

波状粗面上乱流の直接数値シミュレーション

Direct Numerical Simulation of Turbulent Flow Over Complex Wavy Rough Surface

中山昭彦*・崎尾幸司**

Akihiko NAKAYAMA and Koji SAKIO

*正会員 Ph.D. 神戸大学教授 大学院自然科学研究科(〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)

** ソフトウェアクリエイドル(〒532-0011 大阪市淀川区西中島 6-1-1)

Direct numerical simulation of turbulent flows over rough sinusoidally wavy surface has been conducted in order to study the effects of roughness on flows over wavy surface. The intention is to examine from the directly simulated data the effects of small boundary irregularities on the main flow. It is also intended that the analyses will lead to ideas about modeling of rough-surface flows. The way small-scale undulations or protrusions of rough surface that create turbulence mostly by flow separations is found essentially different from the way strong shear on smooth surfaces gives rise to streamwise vortex and its subsequent break-up. The wall-law similarity will have to take into account the flow separation mechanism and the resulting pressure forces on the undulating rough surface.

Key Words : DNS, rough surface, turbulence, channel flow

1. はじめに

実河川流れや実地形上気流など自然環境での流れは複雑な境界上の流れである。流動や変形を伴う場合もあるが、固定していると見なされる場合でも、形状は大小さまざまな凹凸からなる複雑なものである。一般に流れスケールに近い形状は流れの全体的特性に直接影響するが、流れに比べ小さいスケールの形状の詳細は重要ではなく、凹凸があることで乱れを発生させ抵抗を増加させる効果を持つのみと考えられる。従って数値解析を行う場合、小スケール境界変化を無視した形状の流れ場で解析し、小スケール変化は粗度による抵抗としてモデル化される。たとえば自然地形上気流の解析の場合、地表の植生や更に小さい小石などの地表上の物体などは粗度として扱い、計算格子で解像出来る緩やかな形状の地表面上での流れを対象とする。しかし、一般に無視された粗度の効果は、局所流れの性状により異なり、それより大きいスケールの形状に依存する。同一の粗度でも山の上にあるものと谷下にあるものでは効果が異なる。

平坦な粗面上の流れは古くから実験的に研究さ

れ、力学的効果は長さスケール(粗度長)と形状係数などのパラメータで表されることが知られている(例えばRaupach et al.¹⁾)。しかし、平坦面上の流れから得られた法則が大きく起伏する一般形状の流れに適用できるかどうかは不明で、特に流れが剥離するような場合は、こういった影響があるかは全く分かっていない。滑らかなまた単純な境界内の乱流については精緻なモデルや数値シミュレーション法が開発されている中で、不規則にまた複雑に入組む粗面境界上の乱流の合理的解析法やモデルの開発は遅れておりCFDのネックとまで言われている(Patel²⁾)。

本研究では、近年飛躍的に応用範囲が広がっている直接数値計算法(DNS)により、大きな起伏のある形状の上にさらに小スケールの形状変動を有する境界上の乱流のシミュレーションを行い、通常は粗度と見なされる小スケール形状の乱流に及ぼす影響を調べた。大スケール起伏は、理想的形状でこれまでよく研究されている正弦波形状で、小スケール形状は小さい振幅と波長の2次元波状粗度である。こういった基礎的モデル形状は非現実的ではあるが、振幅や波長など少数のパラメータについての流れの特性依存性を調べる事がで

表-1 計算格子と計算条件

Case	Grid cells	$L_x \times L_y \times H$	λ	δ	λ'	δ'	Re_H
Case1	192x128x96	3x2x1	1.0	0.05	-	-	6760
Case2	384x128x96	3x2x1	1.0	0.05	0.2	0.02	6760

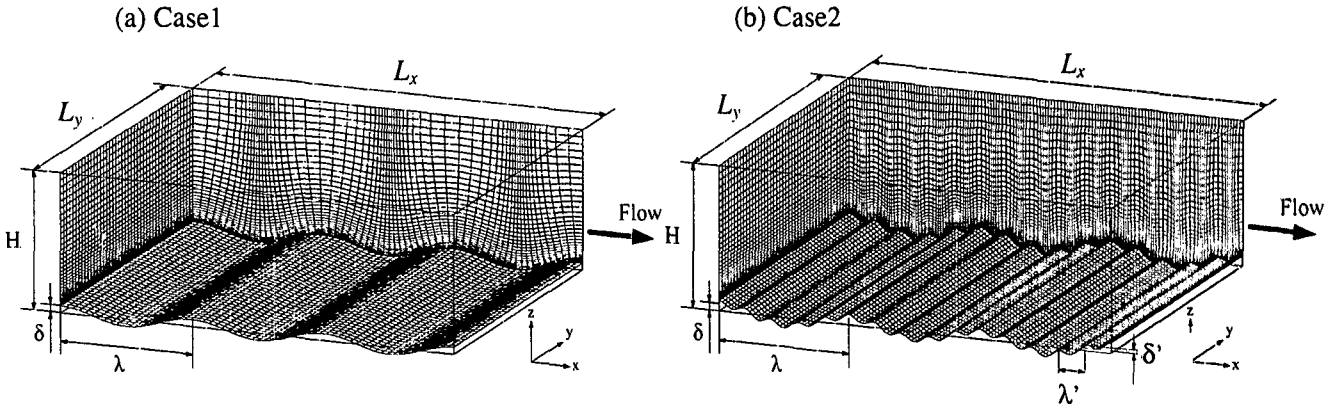


図-1 波状底面チャンネル流計算領域と計算格子（格子線は3本おきに示してある）

きる。特に粗面乱流のモデルの開発及び検証には有用なデータが得られると考えられる。直接シミュレーション計算であるので、レイノルズ数は非常に低いが瞬時流れの詳細や壁面応力分布など実験では到底得られない量が得られる。

