

多相流場に対する統一解法に基づく 移動物体周辺の非圧縮性流体の数値解析法

Unified Computational Method for Incompressible Flows
Including Multiple Moving Bodies

牛島 省*・竹村 雅樹**・山田 修三***・瀬津 家久****

Satoru USHIJIMA, Masaki TAKEMURA, Syuzou YAMADA and Iehisa NEZU

*正会員 工博 京都大学大学院助教授 社会基盤工学専攻 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)

**学生員 京都大学大学院 環境地球工学専攻 修士課程 (同上)

***学生員 京都大学大学院 社会基盤工学専攻 修士課程 (同上)

****フェロー会員 工博 京都大学大学院教授 社会基盤工学専攻 (同上)

A computational method has been proposed to predict incompressible flows including multiple moving bodies and particles. This technique is based on the CFD technique for incompressible flows, in which the treatment for density and mass conservation have been improved in the collocated grid. The external forces for the particles are evaluated from the results of the fluid computations and a model of the distinct element method. The computational method was applied to the unsteady wake arising behind two fixed cylinders as well as to multiple particles falling in the water within a confined area. As a result, it was shown that the present method allows us to predict the movement of bodies and surrounding flows accurately.

Key Words : *collocated grid, incompressible flow, moving body, wake, particle-laden flow, DEM, unified numerical procedure*

1. はじめに

砂礫や流木,あるいは浮体構造物などの「移動物体」を含む非圧縮性流体に対して,物体の運動と周囲の流況を精度良く予測できる数値解法を開発することは,重要な研究課題の一つと考えられる。

流体中に存在する移動物体の数値的な取扱いに関しては,境界適合格子や非構造格子を再生成する方法や,セル内で固体形状を表現する手法(カットセル等)など,多くの検討がなされている。これらの手法では,移動する固体境界面をいかに取扱うか,という点に注意が払われているが,移動物体の数が増加したり,さらにそれらが互いに接触するなど,より複雑な現象となる場合には,計算が複雑化することは否めない。

これに対して,流体の圧縮性を利用するCUP法¹⁾のように,多相流場に対する統一解法,すなわち固体も液体も区別せずに系全体に流体計算法を適用する手法が近年用いられている。本報では,CUP法とは異なり,非圧縮性流体解析法に基づく統一解法を検討する。特に,物体の接触を取扱うために,接触力の算定には個別要素法²⁾モデルを利用する。実験結果等との比較を行い,計算手法の有効性を検討する。

2. 数値解析手法

2.1 流体セルに対する物性値の設定

本報の計算手法では,流体および粒子を区別せず,最初にすべての領域に対して流体計算を行い,この結果を用いて固体粒子などの移動物体(以下粒子)に作用する流体力を求め,粒子運動の計算を行う。流体計算では,計算セル幅を粒子より小さく設定したEuler格子を用いる。セル内の物性値 ψ は次式より定める。

$$\psi = \left(1 - \sum_{P_k \in C} \alpha_k\right) \psi_f + \sum_{P_k \in C} \alpha_k \psi_{P_k} \quad (1)$$

ψ_f は流体の物性値(密度や粘性係数), ψ_{P_k} は粒子 P_k の物性値を表す。 α_k はセル C 内に占める粒子 P_k の体積割合である。 α_k は,図1に示すように,粒子とセル境界が交差する点から構成される多角形から算出している。なお, ψ_{P_k} は各粒子で異なってもよい。

2.2 密度の空間分布を有する非圧縮性流体の解法

多相流場に対して統一的に流体計算を適用する手法としてCUP法¹⁾が提案されている。CUP法は,局所音速を導入することにより,圧縮および非圧縮性流体を統一的に扱う解法とされる。本報で扱う問題では,流

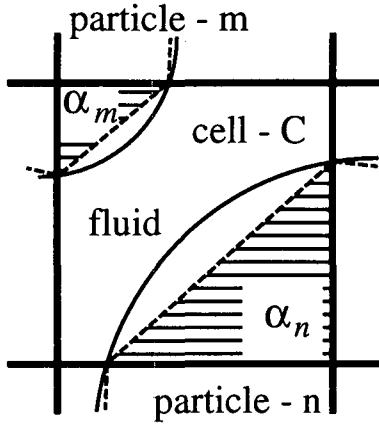


図-1 計算セル中に占める粒子面積

体および粒子の比重は一定であり、体積の変化はない。このため、CUP法を適用すると局所音速を含む項に、連続性に対する誤差が累積する可能性があり、同手法の利用は適切でないと考えられる。以上の理由から、ここでは、著者らが検討を加えてきたコロケート格子配置に基づく非圧縮性流体の解法を粒子-流体混合系全体に適用する。

密度の空間分布は存在するが、連続相と分散相の体積は不変であるため、次の非圧縮条件が成り立つ。

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

ここに、 u_i は x_i 方向の流速成分である。運動方程式は次式で与えられる。

$$\frac{Du_i}{Dt} = F_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (3)$$

F_i は x_i 方向に体積力として作用する外力、 ρ は密度、 p は圧力、 μ は粘性係数である。連続相と分散相の密度の相違により、密度の空間的な変化が大きくなる場合があるため、ブシネス近似は用いない。

式(3)を直交Euler格子上で離散化する。変数配置はコロケート格子³⁾に従うものとする。最初に、セル中心における流速の推定値 u_i^* を求める。推定値の計算における圧力の取り扱い、圧力勾配を適切に評価するためCBPスキーム⁴⁾に基づくものとし、セル中心では圧力勾配を考慮しない。移流項の離散化には5次精度相当のQSIスキーム⁵⁾、拡散項には中央差分を用いる。この手順により、セル境界において次式が得られる。

$$\hat{u}_i^{n+1} = \hat{u}_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \Delta t \quad (4)$$

