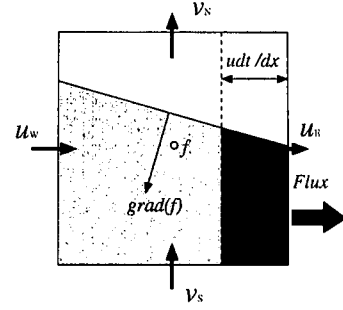


図-1 MARS 法における移流モデルの概略

を得る。なお、密度の空間分布を適切に考慮するため、離散化の際には、式(5)左辺の密度の空間微分を考慮している。

3. 水とシリコンオイルを用いた二流体実験

これまで二流体を対象とした計算手法が既往研究で提案されているが、その適用性に関して定量的な検証を行っているものは比較的少数である。このため、本報では、水とシリコンオイルという密度の異なる混合しない二流体を用いた基礎実験を行い、この結果を用いて計算手法の妥当性を検討する。この二流体実験では、矩形構造物が置かれたキャビティ内で成層流を発生させ、界面形状や流速分布などの計測を行った。

実験に用いたシリコンオイル(KF96L-2cs, 信越化学社製)の密度と粘性係数は、摂氏25度の条件で、それぞれ水の0.873倍および2.0倍である。実験に用いたキャビティ模型を図2に示す。模型はアクリル製で、シリコンオイルが上層に存在するキャビティ領域と水が流入・流出するダクトから構成されている。シリコンオイルの上部はアクリル壁で塞がれており、自由液面は存在しない。キャビティとダクトの奥行きは20mmである。また、ダクトの高さ H_A は20mm、キャビティの幅 L は200mmであり、その高さ($H_w + H_s$)は90mmである。キャビティ内には、高さ H_o と幅 L_o がそれぞれ50mmおよび45mmであるアクリル製の構造物が設置され、流入した水はこの構造物を乗り越えて流下し、下流側のダクトから流出する。このような水の流動に伴い、二流体の界面は構造物の周辺で複雑な形状を示す。

座標系は、流入口下端を原点とし、流下方向に x 軸、鉛直方向に y 軸をとる。実験では、ダクト入り口部分の平均流速を約4.3cm/s、レイノルズ数は $Re = U_w(H_A + H_w)/\nu \approx 3,870$ とした。ここに ν は水の動粘性係数で

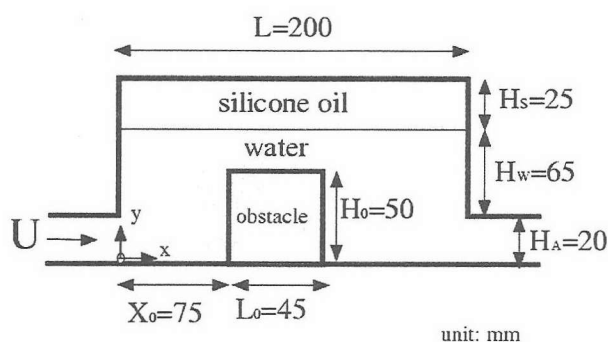


図-2 実験に用いたキャビティ模型

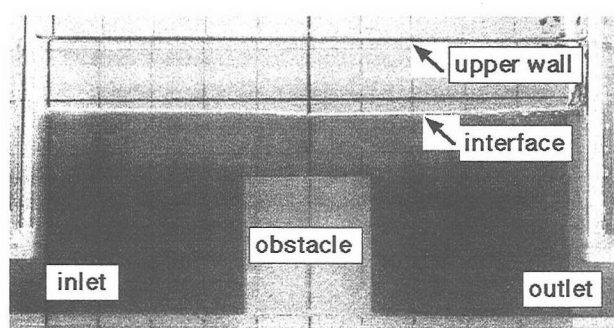


図-3 流況の可視化画像

ある。水の流動により、界面を介してシリコンオイルに運動量が輸送され、二流体が流動することが予想されたが、実際には界面の振動による圧力伝播は生じたものの、シリコンオイルの流動はほとんど認められなかった。これは可視化実験と流速計の信号から確認された結果である。これは水流中に含まれる微細な粉塵などにより、界面に滑りが発生したことが原因と考えられるが、詳細は不明である。