2. モデル粗面流れ

発達したチャンネル流に加速・減速の効果のある基本的流れとして、正弦波境界上流れが実験的に(Hudson et al.³⁾), また数値計算的に(De Angelis et al.⁴⁾, Calhoun & Street⁵⁾)研究されている。本研究ではこの正弦波状境界を基本形状とし、その上に粗度として、やはり正弦波状の小スケール起伏のある境界形状を考える。正弦波は曲線座標で計算格子を作成し易い利点がある。シミュレーション計算の対象は、図-1に示すように長さ L_x 平均深さ H のチャンネルの流れである。基本形状の正弦波のみの流れ(Case1)及び小スケール正弦波のある場合(Case2)の双方について行われた。Case1はMaass & Schumann⁶⁾の計算と同じとし、振幅 δ と波長 λ の比は1:20である。ただMaass & Schumann⁶⁾は波状境界面の反対側の境界を滑りなしの壁面としているのに対し、本計算では水面を想定しすべり面とする。いずれの場合も波状境界面近傍の流れはほぼ等しく、盛り上がった山の頂上からやや下流の点から谷に

かけ逆流域が発生する。小スケールの正弦波の振幅 δ' と平均摩擦速度により定義される「粗度レイノルズ数」は30で遷移領域の粗度である。また波長 λ' はその10倍で、剥離を伴うが、剥離域が外部流れを直接乱さない、いわゆるd型粗度でなく、砂粒粗度に近いk型粗度とみなされる形状である(例えばPiquet⁷⁾)。寸法の詳細および計算格子の詳細は表-1にまとめてある。計算格子数はMaass & Schumann⁶⁾と同じであるが、本計算では上端がすべり面であるので、格子を底面近傍で密にとり解像度を上げている。また座標は非直交一般座標で、精度の必要な境界近傍ではほぼ直交するようにとられている。流れは十分発達したものとし、流れ方向及び横方向には周期境界条件を適用している。

3. 数値計算法と計算条件

本計算に用いられた数値計算法は横嶋・中山⁸⁾に詳しく記述されているもので、一般座標系でのNavier-Stokes運動方程式をコロケート格子上で、Fractional-step法を用いて解くものである。全体的にはZhan et al.⁹⁾の方法とほぼ同じで、中間ステップでの時間進行に、粘性項対角成分についてはCrank-Nicolson 陰的差分、対流項には2次精度Adams-Bashforth陽的差分を適用している。しかし対流項の空間差分には梶島¹⁰⁾による保存型2次中