ここに、 $\hat{u}_i$ は u_i^* をセル境界へ空間内挿した値であり、 $\phi = p_f^{n+1} - p^n$ である。式(4)と非圧縮条件式より次式

を得る。

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right) = \frac{1}{\Delta t} \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x_i} \quad (5)$$

初期のCUP法では、密度の空間的な変化が大きい場合でも、式(5)に相当する関係式において密度の空間微分を考慮せず、左辺の微分の外に $1/\rho$ を出す場合が見られる¹⁾。しかし、この方法では密度の取り扱いが正確ではない。さらに、この方法を用いると、局所音速項を含まない式(5)では、数値的な安定性の面で適切な離散化式が得られない場合がある。このため、本報ではセル境界における密度を中央差分することで、密度勾配を考慮した離散化を行っている。

上記の関係式を用いて、連続性を満足する流速成分と圧力場を求める。密度の空間的な変化が大きい場において、式(5)を離散化した ϕ の連立1次方程式の求解を精度良く行うことが重要であるので、改良型のC-HSMAC法⁶⁾を用いる。この計算により、流体計算の段階で得られる圧力 p_f^{n+1} が得られる。セル中心における流速成分 u_{fi}^{n+1} は p_f^{n+1} を用いたPGスキーム⁴⁾に基づき、次式から求める。

$$u_{fi}^{n+1} = u_i^* - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p_f^{n+1}}{\partial x_i} \Delta t \quad (6)$$

$n+1$ ステップの流速成分 u_i^{n+1} と圧力 p^{n+1} は、粒子運動の計算を行った後に定められる。

2.3 粒子運動の基礎式と外力およびモーメント

粒子は剛体と仮定する。本報では2次元場を対象とするので、簡単のため粒子形状は軸方向に単位長さを有する円柱と考える。2次元場においては、剛体の運動の自由度は3であり、運動方程式は2方向の粒子重心点の運動量の方程式と1方向の重心点回りの角運動量の方程式により構成される。重心点の運動方程式には、外力として流体力と浮力に加えて、他の粒子あるいは壁面との接触力を考慮する。接触力の評価には、個別要素法モデルを利用する²⁾。粒子に作用する流体力 f_i としては、質点モデルとは異なり、流体の運動方程式から導かれる力の成分を用いる。

離散化した運動方程式の計算から $n+1$ ステップにおける速度成分と角速度、また粒子位置が得られる。この結果を用いて、セル C 内に占める粒子 P_k の体積割合 α_k を新しい粒子位置に基づいて計算する。次に、式(6)で得られた u_{fi}^{n+1} を用いて、式(1)と同様に、セル C の中心で定義される u_i^{n+1} を得る。また、圧力に関しては、まず粒子 P_k 部分の平均圧力 p_{pk} を求め、式(1)によりセル C における p^{n+1} を定める。

以上より、新しい時刻の流速成分と圧力が得られるので、非圧縮性流体の解法を再び計算領域全体に適用する。この計算手順を所定の時刻まで繰り返すことで、移動物体を含んだ非圧縮性流体の計算が行われる。

3. 計算手法の適用性

3.1 2円柱の後流渦特性に関する検証

本報では、後流渦などの流れ場の変調を引き起こす固体粒子の運動を計算の対象としている。このような粒子が複数個流れの中に存在し、粒子間距離が近接している場合には、他の粒子によって引き起こされた流れ場の変化が、対象とする粒子の運動に影響を及ぼすと考えられる。この後流渦の相互作用の基本的な特性に関する計算手法の検証を行うため、本節では一様流中に固定された平行2円柱回りの流れの計算を行い、既往の実験結果と比較する。

計算対象とする平行2円柱は直径 D が同一で、その配置は両円柱軸を含む平面が主流に平行である直列型とする。直列型配置の2円柱により発生する流れの特徴としてよく知られるものは、2円柱の中心間距離 L に対して、 $L/D = 3.5 \sim 4.0$ の臨界値 (L_{*c}) を境として、円柱間のフローパターンが大きく変化し、ストローハル数等が不連続的に変化することである。既往の実験的な研究結果では、 L_{*c} の値はレイノルズ数に依存することが示されている。石谷ら⁷⁾ は $Re = 8 \times 10^3$ で $L_{*c} = 3.8$ 、また五十嵐⁸⁾ は $Re = 1 \sim 5 \times 10^5$ で $L_{*c} = 3.6 \sim 3.9$ という実験結果を得ている。一方、近江ら⁹⁾ は、低レイノルズ数 ($Re = 40 \sim 120$) における実験を行い、 $L/D = 4.0$ という条件でもレイノルズ数によりフローパターン遷移が生ずること、また低レイノルズ数の条件では臨界値が高く、 $L_{*c} = 4.0 \sim 5.0$ であることを示した。さらに、ストローハル数の変化の傾向は同様だが、ストローハル数の値が既往研究より20～40%ほど低いという実験結果を得ている。

本節における直列型配置の2円柱回りの流れの計算条件を図7に示す。上流端から流速 $U = 1.0$ (m/s) の一様流を流入させ、下流端は自由流出境界条件、側面は周期境界条件とする。計算領域の大きさは、 L_x と B をそれぞれ3.2m、1.6mとする。また、粒子径は $D = 0.2$ (m)、流体の密度は 1.0×10^3 kg/m³ とする。