このため、実験ではレーザー流速計 (LDA) により水流のみを対象とした流速計測を行った。計測面は幅方向中央の鉛直断面である。LDA の測定周波数は $60\text{Hz} \sim 100\text{Hz}$ 、サンプリング時間は 60 秒とし、得られたデータから 2 次元の平均流速成分を求めた。特に、ダクト流入部分では、境界層が発達した流速分布となるため、鉛直方向に流速分布を詳細に計測して、これを後述する数値計算の境界条件として与えた。また、界面形状は、流況を側面よりデジタルカメラで撮影した画像から求めた。図 3 に水流に染料を注入して着色したときの可視化画像を示す。シリコンオイルはほとんど流動しないが、キャビティ内部に置かれた構造物のため、界面は構造物上流側で高くなり、下流側へ向かって低下する形状となる。また、界面には部分的に変動する領域が認められた。

4. 計算手法の適用性に関する考察

4.1 体積保存性と計算精度に関する解法の比較

二流体の数値解法においては、界面の取り扱いが重要であり、式 (2) で与えられる移流方程式が適切に計算される必要がある。このため、定常な流速分布が与えられた 2 次元場において、スカラー量の移流現象の計算を行い、解法を比較する。

本節では、DA 法、CIP 法および MARS 法を用いて、角速度 2.0 rad/s で剛体回転する流速場におけるスカラー分布の移流計算を行った。DA 法においては、オーバーシュートあるいはアンダーシュートが生じることが認められた。このため、 1.0×10^{-6} の大きさを越えるオーバーシュートあるいはアンダーシュートが生じたときは、これを f の最大値あるいは最小値に置き換えるという操作を加えた³⁾。この操作は、スカラーの保存性に影響を及ぼすと考えられる。図 4 にスカラーの初期分布を示す。移流計算であるため、理論的には 1 周期後のスカラー分布は初期分布と同一となる。計算では、セル数を 40×40 とし、時間ステップ Δt は $5\pi \times 10^{-4}\text{ s}$ として、1 回転後のスカラー分布を求めた。

図 5、図 6 および図 7 は、それぞれ DA 法、CIP 法及び MARS 法により計算された 1 周期後のスカラー分布である。既報¹²⁾に示されるように、DA 法では分布が空間内に散乱する傾向が見られた。また、CIP 法による計算結果には数値拡散が認められるが、MARS 法では数値拡散は比較的小さい。

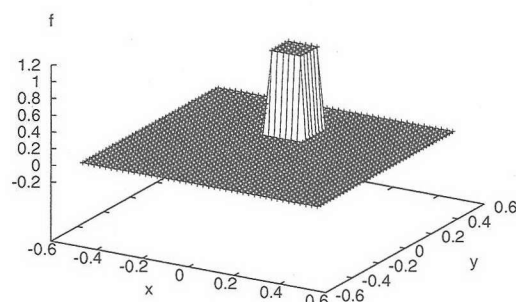


図-4 初期のスカラー分布

また、図 8 は、各手法に対して流体体積 (2 次元計算では面積) の変化を示したものである。図中で $\Delta F = (F_N - F_0)/F_0$ であり、 F_0 と F_N は、それぞれ初期状態および N ステップの計算領域全体の流体の体積である。図の縦軸の F は、流体は非圧縮性であるため、本

来体積は一定となるはずであるが、DA 法と CIP 法では数%程度の体積の誤差が発生する。これは、既往研究¹²⁾でも指摘されている傾向である。一方、MARS 法では、体積が比較的良好に保存されていることがわかる。これらの結果から、ここで取り上げた3種類の手法では、数値的な精度および流体体積の保存性という観点からは、MARS 法が比較的良好である。

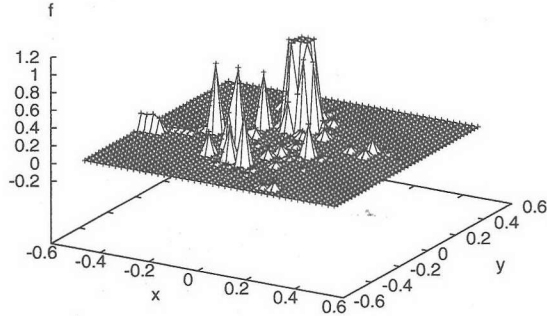


図-5 計算されたスカラー分布 (1 回転後, DA 法)