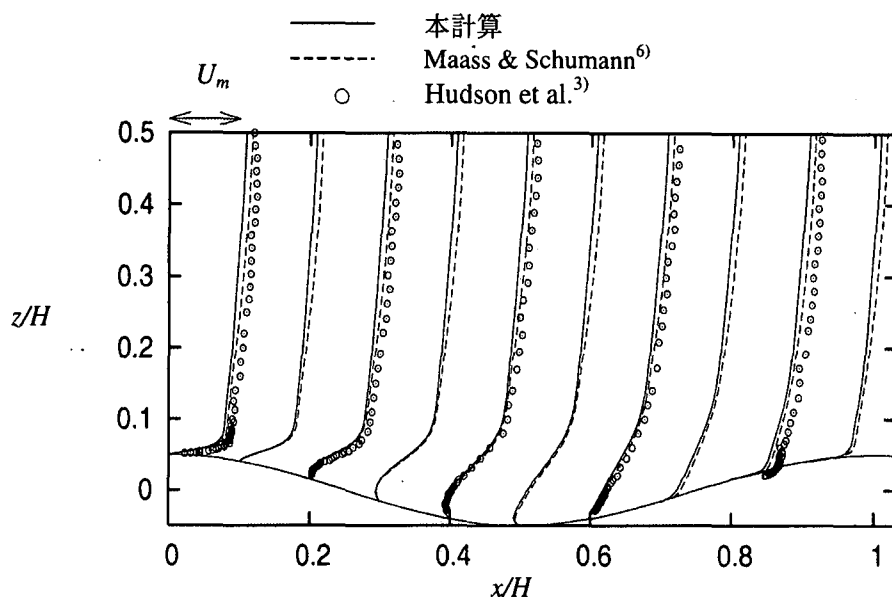


図-2 Case1 の平均流速

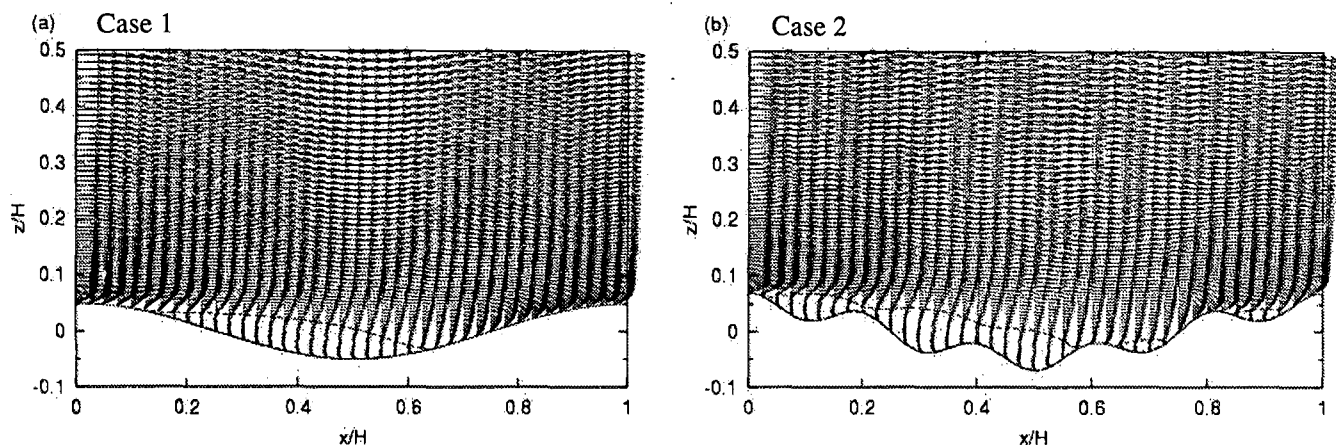


図-3 平均流速ベクトル

心差分を使い、また格子中央での速度成分からセル表面でのフラックスを求めるのに稲垣・安部¹¹⁾による方法を用い保存性及び精度を向上している。計算条件は表-1に示してある。計算は横嶋・中山⁸⁾の平坦チャンネル流の瞬時流れ場を初期条件とし、時間ステップ $0.0005H/U_m$ で100,000ステップ進ませ、その後の100,000ステップの平均より諸平均量を算定した。

本計算法の検証として、図-2にCase1の計算結果とMaas & Schumann⁶⁾の数値計算結果を比較してある。Maas & Schumann⁶⁾は流れ方向に正弦波4周期の長さの領域で計算し、本研究では3周期区間で計算している。それぞれの1周期内の同一位相位置での平均値を比較したものである。結果は全体的によく一致している。特に剥離点や再付着点位置など

波状壁面近傍の特性はよく一致している。チャンネル中央で本計算結果がやや小さくなっているのは上端の境界条件を平坦すべり面としているため境界層がないためである。Hudson et al.³⁾による実験値も併示してあるが、実験結果は山頂上付近でやや高速になっているが、その他の領域ではシミュレーションと良く合っている。

4. 計算結果

4.1 平均流の特性

流れの概要を示すために、図-3にそれぞれのケースの平均流速ベクトル分布を示す。図-2と同様、流れ方向には1周期、鉛直方向には下半分の領域のみをプロットしている。どちらも流れは剥離してお