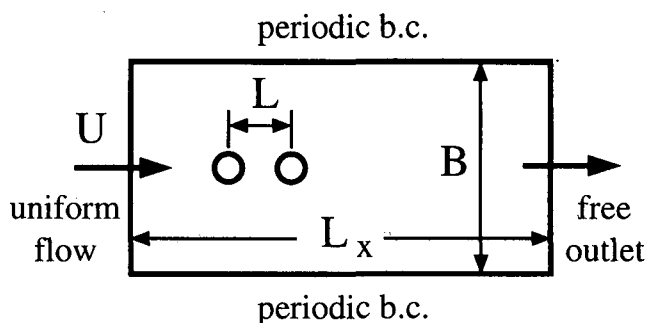


図-2 直列型配置の2円柱の計算条件

円柱周りに発生する流れは、 Re がおよそ200を越えると3次元流れへ移行するといわれる¹⁰⁾。本報では2次元場を対象としているので、この上限である $Re = 200$ の計算条件を用いて、 $Re = 120$ から35,000までの広範囲にわたる実験結果との定性的な比較を試みた。また、多数の粒子を含む流れへの適用を考慮すると、少ないセル数で粒子を表現できることが望ましい。このため、セル幅を粒径の1/8倍 (0.025m) とし、セル数は流下方向および横断方向にそれぞれ 128×64 とした。

2円柱の中心間距離 L/D は、計算では2.0から6.0まで変化させた。図3と図4に、 $L/D = 2.0$ における流線と渦度の分布を示す。図中で時間は U と D で無次元化されており、 $t_{0*} = 1.0 \times 10^3$ および $\delta t_* = 12.5$ である。流線は、同一時刻の流速場に対して数値トレーサを投入してその軌跡を描かせたため、始点・終点を含んだ軌跡が存在している。これらの結果に示されるように、 $L/D = 2.0$ の場合には円柱間の流れは著しい渦の巻き込みに発達することではなく、渦度は低い値に留まっている。

次に、図5と図6に、 $L/D = 5.0$ における流線と渦度の分布を示す。 $L/D = 2.0$ の場合と異なり、円柱間の流れは渦の巻き込みを形成し、周期渦運動へと発達するものとなる。これらの計算結果は、近江ら⁹⁾ によって観察された結果とよく一致する傾向を示している。

上記のような2円柱周辺の流れに関して、既往の実験結果との比較を行うため、2円柱の間隔と下流側の円柱の後流中におけるストローハル数の関係を図7に示した。この結果に示されるように、数値計算では $L/D = 4.0$ と5.0の間でストローハル数が急激に増加する傾向が得られた。図中に示されるように、計算結果は既往の高・低レイノルズ数の実験結果のほぼ中間に位置しており、遷移も概ね同様の傾向を示している。以上より、近接する2円柱により形成される流れ場に対して、計算手法の妥当性が確認されたと考えられる。

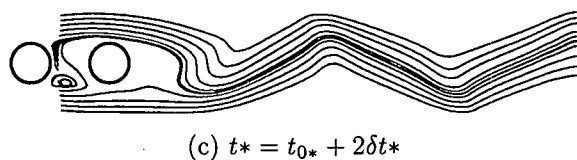
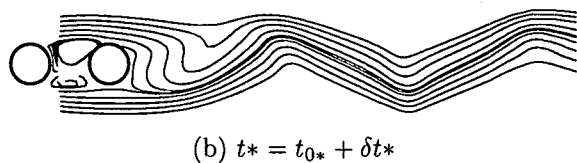
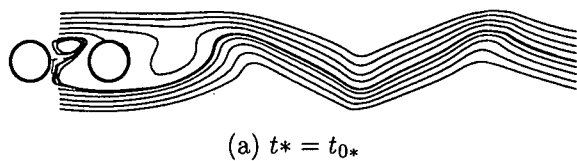


図-3 流線の分布 ($L/D = 2.0$, $t_0^* = 1.0 \times 10^3$, $\delta t^* = 12.5$)

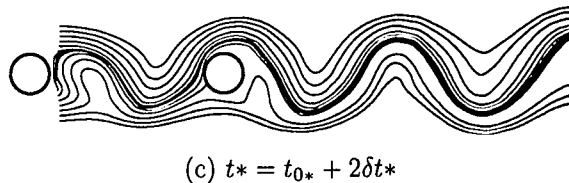
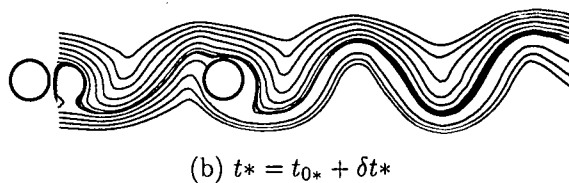
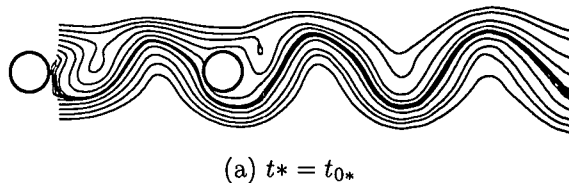


図-5 流線の分布 ($L/D = 5.0$, $t_0^* = 1.0 \times 10^3$, $\delta t^* = 12.5$)