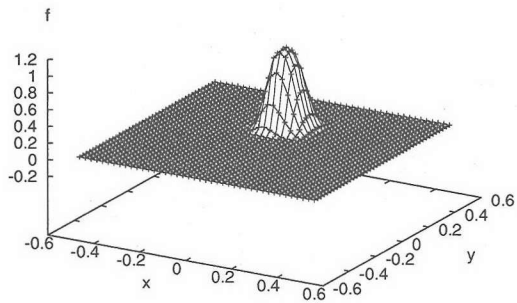


図-6 計算されたスカラー分布 (1 回転後, CIP 法)

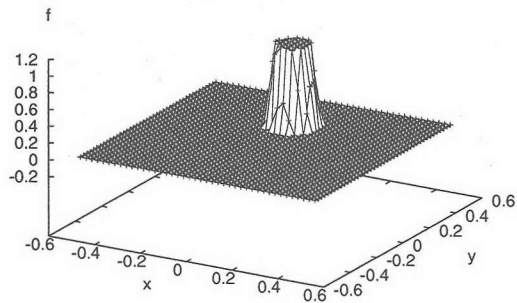


図-7 計算されたスカラー分布 (1 回転後, MARS 法)

4.2 キャビティ内の二流体成層流の計算条件

キャビティ内に生ずる水とシリコンオイルの成層流に対して計算手法を適用する。前節のスカラーの移流

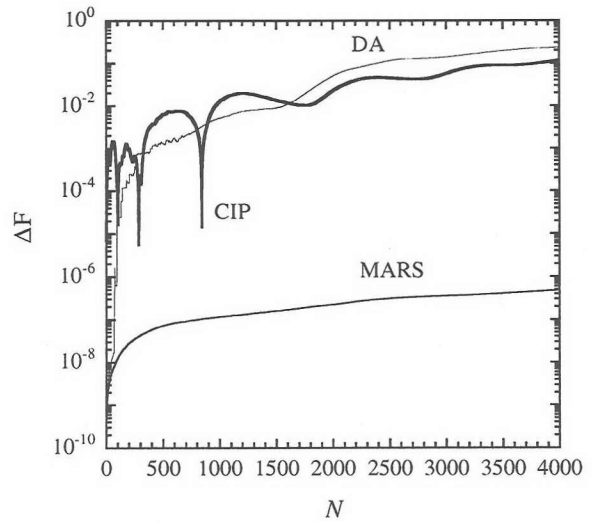


図-8 計算ステップ数に対する体積の変化

計算において、密度の移流計算法として MARS 法が比較的良好であったため、式 (2) の解法には、MARS 法を用いる。圧力の Poisson 式の解法には SOR 法を用い、収束判定基準を $\epsilon = 1.0 \times 10^{-10}$ とする。ここに、 ϵ は、離散化された (5) 式の残差である。

静止状態の成層場を初期条件として、流れ場がほぼ定常となるまで非定常計算を行った。境界条件としては、流入条件として実験値を与え、壁面上の流速はレイノルズ数が低いためゼロとした。水とシリコンオイルの各層には各々の密度と粘性係数を与えた。x および y 方向の計算格子数はそれぞれ 80×36 とし、格子幅は $\Delta x = \Delta y = 5\text{mm}$ とした。計算時間増分は、CFL 条件を考慮して、 $\Delta t = 2.0 \times 10^{-3}\text{s}$ とした。この条件では、クーラン数の最大値は約 0.1 である。また、実験では、シリコンオイルに対して界面せん断力がほとんど作用しない滑り条件が生じたため、界面ではせん断応力が生じない応力条件、すなわち粘性応力が伝達されない条件とした。なお、計算においては、簡単のため二流体間および壁面における界面張力は考慮しないものとした。このため、界面と壁面との接触角度は 90 度となることを仮定した。

4.3 二流体成層流の計算結果と考察

(1) 流れ場の定常解への遷移

図 9 は計算ステップ数 N に対する、キャビティ内の 2 つの固定点における流速ベクトルの絶対値の時系列を示す。同図より、計算ステップ数が 2 万ステップ (実時間で 40 s) を越えた付近から、モニタリングしている固定点上では、流速ベクトルの絶対値はほぼ一定となり、流れ場が計算上の定常状態に到達したと判断さ