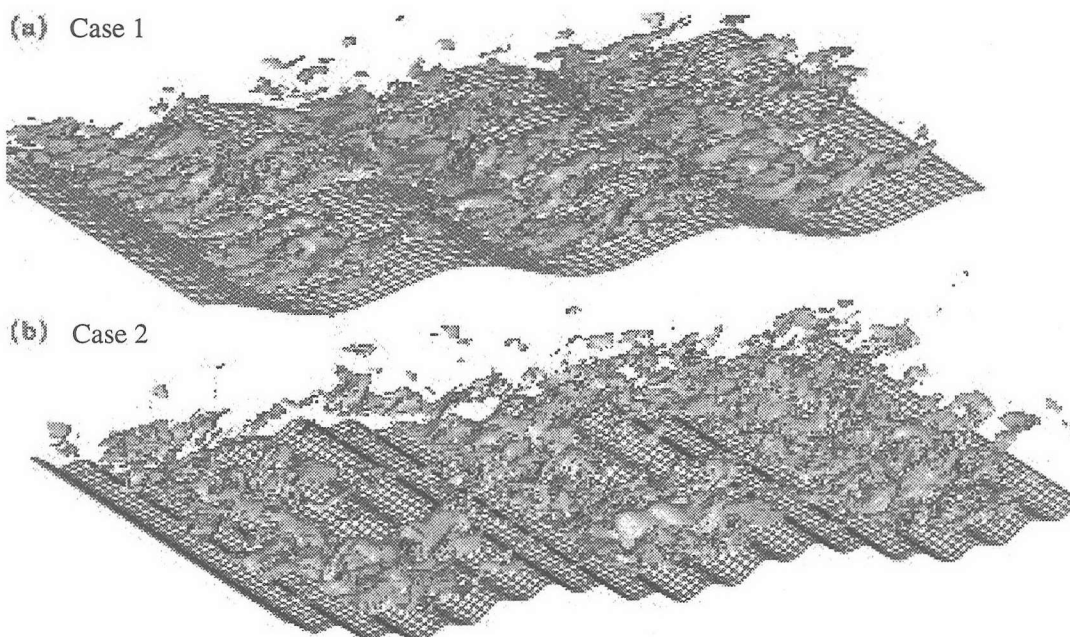


図-4 瞬時速度ベクトル勾配の第2不変量の等値面

り、剥離流線は破線で示されている。Case2の場合剥離領域は全ての小スケール波の下流側に見られるが、剥離流線の全体的形状はCase1のそれに類似している。ただその位置はやや流れの中央にずれ、抵抗の増加による排除効果が大きくなっていると推察される。剥離流線の形状は外部流の実質的境界とみなされるが、この形状は実際の境界形状起伏の逆になっているのは注目される。

チャンネル全体の抵抗は平均圧力勾配 $\Delta P/L_x$ より算定出来る。数値計算では目標のレイノルズ数が得られるようこの圧力勾配を設定してある。平均壁面応力を τ_w 、断面平均流速を U_m とすると抵抗係数 $C_F = \tau_w / \frac{1}{2} \rho U_m^2$ の値はCase1, Case2でそれぞれ0.0190および0.0285で、小スケール波のある場合約50%増となっている。これは大スケール波の山頂と小スケール波の山とは一致しているため、全体の高低差がCase1の0.10Hに対しCase2は0.14Hと大きくなっているためであるが、これに相応する乱れの生成とエネルギーの損失が起こっていることになる。滑らかな平坦壁からなるチャンネルの抵抗は粘性摩擦によるのみであるが、本研究の波状境界の場合、波の前面と背面の圧力差による抵抗が卓越する。従って流れの様相も大きく異なる。本シミュレーション結果より、実験では計測不可能な壁面応力が調べられ相似則などの検討が可能である。

4.2 瞬時流れ場の構造

図-4 は典型的な瞬時流れ場の渦構造を調べるた

め速度勾配テンソルの第2不変量 $\lambda_2 (= -\frac{1}{2} u_{i,j} u_{j,i}, u_i$ は瞬時速度ベクトルの成分)の等値面を表したものである。等値面の値はCalhoun & Street⁴⁾が同様の波状境界上の渦構造を表すのに用いた値と同じで、平均速度 U_m と H で無次元化した値は $\lambda_2 H^2 / U_m^2 = -0.017$ である。滑面波状境界のCase1ではCalhoun & Street⁴⁾と同様に山頂上から谷にかけて流れ方向に伸びる縦渦が多く見られる。平坦なチャンネル流の場合流れ方向に長く伸びるストリーク構造が形成されることが知られているが(例えばKline & Afgan¹²⁾)、波状境界の場合曲面による安定性と不安定性のため半周期程度の長さにとどまることが見出されている⁴⁾。またデューン型河床波上乱流の場合も河床波の周期に依存する構造が見られている(林・大本¹³⁾)。本計算でもその傾向が見られる。ただレイノルズ数がやや大きいいためか小スケール変動も多く見られる。Case2の場合この縦渦構造が小さい正弦波により小さく分裂している。小スケール形状により瞬時流れ場が乱されることは予想されるが、瞬時渦構造の大きさが境界形状の長さスケールに依存していることも分かる。粗面乱流の瞬時渦構造は平坦な滑面上の構造とは大きく異なることが予想されその生成過程の解明は重要である。