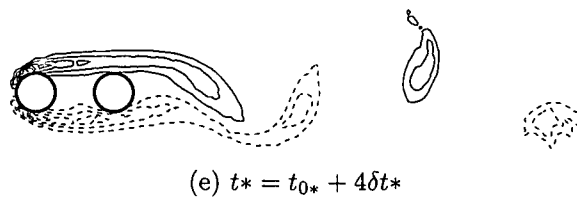
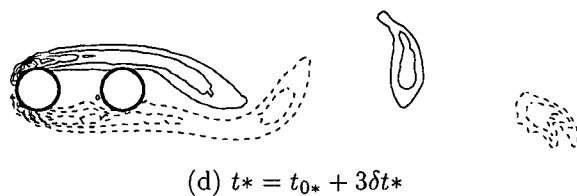
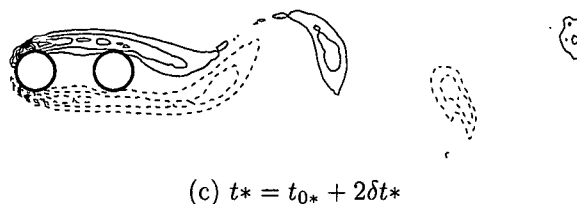
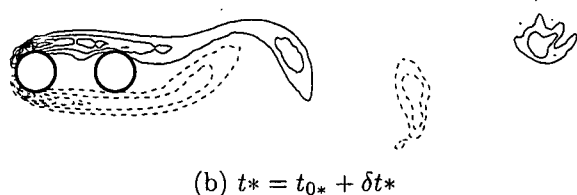
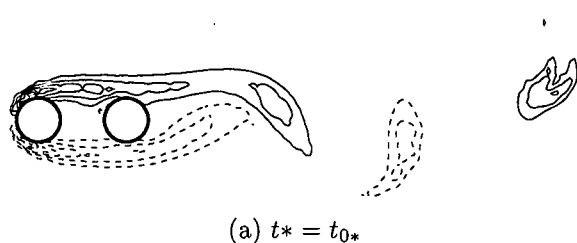


図-4 渦度の分布 ($L/D = 2.0$, $t_0^* = 1.0 \times 10^3$, $\delta t^* = 12.5$)

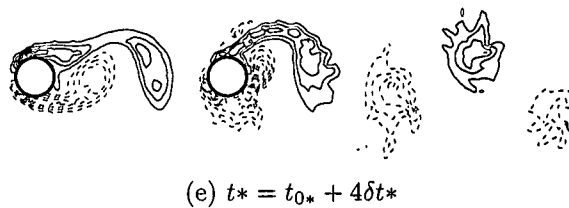
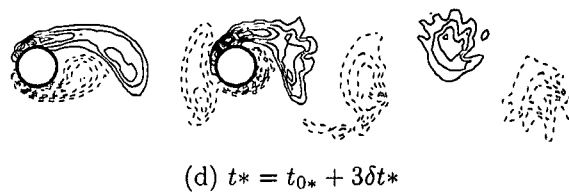
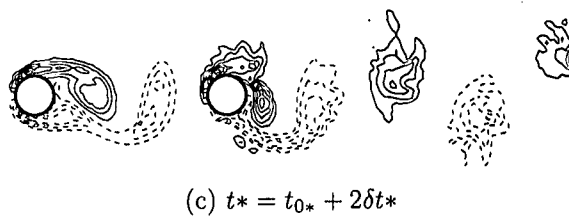
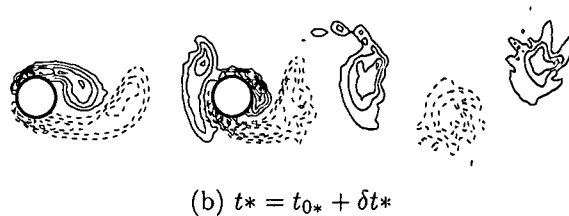
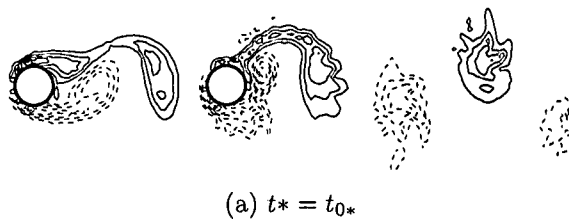


図-6 渦度の分布 ($L/D = 5.0$, $t_0^* = 1.0 \times 10^3$, $\delta t^* = 12.5$)

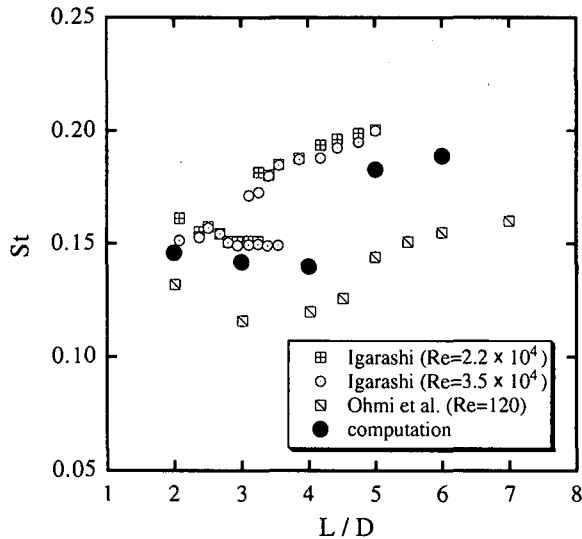


図-7 L/D と St の関係の比較

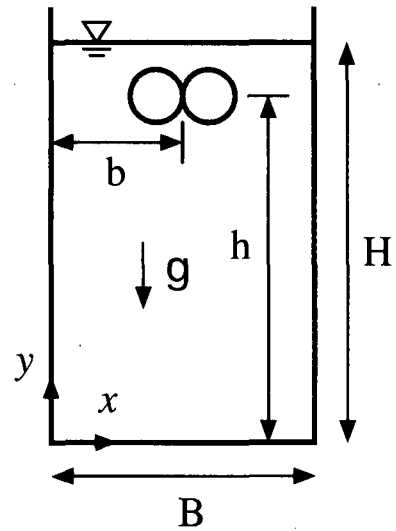


図-8 有限領域内を落下する 2 円柱の条件

3.2 有限領域内で近接して落下する 2 円柱の挙動

前節では、流体中に固定された 2 つの物体間に生ずる流れ場に対して計算手法を適用した。本節では、流体中を移動する 2 円柱に計算手法を適用し、円柱の運動と、それに伴って生ずる周囲流体の流動に関する検討を加える。