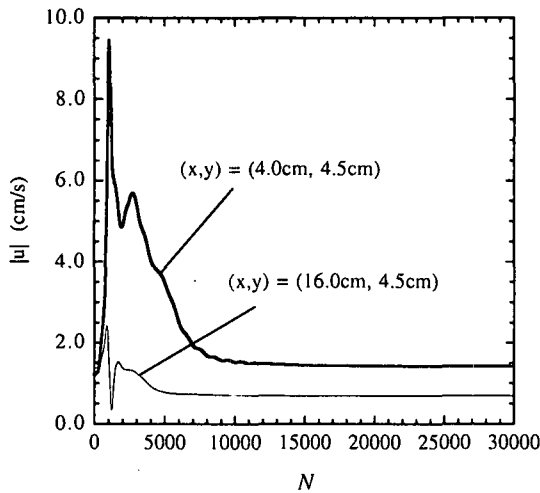


図-9 キャビティ内の固定点の流速の時系列

れる。また、図 10 に非定常計算初期のフローパターンの時間的な変化を示した。

(2) 体積の保存性

計算ステップ数 N に対する流体の体積の変化を求めた結果、前節の移流計算の場合と同様に定義される ΔF の値は、定常状態に至るまでに 10^{-10} 程度と十分小さく、流体体積が変化しない妥当な結果となることを確認した。

(3) 定常流動場における流速ベクトルの分布

実験で計測された流速ベクトルの分布を図 11 に示す。流入した流れは、構造物上流側で斜め上方に向かうものとなり、界面に衝突した後、構造物上を流下する。構造物上では、流れが加速されるため、後述するように界面のわずかな振動が観察された。構造物下流側では、出口に向かって下降する流れが形成される。

図 12 に、計算により得られた定常時の流速ベクトルの分布を示す。図中には、QSI スキームと風上差分を運動方程式の移流項に用いた結果が示されているが、構造物上流側の流れが上昇する領域、また下流側の下降する流況に関して、QSI スキームがより良好な結果を与えている。これより、自明な結論ではあるが、二流体流れにおいても運動方程式の移流項には高次のスキームが必要であることが示された。

一方、図 13、図 14 は $x = 2.5, 4.5, 6.5, 14.0, 16.0, 18.0$ (cm) における x 方向流速 u 、および $y = 2.0, 3.5, 5.0$ (cm) における y 方向流速 v を示す。また、図中の 1upwind は 1 次風上差分法を表す。計算された流速分布は概ね実験値と一致するが、細部では両者の相違が比較的大きい部分も見られる。高次スキームを用いた場合には、計算結果が改善されているが、より精度の高い数値解を得るためには、計算セル数や一般座標系

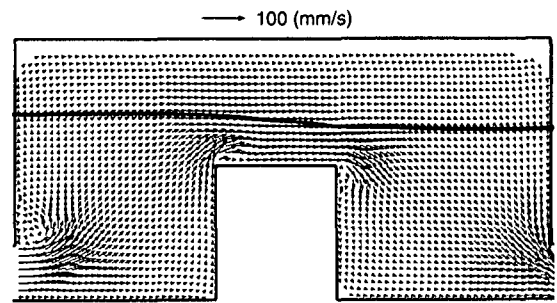


図-10-a $t = 0.5$ (s)

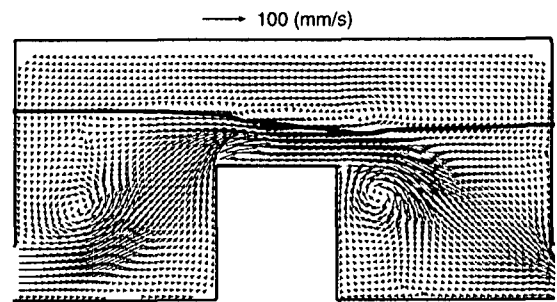


図-10-b $t = 1.5$ (s)

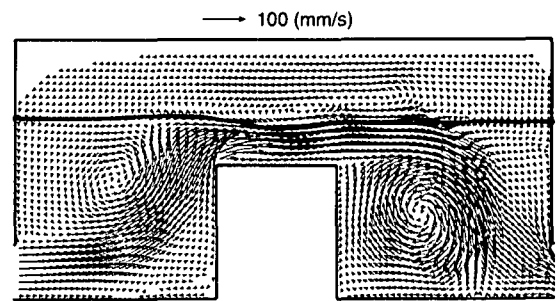


図-10-c $t = 2.5$ (s)