4.3 平均速度分布の相似性

波状壁面乱流では、平坦な滑面乱流の壁面則である対数則からずれることが知られている。また平坦

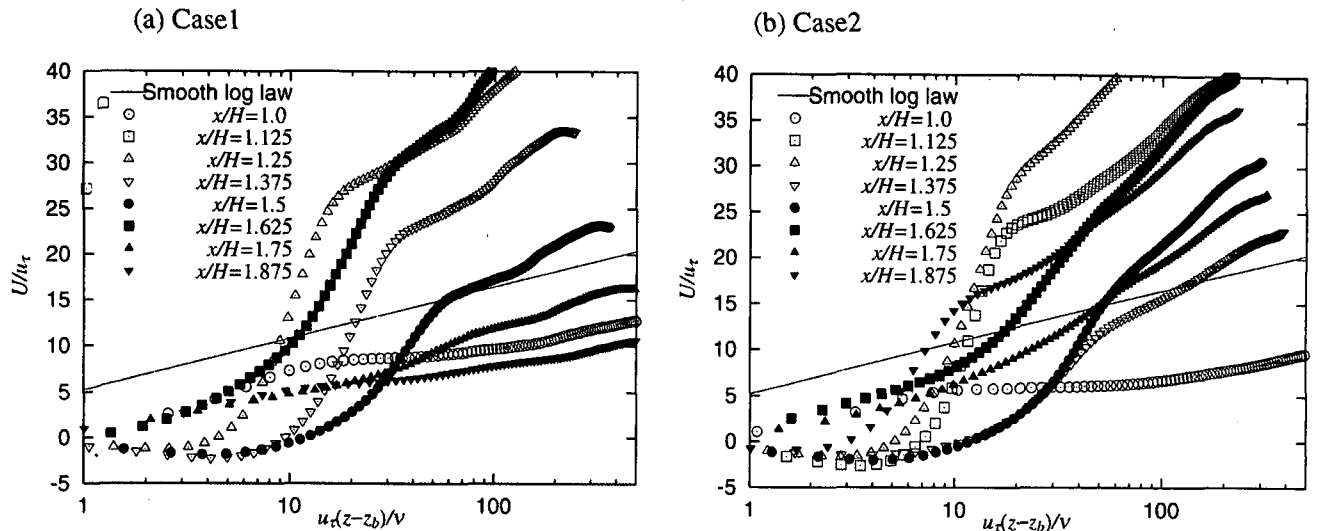


図-5 局所摩擦速度 u_τ を用いた平均流速分布の対数プロット

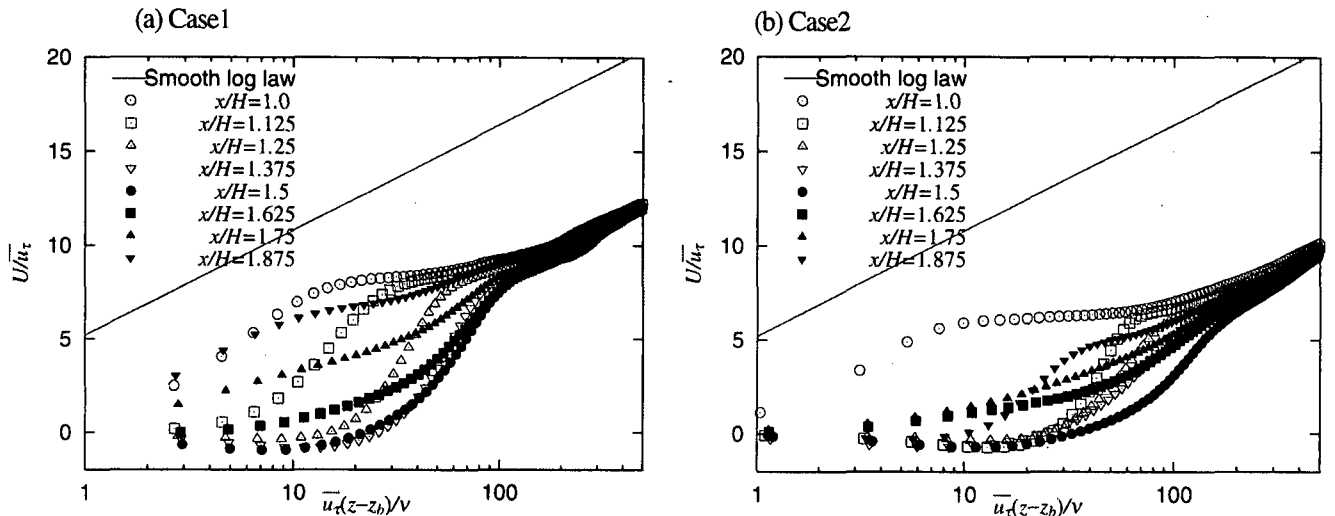


図-6 平均圧力勾配から定義した $\bar{u}_\tau$ を用いた平均流速分布の対数プロット

な粗面上乱流境界層の場合対数則は存在するが、粗度スケールに対数則全体が下方にずれる分布となる。

本計算の結果から対数則相似の検証が可能である。対数則に必要な摩擦速度 u_τ は、逆流域では負の値を取るの、壁面摩擦応力 τ_w より $\sqrt{|\tau_w|/\rho}$ と定義する。図-5 はこの u_τ 及び壁面までの鉛直距離 $(z-z_b)$ を用いてプロットしたものである。ここで $z_b(x)$ は壁面の鉛直位置である。領域の中央区間の8箇所での鉛直分布である。このグラフから分かるように分布は対数則から大きくずれている。特に u_τ の値が小さくなる剥離点近傍の $x/H=1.125$ ではグラフから大きく外れている。同様の結果は Calhoun

& Street⁴⁾ によりも得られている。小スケール波のある Case2 の場合変化が不規則である。これは分母になる u_τ の値が小さくなるのが原因である。これに対し、図-6 は平均圧力勾配 $\Delta P/L_x$ から得られる $\bar{u}_\tau = \sqrt{H\Delta P/L_x\rho}$ を用いて壁面変数を定義したプロットである。この図を見ると Case1 の場合 $\bar{u}_\tau(z-z_b)/\nu$ が 200 から 300 あたりで分布が重なり滑面对数則から約 8 程度下方にずれた形になっている。また Case2 の場合も同様の領域で分布は収束し、滑面对数則からのずれは約 10 になっている。これは相当粗度高さが正弦波の振幅の 2 倍程度の粗面对数則にあたる。