ここでは、比重が 1.2 である 2 本の円柱が、互いに軸を平行かつ水平に保ちながら水中を落下していく現象を扱う。このような現象を把握するため、実験を行い円柱の挙動を計測した。使用した実験装置の概略を図 8 に示す。実験水槽は、幅 B と奥行きが 94mm の直方体の容器で、この中に $H = 150\text{mm}$ の高さまで水が満たされている。図 8 に示すように、容器のほぼ中央 ($b = B/2$) から直径 20mm、軸方向長さ 50mm のアクリル製の円柱を側面が接触するように平行に揃えて、水平な状態で高さ $h \approx 130\text{mm}$ の位置の水中から自由落下させた。落下過程における粒子の位置は、側面からデジタルビデオカメラで画像を撮り、そのデジタル画像を解析して求めた。画像解析には、Linux を OS とする PC 上で画像処理ライブラリ Imlib を用いた解析プログラムを作成し、これにより円柱の画像の重心点位置を算出した。

図 9 に実験で得られた円柱の中心位置の分布を示す。実験では、2 円柱を水中で解放するときの誤差などにより、中心点の軌跡には多少のばらつきが見られる。この実験結果には、円柱の運動に関する 3 次元的な効果も影響していると考えられるが、平均的な挙動は以下のように表されよう。最初に側面が接触する状態で自由落下を開始した 2 円柱は、互いに離れる運動を示す。

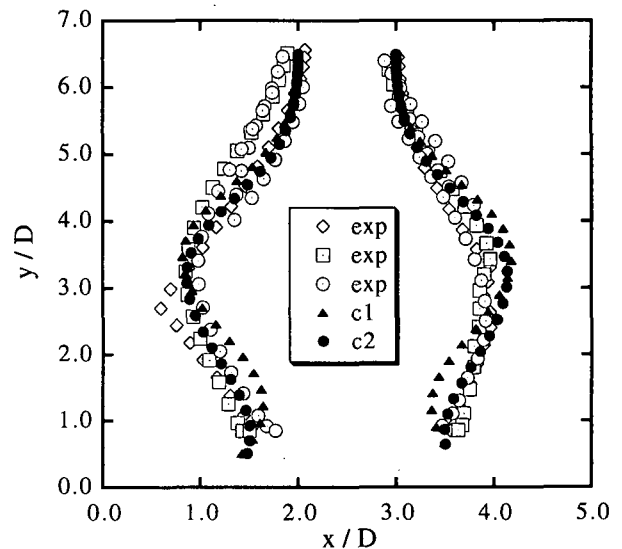


図-9 落下する 2 円柱の中心点の軌跡の比較
($c1$ は $\nu = 1.0 \times 10^{-5} \text{ (m}^2/\text{s)}$, $c2$ は $\nu = 1.0 \times 10^{-4} \text{ (m}^2/\text{s)}$ の計算結果)

容器の側壁面近くまで移動した円柱は、次に壁面から遠ざかる運動を示す。その結果、一度離れた円柱は、底面に到達するまでに再び容器中央へ向かって移動する。このような 2 円柱の落下過程には、円柱の運動によって引き起こされた流動場が深く関係していると考えられる。既報¹¹⁾で単一円柱が壁面から遠ざかる現象を検討し、円柱背後に生ずる一対の低圧渦のうち、壁面側の渦が離脱する現象を数値計算で再現した。この実験で、一度壁面付近まで移動した円柱が再び壁面から遠ざかる運動を示すのは、これと同様の現象が生ずるためと考えられる。