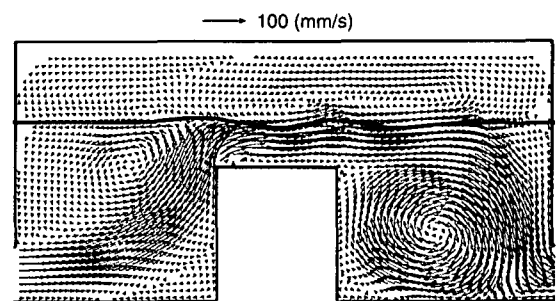


図-10-d $t = 3.5$ (s)

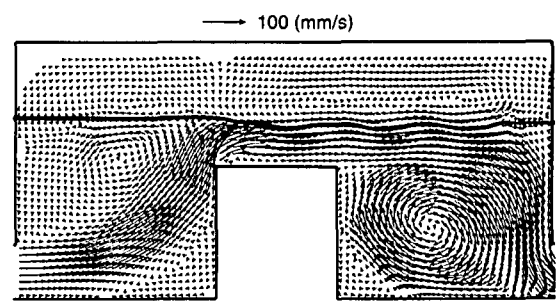


図-10-e $t = 4.5$ (s)

図-10 流速ベクトルと界面形状の計算結果

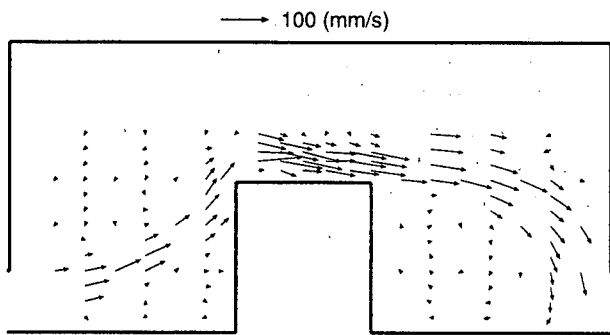


図-11 実験により得られた流速ベクトルの分布

による不等間隔格子¹¹⁾の導入などに関する検討が今後必要と考えられる。また、シリコンオイルと壁面の間に作用する表面張力を無視したが、この影響も今後考察したい。

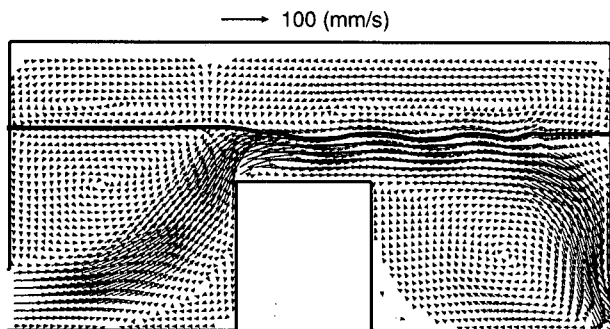


図-12-a QSI スキーム

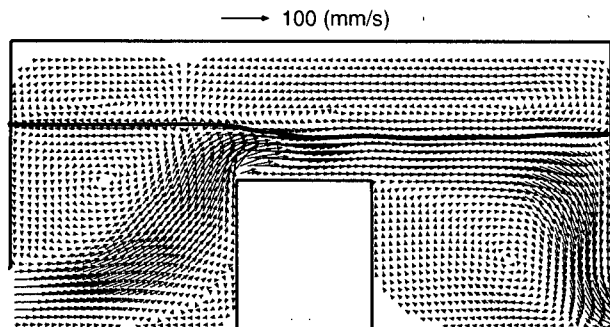


図-12-b 風上差分

図-12 計算された流速ベクトルと界面形状

(4) 界面形状

図 15 は、水とシリコンオイルの界面の形状を比較したものである。実験では、定常状態においても、局所的に界面が変動する状況が観察された。このため、図中にはエラーバーの形で界面の変動範囲を示している。これより、構造物上流端より下流側で界面の変動が生ずることがわかる。