上記の考察は、粗面对数則の摩擦速度は粘性摩擦

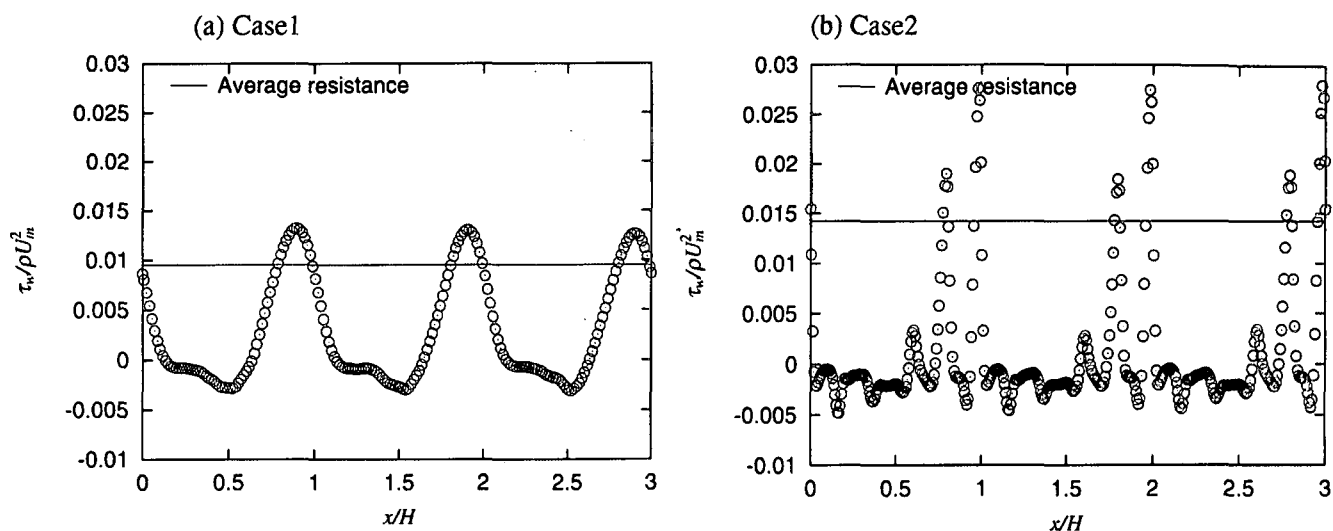


図-7 壁面せん断応力の分布

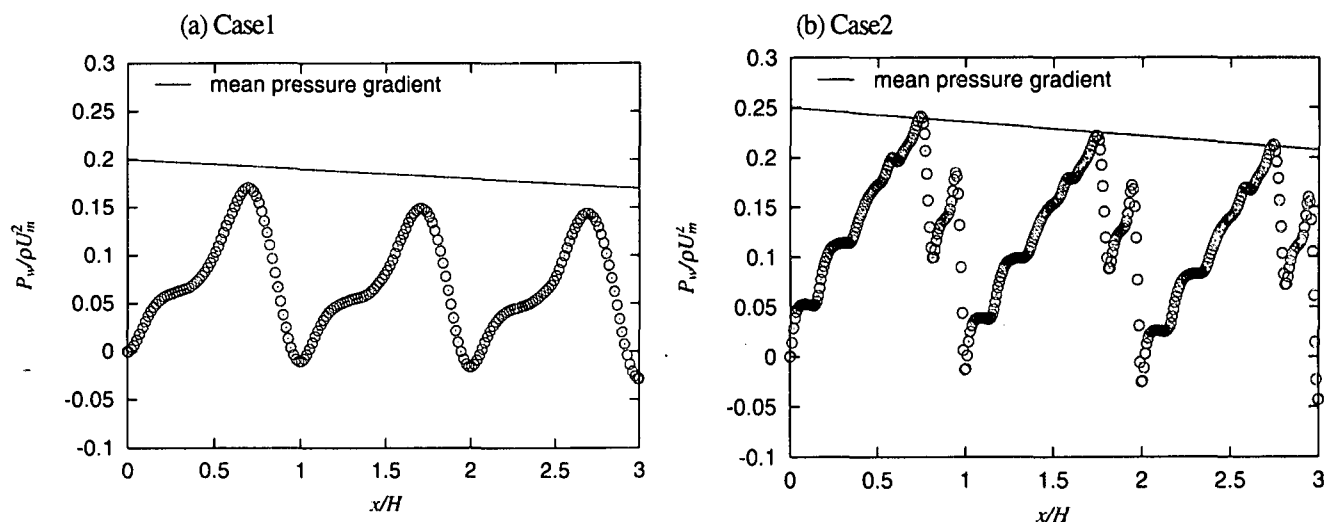


図-8 壁面圧力分布

応力によるもののみでなく壁面流全体が受ける抵抗から定義される「摩擦速度」が相似則に重要になることを意味している。

4.4 壁面せん断応力及び壁面圧力

上記の相似則に関連する壁面せん断応力の分布を図-7 にプロットした。僅かではあるが周期ごとの変動を示すため全領域の分布を示してある。比較のため、圧力勾配から計算される平均応力が実線で示されている。Case1 の場合波の頂上付近で大きく谷底で負の値を取る周期的な変化となっている。しかし正のピークは大きく、逆流域にあたる領域ではゼロに近い値となっている。この傾向は Case2 の場合更に強調され非常にシャープな正のピークが山頂上付近で現れその他の領域では小スケール波によ