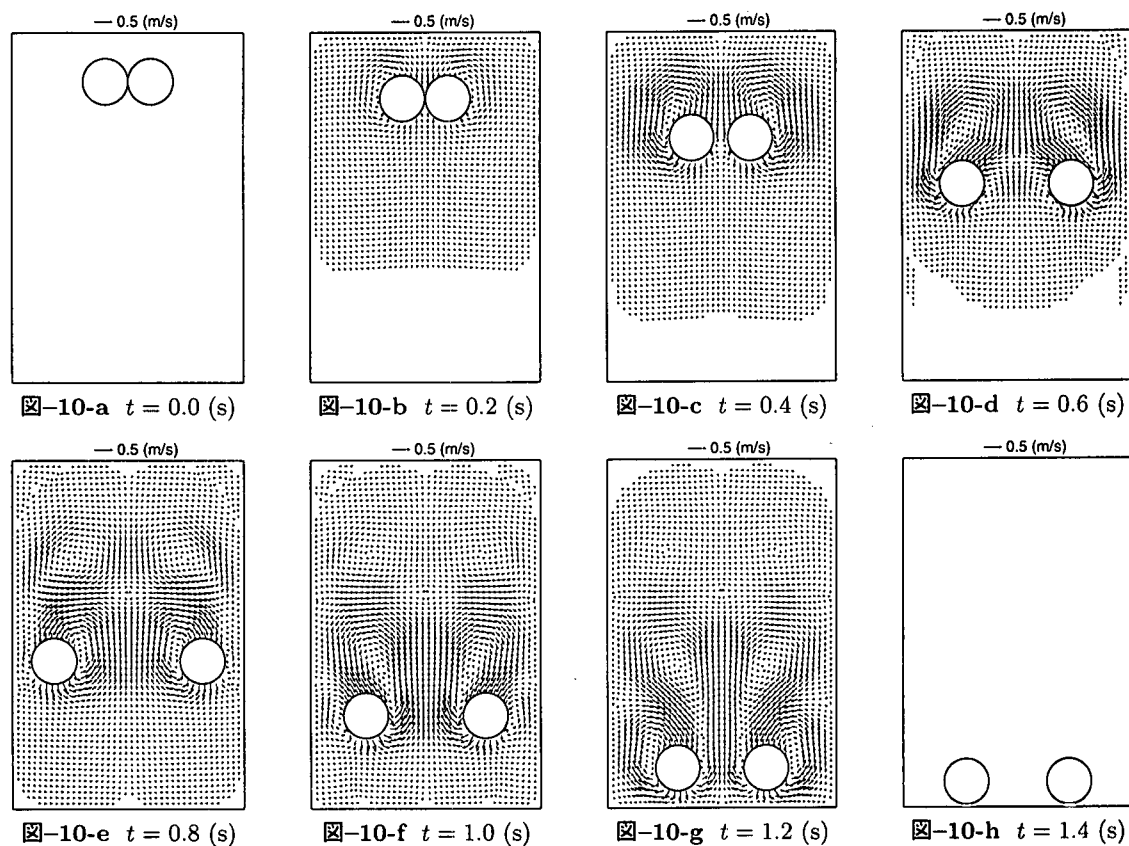


図-10 有限領域内を落下する2円柱の計算により得られた流速ベクトルの分布

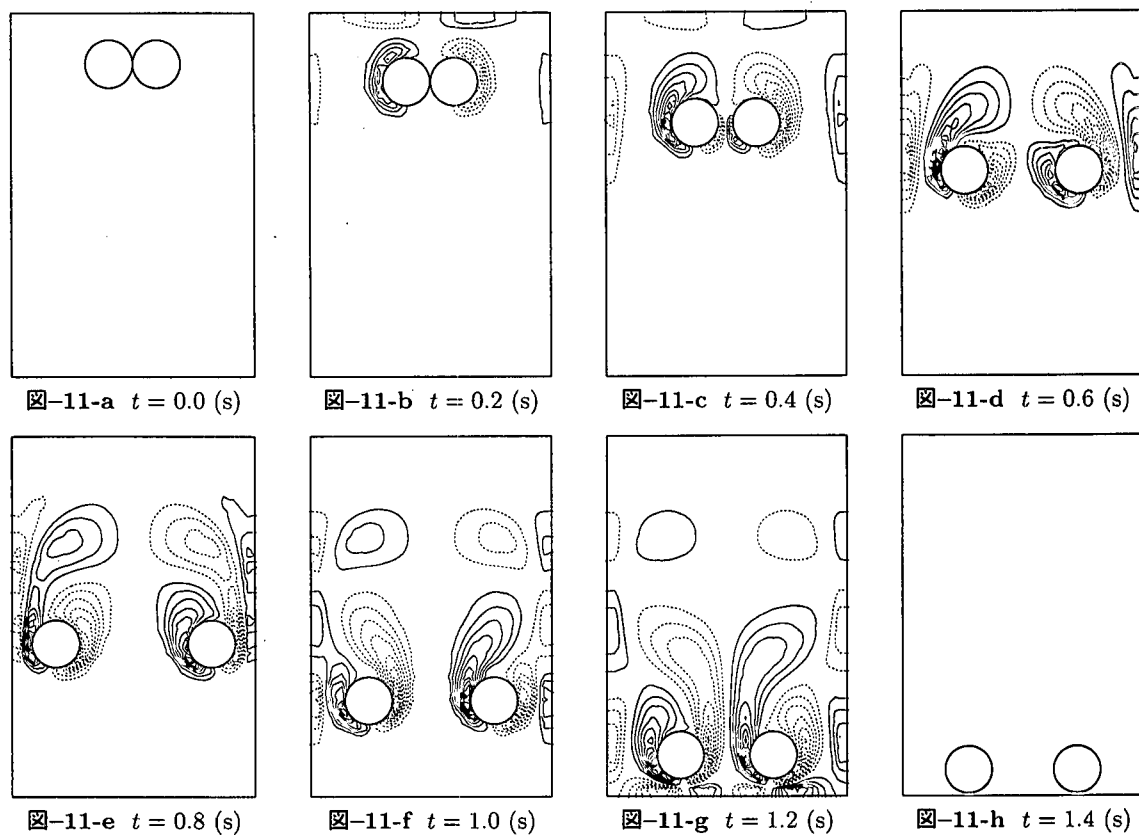


図-11 有限領域内を落下する2円柱の計算により得られた渦度の分布
(実線は正，破線は負を表す．等高線間隔は 5.0 s^{-1})