図 15 より、計算された界面形状は概ね実験結果を再現していると考えられる。また、界面の変動は現時点

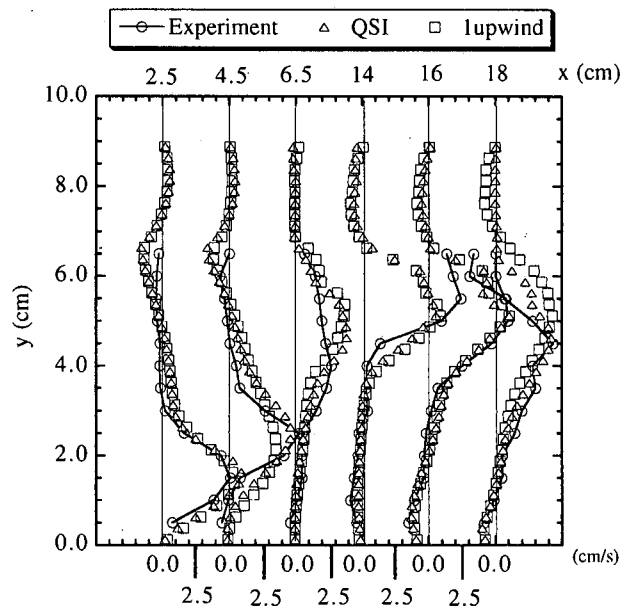


図-13 x 方向の流速分布

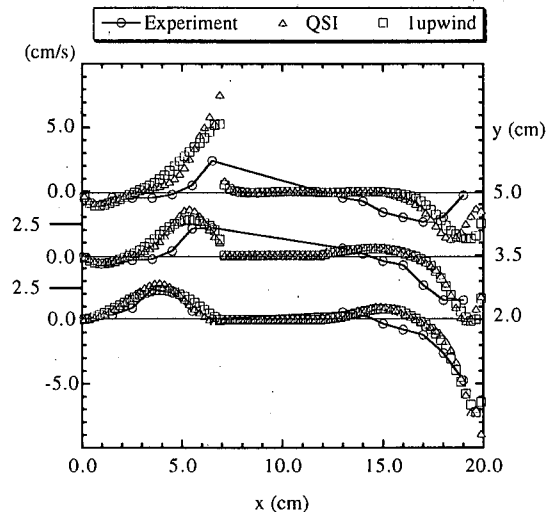


図-14 y 方向の流速分布

では適切に予測されていないが、変動幅は QSI スキームが 1 次風上差分よりも大きくなっており、実験で得られた変動幅に近いものとなっている。界面の動的な挙動に関しては、今後検討を加えることが必要と考えられる。

5. おわりに

本報では、密度が異なる混合しない非圧縮性の二流体から構成される流れ場を対象として、その数値解法と適用性に関する考察を行った。混相流場全体を統一的に解析する手法を取り上げ、その基礎式と解法を示した。正規化した密度の移流方程式に対して、VOF 法における DA 法、CIP 法、そして MARS 法を適用し、非圧縮性混相流場に対する体積の保存性について比較

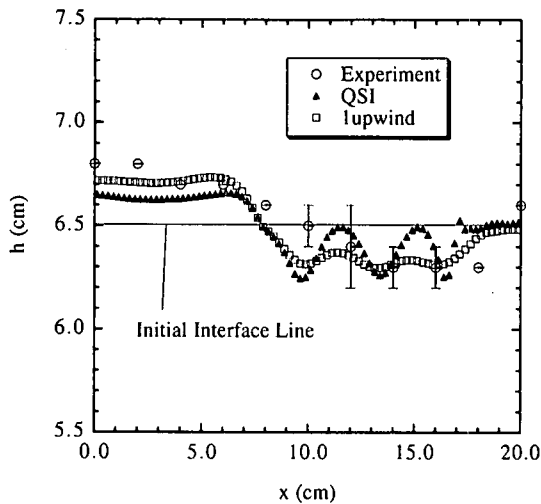


図-15 界面形状の比較

検討した。さらに、解析手法の定量的な検証を行うため、水とシリコンオイルを用いて、構造物を設置したキャビティ内に成層流を発生させ、流速分布や界面形状などの実験値を取得した。この混相流に対して、界面追跡法に MARS 法を用いた数値計算法を適用し、解法の適用性を考察した。その結果、流速分布などの詳細な比較では、一部の領域で実験結果と計算結果の相違が見られたが、運動方程式に QSI スキームを用いることで、フローパターンや界面のおおよその形状などが適切に再現されることが示された。