る小さな変動はあるが、ゼロに近い値である。圧力勾配から計算される平均応力は壁面せん断応力の平均よりかなり大きくなっている。特に Case2 の場合全体の抵抗は壁面せん断応力の平均値を大きく上回っている。

粗面では形状抵抗が重要になる事を意味しているので、その形状抵抗に関連する壁面圧力分布を図-8 に示す。参考のため平均圧力勾配 $\Delta P/L_x$ を直線で示してある。平坦壁面の場合圧力分布の如何によらず、流れ方向の抵抗には寄与しない。しかし本計算対象の流れのように、起伏のある場合壁面の法線方向と圧力の相関により大きな抵抗の要因となる。Case1 の場合大スケール波に対応した圧力分布である。Case2 の場合小スケール波に対応した圧力変化がありこれが全体抵抗に大きく寄与しているこ

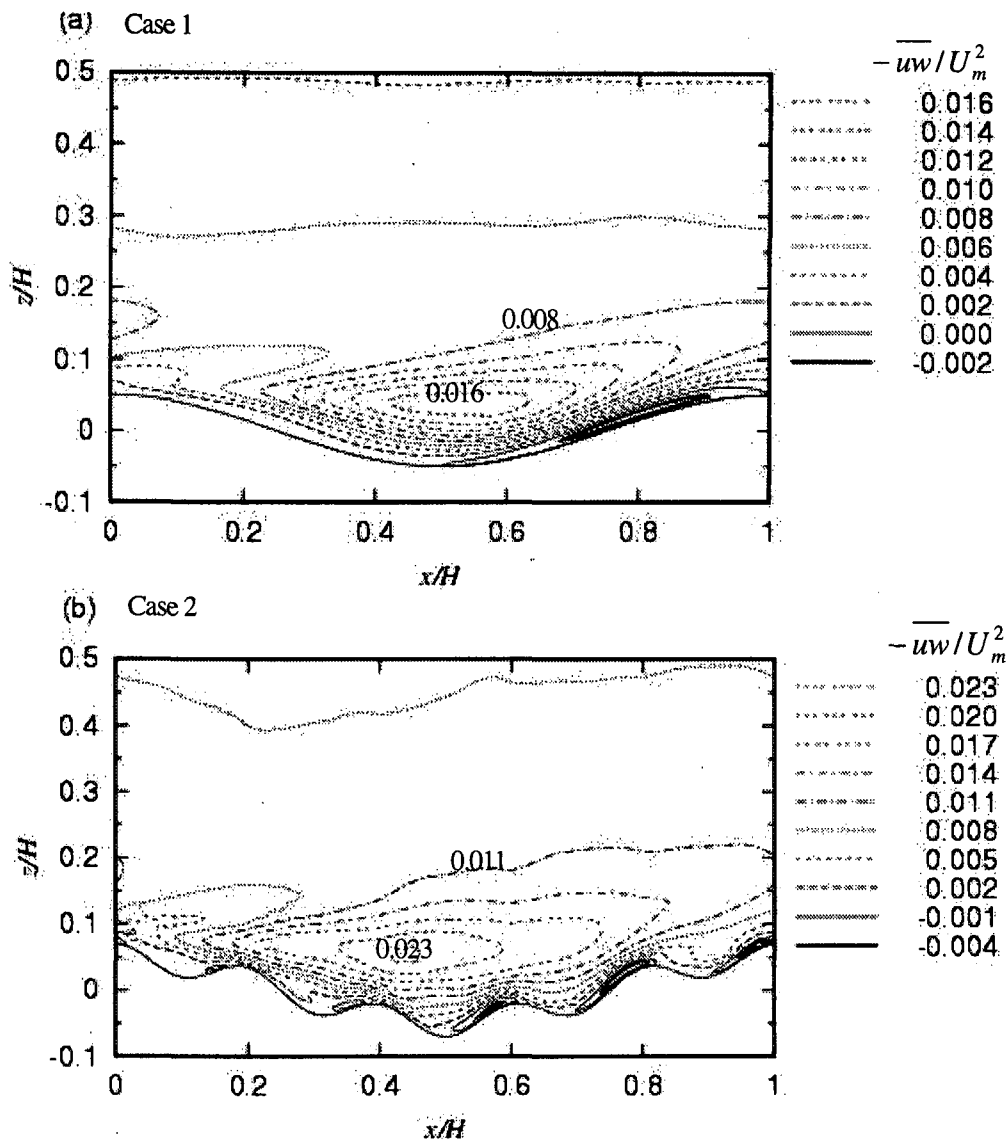


図-9 乱流せん断応力の分布

とになる。

4.5 乱流せん断応力

流れ内での応力は乱流せん断応力分布を見ればわかるので図-9 にプロットしてある。これより、小スケール波のある Case2 の応力分布は全体的に Case1 の分布に類似しているのが伺えるが、さらに相似的に小スケール分布が重なった形になっているのが分かる。しかし一見重ね合わせのように見えるが、絶対値はかなり大きくなりしかも最大値をとる位置が上流側に移動していることも分かる。壁面せん断応力は低下しているのに対し、増加した圧力勾配に見合う乱流せん断応力の増加が見られ、平均速度分布の相似性には乱流せん断応力がより適した変数であることが推察される。