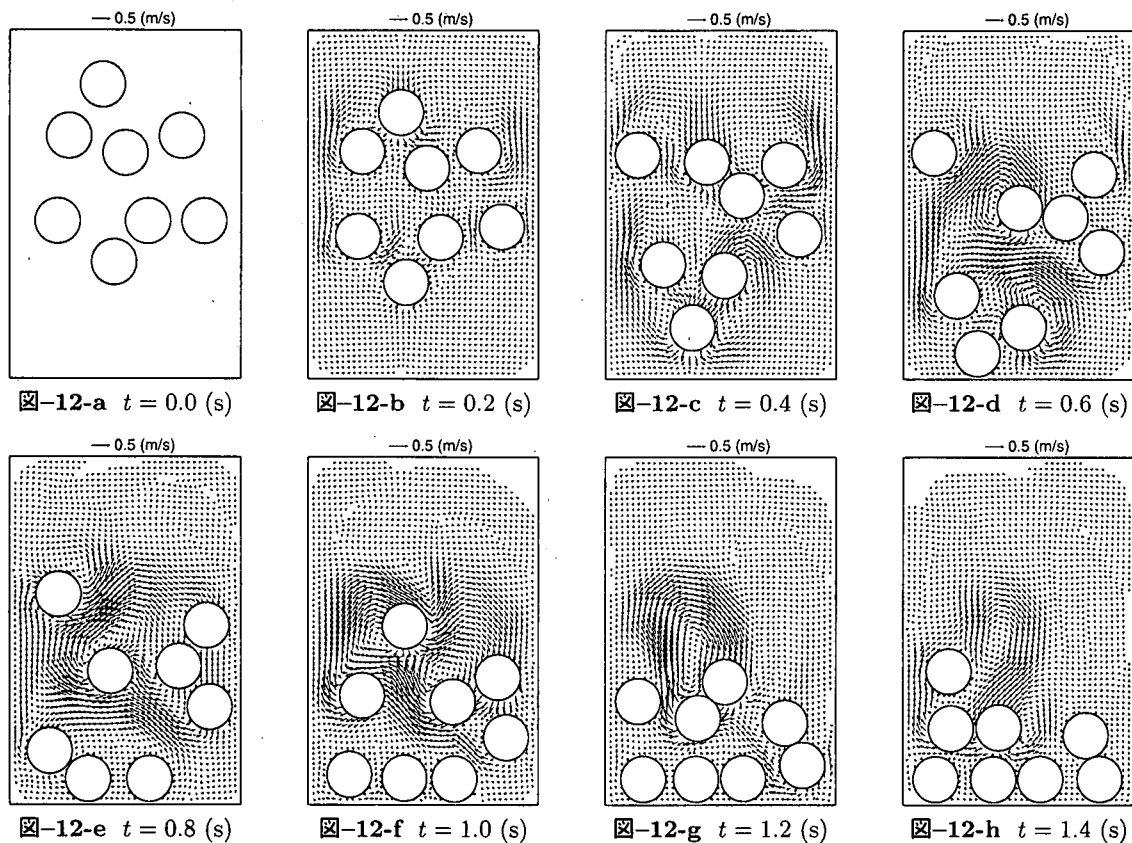


図-12 有限領域内を落下する8円柱の計算により得られた流速ベクトルの分布

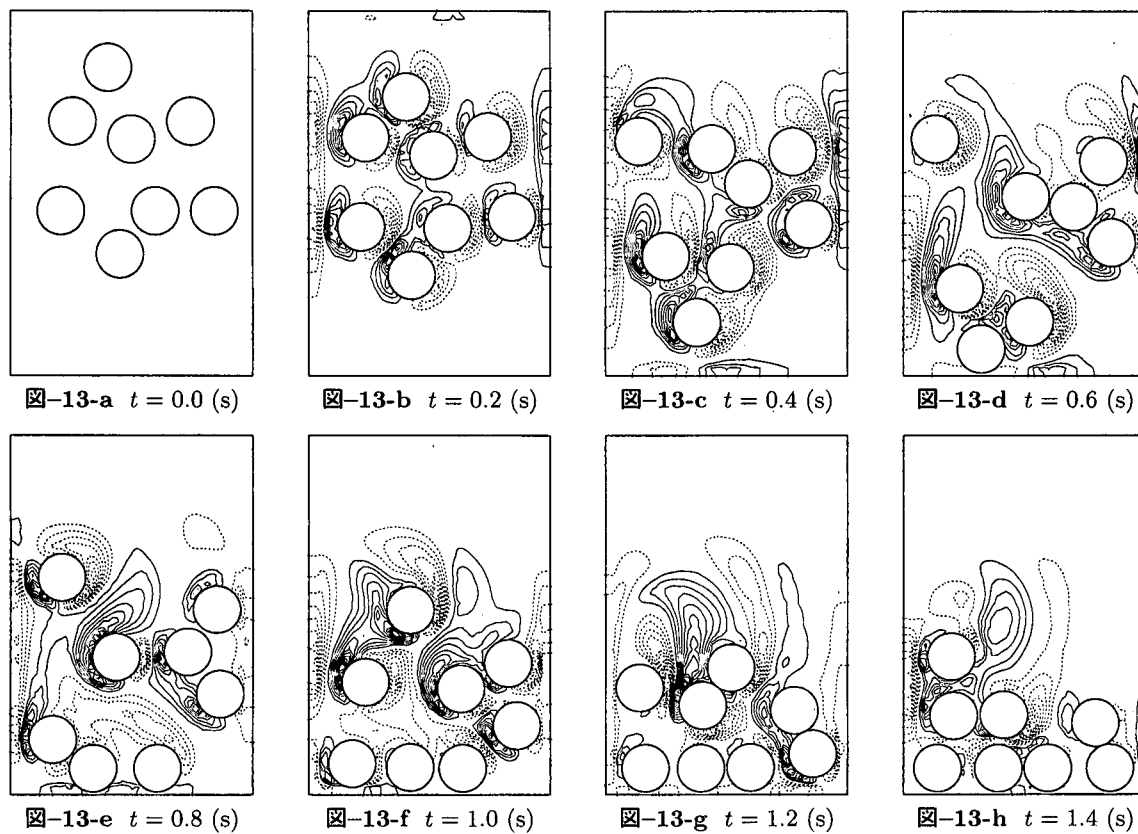


図-13 有限領域内を落下する8円柱の計算により得られた渦度の分布
(実線は正, 破線は負を表す. 等高線間隔は 5.0 s^{-1})