謝辞 MARS 法に関して京都大学の功刀資彰助教授に助言を賜りました。記して謝意を表します。

参考文献

- 1) S. Komori, R. Nagaosa, and Y. Murakami. Turbulent structure and mass transfer across a sheared air-water interface in wind-driven turbulence. *J. Fluid Mech.*, Vol. 249, pp. 161-183, 1993.
- 2) C. W. Hirt, A. A. Amsden, and J. L. Cook. An arbitrary Lagrangian-Eulerian computing method for all flow speeds. *Journal of Computational Physics*, Vol. 14, pp. 227-253, 1974.
- 3) C. W. Hirt and B. D. Nichols. Volume of fluid (vof) method for the dynamics of free boundary. *J. Comput. Phys.*, Vol. 39, pp. 201-226, 1981.
- 4) W. F. Noh and P. Woodward. SLIC (simple line interface calculation). *Proc. the 5th Int. Conf. on Numerical Methods in Fluid Dynamics*, Springer-Verlag, Vol. 59, pp. 330-340, 1976.
- 5) B. Lafaurie, C. Nardone, R. Scardovelli, S. Zaleski, and G. Zanetti. Modelling merging and fragmentation in multiphase flows with SURFER. *J. Comput. Phys.*, Vol. 113, pp. 134-147, 1994.
- 6) T. Yabe and P. Y. Wang. Unified numerical procedure for compressible and incompressible fluid. *J. Physical Soc. Japan*, Vol. 60, No. 7, pp. 2105-2108, 1991.
- 7) 功刀資彰. 自由表面を含む多相流の直接数値解析法. 機械学会論文集 B 編, Vol. 63, No. 609, pp. 1576-1584, 1997.
- 8) 牛島省, 棚津家久, 山上路生, 坂根由季子. 局所 5 次スプライン内挿法 (QSI 法) を利用したコロケート格子による流体解析手法. 土木学会論文集, No. 691/II-57, pp. 73-83, 2001.
- 9) 桜庭雅明, 田中聖三, 檜山和男. PC クラスタを用いた ALE 有限要素法による非線形自由表面流れ解析. 応用力学論文集, Vol. 4, pp. 113-120, 2001.
- 10) S. Ushijima. Three-dimensional arbitrary Lagrangian-Eulerian numerical prediction method for non-linear free surface oscillation. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 26, pp. 605-623, 1998.
- 11) 牛島省, 棚津家久. 移動一般座標系を用いたコロケート格子による自由水面流れの数値解析手法. 土木学会論文集, No. 698/II-58, pp. 11-19, 2002.
- 12) 白川英観, 高田保之, 黒木虎人, 伊藤猛宏. Vof 法の改良. 日本機械学会論文集 (B 編), Vol. 62, pp. 4068-4075, 1996.
- 13) 人美大輔, 秋山光庸, 杉山均. 三次元表面張力場における vof 関数離散化手法の評価. 日本機械学会論文集 (B 編), Vol. 65, pp. 1577-1584, 1999.
- 14) 功刀資彰. 自由界面を含む多相流の直接数値解析法. 日本機械学会論文集 B 編, Vol. 63, No. 609, pp. 1576-1584, 1997.
- 15) T. Yabe and T. Aoki. A universal solver for hyperbolic equations by cubic-polynomial interpolation i. One-dimensional solver. *Computer Physics Communications*, Vol. 66, pp. 219-232, 1991.
- 16) 牛島省, 竹村雅樹, 棚津家久. コロケート格子配置を用いた MAC 系解法の計算スキームに関する考察. 土木学会論文集, No. 719/II-61, pp. 11-19, 2002.
- 17) 牛島省, 棚津家久. 陰解法を用いたコロケート格子による高次精度の流体解析手法の提案. 土木学会論文集, No. 719/II-61, pp. 21-30, 2002.
- 18) S. Koshizuka, Y. Oka, S. Kondo, and Y. Togo. Interpolating matrix method: A finite difference method for arbitrary arrangement of mesh points. *J. Comput. Phys.*, Vol. 75, pp. 444-468, 1988.

(2003 年 4 月 18 日 受付)