4.6 エネルギースペクトル

最後に乱れのスペクトルを図-10 に示す。これは平均流の様な方向である横方向速度成分 v の横方向パワースペクトル $S_{vv}(k_y)$ である。山頂近傍の加速領域 ($x/H=0$, $z/H=0.77$)、谷 ($x/H=0.5$) の壁面に近い逆流域内の点 ($z/H=-0.059$) 及びチャンネル中央に近い点 ($z/H=0.237$) の3点での結果である。エネルギー散逸から推定した Kolmogorov 長さは山頂で最小で約 $0.01H$ である。エネルギー保有領域とみられる $k_y H=10$ 付近のスペクトル分布は逆流域で $-5/3$ 乗より大きい勾配、山頂の加速部ではより緩やかな勾配となっている。

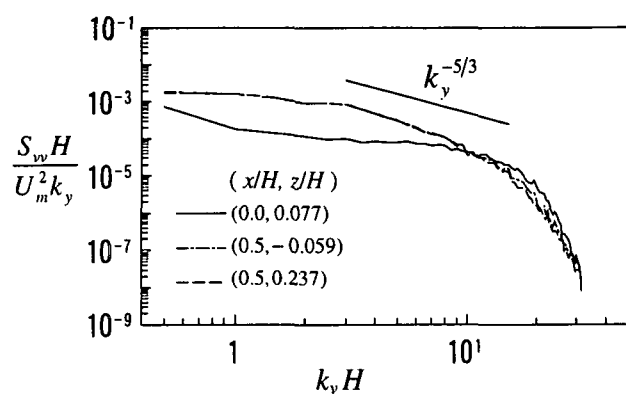


図-10 エネルギースペクトル

結論

近年応用範囲が広がっている直接数値計算法により、小スケールの形状変動を有する境界上の乱流のシミュレーションを行い、通常は粗度と見なされる小スケール形状の乱流に及ぼす影響を調べた。結論として、壁面凹凸による壁面圧力の大きな変化による形状抵抗が摩擦応力に比べ大きな役割を持つ事は分かった。この圧力変動は詳細な剥離などに影響され一般的法則を見出すのは難しい。しかし本シミュレーション計算により基本的形状である波状粗度についての詳しい結果が得られた。今回の考察では主に乱流モデル改良のための観点から壁面則を主に検討したが、急速に実用化に近づいているラージ・エディシミュレーション法のサブグリッド・スケールモデルの構築などにも応用できる。また改良された計算法の検証ケースとしても役立つと考えられる。

参考文献

- 1) Raupach, M.R., Antonia, R.A. and Rajagopalan, S.: Rough-wall turbulent boundary layers, *Appl. Mech. Rev.*, 44, pp.1-25, 1991.
- 2) Patel, V.C.: Perspective: flow at high Reynolds number and over rough surfaces – Achilles Heel of CFD, *J. Fluids Eng.*, 120, pp.434-444, 1998.
- 3) Hudson, J. D., Dykhno, L. & Hanratty, T. J.:

Turbulence production in flow over a wavy wall. *Exp. Fluids*, 20, 257-265, 1996.

- 4) Calhoun, R. J. & Street, R. L.: Turbulent flow over wavy surface: Neutral case, *J. Geophys. Res.* 106, 9277-9293, 2001..
- 5) De Angelis, V., Lombardi, P. and Banerjee, S.: Direct numerical simulation of turbulent flow over a wavy wall. *Phys. Fluids* 9, 2429-2442, 1997.
- 6) Piquet, J. : *Turbulent Flows*, Springer-Verlag, Berlin, p.657, 1999.
- 7) Maass, C. and Schumann, U.: Numerical simulation of turbulent convection over wavy terrain. *Direct and Large-Eddy Simulation I*, ed. By P. R. Voke, L. Kleiser and J. P. Chollet, 287-297, Kluwer Academic, 1992.
- 8) 横嶋 哲, 中山 昭彦: DNS 及び LES のための一般座標系コロケート格子を用いた差分法の開発と検証, 水工学論文集, 第 45 巻, pp.565-570, 2001
- 9) Zang, B. R., Street, R. L. and Koseff, J. R.: A non-staggered grid, fractional step method for time-dependent incompressible Navier-Stokes equations in curvilinear coordinates. *J. Comp. Phys.* 114, 18-33, 1994...
- 10) 梶嶋岳夫: 対流項差分形式とその保存性, 日本機械学会論文集(B 編), 第 60 巻 574 号, pp.2058-2063, 1994.
- 11) 稲垣昌英, 安倍賢一: コロケート格子を用いた LES の計算精度改善に関する一考察, 日本機械学会論文集(B 編), 第 64 巻 623 号, pp.1981-1988, 1998
- 12) Kline, S.J., Afgan, N.H.(eds.): *Near-Wall Turbulence*. Hemisphere Publishing opr., New York, 1990.
- 13) 林俊一郎, 大本照憲: DNS 解析による砂堆型河床を有する開水路乱流の構造解析, 応用力学論文集, Vol.5, pp.743-752, 2002.

(2003 年 4 月 18 日 受付)