上記のような2円柱の落下過程の数値計算を行う。平衡状態において円柱に作用する抗力とレイノルズ数の関係¹²⁾から円柱の終端速度が試算される。この終端速度に基づくレイノルズ数は、上記の実験では約5,000となり、3次元性の影響が生じていると考えらる。一方、計算手法は2次元場を対象としているため、2次元性を確保できる低いレイノルズ数(約460から約40)の計算条件を用いた。図9に計算結果を示す。図中には、円柱の位置と渦度の分布を示した。これらの計算結果に見られるように、最初に接触する状態で自由落下を開始した2円柱は一度壁面付近まで移動した後、再び容器中央へ戻るといった実験結果と同様の運動を示す。レイノルズ数が実験とは異なるが、計算結果は実験結果と同様の傾向を示している。この結果から、有限な領域内で接近して運動する2円柱の挙動に関して、本報の計算手法は現象をほぼ良好に再現していると言える。これは、物体周辺の流れと、物体に作用する流体力が適切に評価されているためであると考えられる。また、図10と図11に計算で得られた流速ベクトルと渦度の分布を示す。円柱の運動に伴う周囲流体の流れが再現されており、この条件では左右対称の流動場が形成されている。

3.3 複数粒子の落下と流動場の計算

最後に、ランダムに初期位置が定められた多数の粒子が有限領域の流体中を落下する場合の数値実験を行う。円柱は8本とし、前節と同様に、比重は1.2、終端速度に基づくレイノルズ数は約40という計算条件を用いる。また、計算領域の形状は前節と同様である。

計算により得られた流速ベクトルと渦度の分布を図12と図13に示す。渦度の分布に見られるように、各粒子の周辺には運動開始とともに渦度分布が発生し、時間の経過とともにそれらが合体するなどして、複雑な流況となることが示されている。

初期の状態で上方に位置する粒子は、下方の粒子から生ずる後流渦等の影響を強く受け、複雑な経路をたどって落下する。また、容器底面に到達した粒子には、互いに接触するものも見られるが、DEMの接触力モデルが有効に作用している。上記のように、多数の粒子が落下する過程に関しては、ほぼ妥当な結果が得られていると考えられる。なお、基礎実験等を通じて計算結果のより詳細な検証を行うことが今後必要である。

4. おわりに

本報では、後流渦などの周囲流への影響をもたらす移動物体を含む非圧縮性流体に対する数値解析法を示

し、その適用性について検討を加えた。この計算手法では、粒子近傍の流れや粒子に作用する流体力を正確に評価するため、コロケート格子配置に基づく非圧縮性流体解析法を混合系全体に適用するものとした。また、他の粒子との接触力を算定するために、個別要素法モデルを利用している。

直列型配置の2円柱の周辺に生ずる流れと、有限領域内を落下する2円柱の計算を行った結果、本計算手法は実験結果を適切に再現することが確認された。また、多数の粒子が流体中を運動する状況もほぼ妥当にシミュレートされた。

参考文献

- 1) T. Yabe and P. Y. Wang. Unified numerical procedure for compressible and incompressible fluid. *J. Physical Soc. Japan*, Vol. 60, No. 7, pp. 2105-2108, 1991.
- 2) P. A. Cundall and O. D. L. Strack. A discrete numerical model for granular assemblies. *Geotechnique*, Vol. 29, No. 1, pp. 47-65, 1979.
- 3) C. M. Rhie and W. L. Chow. Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation. *AIAA Journal*, Vol. 21, pp. 1525-1532, 1983.
- 4) 牛島省, 竹村雅樹, 瀬津家久. コロケート格子配置を用いたMAC系解法の計算スキームに関する考察. 土木学会論文集, No. 719/II-61, pp. 11-19, 2002.
- 5) 牛島省, 瀬津家久, 山上路生, 坂根由季子. 局所5次スプライン内挿法(QSI法)を利用したコロケート格子による流体解析手法. 土木学会論文集, No. 691/II-57, pp. 73-83, 2001.
- 6) 牛島省, 奥山洋平, 竹村雅樹, 瀬津家久. 3次元一般座標系における圧力場の並列計算法の提案. 水工学論文集, Vol. 47, pp. 385-390, 2003.
- 7) 石谷清幹, 西川栄一, 西村圭也, 長勝三. 円管群に直交する管外流れの構造に関する研究. 機械学会論文集(第2部), Vol. 37, No. 304, pp. 2319-2326, 1971.
- 8) 五十嵐保. 直列2円柱まわりの流れ特性. 機械学会論文集B編, Vol. 46, No. 406, 1980.
- 9) 近江和生, 今市憲作, 山本富士夫. 平行2円柱の後流渦特性に関する研究. 機械学会論文集B編, Vol. 58, No. 553, 1992.
- 10) 宮内敏雄, 平田徹, 店橋護. 低レイノルズ数におけるカルマン渦放出のdns. 第9回数値流体シンポジウム講演論文集, pp. 165-166, 1995.
- 11) 牛島省, 竹村雅樹, 山田修三, 瀬津家久. 非圧縮性流体解析に基づく粒子-流体混合系の計算法(F-DEM)の提案. 土木学会論文集(投稿中), 2003.
- 12) F. M. White. *Viscous fluid flow*. McGraw-Hill, 1991.

(2003年4月18日受付)